

气泡在自由液面破碎后的射流断裂现象研究*

倪宝玉 李帅 张阿漫[†]

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2013年1月25日收到; 2013年3月5日收到修改稿)

在势流假设下, 考虑表面张力以及黏性修正, 建立自由液面在气泡破碎后全非线性运动的数值模型, 给出射流断裂和水滴撕裂的数值处理方法。同时进行上浮气泡在自由液面破裂的实验研究, 数值解与实验值符合良好。为了研究自由液面在气泡破碎后的运动学机理和规律, 运用开发的程序研究了不同尺寸气泡破碎后的动态特性, 包括从气泡底部顶起的射流、射流断裂以及水滴分裂等复杂的物理现象, 总结了从射流上撕裂出的第一个水滴尺寸、撕裂时间以及最大射流速度的变化规律。最后讨论了雷诺数与韦伯数对气泡破碎后自由液面运动的影响。

关键词: 气泡, 自由液面, 破碎, 断裂

PACS: 47.55.db, 47.55.dr, 47.55.df, 47.11.Hj

DOI: 10.7498/aps.62.124704

1 引言

气泡在海洋工程中应用十分广泛, 比如船舶减阻、水下爆炸^[1-4]、可燃冰开采和尾流噪声等。另外, 气泡在化工、核能利用和生物工程中均有重要应用。气泡除了部分溶解于水中之外, 大多数都会上浮至自由液面, 然后在自由液面破碎之后, 自由液面会形成一个“凹坑”, 之后会从“凹坑”底部形成一股向上射流, 射流顶部常常会发生断裂, 撕裂出若干个水滴, 由于射流携带较高的能量, 本文主要关注射流断裂后产生的水滴, 对于气泡顶部的水膜破裂产生的一些细小的水滴^[5,6]不在本文讨论。

针对气泡在自由液面破裂这一物理现象, 国内外已有不少学者在实验与数值上做了一些研究。在实验上, Kientzler 等^[7]应用高速摄影仪观察气泡在自由面的破裂现象。Garner 等^[8]指出气泡体积由几十微米增加到几毫米时, 产生射流的最大速度将由几十米每秒迅速降到几米每秒, 同时撕裂出的水滴个数逐渐减少。Resch 和 Afeti^[9,10]实验发现, 对于海水而言, 当原始气泡半径大于 3 mm 后, 则不会形成射流断裂现象。在数值模拟方面, 最早的是

Boulton-Stone 和 Blake^[11], 他们采用边界元法数值模拟气泡破碎之后、射流断裂之前的过程。研究表明, 表面张力对于气泡在自由面处破裂起到十分重要的作用, 而黏性对于前期气泡运动影响很弱, 仅在射流形成后起到较小的耗散效应, 阻碍射流水滴的形成。Sussman 和 Smereka^[12]采用 Level set 法求解 Navier-Stokes 方程, 数值模拟初始时刻轴对称球状气泡在水平自由面处破裂, 但气泡半径均选取大于 4 mm 的工况, 与之前的 0.5—3 mm 小气泡没有对比性。近年来 Georgescu 等^[13]采用带有黏性效应修正的边界元法模拟气泡破碎后的射流以及水滴撕裂现象。王含^[14]采用流体体积函数法模拟了气泡在自由液面破碎后射流现象, 发现表面张力越大, 射流越细, 速度越高。总之, 国内目前在该领域的研究尚属起步阶段, 与国外相距较大, 公开发表的相关文献十分罕见。

以上介绍的数值研究始终缺少有效的实验验证, 而且没有系统研究各类不同的物理现象, 以及影响射流断裂的因素。本文在前人研究的基础上, 首先结合实验验证程序算法的有效性; 然后研究常温常压下不同尺寸气泡破碎后的自由液面出现的各类物理现象, 特别是射流断裂后的水滴形态

* 优秀青年科学基金(批准号: 51222904)、国家自然科学基金重点项目(批准号: 50939002)和国家安全重大基础研究项目(批准号: 613157)资助的课题。

[†] 通讯作者。E-mail: amanzhang@gmail.com

以及水滴撕裂现象, 较为系统地归纳总结了三种典型的气泡破裂后自由表面运动形式; 最后讨论了雷诺数与韦伯数对气泡破碎后的影响机理, 旨在为气泡破碎后射流断裂研究提供参考.

2 理论与方法

通常认为气泡破碎前后可划分为三个阶段^[13]: 首先气泡上浮至自由液面处, 实验观察到^[15,16]到气泡不是马上静止于自由液面处, 而是在竖直方向上做微幅弹跳运动, 由于能量耗散, 气泡运动振幅衰减, 逐渐趋于静止状态; 然后, 气泡上表面与自

由面间形成的水膜逐渐变薄, 水膜在微小扰动下破碎; 最后, 气泡内部和大气连通, 气泡消失. 自由液面会从原气泡底部顶起一股射流. 射流顶部可能发生连续的破碎, 并产生若干个水滴.

2.1 气泡在自由液面处的平衡形态

气泡平衡于自由液面处的形态即为自由液面运动的初始状态, 下面来讨论如何获得气泡平衡于水面的几何形状. 气泡平衡于自由液面时, 若不考虑水底以及其他边界, 则可以将气泡与自由液面所组成的边界分为三部分, 如图 1 所示, 其中 P 点为气泡表面在水上和水下的交接点.

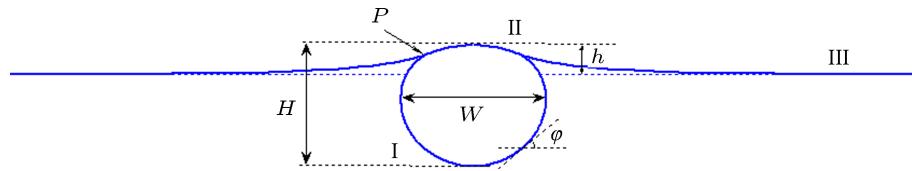


图 1 将气泡与自由液面分为三部分示意图 I, 水面以下的气泡部分(气泡表面在 P 点以下的部分); II, 气泡顶部(气泡表面在 P 点以上的部分); III, 不与气泡重叠的自由液面部分

各部分形状所满足的方程^[17]如下:

对于 I 部分有

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{dx_1} = \tan \varphi, \\ \frac{d(\sin \varphi)}{dx_1} = 2z_1 - \frac{\sin \varphi}{x_1} + \theta, \\ \tan \varphi < 1, \\ \frac{dx_1}{dz_1} = \cot \varphi, \\ \frac{d(\cos \varphi)}{dz_1} = -2z_1 + \frac{\sin \varphi}{x_1} - \theta, \\ \tan \varphi > 1, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\theta = \frac{4}{R_0} - 2h$, φ 为边界曲线的切线的水平夹角, h 为气泡顶部高于远方自由液面的长度;

对于 II 部分有

$$z_2 = \sqrt{R_0^2 + x_2^2}; \quad (2)$$

对于 III 部分有

$$\begin{cases} \frac{dz_3}{dx_3} = \tan \varphi, \\ \frac{d(\sin \varphi)}{dx_3} = 2z_3 - \frac{\sin \varphi}{x_3}; \end{cases} \quad (3)$$

在 P 点还需要满足

$$f'_1 = f'_2 = f'_3. \quad (4)$$

采用龙格 - 库塔法多次迭代即可对(1)–(4)式进行数值求解, 得到气泡在自由液面平衡时的轮廓坐标 $x_i, z_i (i = 1, 2, 3)$.

2.2 模拟自由液面的边界元方法

本文基于势流理论, 采用轴对称模型进行模拟气泡破碎后的自由液面的运动. 边界元方法中, 边界积分方程为^[18]

对于自由液面:

$$\iint_{S_f} \left(\frac{1}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial \Phi(i)}{\partial n} - \Phi(i) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) \right) dS = 2\pi \Phi(j), \quad (5)$$

对于撕裂的液滴:

$$\iint_{S_d} \left(\frac{1}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial \Phi(i)}{\partial n} - \Phi(i) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) \right) dS = 2\pi \Phi(j), \quad (6)$$

式中, S_f 和 S_d 分别为自由液面和液滴的边界, j 和 i 分别是边界上的控制点和积分点, Φ 为边界上的速度势, 法线 n 指向流场外. 由于本文研究的物理现象中含有高曲率的大变形, 若采用三维数值模型将需要网格量很大, 而且网格的光顺与重组问题较难处理. 所以本文采用轴对称模型将自由液面离散为 m 个等间距的节点, n 个单元, 将撕裂的水滴离散成 m' 个节点, n' 个单元. 并采用线性单元的边界元法,

即所有物理量在单元上都是线性变化的。因此，单元上的物理量可以通过节点插值获得。每个单元都定义一个参数 χ 在 $[0, 1]$ 范围内来表示，(5) 和 (6) 式分别表示为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \int_0^1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_i(\chi) r_i(\chi) \int_0^{2\pi} \frac{1}{|r_i - \mathbf{R}_j|} d\theta J d\chi \\ & - \sum_{i=1}^n \int_0^1 \Phi_i(\chi) r_i(\chi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|r_i - \mathbf{R}_j|} d\theta \right) J d\chi \\ & = 2\pi \Phi_j(0), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \int_0^1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_i(\chi) r_i(\chi) \int_0^{2\pi} \frac{1}{|r_i - \mathbf{R}_j|} d\theta J d\chi \\ & - \sum_{i=1}^n \int_0^1 \Phi_i(\chi) r_i(\chi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|r_i - \mathbf{R}_j|} d\theta \right) J d\chi \\ & = 2\pi \Phi_j(0), \end{aligned} \quad (8)$$

(7) 和 (8) 式中 $j = 1, 2, 3, \dots, m$; $j' = 1, 2, 3, \dots, m'$; \mathbf{r} 和 \mathbf{R} 分别是 j 点和 i 点的位置向量。方程 (7) 和 (8) 的具体计算方法可参见文献 [19]。

学者们在研究波浪的运动时^[20]，常常在自由液面处做泰勒展开并略去高阶项，从而得到线性自由表面条件，或者只是考虑了弱非线性。考虑全非线性的自由面条件，其运动学条件为

$$\frac{dr}{dt} = \nabla \Phi, \quad (9)$$

该方程的物理意义是自由液面上的质点永远在自由液面上，或者说自由液面下的流体不可能跑出自自由液面。考虑表面张力与黏性修正的作用，自由液面的动力学条件为

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{u^2}{2} - gz + \sigma \kappa - 2\nu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial n^2}, \quad (10)$$

该方程的物理意义是自由液面上的压力始终为大气压，式中， σ 为表面张力系数， κ 为气泡表面局部曲率， ν 为运动黏性系数。

初始时刻，所有节点上的速度为 0，可设定节点上的速度势为 0，之后为了维持时域向前推进过程

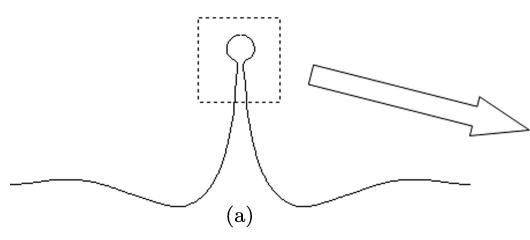


图 3 水滴撕裂节点处理示意图 (a) 水滴撕裂前射流形态

中的稳定性，在时间步长取：

$$\Delta t = \frac{0.03}{1 + \max(\nabla \Phi)^2}, \quad (11)$$

计算过程中采用二阶的龙格 - 库塔法向前推进，通过计算发现计算过程是稳定的。

定义雷诺数和韦伯数分别为

$$Re = \frac{\sqrt{\rho \sigma R_0}}{\mu}, \quad We = \frac{P_0 R_0}{\sigma}, \quad (12)$$

其中， μ 为动力黏性系数， R_0 为与气泡体积相等的球的半径，称为等效半径， P_0 为一个标准大气压，取 1.01×10^5 Pa。常温常压下，水的表面张力系数与运动黏性系数分别取 $\sigma = 7.274 \times 10^{-2}$ N/m， $\nu = 1.002 \times 10^{-6}$ m²·s⁻¹，水的密度取 $\rho = 998.2$ kg/m³。采用 R_0 ， P_0 ， $R_0 \sqrt{P_0 / \rho}$ 和 $\sqrt{P_0 / \rho}$ 分别作为长度、压力、时间和速度的特征量。

2.3 气泡破碎和水滴撕裂的数值处理方法

当气泡平衡于自由液面一段时间以后，气泡顶部的水膜厚度逐渐减小，最终水膜破裂，气泡内部与大气相连通，相当于气泡消失，只剩下自由液面继续运动。在数值上，将水膜上的节点直接去掉^[10]，采用边界元法模拟接下来的自由液面的运动，如图 2 所示。

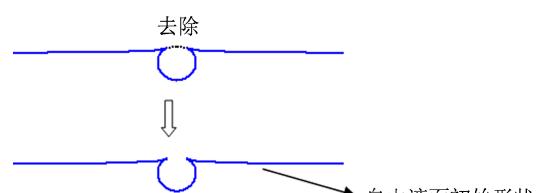
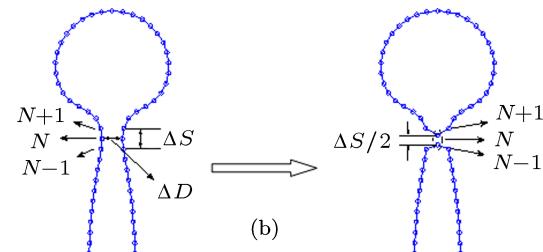


图 2 将水膜人工去除

当自由液面顶起射流后，射流顶部经常会撕裂出水滴，即出现射流断裂现象，如图 3(a) 所示，本文采用类似于处理气泡撕裂^[21] 的数值技术对即将断开的射流顶部进行数值上的人工撕裂。



如图 3(b) 所示, 当射流顶部颈缩至临界宽度时, 人工将射流分离为一个水滴和新自由液面.

具体的数值处理过程为:

1) 在每一个时间步计算完毕后, 寻找到射流顶部颈缩最细节点, 编号为 N , 周围两节点分别为 $N-1$ 和 $N+1$, 节点 N 所在高度上, 射流宽度为 ΔD , 节点 $N-1$ 与节点 $N+1$ 之间的竖直距离为 ΔS ;

2) 当 $\Delta D/2 \leq \min(\text{meshsize})$ 时, 则认为达到水滴分离条件, 其中 $\min(\text{meshsize})$ 为自由液面网格最小尺寸, 也就是上文所提及的临界宽度; 将第 N 个节点的横坐标变为 0; 然后针对水滴, 将 N 节点的纵坐标向上平移 $\Delta S/4$, 针对新自由液面, 将 N 节点纵坐标向下平移 $\Delta S/4$, 每个节点的速度势保持不变; 这样就完成了水滴撕裂的过程, 之后的计算中, 该水滴与自由液面互不干扰, 除非水滴再次落入水中, 本文不研究这一现象;

3) 返回第 1) 步中, 继续考察是否有新的水滴撕裂.

还有一点需要说明: 水滴在运动过程中也有可能会出现撕裂的现象, 在数值的处理上形如以上所介绍的水滴从自由液面撕裂, 只不过在处理完水滴撕裂过程之后, 一个水滴变成了两个水滴.

3 结果与讨论

3.1 气泡在自由液面处的平衡形态

气泡尺寸不一样, 平衡形态也不一样. 比如气泡直径在 1 mm 以下时, 气泡基本保持球状, 自由液面的凸起高度很小; 当气泡尺寸增大时, 气泡形态逐渐变扁, 自由液面凸起高度增大. 图 4 所示是直径分别为 1.5, 4 和 8 mm 气泡在自由液面处的平衡形态.

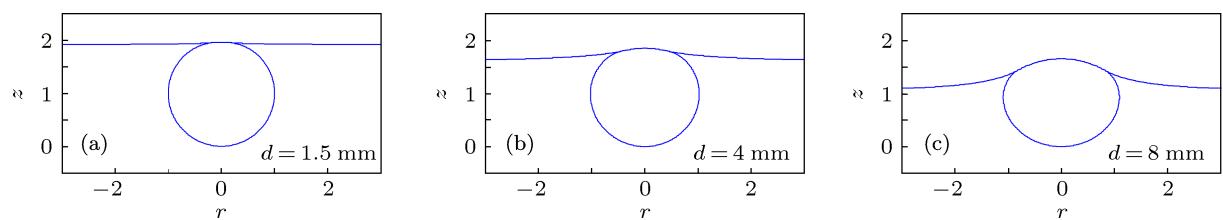


图 4 气泡在自由液面处的平衡形态示意图 (a) $d = 1.5$ mm; (b) $d = 4$ mm; (c) $d = 8$ mm

若用气泡的竖直方向上的高度与水平方向上的宽度的比值来表示气泡相对的形态, 即用 $S = H/W$ 来表示气泡形状系数, 通过对不同尺寸气泡的计算可得韦伯数与无量纲凸起高度以及形状系数的关系曲线, 如图 5 所示.

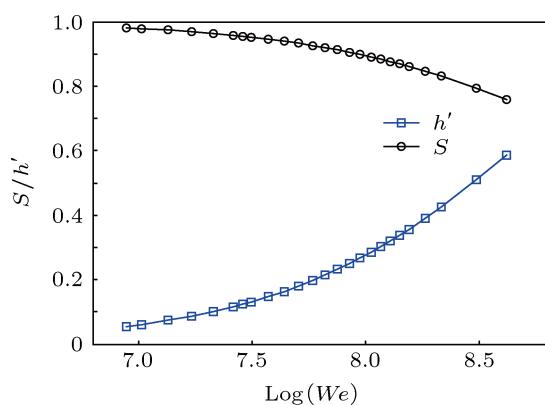


图 5 无量纲凸起高度和形状系数与韦伯数的关系曲线

由图 5 可见, 随着韦伯数 We 的增大, 气泡在自由液面上的凸起高度逐渐变大, 气泡的形状系数

S 逐渐减小. 这是由于气泡的表面张力越大, 其形态越趋于一个圆球, 表面张力越小, 气泡越难保持球状. 韦伯数 We 代表惯性力与表面张力量级的比值, 其值越大, 则表面张力越小, 气泡形状越扁, 形状系数 S 越小. 平衡于自由液面的气泡只受到表面张力和浮力的作用, 这两个力大小相等, 方向相反. 当气泡较小时, 气泡表面曲率大, 表面张力大, 而气泡受到浮力的作用小, 所以小气泡在小浮力和较大的表面张力作用下通常都是微微顶起水面; 当气泡尺寸增大, 气泡表面曲率变小, 表面张力随之减小, 而且此时气泡浮力增大明显, 所以大气泡在较小的表面张力与较大浮力的作用下凸起水面的高度较大. 因此, 当气泡尺寸变大, 导致 We 增大, 气泡的表面张力减小, 浮力增大, 在水面的凸起高度迅速增大.

3.2 实验与数值结果的对比分析

本文实验设备包括高速运动分析系统、气泡发生器、光源和水箱. 高速摄像机为 Phantom

V12.1, 最高拍摄速率为 650000 帧/s. 气泡发生器放置在水箱底部中央, 出气口直径为 3 mm. 水箱为 $500 \text{ mm} \times 500 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ 的方形透明水箱, 水深 300 mm. 数值模拟中采用轴对称模型, 自由液面半径取 10, 并将其离散成 316 个节点, 时间步长由(11)式确定. 图 6 所示是实验与数值结果的自由液面(破碎后的气泡)形态对比图.

图 6(a)–(f) 所示为实验现象, (a')–(f') 为对应的数值结果. 如图 6(a) 和 (a') 所示, 气泡顶部水膜破裂, 此刻被认为是气泡破碎后的初始时刻, 即 $t = 0$; 如图 6(b) 和 (b') 所示, $t = 2.23 \text{ ms}$ 左右, 气泡四周

的水向中间挤压, 气泡宽度变小; 如图 6(c) 和 (c') 所示, $t = 7.66 \text{ ms}$ 左右, 从气泡底部顶起一股射流; 如图 6(d) 和 (d') 所示, $t = 11.49 \text{ ms}$ 左右, 射流出现颈缩现象, 射流顶部变大; 如图 6(e) 和 (e') 所示, $t = 13.40 \text{ ms}$ 左右, 射流顶部撕裂出一个水滴, 水滴下面的自由液面顶部曲率较大; 如图 6(f) 和 (f') 所示, $t = 14.84 \text{ ms}$ 左右, 水滴继续向上运动, 射流在表面张力与重力的作用下高度逐渐下降, 顶部变得圆滑. 水滴撕裂时间的实验值为 13.40 ms, 数值解为 13.80 ms, 相对误差为 2.99%. 实验中, 水滴直径为 1.29 mm, 数值解为 1.35 mm, 相对误差为 4.65%.

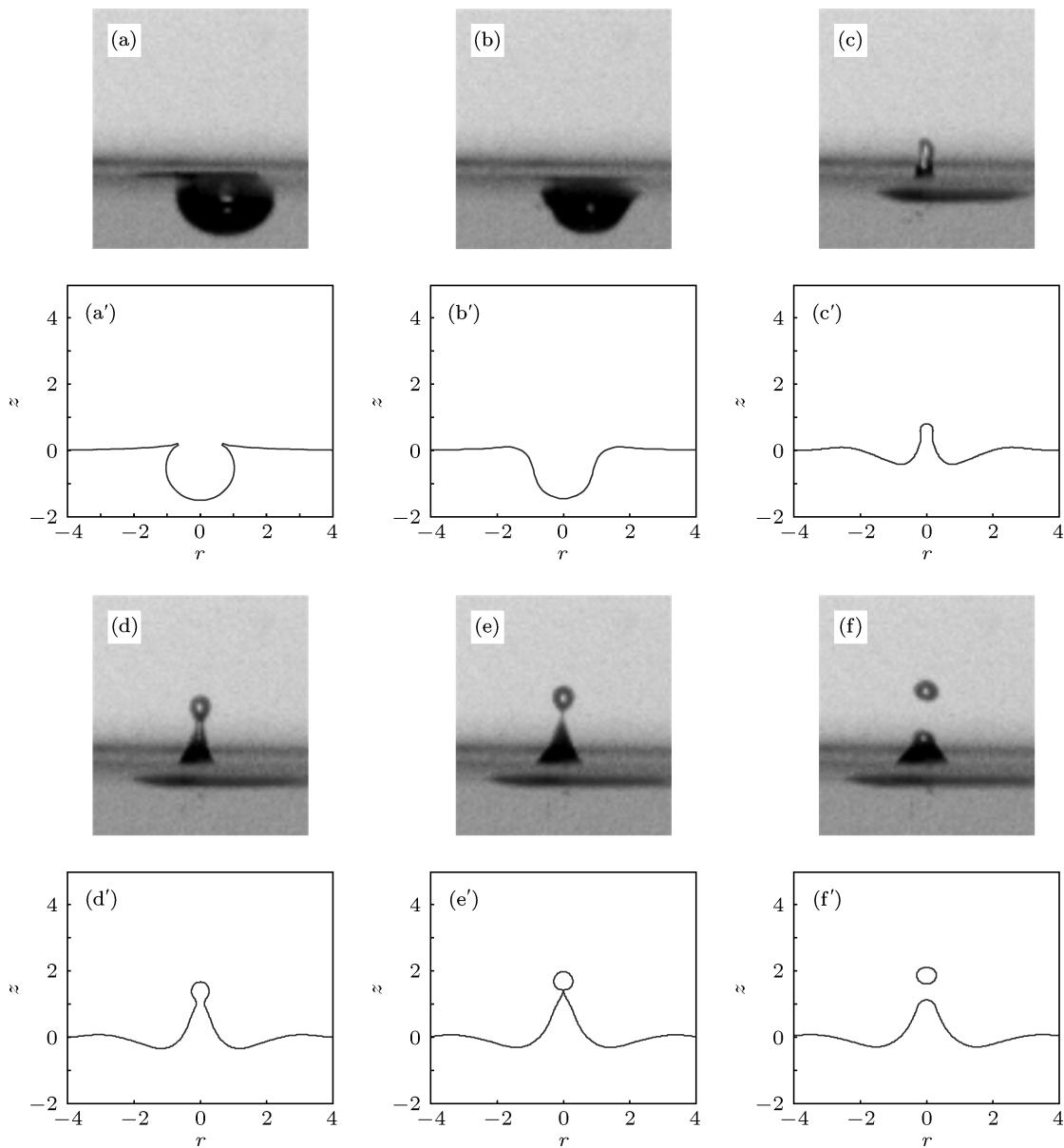


图 6 实验现象与数值结果对比图 (a) $t = 0 \text{ ms}$; (b) $t = 2.23 \text{ ms}$; (c) $t = 7.66 \text{ ms}$; (a') $t = 0 \text{ ms}$; (b') $t = 2.21 \text{ ms}$; (c') $t = 7.67 \text{ ms}$; (d) $t = 11.49 \text{ ms}$; (e) $t = 13.40 \text{ ms}$; (f) $t = 14.84 \text{ ms}$; (d') $t = 11.46 \text{ ms}$; (e') $t = 13.77 \text{ ms}$; (f') $t = 14.82 \text{ ms}$

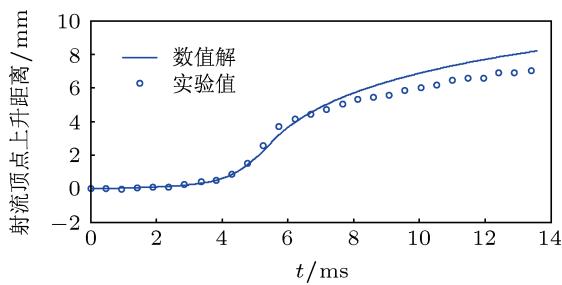


图 7 射流顶部节点上升位移时历曲线

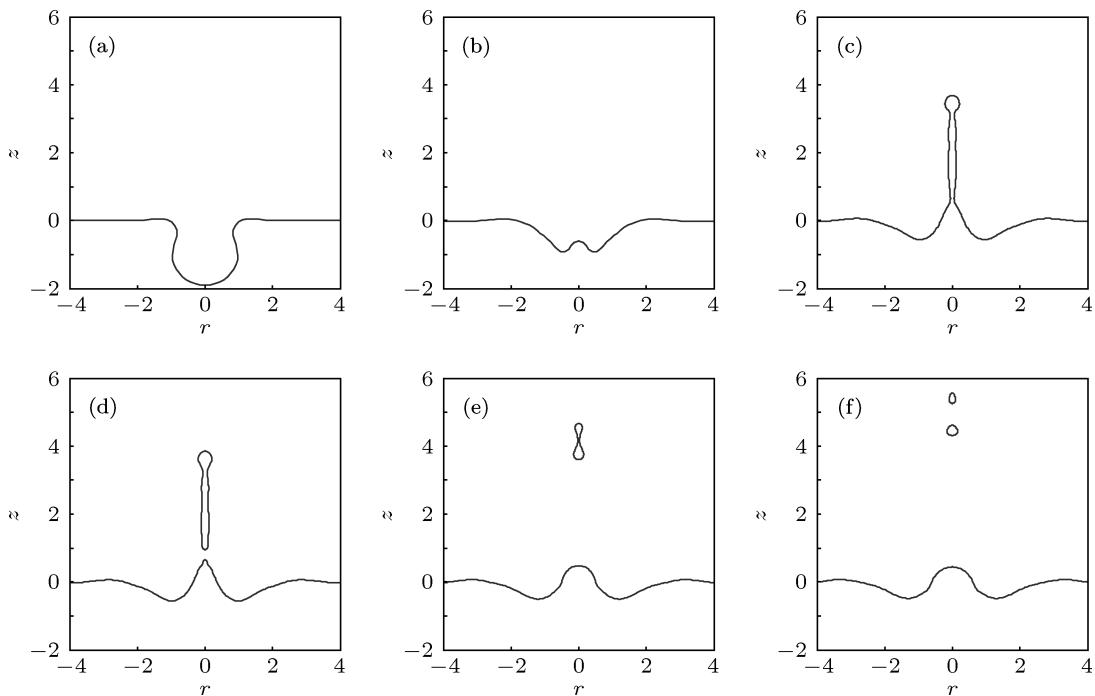
图 7 所示为射流顶部节点上升位移的数值解与实验值对比曲线, 前 7 ms 计算值与实验值符合良好; 大约 7 ms 之后, 计算值偏大, 这可能是由于本文是基于势流理论, 虽然考虑了边界层内法向的黏性修正, 还是不能完全考虑黏性等原因引起的能量耗散, 所以计算得到的射流能够到达的高度要比实际值偏大。不过数值解得变化趋势与实验值是完全一致的, 在前 4 ms 过程中, 射流高度缓慢上升, 在 4—6 ms 之间射流迅速爬升, 在 6 ms 之后上升速度

越来越慢。综上所述, 本文采用边界元法可以较好地模拟气泡破碎后的自由液面运动, 较准确地预报射流断裂以及撕裂出水滴的尺寸和时间。

3.3 气泡破碎后的现象

随气泡尺寸、表面张力系数以及黏性系数的变化, 自由液面在气泡破碎后所产生的物理现象各异, 但是大致可以分为以下三种典型情况: 1) 从射流顶部撕裂出长条形水滴; 2) 从射流顶部依次撕裂若干个水滴; 3) 不出现水滴撕裂现象, 射流在顶起水面后又回落。

如图 8 所示, 气泡破碎后, 射流根部出现明显颈缩现象, 首先从射流上撕裂下来的水滴不是趋于球状的, 而是一个相对细长的水滴, 水滴长度在飞行过程中逐渐变短, 而且水滴中间再次出现颈缩现象, 最后在 $t' = 1.393$ 时刻, 水滴在空中撕裂成两个水滴。其中 t' 是用 $R_0 \sqrt{P_0/\rho}$ 做无量纲化处理后的无量纲的量。

图 8 长条形水滴撕裂现象 ($R_0 = 0.5$ mm, $Re = 191.1$, $We = 691.8$) (a) $t' = 0.108$; (b) $t' = 0.626$; (c) $t' = 1.135$, (d) $t' = 1.161$; (e) $t' = 1.393$; (f) $t' = 1.509$

如图 9 所示, 气泡破碎后, 射流顶部出现明显颈缩, 然后从射流顶部依次撕裂三个水滴, 在表面张力的作用下, 水滴逐渐趋于球状。当气泡尺寸更大一些时, 撕裂的水滴数目以及水滴大小会有所不同。

如图 10 所示, 气泡破碎后射流顶部虽然有微

小的颈缩现象, 但是最终并没有撕裂出水滴, 射流在达到最高点后, 逐渐回落。

3.4 第一个撕裂的水滴

气泡破碎后, 从射流上撕裂下来的最大的水滴通常是第一个, 而且很多情况下, 射流只发生一

次断裂, 撕裂出一个水滴, 为了考察不同尺寸气泡所产生的第一个水滴的特性, 本节对气泡半径为 0.5—2.6 mm 的气泡破碎后的自由液面进行模拟,

重点考察第一个水滴的半径 R'_d , 水滴撕裂时间 t' 以及射流顶部最大速度 V'_{\max} 这三个参数. 计算结果如图 11—13 所示.

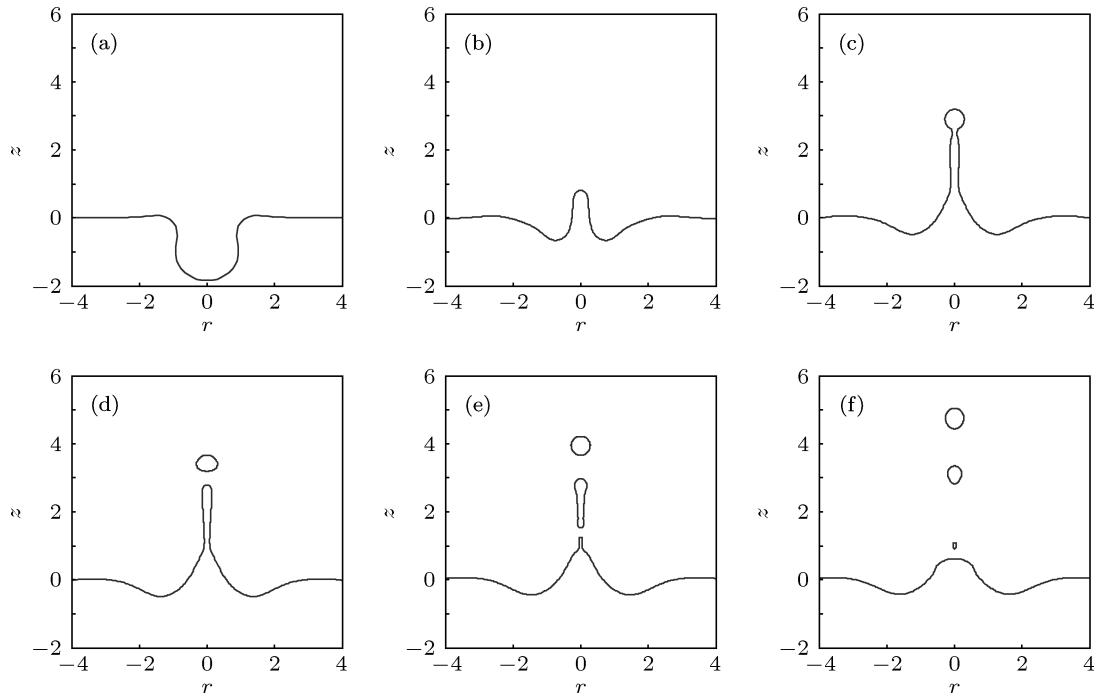


图 9 多个水滴依次从射流顶部撕裂 ($R_0 = 1 \text{ mm}$, $Re = 270.2$, $We = 1383.6$) (a) $t' = 0.376$; (b) $t' = 2.333$; (c) $t' = 3.775$; (d) $t' = 4.124$; (e) $t' = 4.438$; (f) $t' = 4.946$

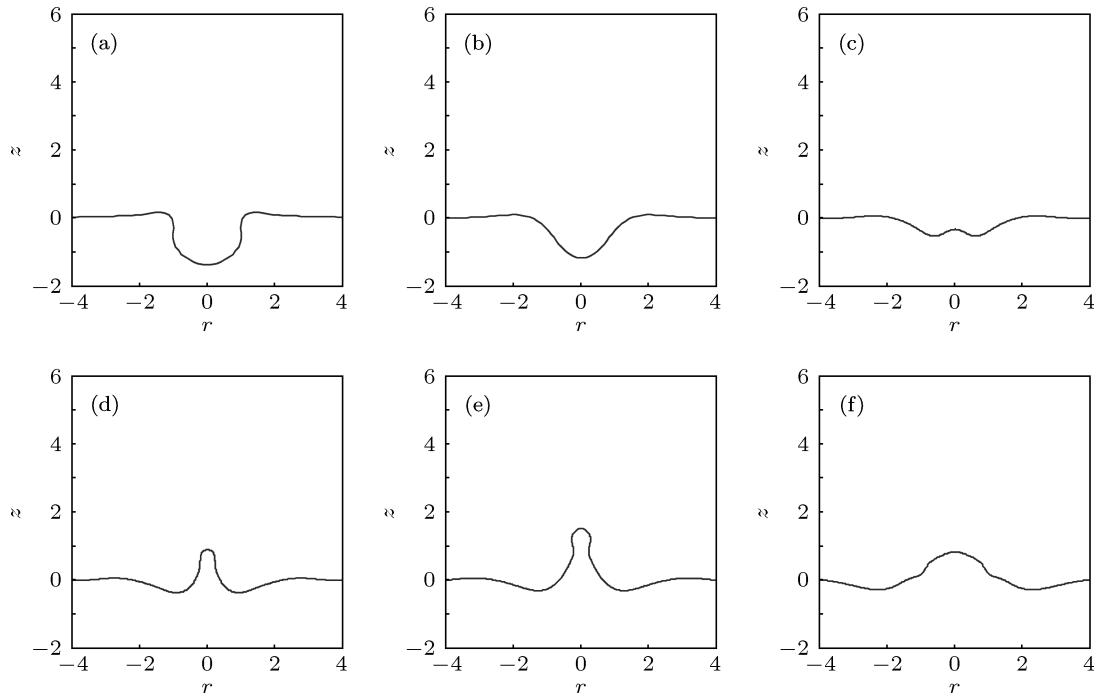


图 10 气泡破碎后没有水滴撕裂现象 ($R_0 = 2.8 \text{ mm}$, $Re = 452.1$, $We = 3874.0$) (a) $t' = 0.276$; (b) $t' = 4.449$; (c) $t' = 6.943$; (d) $t' = 10.263$; (e) $t' = 14.423$; (f) $t' = 27.708$

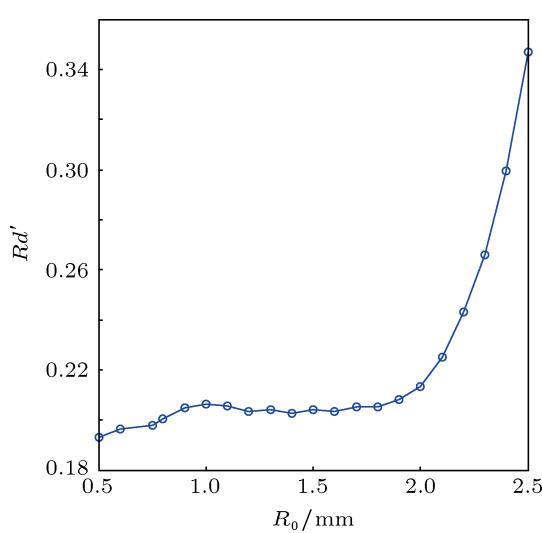


图 11 第一个水滴半径与气泡半径的关系

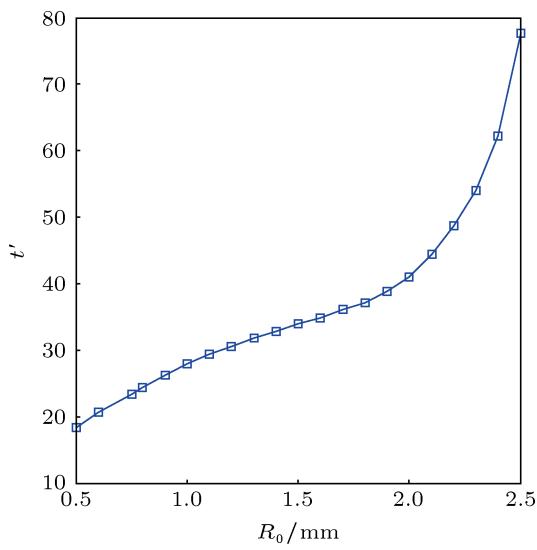


图 12 第一个水滴撕裂时间与气泡半径的关系

图 11 所示是第一个水滴的半径 R'_d 与气泡半径 R_0 之间的关系曲线, 曲线大致呈递增状态, 当气泡半径小于 1 mm 时, R'_d 随气泡增大缓慢增大; 当气泡半径 $R_0 \in (1, 2)$ mm 时, 水滴半径变化不明显; 当气泡半径 $R_0 \in (2, 2.5)$ mm 时, 水滴大小随气泡增大迅速增大; 不过当气泡半径大于 2.5 mm 左右时, 不会出现水滴撕裂现象, 即存在一个临界气泡大小, 当气泡尺寸大于临界值时, 气泡破碎后将不会撕裂出水滴, 本文计算得到在常温常压下水中的临界气泡大小为 2.5 mm.

图 12 所示为第一个水滴撕裂时间 t' 与气泡半径 R_0 的关系曲线, 可见随着气泡的增大, 水滴撕裂时间逐渐变长, 原因之一是由于气泡变大后射

流运动位移变大, 二是气泡变大后, 表面张力变小, 射流运动速度变小, 如图 14 所示为射流最大速度 $\max(v')$ 与气泡半径 R_0 之间的关系曲线, 可见随着气泡半径的增大, 射流最大速度不断减小.

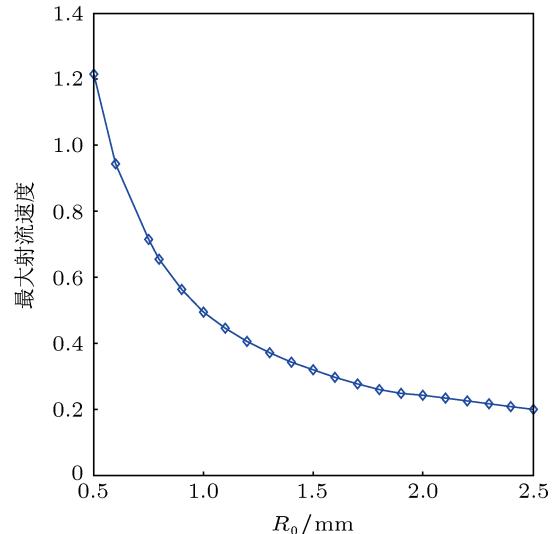
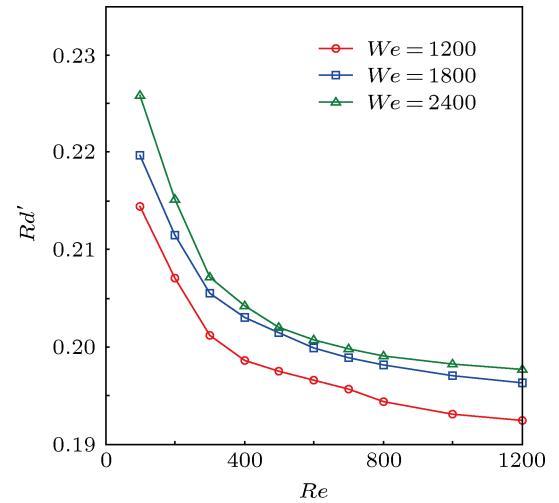


图 13 射流最大速度与气泡半径的关系

图 14 水滴半径与 Re 的关系

3.5 雷诺数的影响

为了考察雷诺数 Re 对气泡破碎后自由液面的影响, 也就是黏性的作用. 保持韦伯数 We 不变的情况下, 改变雷诺数 Re , 考察第一个撕裂水滴的半径 R'_d 以及最大射流速度 V'_{\max} , 计算结果如图 14 和 15 所示.

由图 14 可见, 对于同一 We , 随着 Re 的增大, 水滴半径 R'_d 逐渐减小, 不过曲线变化逐渐趋于平缓. 可以认为当 Re 超过一定范围后, 水滴半径受到

Re 的影响不大。这是因为 Re 数是惯性力与黏性力量级之比, Re 越大, 黏性力影响越小, Re 越小, 黏性力影响越大。当 Re 小于 800 时, 黏性所占比例较大, 此时黏性对气泡破碎后的影响不可忽略。当 Re 大于 800 时, 水滴大小变化不明显, 此时可以认为黏性对气泡破碎后撕裂水滴半径的影响不大。

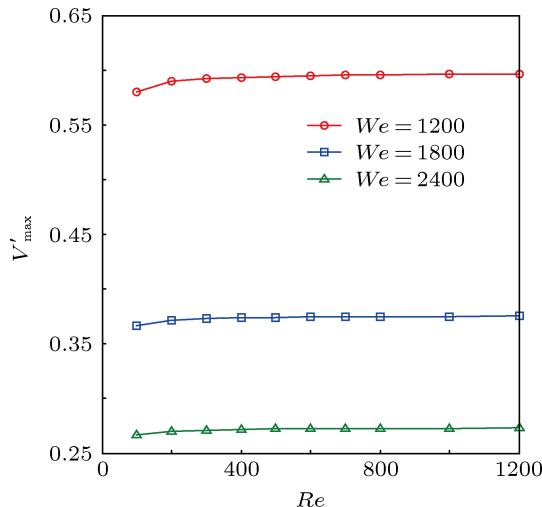


图 15 射流最大速度与 Re 的关系

如图 15 所示, 射流最大速度 V'_{\max} 仅仅在 $Re \leq 200$ 范围内缓慢增加, 当 $Re \geq 200$ 时, 曲线趋于水平。这说明当 Re 较小时, 较大的黏滞性阻碍射流顶起速度, 当 Re 增大, 黏滞性的作用逐渐减小, 受到 Re 的影响降低。

3.6 韦伯数的影响

为考察韦伯数 We 对气泡破碎后的影响, 也就是表面张力的作用, 现保持雷诺数 Re 不变, 改变韦伯数 We , 考察 R'_d 和 V'_{\max} 两个参数, 计算结果如图 16 和 17 所示。

如图 16 所示, 对于同一 Re , 水滴半径 R'_d 随 We 数的增大逐渐增大, 但是曲线增大趋势逐渐变缓。当 We 较小时, 水滴大小受到 We 数的影响很大, 表面张力越大, 撕裂出的水滴半径越小; 当 We 超过一定范围后, 水滴大小受到 We 数的影响程度降低, 当 $We > 7000$ 时, 表面张力对水滴大小的影响已经很小。

如图 17 所示, 对于同一 Re , 射流最大速度随 We 数增大逐渐减小, 这说明表面张力越小, 射流能够达到的最大速度也会越小。这是由于气泡破碎以前由于有表面张力的作用存储了一部分能量, 就类似于一张被拉开的弓, 而气泡破碎后形成射流的过程

就类似于射箭的过程。所以, 当表面张力越大, 气泡存储的能量就越高, 最后转化的动能越大, 射流能够达到的最大速度也就越大。

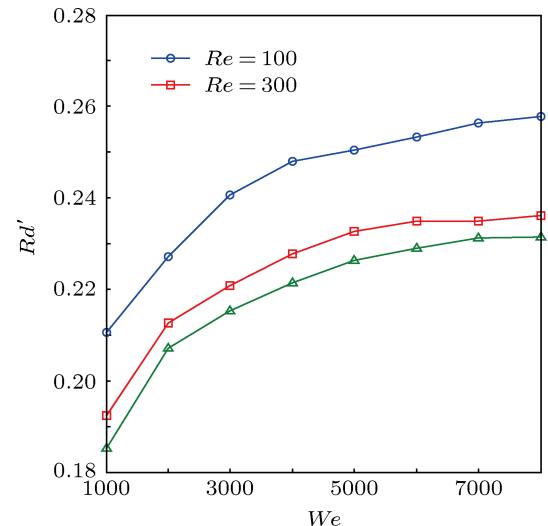


图 16 水滴半径与 We 的关系曲线

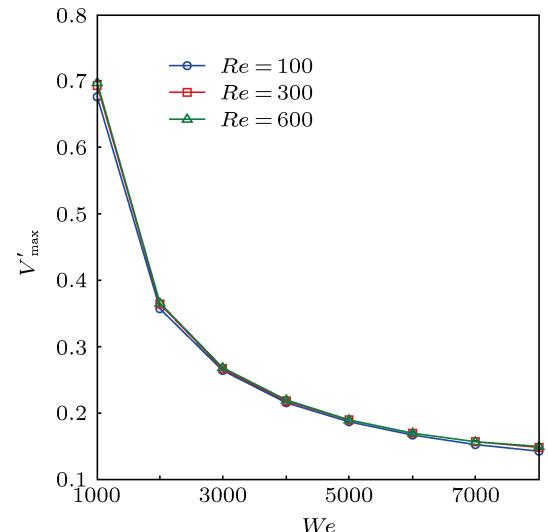


图 17 射流最大速度与 We 的关系曲线

4 结 论

本文基于势流理论建立的气泡在自由液面破裂数值模型的计算结果与实验现象符合良好, 尤其是水滴撕裂时间与水滴大小的相对误差均在 5% 以内, 数值模型可行有效。运用程序模拟不同条件下气泡破碎后自由液面出现的射流和射流断裂现象, 得到以下主要结论。

1) 气泡破碎后的自由液面的运动大致可以分为以下三种典型情况: ①射流根部发生断裂, 撕裂

出长条形水滴, 该长条形水滴常常还会撕裂成多个小水滴; ②从射流顶部发生若干次断裂, 依次撕裂出若干个水滴; ③不出现射流断裂现象, 射流在顶起水面后回落, 无水滴生成。

2) 本文考察了常温常压下的水中, 半径 $R_0 \in (0.5, 2.5)$ mm 气泡破碎后的自由液面的运动。水滴撕裂时间随气泡半径的增大逐渐增大, 最大射流速度逐渐减小。当 $R_0 \in (0.5, 2)$ mm 时, 水滴半径 R'_d 变

化不大; 当 $R_0 \in (2, 2.5)$ mm 时, 水滴半径随气泡增大迅速增大。

3) Re 的增大导致水滴半径 R'_d 逐渐减小。当 Re 小于 800 时, 黏性所占比例较大, 此时黏性对气泡破碎后的影响不可忽略。 Re 数对最大射流速度的影响不大, 仅仅在 $Re \leq 200$ 情况下才有所体现。随着 We 的增大, 水滴半径 R'_d 逐渐增大, 射流速度逐渐减小, 自由液面受到 We 数的影响程度逐渐降低。

-
- [1] Zhang A M, Yang W S, Huang C, Ming F R 2013 *Comput. Fluids* **71** 169
 - [2] Zhang A M, Yao X L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 339 (in Chinese) [张阿漫, 姚熊亮 2008 物理学报 **57** 339]
 - [3] Zhang A M, Wang C, Wang S P, Cheng X D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 084701 (in Chinese) [张阿漫, 王超, 王诗平, 程晓达 2012 物理学报 **61** 084701]
 - [4] Zhang H H, Gao B, Zhang C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1714 (in Chinese) [张寒虹, 高波, 张弛 2003 物理学报 **52** 1714]
 - [5] Bird J C, Ruiter R, Courbin L, Stone H A 2010 *Nature* **465** 759
 - [6] Ma C, Bo H L 2012 *At. Energ. Sci. Tech.* **46** (Suppl) 231 (in Chinese) [马超, 薄涵亮 2012 原子能科学技术 **46** (增刊) 231]
 - [7] Kientzler C F, Arons A B, Blanchard D C, Woodcock A H 1954 *Tellus* **6** 1
 - [8] Garner F H, Ellis S R M, Lacey J A 1954 *Trans. Inst. Chem. Engrs.* **32** 222
 - [9] Keffer J F, Shah R K, Ganic E N 1991 *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics* (Elsevier Science Ltd) p1066
 - [10] Afeti G M, Resch F J 1992 *Trends Geophys. Res.* **1** 113
 - [11] Boulton-Stone J M, Blake J R 1993 *J. Fluid Mech.* **254** 437
 - [12] Sussman M, Smereka P 1997 *J. Fluid Mech.* **341** 269
 - [13] Georgescu S C, Achard J L, Canot E 2002 *Eur. J. Mech. B Fluid* **21** 265
 - [14] Wang H 2010 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Fudan University) (in Chinese) [王含 2010 博士学位论文 (上海: 复旦大学)]
 - [15] Sanada T, Watanabe M, Fukano T 2005 *Chem. Eng. Sci.* **60** 5372
 - [16] Malysa K, Krasowska M, Krzan M 2005 *Adv. Colloid Interface Sci.* **114-115** 205
 - [17] Toba Y 1959 *J. Oceanogr. Soc. Japan* **15** 121
 - [18] Newman J N 1977 *Marine Hydrodynamics* (1st Ed.) (London: MIT Press) p131
 - [19] Wang Q X, Teo K S, Khoo B C 1996 *Theoret. Comput. Fluid Dyn.* **8** 73
 - [20] Dai Y S, Duan W Y 2008 *Potential Flow Theory of Ship Motion in Waves* (Vol. 1) (Beijing: National Defense Industry Press) p36 (in Chinese) [戴遗山, 段文洋 2008 船舶在波浪中运动的势流理论 (北京: 国防工业出版社) 第 36 页]
 - [21] Zhang A M, Ni B Y, Song B Y, Yao X L 2010 *Appl. Math. Mech.* **31** 449

Jet splitting after bubble breakup at the free surface*

Ni Bao-Yu Li Shuai Zhang A-Man[†]

(School of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 25 January 2013; revised manuscript received 5 March 2013)

Abstract

Under potential flow assumption, a numerical method is established to simulate the nonlinear movement of the free surface after the breakup of a bubble, with taking the surface tension and viscous into consideration. A method to handle the splitting of the jet or drop is put forward. Besides, an experiment of rising bubble bursting at the free surface is conducted, and the numerical result is in good agreement with the experimental result. In order to study the mechanism and law of the free surface movement after bubble breakup, the dynamic behavior of different sizes of bubble breakup is studied with the program developed, including the jet from the bottom of the bubble, the splitting of the jet or drop and so on. The variation law of the size and time of the first splitting drop, and the maximum velocity of the jet is studied and summarized. Finally, the influences of Reynolds number and Weber number on the free surface after bubble breakup are also analyzed.

Keywords: bubble, freesurface, breakup, splitting

PACS: 47.55.db, 47.55.dr, 47.55.df, 47.11.Hj

DOI: 10.7498/aps.62.124704

* Project supported by the Excellent Young Scientists Fund, China (Grant No. 51222904), the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50939002), and the Fundamental Research on National Security, China (Grant No. 613157).

† Corresponding author. E-mail: amanzhang@gmail.com