

运动物体在颗粒物质中的动力学过程及最大穿透深度仿真研究*

何克晶[†] 张金成 周晓强

(华南理工大学计算机科学与工程学院, 广州 510641)

(2012年12月24日收到; 2013年3月3日收到修改稿)

利用离散元法仿真了运动物体在颗粒物质中的三维动力学过程, 仿真采用周期边界条件, 并考虑了重力、接触力、阻尼力、摩擦力的影响. 将仿真结果和相关的三维实验结果进行了对比, 两者符合较好. 仿真结果表明穿透深度与运动物体的冲击速度、运动物体质量、颗粒介质床的密度均有关系. 运动物体质量越大, 速度越快, 则穿透越深, 而且穿透深度和质量呈线性关系. 仿真过程较为真实地再现了小颗粒的飞溅现象.

关键词: 颗粒物质, 动力学过程, 仿真, 离散元法

PACS: 02.70.Ns, 05.10.-a, 45.70.-n, 81.05.Rm

DOI: 10.7498/aps.62.130204

1 引言

颗粒物质普遍存在于自然界、工业生产和日常生活中, 对自然界和生活生产起着重要的影响. 而运动物体对颗粒物质的冲击也广泛存在, 比如陨石撞击, 沙尘暴, 弹丸入射等. 冲击现象的普遍存在及重大意义, 引起了众多研究者的广泛兴趣. Ciamarra 等对运动物体在准二维颗粒床中动力学过程进行了实验研究^[1], 实验发现阻力正比于冲击初速度. Lohse 等研究了运动物体在三维颗粒床中的动力学过程^[2,3], 实验表明阻力与阻力系数及物体进入的深度相关. Khaldoun 等研究了在河流的流沙等湿颗粒体系中, 液体黏滞性的影响以及下沉深度与物体的剪切应力之间的关系^[4]. 张权义、Hou 等通过高速摄像的跟踪, 研究了重力场中球形下落物体对松散颗粒床进行撞击并进入颗粒床内的运动过程^[5,6]. 其实验表明当物体与颗粒床撞击的初始速度较小时, 物体在颗粒床中的最大穿透深度与物体质量呈近似线性关系.

冲击过程持续的时间较短, 伴随着能量的瞬间变化, 并且往往会导致被冲击介质的结构破坏或部

分结构变化. 传统的实验手段和方法难以观测到颗粒物质内部的结构变化以及各个颗粒的动力学过程. 而采用计算机仿真让研究者较为容易观测物质内部的结构变化并跟踪每个单独颗粒的动力学过程.

因为颗粒介质固有的离散性, 以及冲击时造成的大形变和结构破坏, 传统的连续介质力学模型和方法(如有限元方法)已难以应用. 在离散元方法^[7]中, 系统由许多独立的颗粒组成. 这些颗粒的运动和位移都被单独模拟. 离散元方法中各离散元是独立的, 并且用软接触的方法来建模接触行为, 符合颗粒介质的物理本质, 非常适合用于仿真颗粒物质的动力学过程^[8,9].

刘凯欣等提出了三维连结型离散模型, 并模拟了连续介质转变为非连续介质的力学过程, 其结果表明离散元方法是仿真计算连续介质向非连续介质转变的动态破坏问题的有力工具^[10]. 成名等以能量等效为原则, 构建了新的求解弹塑性轴对称问题的离散元模型, 并通过模拟钢板受冲击载荷产生层裂的过程, 证明了模型在高速冲击问题中的适用性及其有效性^[11].

* 国家自然科学基金(批准号: 61272200, 10805019)和中央高校基本科研业务费(批准号: 2012ZZ0065)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: kejinghe@ieec.org

实验方法难以观测物体在颗粒物质内部的运动状态. 为了弥补实验方法的不足, 本文利用离散元法建模仿真运动物体在颗粒物质中的动力学过程, 并详细讨论了穿透深度与运动物体的冲击速度、运动物体质量、颗粒介质床的密度的关系.

2 模型建立

在离散元方法中, 系统由许多独立的颗粒组成. 这些颗粒的运动和位移都被单独模拟. 这些颗粒只有当相互接触时才会有相互作用力. 在这个模型中, 颗粒被看成是刚性的, 并且用一个软接触的方法来模拟接触行为. 模拟的整体思路类似于分子动力学方法, 在每一迭代步中, 先假设颗粒的运动是合理的, 然后对于每个颗粒, 独立计算其位置坐标. 在位置坐标被确定之后, 再来计算颗粒所受的力, 颗粒的加速度和速度等. 在下一步中, 再使用上一步所计算出来的速度来更新颗粒的坐标. 在模拟的过程中, 颗粒的运动和颗粒所受的力之间的关系通过牛顿运动定律来描述. 与一般意义上的分子动力学方法最大的区别在于, 离散元法侧重于模拟颗粒之间的接触力. 这些力只有在颗粒相互接触时才会接触点存在 [12].

建模时, 颗粒物质被看成是一系列离散颗粒的聚集体, 它们会相互接触并且碰撞. 基于颗粒之间的法向及切向受力, 每个颗粒的运动和变形都被独立地仿真模拟 [12].

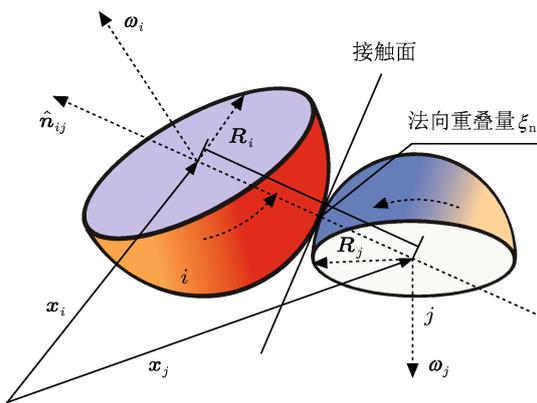


图1 用来描述颗粒碰撞的一些变量的定义

2.1 运动方程

根据牛顿第二定律, 系统中每个颗粒都可以有两种运动, 平移运动和旋转运动. 模型中考虑的作用力有法线方向上的接触力 $F_{cn,ij}$, 法线方向上的

阻尼力 $F_{dn,ij}$, 切线方向上的接触力 $F_{s,ij}$ 和重力. 这些力均能引起颗粒的平移运动. 由于 $F_{s,ij}$ 是唯一作用点不在质心的力, 因此, 只有 $F_{s,ij}$ 能导致颗粒转动. 在每个模拟时间步 Δt 内, 球形颗粒 i 的运动学方程为

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_j (F_{n,ij} + F_{s,ij}) + m_i g, \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_j (R_i \times F_{s,ij}), \quad (2)$$

$$F_{n,ij} = F_{cn,ij} + F_{dn,ij}, \quad (3)$$

其中 m_i , v_i , I_i 和 ω_i 分别是颗粒 i 的质量、速度、转动惯量和角速度, R_i 是从颗粒 i 的中心指向接触点的向量, 它的模等于颗粒的半径 (记为 R_i) [13].

当且仅当两个颗粒法线方向的重叠量 ξ_n 满足以下关系时才认为它们是相互接触的,

$$\xi_n \equiv R_i + R_j - |x_i - x_j| > 0, \quad (4)$$

其中, x_i 和 x_j 分别是颗粒 i 和 j 的空间坐标矢量.

2.2 法线方向的力学模型

本文法线方向采用迟滞阻尼接触力学模型. 在迟滞阻尼模型中, 法线方向的弹性接触力为

$$F_{cn,ij} = k_n \xi_n \hat{n}_{ij}, \quad (5)$$

其中, ξ_n 是法线方向的重叠量, k_n 是法线方向的刚度系数. \hat{n}_{ij} 是由颗粒 j 的圆心指向颗粒 i 的圆心的单位矢量 [14].

法线方向的阻尼力采用 Walton 和 Braun 于 1986 年提出来的法向阻尼模型 [15], 法向阻尼力为

$$F_{dn,ij} = -\gamma_n |F_{cn,ij}| \text{sgn}(\dot{\xi}_n), \quad (6)$$

其中, γ_n 是阻尼系数.

2.3 切线方向的力学模型

当分析法线方向的相互作用力时, 我们假设颗粒是精确的球形的. 本文采用 Cundall 和 Strack 的模型 [7] 来描述切线方向的接触力.

在 Cundall 和 Strack 的模型中, 假设当两个球体相互接触时, 有一个虚拟的弹簧被放置在接触点上面.

$$F_{s,ij} = -\min(|k_s \xi_s|, |\mu(F_{cn,ij} + F_{dn,ij})|) \times \text{sgn}(\xi_s), \quad (7)$$

其中, k_s 为切向方向的刚度系数, ξ_s 为从 t_0 时刻开始接触到 t 时刻, 虚拟弹簧的切向方向位移^[16],

$$\xi_s = \int_{t_0}^t v_s(t) dt. \quad (8)$$

3 模型参数的选取

为了与文献 [5, 6] 的实验条件尽量相符. 本文模拟了一个直径为 1.5 cm 的球型颗粒以不同速度冲击到颗粒介质中, 然后在颗粒介质中运动的动力学过程. 颗粒床为方形, 高为 25 cm, 长和宽均为 7.5 cm, 其中装满了 20.7 万颗半径为 1 mm 的单一粒径颗粒, 折合颗粒体积分数约为 61%. 为了消除容器壁边缘效应对仿真的影响, 对于容器四周采用了周期边界条件.

模拟过程分为三个阶段, 初始阶段、颗粒介质的沉淀阶段和大颗粒的冲击阶段. 在初始阶段和沉淀阶段只有小颗粒. 颗粒的初始位置需要进行特别的处理. 如果随机地指定它们的位置, 将不可避免地产生重叠. 这样将会导致堆积模拟开始后的不稳定性. 为了避免这一初始的重叠, 在初始阶段引入一个增长过程. 在初始阶段开始时, 所有的颗粒的半径被初始化为 0 mm, 目标半径为 1 mm. 这些颗粒被随机的放到上述矩形的容器中, 由重力 G 引起的加速度被设为零. 然后, 颗粒开始增长, 并开始相互接触. 这些接触被检测和处理. 当颗粒的半径达到 1 mm 时, 生长过程停止. 在沉淀阶段, 重力开始发挥作用, 颗粒在重力和颗粒间相互作用力下移动. 它们会与相邻的颗粒碰撞, 前后运动. 系统的能量会由于阻尼运动和摩擦而减少, 颗粒最终将达到稳定状态. 在冲击阶段开始的时候, 大颗粒以一定的速度垂直冲击进入颗粒床中, 因为摩擦等阻力的作用, 速度逐渐降低, 最终达到静止^[16].

在本文中, 模拟的时间步长为 5 μ s, 初始阶段的模拟步数为 2×10^4 步 (0.1 s), 沉淀阶段为 3×10^4 步 (0.15 s), 冲击阶段为 15×10^4 步 (0.75 s), 整个模拟的步数为 20×10^4 步 (1 s). 其他模拟所用的参数如表 1 所示.

表 1 冲击过程仿真所使用的参数

k_n /(N/m)	k_s /(N/m)	μ	γ_n	ρ	g /(m/s ²)
1000	1000	0.1	0.6	变量	9.8

文献 [5, 6] 中所选用的小颗粒是直径为 74—100 μ m、平均密度为 0.693 g/cm³ 的空心漂珠, 摩

擦系数未知. 该实验采用筛子从颗粒床的底部拉出, 使床中的颗粒足够松散. 实验得到的颗粒体积分数约为 54%, 颗粒床中填充了大约 1.2×10^{10} 颗漂珠. 若完全按照实验设置, 所需要模拟的颗粒数目过多, 计算量过大. 且实验得到的颗粒床相对比较松散, 内部结构未知. 在计算仿真中, 作者发现在固定大颗粒质量和冲击速度的情况下, 改变小颗粒的密度、直径以及摩擦系数均会影响穿透深度. 实验中当大颗粒质量为 11.3 g (空心球 10.9 g+ 铜丝 0.4 g), 冲击速度为 1.73 m/s 时, 得到的穿透深度为 20 cm. 计算仿真中, 当大颗粒密度为 6.394 g/cm³ (质量为 11.3 g), 冲击速度为 1.73 m/s, 小颗粒密度为 0.2 g/cm³, 摩擦系数为 0.1 时, 得到的穿透深度亦约为 20 cm, 与实验较为相符, 故在本文中固定摩擦系数为 0.1, 除第 4.3 章外固定小颗粒的密度为 0.2 g/cm³.

4 仿真结果

采取上述模型、方法和参数, 本文仿真了运动物体在颗粒物质中的动力学过程, 并成功得到了穿透深度与主要初始条件的关系.

图 2 为仿真得到的质量为 11.3 g 的大颗粒对颗粒床进行冲击的全过程. 冲击速度为 1.73 m/s, 小颗粒密度为 0.2 g/cm³. 在冲击初期, 因为撞击的相对速度较大, 且大颗粒与小颗粒的质量相差较大, 所以导致了小颗粒明显的飞溅. 计算仿真的结果较为明显地重现了小颗粒的飞溅现象.

图 3 为大颗粒的穿透深度随时间的变化关系. 图 4 为大颗粒 z 方向的速度随时间的变化关系. 从图 4 可以看出大颗粒 z 方向的速度随时间逐渐递减, 最后达到稳定状态.

4.1 物体冲击速度对穿透深度的影响

与实验类似, 本章节仿真了一个质量为 11.3 g (包含尾部细铜丝的质量) 的大颗粒以不同的初速度 u_0 撞击颗粒床后在颗粒床中的穿透深度 z 与时间 t 的关系 (如图 5 所示). 其中, 大颗粒的初始速度 u_0 分别设为 0 m/s, 0.8 m/s, 1.19 m/s, 1.49 m/s 和 1.73 m/s. 图 6 为文献 [5] 实验得到的大颗粒穿透深度随时间的变化关系. 从图 5 和图 6 证实模拟结果和实验数据趋势相同, 曲线形态非常接近.

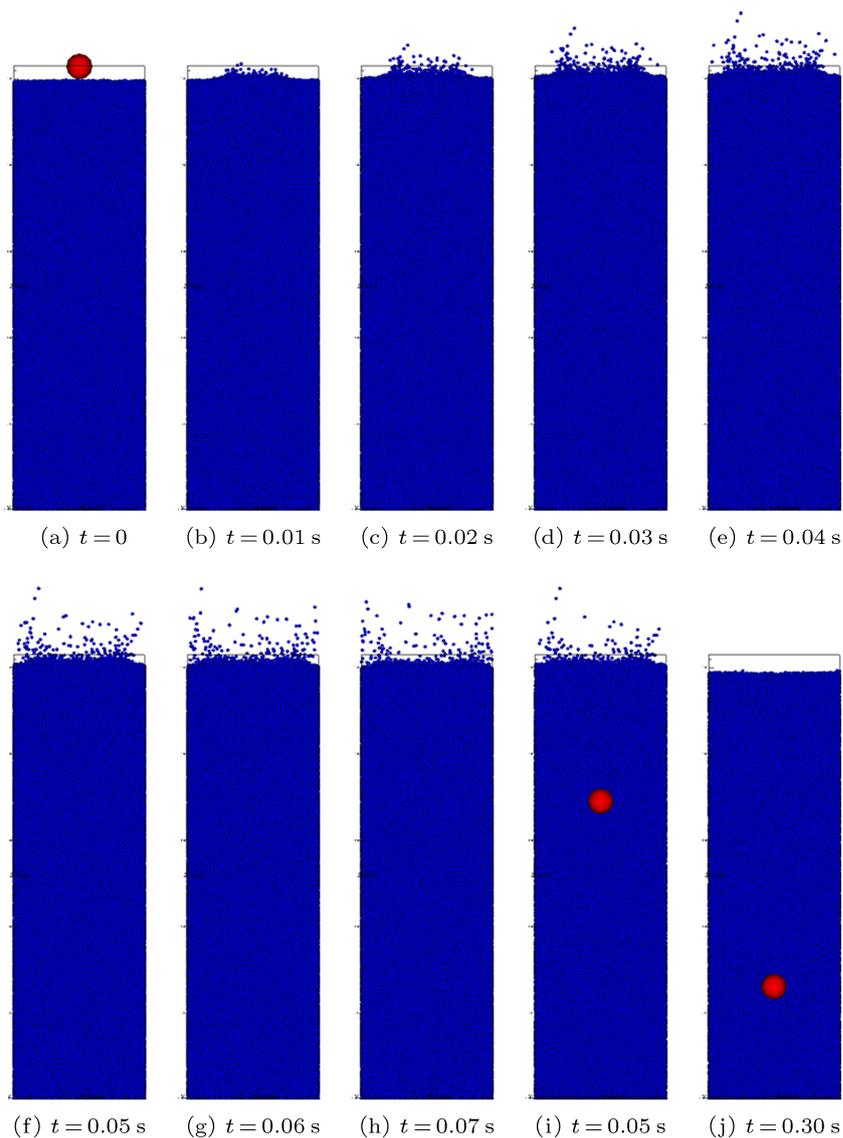


图2 大颗粒冲击颗粒床 3D 动力学过程的 +y 方向的正面视图. 为了便于观测, 可视化的时候未采用 3D 透视图. (i) 与 (j) 子图中为了便于观测大颗粒的位置, 沿 xz 平面进行了剖分, 只显示了 $y < 0$ 的后半部分小颗粒

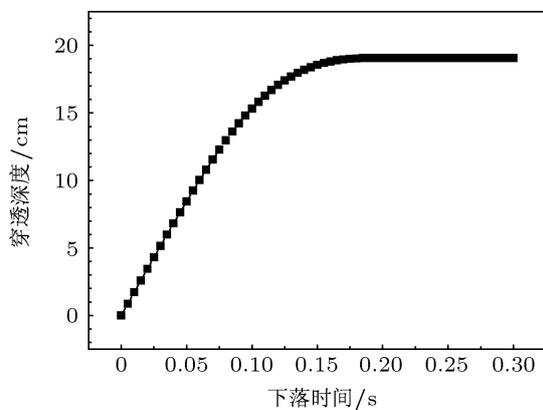


图3 穿透深度随时间的变化曲线

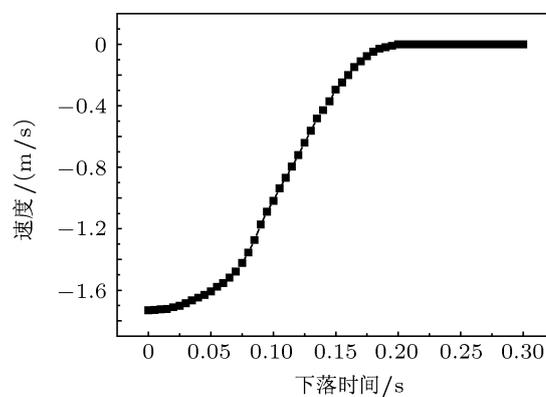


图4 大颗粒 z 方向速度随时间的变化曲线

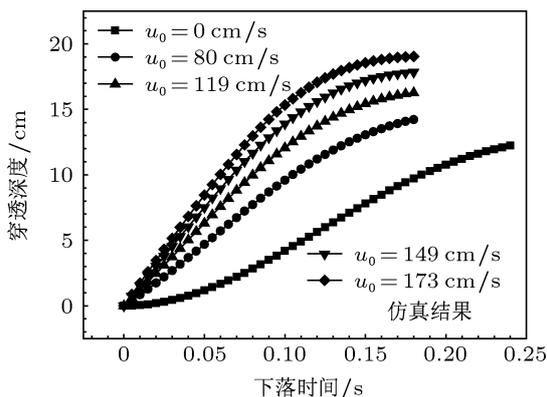


图5 在不同冲击速度下, 仿真得到的质量为 11.3 g 的大颗粒穿透深度 z 随时间 t 的变化关系

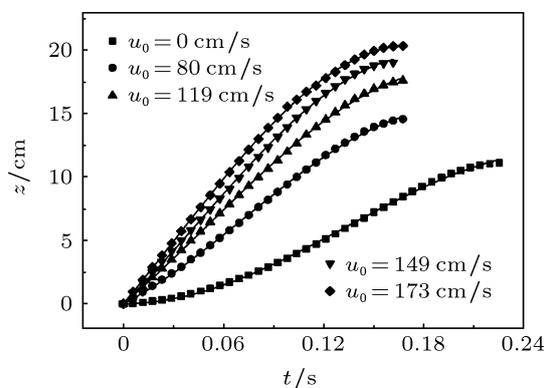


图6 实验 [5] 得到的穿透深度随时间的变化关系

图 7 是模拟得到的在不同的冲击速度情况下, 大颗粒速度 u 随时间 t 的变化关系. 图 8 是与之相对应的实验结果. 对比发现模拟结果和实验结果较为接近, 通过计算仿真的手段能较好仿真运动物体在颗粒物质中的动力学过程. 通过实验手段直接测量大颗粒速度 u 较为困难. 只能采取测量位移 z , 再利用位移 z 对时间 t 进行一次微分的方法得到速度 u . 因为位移测量的精度有限, 测量误差常常会导致得到的速度曲线欠平滑连续 (图 8). 采用计算仿真的手段则较容易观测到物体平滑运动的全过程.

4.2 大颗粒质量对穿透深度的影响

为了研究大颗粒质量对穿透深度的影响, 本文系统仿真了不同冲击速度、不同质量的大颗粒在颗粒床中的穿透深度. 仿真中将大颗粒的初始速度 u_0 分别固定为 0 m/s, 0.8 m/s, 1.19 m/s, 1.49 m/s 和 1.73 m/s, 通过改变大颗粒的质量, 得出穿透深度与大颗粒质量的关系. 将大颗粒的密度分别设置为 2.999 g/cm³, 3.565 g/cm³, 4.131 g/cm³, 4.697 g/cm³, 5.263 g/cm³, 5.829 g/cm³, 6.394 g/cm³, 对应于实

验 [5] 中大颗粒质量 (包括尾部铜丝) 分别为 5.3 g, 6.3 g, 7.3 g, 8.3 g, 9.3 g, 10.3 g, 11.3 g 的情况. 仿真结果如图 9 所示.

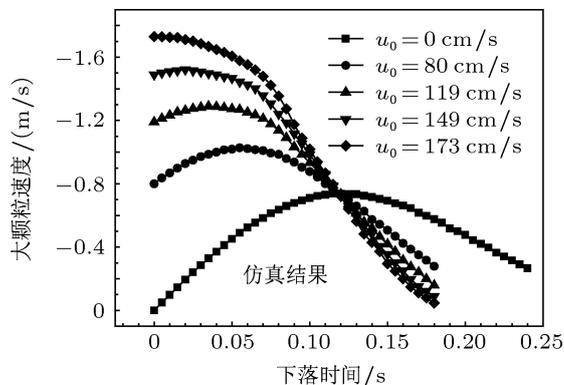


图7 在不同冲击速度下, 仿真得到的大颗粒速度随时间 t 的变化关系

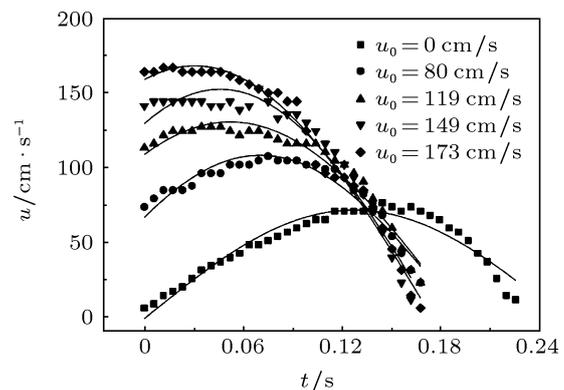


图8 实验 [5] 得到的大颗粒速度随时间的变化关系

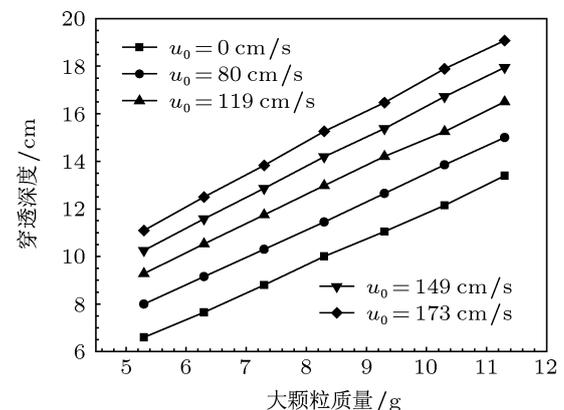


图9 不同冲击速度下, 穿透深度与大颗粒质量的关系

仿真结果表明质量越大则穿透越深, 而且穿透深度和质量呈线性关系. 仿真结果与相关的理论分析及实验结果 [2-5] 一致.

4.3 小颗粒密度对穿透深度的影响

大颗粒在颗粒床中的运动阻力(包括静压阻力、等效摩擦力等)以及碰撞的能量损失均与小颗粒的密度相关. 本文系统仿真了小颗粒密度对穿透深度的影响, 如图 10 所示. 其中第一条曲线对应于大颗粒质量和冲击速度均最大的情况, 大颗粒质量为 11.3 g, 冲击速度为 1.73 m/s. 第二条曲线对应于大颗粒质量和冲击速度均中等的情况, 大颗粒质量为 8.3 g, 冲击速度为 1.19 m/s. 小颗粒密度设置为从 0.125 g/cm³ 至 0.5 g/cm³ 不等.

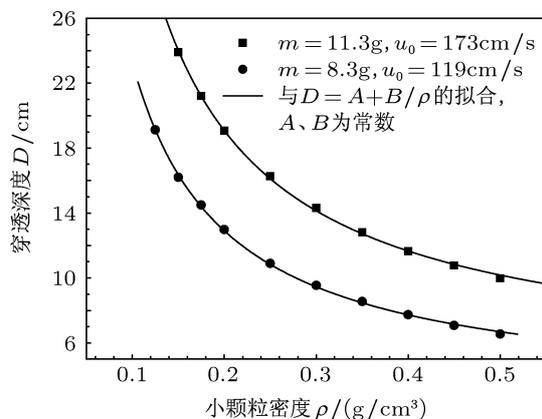


图 10 穿透深度随小颗粒质量变化的曲线图

从图中可以看出随着小颗粒密度的增大, 穿透

深度逐渐减少. 在小颗粒密度较小的区间, 穿透深度对于小颗粒密度的变化非常敏感. 而在小颗粒密度较大的区间, 穿透深度的变化较为平缓. 为了深入分析小颗粒密度对穿透深度的影响, 本文对数据进行了拟合, 实线为采用函数 $D = A + B/\rho$ 拟合后的结果, 其中 A 与 B 为常数 ($B > 0$). 拟合结果说明穿透深度 D 基本与小颗粒的密度的倒数 $1/\rho$ 成正线性关系.

5 结论

本文系统地仿真了运动物体在颗粒物质中的动力学过程, 并与相关的实验结果进行了对比. 仿真研究了穿透深度与冲击速度、大颗粒质量及小颗粒密度等关键因素的关系. 仿真较为真实地呈现了小颗粒的飞溅现象, 与现实情况较为一致. 结果表明穿透深度与大小颗粒的密度比有着直接的关系. 穿透深度与大颗粒的密度呈正线性关系, 同时与小颗粒密度的倒数亦呈线性关系. 模拟结果与相关的理论和实验结果曲线较为一致, 符合较好, 证实了本文方法在颗粒物质模拟中的适用性和正确性.

- [1] Ciamarra M P, Lara A H, Lee A T 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 194301
- [2] Lohse D, Bergmann R, Mikkelsen R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 198003
- [3] Lohse D, Rauhe R, Bergmann R 2004 *Nature* **432** 689
- [4] Khaldoun A, Eiser E, Wegdam G, Bonn D 2005 *Nature* **437** 635
- [5] Zhang Q Y, Wu Y Y, Peng Z, Liu R, Lu K Q, Hou M Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6203 (in Chinese) [张权义, 吴耀宇, 彭政, 刘锐, 陆坤权, 厚美瑛 2006 物理学报 **55** 6203]
- [6] Hou M, Peng Z, Liu R, Lu K 2005 *Phys. Rev. E* **72** 062301
- [7] Cundall P, Stracak O 1979 *Geotechnique* **29** 47
- [8] Xu Y, Sun Q C, Zhang L 2003 *Advances in Mechanics* **33** 251 (in Chinese) [徐泳, 孙其诚, 张凌 2003 力学进展 **33** 251]
- [9] Li Y Y, Xia W, Zhou Z Y, He K J, Zhong W Z, Wu Y B 2010 *Chin. Phys. B* **19** 024601
- [10] Liu K X, Gao L T 2004 *Acta Mech. Solida Sin.* **25** 181 (in Chinese) [刘凯欣, 高凌天 2004 固体力学学报 **25** 181]
- [11] Cheng M, Liu W P, Liu K X 2009 *Chinese Journal of Computational Mechanics* **26** 591 (in Chinese) [成名, 刘维甫, 刘凯欣 2009 **26** 591]
- [12] He K J 2007 *Ph. D. Dissertation* (Guangzhou: South China University of Technology) (in Chinese) [何克晶 2007 博士学位论文 (广州: 华南理工大学)]
- [13] Zhong W Z, He K J, Zhou Z Y, Xia W, Li Y Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** S21 (in Chinese) [钟文镇, 何克晶, 周照耀, 夏伟, 李元元 2009 物理学报 **58** S21]
- [14] Zhong W Z, He K J, Zhou Z Y, Xia W, Li Y Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5155 (in Chinese) [钟文镇, 何克晶, 周照耀, 夏伟, 李元元 2009 物理学报 **58** 5155]
- [15] Walton O R, Braun R L 1986 *Journal of Rheology* **30** 949
- [16] He K J, Dong S B, Zhou Z Y 2007 *Phys. Rev. E* **75** 036710

Simulation of the projectile dynamics in granular media*

He Ke-Jing[†] Zhang Jin-Cheng Zhou Xiao-Qiang

(School of Computer Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

(Received 24 December 2012; revised manuscript received 3 March 2013)

Abstract

The three-dimensional (3D) dynamics of a projectile in granular media is simulated using DEM (discrete element method). Periodic boundary conditions are adopted, and the effects of gravity, contact forces, damping and friction are taken into account. The 3D simulation results fit the experiment results very well. Simulation results show that the heavier the projectile, the deeper the penetration depth. The impact depth grows linearly when the projectile quality increases. And when the density of granular media decreases, the penetration depth also increases. Splash of granular particles is also observed in the impact simulation.

Keywords: granular media, dynamics, simulation, discrete element method

PACS: 02.70.Ns, 05.10.-a, 45.70.-n, 81.05.Rm

DOI: 10.7498/aps.62.130204

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61272200, 10805019), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, SCUT (Grant No. 2012ZZ0065).

[†] Corresponding author. E-mail: kejinghe@iecc.org