

间接延迟耦合可激发介质中螺旋波的演化*

陈醒基 乔成功 王利利 周振玮 田涛涛 唐国宁†

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2013年1月23日收到; 2013年3月5日收到修改稿)

采用 Bär 模型研究了通过被动介质间接延迟耦合的两层可激发介质中螺旋波的相互作用. 数值模拟结果表明: 延迟耦合可以促进两个螺旋波的同步, 也可导致从螺旋波到集体振荡、各种靶波、时空混沌态或静息态的转变; 在这个耦合系统中还观察到周期 2 和周期 3 螺旋波以及螺旋波漫游和漂移现象; 对产生这些现象的物理机制做了讨论.

关键词: 螺旋波, 被动介质, 时间延迟耦合, 同步

PACS: 82.40.Ck, 05.45.Xt, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.128201

1 引言

心脏的心室壁由心内膜、心外膜和其中的心肌组成, 这三层的心肌细胞的电生理特性各不相同^[1], 这些心肌细胞被成纤维细胞包围, 成纤维细胞相互耦合构成了被动介质^[2]. 实验证明^[3-6]: 成纤维细胞可与心肌细胞电耦合, 并且耦合是延迟的. 当成纤维细胞与心肌细胞耦合时, 将影响心肌细胞的电性质, 例如影响传导、静息电位、复极化和激发性^[7], 所以成纤维细胞在心脏功能调节方面也起重要作用^[8]. 研究表明^[9], 当心脏出现心力衰竭时, 都伴随有心室内的传导延迟, 因此心脏的动力学适合用通过被动介质延迟耦合(即间接耦合)的多层介质系统来描述.

考虑到心动过速与心脏组织中出现螺旋波^[10]或心室内传导延迟^[11]有关, 心颤与螺旋波破碎成时空混沌有关^[12,13], 间接耦合可激发介质中螺旋波的动力学研究有助于了解心动过速、心颤的产生机制和如何保持心脏的同步舒张与收缩. 由于存在这些潜在的应用, 多层耦合介质中螺旋波的相互作用引起人们极大的兴趣^[14-27], 并且在耦合可激发介质中观察到许多现象. 例如: 两个耦合的螺旋波出现漫游和漂移^[14]以及主从关系^[15,16]; 在一定条

件下, 两耦合螺旋波可以实现完全同步^[16-21]、广义同步^[14,17]、投影同步^[19]、相同步^[15,16,22]、延迟同步^[23]等, 在有噪声的情况下延迟导致耦合螺旋波相干^[24]; 在三层耦合可激发介质系统中出现螺旋波态转变为靶波或湍流态以及系统的渐近态依赖初值现象^[25], 发现只有当三层介质的耦合满足一定条件才可能实现用平面波控制螺旋波^[26]; 在通过被动介质耦合(即间接耦合)的可激发介质系统中, 我们前期的研究已发现被动介质对螺旋波的同步有很大影响, 如导致两螺旋波波头相互排斥, 产生同步的时空周期斑图等^[27]; 目前延迟的间接耦合对可激发系统动力学的影响仍缺乏足够研究.

本文采用 Bär 模型研究了在通过被动介质间接延迟耦合的两层可激发介质中螺旋波的相互作用, 发现延迟耦合可以促进螺旋波的同步, 也可导致耦合介质集体振荡, 还观察到具有周期 2 和周期 3 波头轨道的螺旋波以及时空混沌和各种靶波斑图. 这些结果可以解释由非螺旋波引起的心动过速和心颤产生的机制, 电信号如何传导有利于心脏的同步舒张与收缩等.

2 模型

下面采用 Bär 模型来研究通过被动介质间接

* 国家自然科学基金(批准号: 11165004)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: tangguoning@sohu.com

延迟耦合的两螺旋波的相互作用, 耦合系统的动力学方程由如下方程组给出 [28]:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = f(u_1, v_1) + D\nabla^2 u_1 + c(u_2(\tau) - u_1), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = g(u_1, v_1), \quad (1b)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = f(u_2, v_2) + c(u_1 + u_3 - 2u_2), \quad (1c)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = g(u_2, v_2), \quad (1d)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = f(u_3, v_3) + D\nabla^2 u_3 + c(u_2(\tau) - u_3), \quad (1e)$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = g(u_3, v_3), \quad (1f)$$

$$f(u, v) = \frac{1}{\varepsilon} u(1-u) \left(u - \frac{v+b}{a} \right),$$

$$g(u, v) = \begin{cases} -v & u < 1/3 \\ 1 - 6.75u(u-1)^2 - v & 1/3 \leq u \leq 1, \\ 1 - v & u > 1 \end{cases}$$

式中 u 和 v 分别为快、慢变量, D 为扩散系数, a, b, ε 为系统参数, c 为耦合强度, τ 为延迟时间; 角标 1, 2, 3 分别对应子系统 1, 2, 3, 其中子系统 2 为被动介质, 在子系统 2 中不存在扩散; 子系统 1 和 3 为工作介质, 与被动介质耦合存在延迟, 以模拟心肌细胞与成纤维细胞的耦合存在延迟. 从文献 [28] 知, 对于子系统 1 和 3, 当系统参数取 $a = 0.84, b = 0.07$ 时, 方程描述的系统为可激发系统, ε 的大小反映了系统的激发性强弱, ε 越小, 系统的激发性越强. 当 $0 < \varepsilon < 0.06$ 时, 在适当初始条件下得到的螺旋波是稳定的, 螺旋波波头轨迹为圆形; 当 $0.06 \leq \varepsilon \leq 0.069$ 时, 螺旋波失稳发生漫游.

在数值解方程 (1) 中, 本文始终采用向前欧拉方法和二阶精度的有限差分法, 使用无流边界条件, 在 x 和 y 方向空间步长取 $\Delta x = \Delta y = 0.4$, 时间步长取 $\Delta t = 0.02$, 系统尺寸为 $N\Delta x \times N\Delta y = 120 \times 120$, 即系统被离散成 $N \times N = 300 \times 300$ 个格点, 格点坐标用 (i, j) 标记 (其中 $i, j = 1, 2, \dots, 300$). 系统参数固定取 $a = 0.84, b = 0.07, \varepsilon = 0.03, D = 1$, 耦合强度和延迟时间为可调参数. 因为心肌细胞与成纤维细胞的耦合传导延迟最大值达到 20.3 ms [6], 接近心脏中螺旋波的周期的一半. 在本文中, 延迟时间被限定在 $0 \leq \tau \leq 3.4$ 范围内取值, 因为使用的稳定螺旋波周期约为 3.4.

电信号在心脏的心内膜、心外膜和中间层中

同步传播对维持心脏正常收缩和舒张是必要的, 因此耦合系统中螺旋波的同步需要特别关注. 为了描述子系统之间同步的程度, 子系统 1 和 3 中斑图的同步差 δ 定义为

$$\delta = \frac{1}{N \times N} \sum_{i,j=1}^N |u_1(i, j) - u_3(i, j)|, \quad (2)$$

当 $\delta \leq 10^{-5}$ 时, 认为两个子系统达到同步. 下面研究耦合螺旋波的演化.

3 数值模拟结果

首先在子系统 1 和 3 产生初态螺旋波, 假设耦合前子系统 2 处于静息态 (即 $u = v = 0$), 系统 1 和 3 中的初态螺旋波的波头位于相同的圆形波头轨道的不同位置上, 这样两螺旋波存在相位差. 我们这样定义螺旋波的相位: 假设螺旋波波头沿圆形轨道走一圈, 认为螺旋波相位改变 2π , 等间隔划分相位, 规定子系统 1 的螺旋波相位为 $\phi_1 = 0$, 子系统 3 的螺旋波相位 ϕ_3 可以根据其波头的位置给出, 定义相位差为 $\Delta\phi = \phi_3 - \phi_1$, $\Delta\phi$ 为可调参数, 分别取 $\Delta\phi = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$.

图 1 给出了不同耦合强度下在 $\Delta\phi$ - τ 平面上的相图. 从图 1 可以看出: 1) 当耦合强度比较小时, 螺旋波不会破碎, 这时原来稳定的螺旋波一般会发生漫游或漂移, 如图 2 所示; 适当的延迟时间可以促进间接耦合螺旋波的同步, 在延迟耦合神经网络里也观察到了这种延迟促同步现象 [29]; 当耦合强度较大时, 如果延迟很小, 只有当 $\Delta\phi \leq \pi/2$ 时螺旋波较容易同步, 否则螺旋波容易破碎, 然后演化到多螺旋波、靶波或静息态上; 如果延迟时间在 $[0.2, 1.4]$ 范围内取值, 延迟很容易导致螺旋波破碎形成多螺旋波和其他时空斑图; 更大的延迟又能使两个相位差小于 $3\pi/4$ 的螺旋波同步; 2) 当 $\Delta\phi = \pi$ 时, 无论如何改变耦合强度和延迟时间, 两螺旋波无法同步, 因为两螺旋波的波头运动方向刚好相反; 3) 间接的延迟耦合可以导致两子系统处于不同状态以及系统出现各种时空斑图, 当子系统 1 和 3 处于不同态时, 一个系统处于多螺旋波态, 另一个系统处于靶波态或其他时空斑图态, 或者一个系统处于螺旋波态, 另一个系统处于多螺旋波或靶波态; 4) 在相位差、延迟时间和耦合强度较大的情况下, 通过被动介质的作用, 子系统 1 和 3 容易由螺旋波态转变为集体振荡.

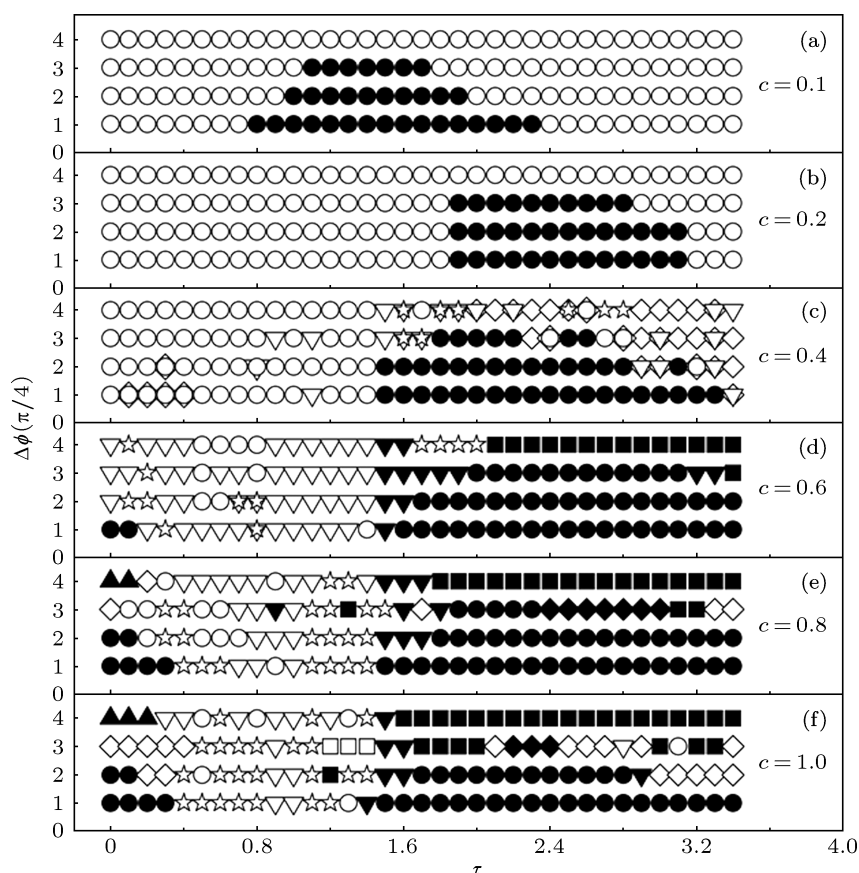


图1 不同耦合强度下在 $\Delta\phi$ - τ 平面上的相图 图中符号的意义如下: 实心符号代表子系统 1, 3 同步; 空心符号代表子系统 1, 3 不同步, 其中符号 \bullet 和 \circ 代表子系统 1, 3 为螺旋波态; 符号 \blacksquare 和 \square 代表子系统 1, 3 集体振荡; 符号 \blacktriangle 代表子系统 1, 3 为静息态; 符号 \blacktriangledown 和 \triangledown 代表子系统 1, 3 为多螺旋波态; 符号 \blacklozenge 和 \lozenge 代表子系统 1, 3 为靶波或反靶波态; 符号 \star 代表子系统 1, 3 出现与螺旋波、靶波不同的时空斑图; 此外图中少数地方有两种符号重叠, 代表子系统 1, 3 的态不同

在方程 (1) 描述的系统会出现一些特有的现象. 在无延迟下, 两耦合螺旋波同步后, 其波头轨迹为圆, 我们称之为周期 1 螺旋波, 这时螺旋波波头运动一周所需要的时间 (轨道周期) 与螺旋波周期 (振荡周期) 相同, 记为 T_1 . 如果螺旋波的波头要绕两圈或三圈才能使其轨道闭合, 则称这样的螺旋波为周期 2 或周期 3 螺旋波. 在通过被动介质延迟耦合的系统中, 我们发现可出现同步的周期 2 和周期 3 螺旋波, 如图 3(a), 3(b) 所示, 这些螺旋波的周期分别是 T_1 的 2 和 3 倍, 还会出现规则漫游螺旋波 (参见图 3(c)). 周期 2 和周期 3 螺旋波不是在个别参数下才会出现的现象, 图 4 给出了可出现周期 2 和周期 3 螺旋波. 从图 4 可以看出: 只有在特殊的耦合强度 $c = 0.15$ 和适当的延迟和相位差才能出现同步 (或非同步) 的周期 2 螺旋波, 在适当的耦合强度、延迟和相位差可出现同步的周期 3 螺旋波.

为了了解周期 2 和周期 3 螺旋波是如何产生

的, 图 5 给出了相邻两层介质中空间点 (75, 75) 上的 u 变量随时间的变化. 从图 5 可以看出, u_2 振荡峰的宽度大于 u_1 振荡峰的宽度, 导致被动介质被间歇激发. 当 u_1 处于峰值时, 被动介质随之被激发 (参见图 5(a) 和 (b)); 由于 u_2 的峰比较宽, 在 u_1 第二次处于峰值时, 被动介质处于不应态, 不被激发; 当 u_1 第三次处于峰值时, 被动介质才被激发. 这样 u_2 恰好经历了一个周期的激发运动, 而 u_1 经历了两个周期的激发运动, 导致轨道闭合, 产生了周期 2 螺旋波. 当 u_1 回到静息态前被动介质才被激发 (第一次激发), 则被动介质第二次被激发时 u_1 第三次处于峰值 (参见图 5(c) 和 (d)), 与 u_2 第一次被激发时 u_1 的状态不同, 因此不会产生周期 2 螺旋波; 当 u_2 第三次被激发时 u_1 又回到 u_2 第一次被激发时 u_1 的状态, 这样 u_2 恰好经历了一个周期的激发运动, 而 u_1 经历了三个周期的激发运动, 导致轨道闭合, 产生了周期 3 螺旋波. 如果 u_2 不存在周期的激发运动, 子系统 1 和 3 中的螺旋波将发生无规漫游.

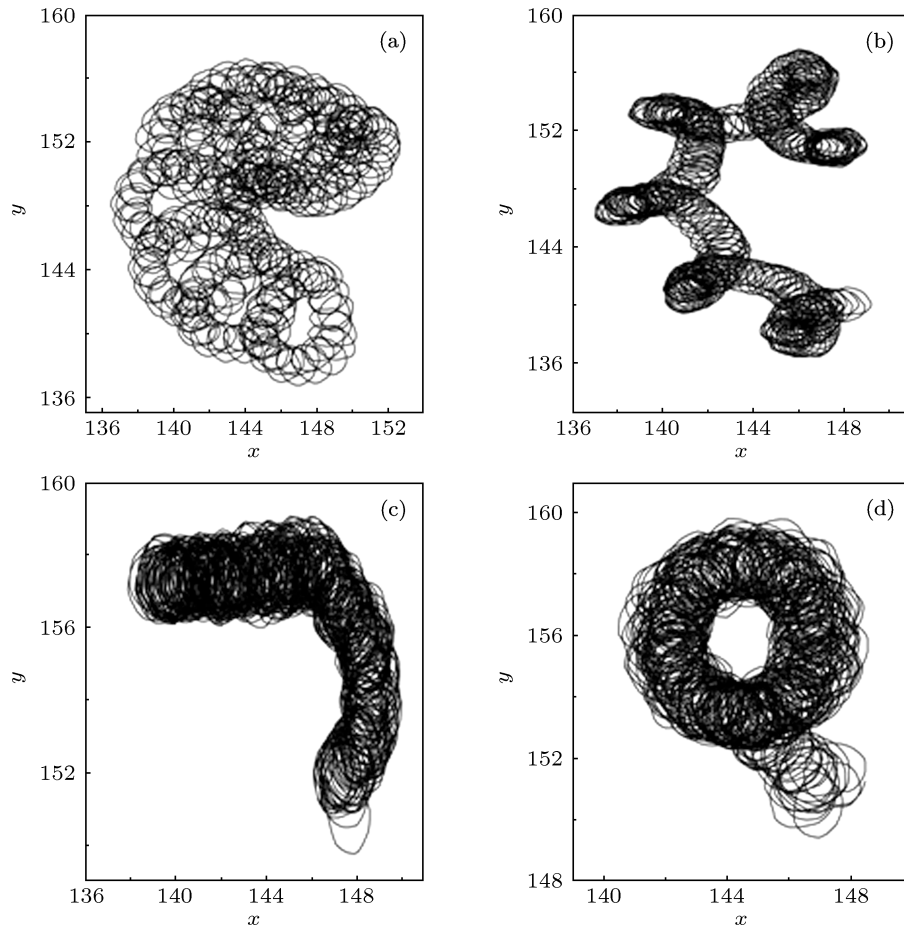


图2 不同参数下子系统1的螺旋波波头轨迹 (a) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.20, \tau = 1.2$; (b) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.20, \tau = 1.6$; (c) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.20, \tau = 2.0$; (d) $\Delta\phi = \pi/2, c = 0.20, \tau = 3.2$

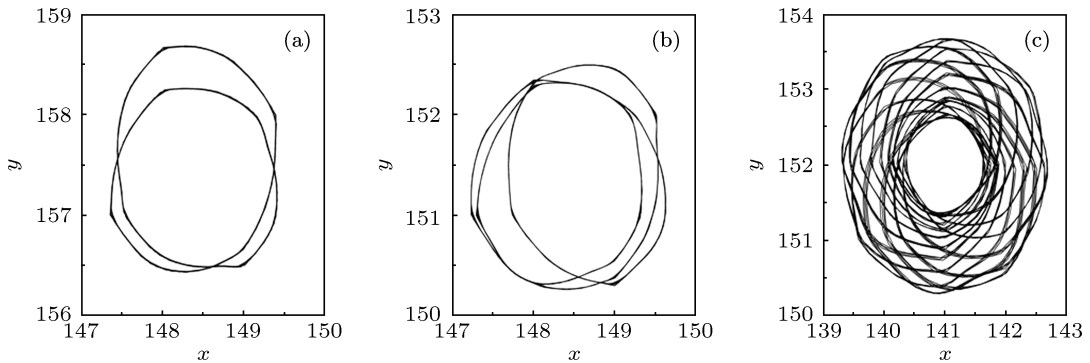


图3 不同参数下子系统1的螺旋波波头轨迹 (a) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.15, \tau = 2.0$; (b) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.25, \tau = 2.6$; (c) $\Delta\phi = \pi/2, c = 0.35, \tau = 0.8$

集体振荡是方程 (1) 描述的系统出现的另一个特有现象, 在图 1 中用符号 \blacksquare 表示. 为了对集体振荡有一个直观的认识, 图 6 给出了在演化为集体振荡的过程中 u_1 变量的斑图, 空间点 (75, 75) 上 u_1, u_2 和 u_3 随时间的变化在图 7 给出. 对比图 6 和图 7 可以看出, 子系统 1 和 3 由螺旋波转变为集体振荡的机制是: 耦合初期, u_1 和 u_2 相位分别超前 u_2 和 u_3 的相位, 随着时间推移, 相邻两层 u 变量的相位差减少, 当这个相位差减少到一定值时, 出现 u_1 处

于峰值时而 $u_2(\tau)$ 接近 0, 导致 $c(u_2(\tau) - u_1)$ 为负, u_1 被抑制而下降; 经过短暂时间后, $u_2(\tau)$ 迅速增大到峰值, $c(u_2(\tau) - u_1)$ 由负变正, u_1 的值稍有下降后在反馈作用下又继续增加, 螺旋波波臂持续变宽 (参见图 6(b)); 当 u_1 曲线出现双峰后, 子系统 1 的介质各点几乎都处于激发态 (参见图 6(c) 和 (d)), 由于双峰的原因, 子系统 1 仍有螺旋波形的影子. 与此同时, 通过非延迟耦合, 子系统 2 的介质也被整体激发, 该子系统同样存在螺旋波形的影子. 之后各

子系统趋向静息态 (参见图 6(e)—(h)), 当系统 2 的整体激发波传到子系统 1 和 3 时, 子系统 1 和 3 都

被整体激发. 接着引起子系统 2 被整体激发. 这样的过程周而复始, 导致集体振荡.

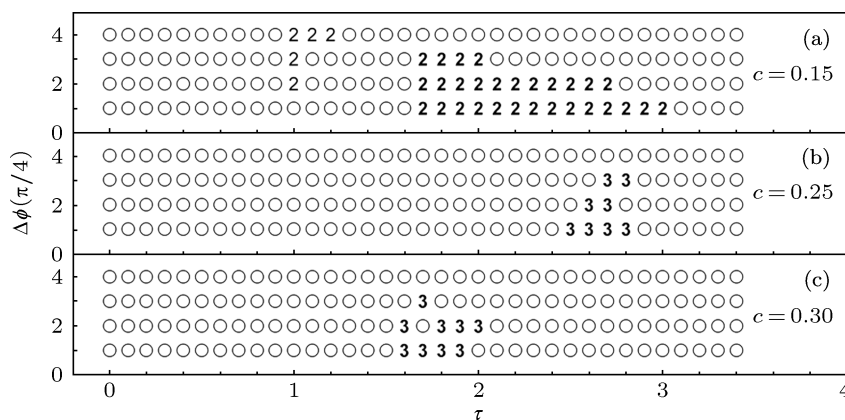


图 4 不同耦合强度下在 $\Delta\phi$ - τ 平面上的相图, 符号 2 代表不同步的周期 2 螺旋波, 黑色符号 2, 3 分别代表同步的周期 2 和周期 3 螺旋波, 符号 \circ 表示螺旋波漫游, 且轨道不闭合

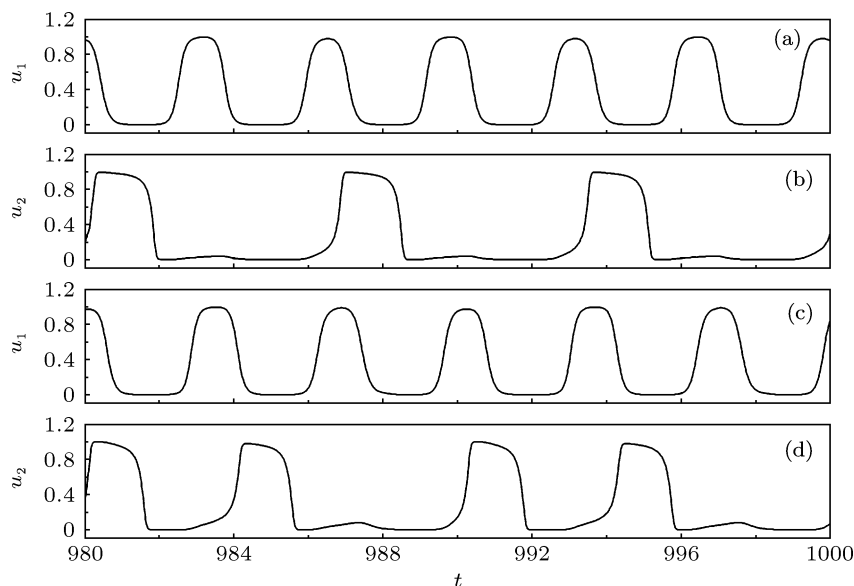


图 5 不同参数下在空间点 (75, 75) 上 u_1, u_2 随时间的变化 (a), (b) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.15, \tau = 2.0$; (c), (d) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.25, \tau = 2.6$

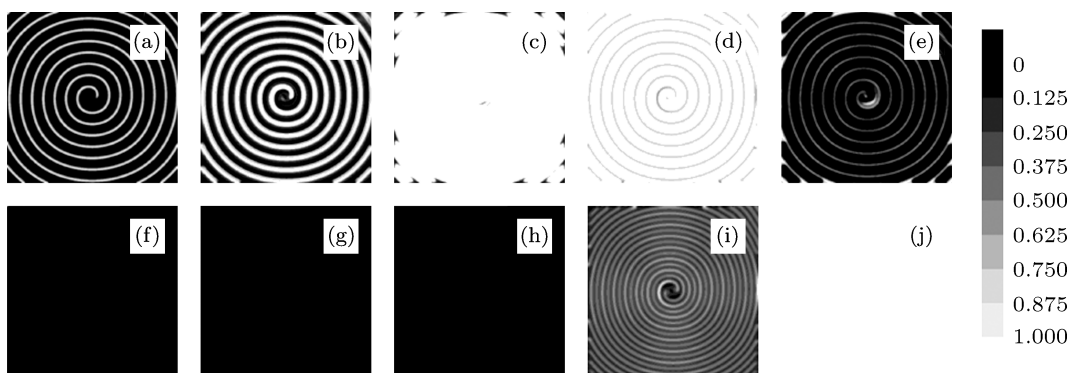


图 6 在 $\Delta\phi = \pi, c = 0.8, \tau = 170$ 情况下不同时刻的 u_1 变量斑图 (a) $t = 10.6$; (b) $t = 11.2$; (c) $t = 11.8$; (d) $t = 12.4$; (e) $t = 13.0$; (f) $t = 13.6$; (g) $t = 14.2$; (h) $t = 14.8$; (i) $t = 15.4$; (j) $t = 16.0$

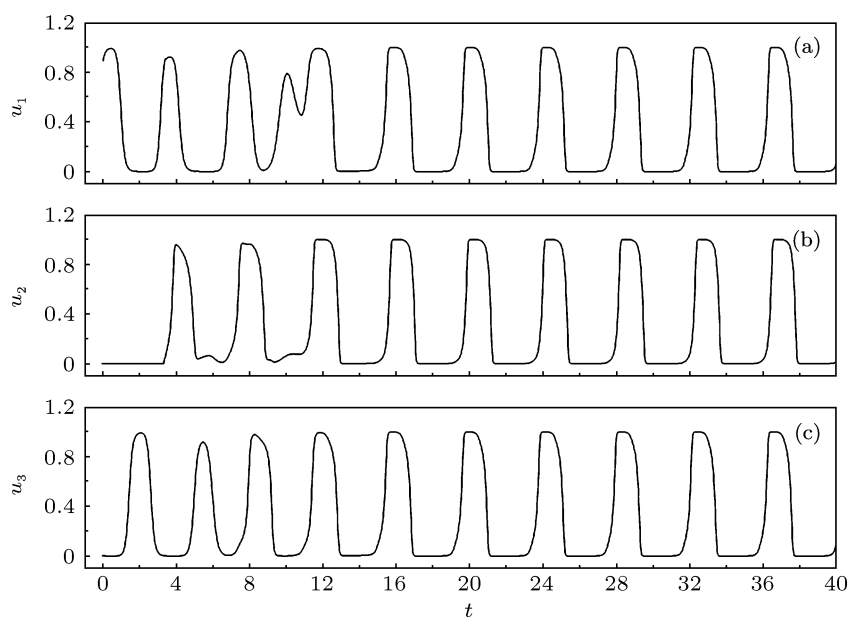


图7 在 $\Delta\phi = \pi, c = 0.8, \tau = 3.4$ 情况下空间点 (75, 75) 上 u_1, u_2 和 u_3 随时间的变化

同步的集体振荡是一种自维持振荡, 还存在另一种自维持振荡, 就是螺旋波演化为靶波或反靶波(波向靶心传播). 一般来说, 子系统 1 和 3 中的靶波是不同步的, 但斑图形状相似. 其产生过程如下: 在强的延迟耦合下, 子系统 1 或 3 的螺旋波失稳破碎, 在适当的条件下, 在螺旋波波头附近或在其他地方形成规则或不规则的靶波振源, 产生各种规则或不规则的靶波. 反靶波产生都是由于延迟耦合在介质边界附近产生了多个螺旋波或其他振源, 它们产生的波相遇后形成向介质中心传播的反靶波. 图 8 给出了在不同参数下 $u_1(u_3)$ 变量的斑图. 其中图 8(g)

和图 8(i) 为反靶波, 但只有在图 8(g) 的参数下子系统 1 和 3 的反靶波同步, 图 8(j) 是交替振荡的两个振源产生的靶波.

间接延迟耦合还会使系统出现各种时空斑图, 图 9 给出了在不同参数下 u_1 变量的斑图. 从图 9 可以看出, 延迟耦合产生波臂粗细不同的波斑图, 这种斑图既可以是有一定规则的图, 也可以是时空混沌斑图, 如图 9(d) 和图 9(i) 所示. 这将导致另一种心动过速, 因为在心脏中观察到持续性局部的电活动(好像局部纤维性颤动那样的电活动)引起的心动过速^[30].

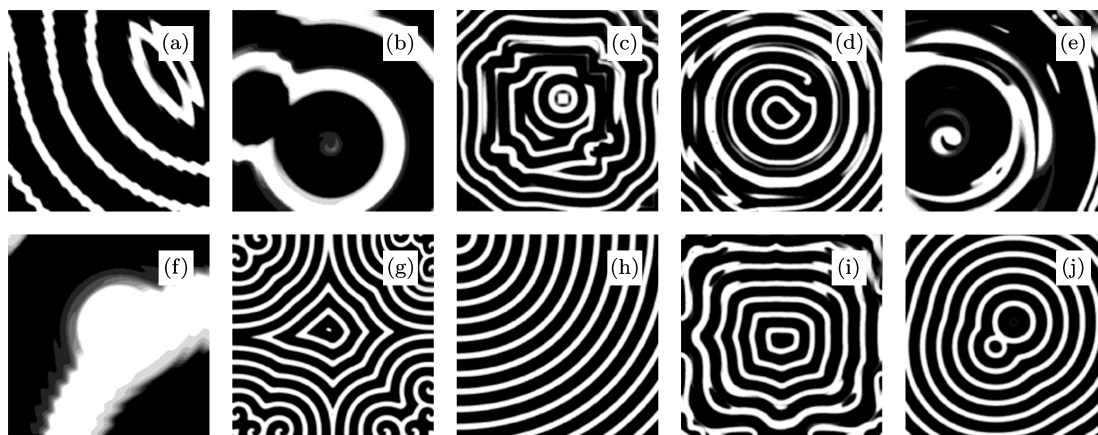


图8 在不同 $\Delta\phi, c, \tau$ 情况下形成各种 $u_1(u_3)$ 变量的靶波斑图 (a) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.4, \tau = 0.1$; (b) $\Delta\phi = \pi/4, c = 0.4, \tau = 3.4$; (c) $\Delta\phi = \pi/2, c = 1.0, \tau = 0.3$; (d) $\Delta\phi = \pi/2, c = 1.0, \tau = 3.4$; (e) $\Delta\phi = 3\pi/4, c = 0.4, \tau = 2.4$; (f) $\Delta\phi = 3\pi/4, c = 0.4, \tau = 2.8$; (g) $\Delta\phi = 3\pi/4, c = 0.8, \tau = 3.0$; (h) $\Delta\phi = 3\pi/4, c = 0.8, \tau = 3.4$; (i) $\Delta\phi = 3\pi/4, c = 0.8, \tau = 0$; (j) $\Delta\phi = \pi, c = 0.8, \tau = 0.2$; 其中 (a), (b) 和 (i) 为 u_3 变量斑图, 其余为 u_1 变量斑图

此外间接延迟耦合系统也会出现子系统演化到静息态和多螺旋波态上,在其他耦合可激发系统也观察到了这种现象(参见文献[23]).产生多螺旋波态是由于强耦合导致螺旋波波臂断裂形成多个波头的缘故.产生螺旋波态演化到静息态的原因是:耦合导致两系统的螺旋波波臂变宽,当螺旋波

的波臂宽度达到一定值后,就会在介质中形成传导障碍,使螺旋波无法传播而消失,系统回到静息态.当耦合存在延迟时,从图1可以看出,只有当延迟比较小时才会出现系统回到静息态的情况,适当增加延迟可以避免系统演化到静息态上,原因是强的延迟耦合可以使处于静息态的介质再次被激发.

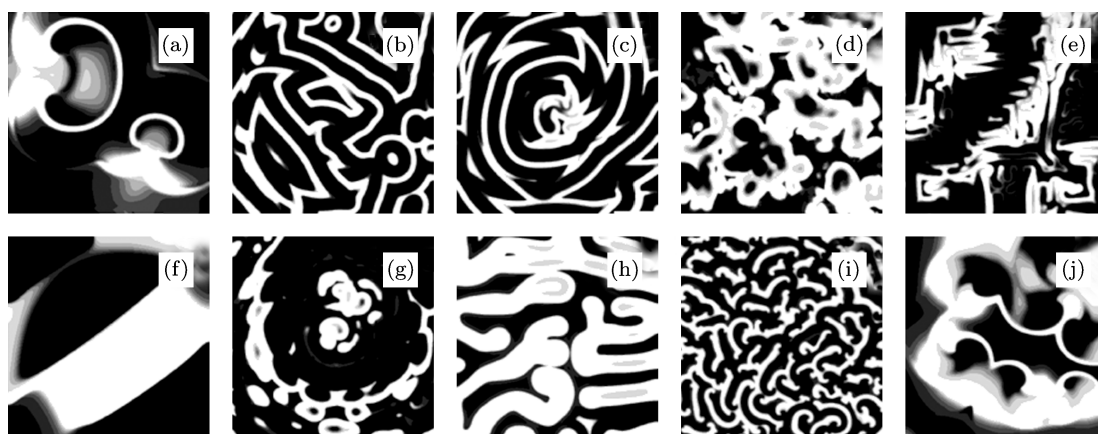


图9 在不同 $\Delta\phi$, c , τ 情况下形成各种 u_i 变量斑图 (a) $\Delta\phi = \pi/4$, $c = 1.0$, $\tau = 1.2$; (b) $\Delta\phi = \pi/2$, $c = 0.6$, $\tau = 0.1$; (c) $\Delta\phi = 3\pi/4$, $c = 0.8$, $\tau = 0.4$; (d) $\Delta\phi = 3\pi/4$, $c = 0.8$, $\tau = 1.1$; (e) $\Delta\phi = 3\pi/4$, $c = 1.0$, $\tau = 0.5$; (f) $\Delta\phi = \pi$, $c = 0.4$, $\tau = 2.7$; (g) $\Delta\phi = \pi$, $c = 0.4$, $\tau = 1.9$; (h) $\Delta\phi = \pi$, $c = 0.6$, $\tau = 1.8$; (i) $\Delta\phi = \pi$, $c = 0.8$, $\tau = 1.3$; (j) $\Delta\phi = \pi$, $c = 1.0$, $\tau = 1.4$

4 结论

本文研究了两螺旋波通过延迟间接耦合的动力学,发现延迟耦合和被动介质对耦合螺旋波演化有很大的影响,这些影响包括:适当的延迟可以促进两螺旋波同步;合适的延迟和耦合强度可产生周期2和周期3螺旋波,或者使螺旋波规则漫游;在较大耦合强度和相位差下,如果延迟时间较大,可在子系统产生同步的集体振荡;如果适当选取延迟时间,可使两子系统出现自维持的不同步靶波.这些都是延迟耦合和被动介质共同作用的结果.此外我们还在耦合系统中观察到螺旋波发生漫游和漂移、

螺旋波向时空混沌转变等现象.这些结果提示我们,如果心脏的心室壁内各层之间存在传导延迟耦合,只有在适合的延迟时间下(即可促进螺旋波同步的情况)才有利于心脏的同步舒张与收缩,不适合的延迟时间会导致螺旋波破碎,这就意味着不适合的延迟时间会干扰心脏的正常工作,特别是延迟耦合导致自维持振荡,像螺旋波一样也会产生心动过速.这可以解释文献[11]观察到的现象:婴儿在不存在心脏结构和新陈代谢异常但存在心室内传导延迟下出现心动过速现象.所以本文结果有助于人们认识心脏内的延迟传导对心脏动力学产生的影响.

- [1] Antzelevitch C 2001 *Cardiovasc. Res.* **50** 426
- [2] Petrov V S, Osipov G V, Kurths J 2010 *Phys. Rev. E* **82** 026208
- [3] Kaneko T, Nomura F, Yasuda K 2011 *J. Nanobiotechnol.* **9** 21
- [4] Haraguchi Y, Shimizu T, Yamato M, Kikuchi A, Okano T 2006 *Biomaterials* **27** 4765
- [5] Kohl P, Camelliti P, Burton F L, Smith G L 2005 *J. Electrocardiol.* **38** 45
- [6] Sachse F B, Moreno A P, Abildskov J A 2008 *Ann. Biomed. Eng.* **36** 41
- [7] Yue L X, Xie J, Nattel S 2011 *Cardiovasc. Res.* **89** 744
- [8] Miragoli M, Salvarini N, Rohr S 2007 *Circ. Res.* **101** 755
- [9] Shamim W, Francis D P, Yousufuddin M, Varney S, Pieopli M F, Anker S D, Coats A J S 1999 *Int. J. Cardiol.* **70** 171
- [10] Davidenko J M, Pertsov A V, Salomonsz R, Baxter W, Jalife J 1992 *Nature* **355** 349
- [11] Kanter R J, Pfeiffer R, Hu D, Barajas-Martinez H, Carboni M P, Antzelevitch C 2012 *Circulation* **125** 14
- [12] Biktashev V N, Holden A V 1998 *Chaos* **8** 48
- [13] Deng M Y, Tang G N, Kong L J, Liu M R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2339 (in Chinese) [邓敏艺, 唐国宁, 孔令江, 刘慕仁 2010 物理学报 **59** 2339]
- [14] Li G Z, Chen Y Q, Tang G N, Liu J X 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 020504
- [15] Yang H J, Yang J Z 2007 *Phys. Rev. E* **76** 016206

- [16] Nie H C, Gao J H, Zhan M 2011 *Phys. Rev. E* **84** 056204
- [17] Hildebrand M, Cui J X, Mihaliuk E, Wang J C, Showalter K 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026205
- [18] Qian Y, Song X Y, Shi W, Chen G Z, Xue Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4420 (in Chinese) [钱郁, 宋宣玉, 时伟, 陈光旨, 薛郁 2006 物理学报 **55** 4420]
- [19] Nie H C, Xie L L, Gao J H, Zhan M 2011 *Chaos* **21** 023107
- [20] Ma J, Tang J, Wang C N, Jia Y 2011 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **21** 587
- [21] Qian Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 088201
- [22] Gao J Z, Yang S X, Xie L L, Gao J H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 030505
- [23] Yuan G Y, Yang S P, Wang G R, Chen S G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1510 (in Chinese) [袁国勇, 杨世平, 王光瑞, 陈式刚 2005 物理学报 **54** 1510]
- [24] Wang Q Y, Perc M, Duan Z S, Chen G R 2008 *Phys. Lett. A* **372** 5681
- [25] Li G Z, Chen Y Q, Tang G N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020502 (in Chinese) [黎广钊, 陈永淇, 唐国宁 2012 物理学报 **61** 020502]
- [26] Zhou Z W, Chen X J, Tian T T, Tang G N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210506 (in Chinese) [周振玮, 陈醒基, 田涛涛, 唐国宁 2012 物理学报 **61** 210506]
- [27] Chen X J, Tian T T, Zhou Z W, Hu Y B, Tang G N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210509 (in Chinese) [陈醒基, 田涛涛, 周振玮, 胡一博, 唐国宁 2012 物理学报 **61** 210509]
- [28] Bär M, Eiswirth M 1993 *Phys. Rev. E* **48** R1635
- [29] Wang Q Y, Lu Q S 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 543
- [30] Josephson M E, Horowitz L N, Farshidi A 1978 *Circulation* **57** 659

Evolution of spiral waves in indirectly coupled excitable medium with time-delayed coupling*

Chen Xing-Ji Qiao Cheng-Gong Wang Li-Li Zhou Zhen-Wei
Tian Tao-Tao Tang Guo-Ning[†]

(College of Physical Science and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 23 January 2013; revised manuscript received 5 March 2013)

Abstract

The interaction between two spiral waves in two-layer excitable medium coupled indirectly through a passive medium and with time-delayed coupling is investigated by using the Bär model. The numerical results show that time-delayed coupling can either facilitate the synchronization of two spiral waves or lead to the transition from spiral wave to collective oscillation, different target waves, spatiotemporal chaos or rest state. Period-2 and period-3 spiral waves and the meander or drift of spiral wave are observed in the coupled excitable medium. The physical mechanism underlying these phenomena is discussed.

Keywords: spiral wave, passive medium, time-delayed coupling, synchronization

PACS: 82.40.Ck, 05.45.Xt, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.128201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11165004).

[†] Corresponding author. E-mail: tangguoning@sohu.com