

## Hagena 团簇尺度定律中锥形喷嘴的等效孔径\*

陈光龙<sup>1)†</sup> 徐红霞<sup>1)</sup> 任莉<sup>1)</sup> 汪丽莉<sup>1)</sup> 曹云玖<sup>1)</sup> 张修丽<sup>1)</sup>  
平云霞<sup>1)</sup> Dong Eon Kim<sup>2)3)</sup>

1) (上海工程技术大学基础教学学院, 上海 201620)

2) (Department of Physics & Center for Attosecond Science and Technology (CASTECH), Pohang University of Science and Technology (POTTECH), Pohang, Kyungbuk 790-784, Korea)

3) (Max Planck Center for Attosecond Science, Pohang, Kyungbuk 790-784, Korea)

(2013年2月2日收到; 2013年3月24日收到修改稿)

本文首先详细重演了锥形喷嘴的等效孔径  $d_{eq}$ , 并根据  $d_{eq}$  的定义给出了它与气体团簇喷流的径向宽度之间的依赖关系. 然后以高背压氩气团簇喷流为例, 通过成像喷流的 Rayleigh 散射光的空间分布研究了不同背压下喷流的径向宽度, 并与 Hagena 团簇尺度定律中直线流模型假设的喷流径向宽度进行了比较. 结果表明, Hagena 直线流模型假设的喷流径向宽度小于实际的径向宽度, 且实际宽度与气体背压有关. 进一步的研究表明, 直线流模型对喷流宽度的估计偏差导致对锥形喷嘴等效孔径的估计偏差, 这为 Hagena 尺度定律估计团簇平均尺寸的偏差给出了一种可能的解释.

**关键词:** 气体团簇, Hagena 尺寸定律, 锥形喷嘴的等效孔径

**PACS:** 36.40.-c, 47.40.Ki

**DOI:** 10.7498/aps.62.133601

## 1 引言

高背压气体经小孔向真空绝热膨胀过程中, 气体分子由于热运动转化为定向运动而冷凝成团从而形成气体团簇喷流. 宏观上气体团簇喷流具有气体密度, 但对团簇个体而言又具有固体(或液体)密度. 这使得气体团簇与强激光的相互作用研究对揭示激光与物质相互作用机理研究有重要作用. 近年来, 激光与气体团簇相互作用研究一直受到研究者的重视, 如高能电子<sup>[1]</sup>、高能离子<sup>[2]</sup>、X射线<sup>[3]</sup>的产生, 台式激光核聚变<sup>[4,5]</sup>、激光加速<sup>[6]</sup>、等离子体波导的产生<sup>[7-9]</sup>等. 由于气体团簇尺寸信息对激光与气体团簇相互作用研究实验结果的解释至关重要, 近年来针对团簇源的研究开展了一系列研究工作<sup>[10-21]</sup>. 目前大部分实验小组都采用 Hagena 团簇尺度定律估算团簇喷流中团

簇平均尺寸  $N_c$  (组成单个团簇的平均原子数目), 即  $N_c \propto (\Gamma^*)^{2.35}$ <sup>[10,11]</sup>. 这里  $\Gamma^*$  称为 Hagena 经验参量, 可以表示为  $Kd_{eq}^{0.85}P_0/T_0^{2.29}$ , 其中  $K$  是与气体种类有关的冷凝常数,  $T_0$ ,  $P_0$  分别为气体源的初始温度 (K) 和压强, 即气体背压 (mbar, 1 bar =  $10^5$  Pa),  $d_{eq}$  为锥形喷嘴的等效孔径. 对单原子气体而言,  $d_{eq} = 0.74d/\tan\alpha$  ( $d$  和  $\alpha$  分别为锥形喷嘴的喉口直径和半张角, 如图 1(a) 所示). 因此小张角的锥形喷嘴对应了较大的等效孔径  $d_{eq}$ . 根据 Hagena 团簇尺度定律, 高背压和小张角锥形喷嘴的使用可以获得较大的团簇平均尺寸, 因此激光与团簇相互作用研究中高背压条件和小张角的锥形喷嘴广泛使用. 但随着这种条件下气体团簇源研究工作的进一步开展, 研究表明高背压和小张角锥形喷嘴的情况下团簇尺寸与尺度定律预期的结果存在一定的偏差<sup>[17-19]</sup>. 因此弄清产生偏差的原因对团簇平均尺寸的正确估计具有一定的意义. 本文首先重新推演

\* 上海市科学技术委员会 (批准号: 11ZR1414500) 和上海市教委科技创新项目 (批准号: 11YZ216) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: chenguanglong71@yahoo.com.cn

了 Hagen 团簇尺度定律中的理想锥形喷嘴的等效孔径, 找到了  $d_{eq}$  和气体团簇喷流的径向宽度的关系. 然后实验测量不同气体背压下团簇喷流的径向尺寸. 研究发现由于 Hagen 团簇尺度定律中采用了直线流模型, 从而低估了团簇喷流的径向尺寸. 而喷流径向尺寸的低估使得团簇喷流中原子密度估算偏高, 从而导致该模型过高估计了锥形喷嘴的等效孔径, 而引起团簇平均尺寸的高估.

## 2 锥形喷嘴的理想等效孔径

对高背压气体通过声速喷嘴向真空自由膨胀形成的稳态喷流 (如图 1(b)), 利用一维近似下定常流气体动力学方程 (即连续性方程, 动量方程和能量方程) 和理想气体状态方程可以描述其热力学参量沿喷流方向的分布. 若设高背压气体源的温度和质量密度分别为  $T_0$  和  $\rho_0$ , 则对应自由膨胀形成的喷流, 其流速  $v$  和质量密度  $\rho$  可分别表示为 [11-13]

$$v = Ma \sqrt{\gamma \frac{kT_0}{m} \left/ \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right) \right.}, \quad (1)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)^{-1/(\gamma-1)}, \quad (2)$$

其中  $m$ ,  $\gamma$ ,  $Ma$  和  $k$  分别为气体原子质量、比热比、喷流的马赫数和玻尔兹曼常数. 因此喷流可达到的最大流速 (设  $Ma$  足够大时的极限) 可表示为

$$v_{\max} = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{kT_0}{m}} = v_0 \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (3)$$

其中  $v_0 = \sqrt{\frac{2kT_0}{m}}$  是高背压气体源室中气体分子的最可几速率. 考虑到喷嘴喉口处的马赫数  $Ma = 1$  [12,13], 利用 (1) 和 (2) 式可得到喷嘴喉口处对应的气体流速  $v^*$  和气体质量密度  $\rho^*$  可表示为

$$v^* = \sqrt{\gamma \frac{kT_0}{m} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)} = v_0 \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+1}}, \quad (4)$$

$$\rho^* = \rho_0 \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{-1/(\gamma-1)}, \quad (5)$$

因为气体分子数密度  $n$  和质量密度  $\rho$  的关系为  $n = \rho/m$ , 所以喷嘴喉口处分子数密度为

$$n^* = n_0 \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{-1/(\gamma-1)}, \quad (6)$$

其中  $n_0$  为高背压气体源中的分子数密度 ( $n_0 = \rho_0/m$ ).

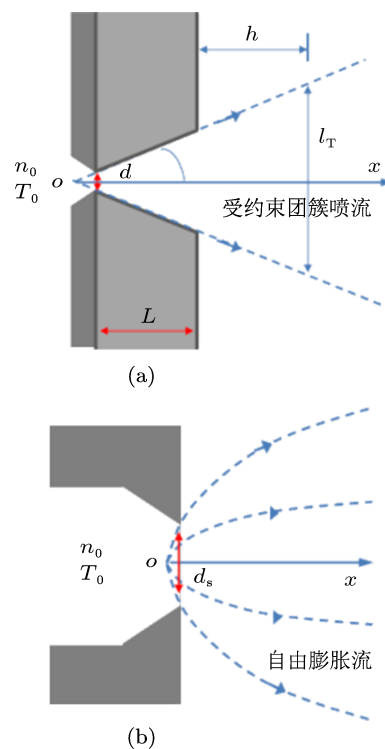


图 1 团簇喷流示意图 (a) 为锥形喷嘴; (b) 为声速喷嘴

当距离喷嘴喉口的位移  $x$  大于几倍喷嘴喉径  $d_s$  情况下, 喷流的马赫数可近似地表示为  $Ma = 3.26(x/d_s)^{(\gamma-1)}$  [11,13], 此时  $Ma$  远大于 1. 那么 (2) 式可简化为  $\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right)^{-1/(\gamma-1)}$ , 则单原子气体 ( $\gamma = 5/3$ ) 形成的喷流中原子数密度随距离  $x$  的变化可表示为

$$\frac{n}{n_0} = 0.15(x/d_s)^{-2}. \quad (7)$$

这就是文献 [11] 关于自由喷流中原子数密度的结果.

与自由喷流不同, 对高背压气体通过锥形喷嘴向真空膨胀形成的稳态喷流, 是受约束膨胀. 对受约束喷流在喷嘴出口外的喷流的流速可认为已达到自由喷流的最大流速度  $v_{\max}$  [11]. 因此对锥形喷嘴形成的超声喷流, 在喷流的某一截面上其相关的物理量与喷嘴喉口处的对应物理量之间的关系可由质量守恒得到, 即

$$n^* v^* A^* = n v_{\max} A_T, \quad (8)$$

其中  $n^*$ ,  $v^*$  和  $A^*$  分别是锥形喷嘴喉口处的分子数密度、气体流速和横截面积, 而  $n$ ,  $v_{\max}$  和  $A_T$  分别是喷流中距离喷嘴喉口  $x$  处的对应物理量. 这里  $A^* = \pi d^2/4$  ( $d$  是锥形喷嘴喉径大小), 而  $A_T = \pi l_T^2/4$  ( $l_T$  是轴对称气体喷流横截面的直径, 即理想的团

簇喷流的径向尺寸). 利用 (3), (4) 和 (6) 式, 可得到这种受约束喷流中的气体原子数密度满足方程

$$\frac{n}{n_0} = \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{A^*}{A_T}}, \quad (9)$$

根据 Hagen 尺度定律中处理锥形喷嘴形成的喷流时采用的直线流模型假设 (如图 1(a) 所示)<sup>[11]</sup>, 喷流的张角与锥形喷嘴的张角一致. 则有  $A_T = \pi l_T^2/4 = \pi(x \tan \alpha)^2$ , 所以可以得到

$$\frac{A_T}{A^*} = 4 \left( \frac{x}{d/\tan \alpha} \right)^2. \quad (10)$$

把 (10) 式代入到 (9) 式, 即可得到通过锥形喷嘴形成的气体喷流中距离喷嘴喉径  $x$  处的原子数密度. 对单原子气体 ( $\gamma = 5/3$ ) 来说

$$\frac{n}{n_0} = 0.15 \left( \frac{x}{0.74d/\tan \alpha} \right)^{-2}. \quad (11)$$

比较等 (11) 和 (7) 式, 可以看出相同的气体源条件下, 对单原子气体 (如 Ar), 使用喉径为  $d$ , 半张角为  $\alpha$  的锥形喷嘴产生的喷流中, 其喷流  $x$  处截面上具有的原子密度相当于利用喉径为  $d_s = 0.74d/\tan \alpha$  的声速喷嘴产生的自由喷流在同样  $x$  处截面上产生的原子密度. 对单原子气体来说,  $0.74d/\tan \alpha$  就是 Hagen 团簇尺度定律中的锥形喷嘴的理想等效孔径  $d_{eq}$ <sup>[10,11]</sup>. 若锥形喷嘴的半张角使得  $\tan \alpha < 0.74$  (相当于  $\alpha < 36^\circ$ ), 则对相等喉径的声速喷嘴和锥形喷嘴而言, 锥形喷嘴产生的喷流具有较高的原子数密度.

显然, 从上面推导过程可以看出, 锥形喷嘴的等效孔径的定义与团簇喷流的径向尺寸  $l_T$  的大小紧密相关, 实际就是与喷流中原子数密度紧密相关. 直线流模型正是假设了喷流沿喷嘴边缘直线传播, 喷流的张角与喷嘴张角一致, 才给出了锥形喷嘴的等效孔径为  $0.74d/\tan \alpha$ . 若喷流的实际径向尺寸  $l^e$  不满足直线流假设, 即  $l^e$  和  $l_T$  存在一定偏差 (可假设为  $l^e = \eta l_T$ ,  $\eta$  为比例系数), 那么实际横截面积  $A = \pi l^e/4 = \pi(\eta x \tan \alpha)^2 = \eta^2 A_T$ , 则由 (10) 和 (11) 式可得锥形喷嘴实际等效孔径  $d_{eq}^e$  满足

$$d_{eq}^e = d_{eq} \eta^{-1} = d_{eq} \left( \frac{l_T}{l^e} \right). \quad (12)$$

此种情况下若利用理想等效孔径估计团簇平均尺寸, 必然存在偏差. 本文以下内容将从实验的角度测量团簇喷流的径向尺寸  $l^e$ , 从而分析 Hagen 团簇尺度定律可能产生的偏差.

## 3 实验系统及测量结果

### 3.1 实验系统

实验装置如图 2 所示. 高背压氩气通过脉冲气阀 (Parker series 99) 经锥形喷嘴 (喉径  $d = 0.5$  mm, 喷嘴长度 5 mm, 喷嘴出口直径 3 mm, 其对应的半张角  $\alpha = 14^\circ$ ) 向真空膨胀形成团簇气体喷流. 真空背景气压由涡轮分子泵和机械泵保持在  $10^{-5}$  Torr (1 Torr =  $1.33322 \times 10^5$  Pa). 脉冲气阀的驱动电脉冲的时间宽度设定为 3 ms, 保证了稳态团簇气体喷流的形成. 氩气激光器 (Uniphase 1125, 波长 632.8 nm, 输出功率 10 mW) 输出的激光束经透镜 (焦距  $f = 20$  cm) 聚焦于团簇气体喷流中心且距离喷嘴出口约为 2.5 mm 处. 团簇气体喷流产生的  $90^\circ$  散射光由安装在与团簇喷流、激光束相互垂直的方向上 (即图 2 中的  $y$  轴方向) 的光电倍增管 PMT 和 CCD 成像系统探测. 其中 CCD 成像由计算机处理, PMT 输出信号由示波器 (Tektronix TDS5104) 记录. 根据示波器输出瑞利散射光强随时间的变化, 监测是否形成稳态的团簇气体喷流, 同时根据瑞利散射光强随气压的变化判断气体喷流中团簇的形成. 记录团簇气体喷流的散射光强沿激光传输方向 (即图 2 中的  $z$  轴方向) 空间分布的 CCD 图像用于分析团簇气体喷流的径向尺寸大小. 实验中激光束聚焦在喷流中的位置可由步进电机精确控制喷嘴位置来优化. 本实验通过测量不同背压下团簇气体喷流的散射光成像, 分析团簇气体喷流的径向宽度  $l^e$  的变化, 并与 Hagen 原理中喷流的直线流模型中理想的喷流宽度  $l_T$  进行了比较, 从而分析锥形喷嘴的等效孔径  $d_{eq}$ .

### 3.2 结果分析

图 3 给出了 PMT 探测到的瑞利散射信号强度随气体背压的变化情况. 当气体背压为 5bar 时可探测到明显的散射光信号, 随着气体背压的增加, 散射光强度信号逐渐加强. 通过对不同背压下散射光强的拟合给出的散射信号强度  $S_{RS}$  随气压变化关系为  $S_{RS} - P_0^{-3.1}$ . 可见瑞利散射信号随气体背压非线性的增加, 由此判断团簇气体喷流的形成. 利用  $S_{RS} - P_0 N_c^{[14]}$ , 可得  $N_c \propto P_0^{2.1}$ . 若按照可观测到瑞利散射信号时的团簇尺寸  $N_c$  为 100 个原子的假设<sup>[14]</sup>, 那么 50bar 团簇平均尺寸约为 12600 个原子.

实验中,在低于 30 bar 气体背压情况下 CCD 显示的喷流散射光图像信号很弱.因此本实验只给出了 30 bar 气体背压以上的散射光图像.如图 4 分别为气体背压为 30 bar 和 50 bar 时散射光的 CCD 记录的典型图像.图中横坐标  $Z$  表示的是沿激光传输方向的尺度,坐标原点对应了激光焦点处.从图 4 可清楚看出,高背压 (50 bar) 时的散射光强和散射光沿  $Z$  方向上的长度比低背压 (30 bar) 时大.因为气体喷流的散射光光强与喷流中气体原子数密度和团簇平均尺寸有关,因此散射光光强显示了气体喷流中原子密度和团簇尺寸信息.从喷流散射光图像的长度可以清楚反映团簇喷流的沿激光传输方向,即图 4 中  $Z$  轴方向的空间径向分布宽度.对锥形喷嘴而言,形成的气体喷流具有轴对称性,因此散射光图像的分布宽度相当于喷流径向横截面的直径大小.由图 4 可以看出团簇喷流空间分布宽度在高背压时较大.

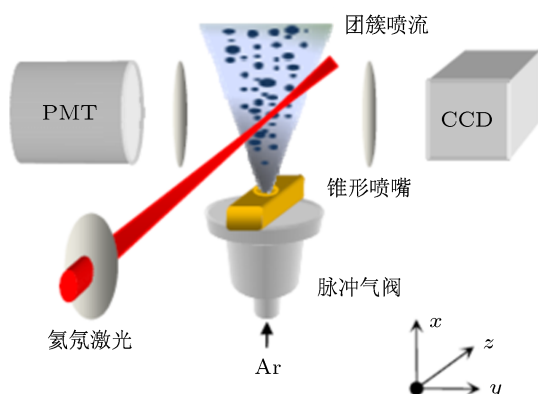


图 2 实验装置示意图 (图中所示相互垂直的  $x, y, z$  方向分别为团簇喷流的方向、散射光探测方向和氦氖激光束传输方向)

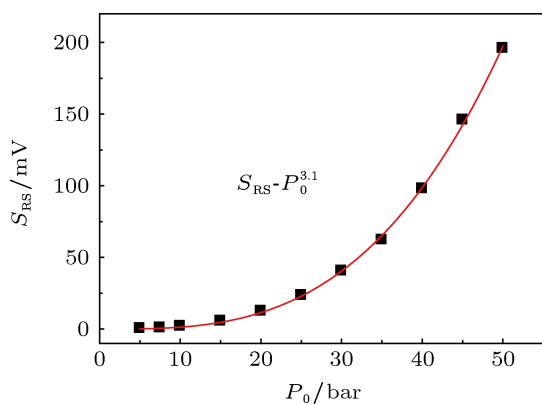


图 3 团簇喷流的瑞利散射信号随气体背压的变化

为定量地比较不同背压下喷流径向的空间分布宽度,本文分析了散射光图像对应的强度分布曲

线.图 5(a) 给出了不同气体背压下散射光强度沿光传输方向的强度分布.该分布曲线由 6 个 CCD 记录的散射图像平均后得到的强度分布.可以明显看出散射光反映的团簇喷流宽度随气压的变化,这与文献 [15] 记录结果是一致的.若按照光强分布曲线的半高线宽来定义喷流的空间分布径向宽度 (考虑到分布曲线的噪声,曲线需先经过相邻 50 个数据点平均光滑后再归一化而得到半高线宽),则从 30 bar 到 50 bar 对应的宽度分别为 3.50 mm, 3.62 mm, 3.77 mm, 3.81 mm 和 3.79 mm,变化情况如图 5(b) 所示.显然喷流径向宽度随着气体背压的增加而增加.为了直观比较 30 bar 和 50 bar 时径向宽度,图 5(c) 给出了这两种气体背压下经光滑、归一化后的强度分布曲线.从图 5(c) 中可以看出它们之间径向宽度存在一定的差别.虽然这 0.29 mm 的径向宽度差别并不是很大,但是它们之间对应的团簇喷流的径向横截面积之比 (即径向宽度之比的平方) 却约为 1.2.并且根据喷流径向宽度随气体背压的变化趋势 (图 5(b)),不难预期低于 30 bar 时的径向宽度将会更小.因此这将对不同背压下喷流中原子密度的估算产生较大的影响.气体喷流径向宽度随气体背压的变化可以这样理解:喷流在真空中向前膨胀过程中,喷流中存在的径向压强梯度会引起喷流的径向膨胀.当气体背压增加时,喷流中径向压强梯度随之增加,因而会引起喷流径向膨胀趋势增强,从而导致喷流径向宽度有随气体背压增加的趋势.

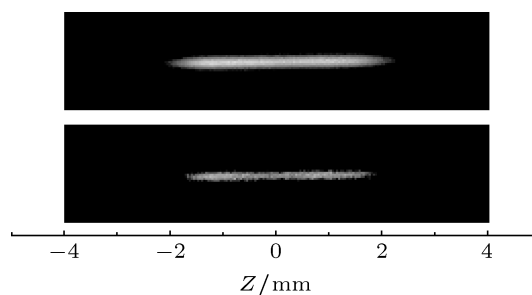


图 4 CCD 记录的团簇喷流散射光的图像 (上部分图片对应的气体背压为 50 bar,下部分图片对应的气体背压为 30 bar.为了更清楚显示散射光成像,图片经过“自动调整色彩”方式进行了亮度处理)

按照 Hagen 尺寸原理中直线流模型假设,对本实验使用的锥形喷嘴 (喉径  $d = 0.5$  mm,喷嘴长度 5 mm,喷嘴出口直径 3 mm,其对应的半张角  $\alpha = 14^\circ$ ) 而言,在喷嘴出口 2.5 mm 处,团簇喷流的径向宽度约为 4.3 mm,且这一径向宽度不会随气体

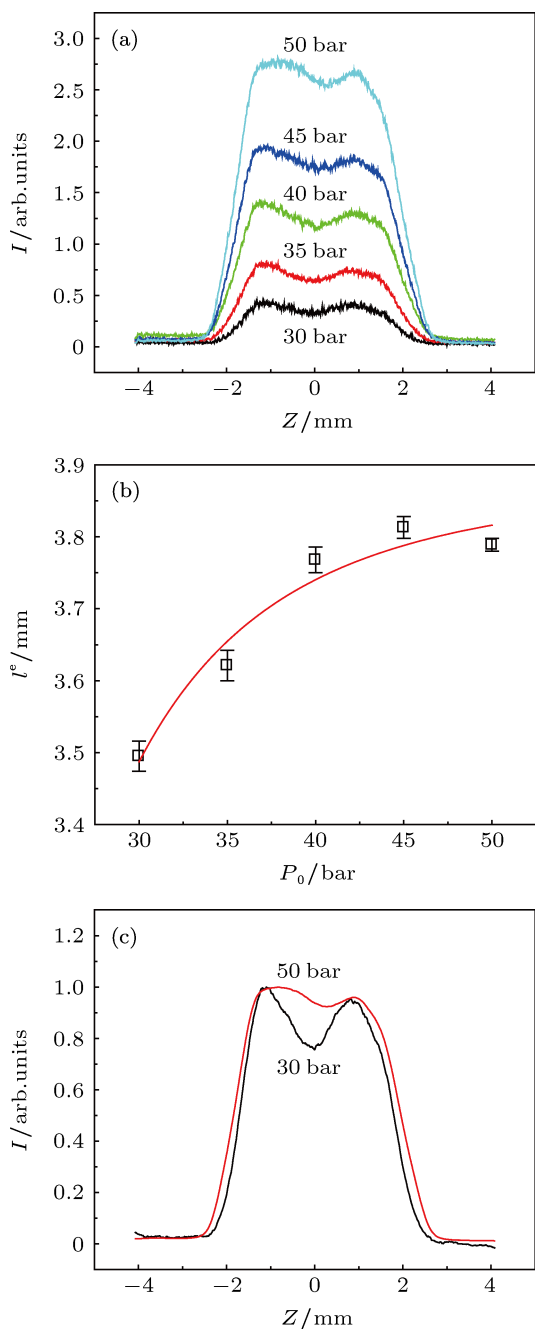


图5 (a) 不同气体背压下沿激光束传输方向上的散射光强度分布; (b) 团簇喷流的径向宽度随气体背压的变化情况; (c) 气体背压为 30 bar 和 50 bar 时的光滑归一化散射光强度分布曲线比较

背压的变化而变化. 如果按照这一喷流宽度来计算, 这一宽度相当于 50 bar 时喷流散射最大光强 27% 时对应的喷流宽度. 也就是说实际喷流径向宽度  $l^e$  大于直线流模型假设的喷流径向宽度  $l_T$ , 即直

线流模型低估了实际喷流宽度  $l^e$ , 也就低估了喷流的横截面积  $A_T$ . 根据 (9), (10) 和 (11) 式可知,  $A_T$  的低估会导致喷流中原子数密度  $n$  的过高估计, 因而使得直线流模型得出的锥形喷嘴的等效孔径  $d_{eq}$  估计偏大. 那么根据 Hagena 尺度定律, 等效孔径  $d_{eq}$  估计偏大将导致喷流中团簇平均尺寸估计偏高. 为了更进一步定量说明团簇平均尺寸的估计偏差, 可以按照文献 [19] 给出的喷流宽度的定义 (按照散射光最大光强的 3% 定义喷流宽度) 来具体说明. 根据图 5 中 50 bar 时散射光强的分布, 计算得到喷流的径向尺寸  $l^e$  约为 5.1 mm, 而直线流模型给出的喷流径向尺寸  $l_T = 4.3$  mm, 则比值  $\eta = l^e/l_T = 1.2$ . 利用 (12) 式, 对应的锥形喷嘴的实际等效孔径  $d_{eq}^e$  和理想等效孔径  $d_{eq}$  之比可表示为  $d_{eq}^e/d_{eq} = 1.2^{-1}$ . 根据 Hagena 尺度定律, 对应的团簇尺寸之比可表示为  $N_c^e = N_c \eta^{-1.8} = N_c/1.4$ . 若按照前面瑞利散射给出的 50 bar 时的团簇平均尺寸, 此时实际团簇平均尺寸  $N_c^e$  大约只有 9000 个原子, 也就是实际的团簇平均尺寸并没有团簇尺度定律预期的那么大. 这一团簇尺寸偏差的产生与 Hagena 尺度定律中  $d_{eq}$  的准确性相关. 需要指出的是, 以上对团簇尺寸偏差的讨论并没有考虑到喷流中原子数密度在喷流径向上的分布非均匀性. 团簇喷流中原子数密度的径向分布情况, 特别是喷流中心的气体原子数密度是锥形喷嘴的等效孔径和团簇平均尺寸的偏差进一步讨论的基础, 这需要对团簇喷流特性诊断开展更深入的研究工作.

#### 4 结论

通过测量高背压氩气团簇喷流的瑞利散射光强度在喷流径向上的空间分布, 研究了不同气体背压下锥形喷嘴产生的团簇喷流径向尺寸. 结果表明团簇喷流的实际径向宽度大于 Hagena 尺度定律中直线流模型假设的喷流理论宽度, 并且喷流实际宽度与理论宽度的偏差与气体背压有关. 由于直线流模型对喷流径向宽度的低估使得锥形喷嘴等效孔径估计偏大. 这对团簇尺寸偏离 Hagena 尺度定律的理解具有一定的意义.

- [1] Shao Y L, Ditmire T, Tisch J W G, Springate E, Marangos J P, Hutchinson M H R 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 3343
- [2] Ditmire T, Tisch J W G, Springate E, Mason M B, Hay N, Smith R A, Marangos J, Hutchinson M H R 1997 *Nature* **386** 54
- [3] McPherson A, Thompson B D, Borisov A B, Boyer K, Rhodes C K 1994 *Nature* **370** 631
- [4] Zweiback J, Cowan T E, Hartley J H, Howell R, Wharton K B, Crane J K, Yanovsky V P, Hays G, Smith R A, Ditmire T 2002 *Phys. Plasmas* **9** 3108
- [5] Ditmire T, Zweiback J, Yanovsky V P, Cowan T E, Hays G, Wharton K B 1999 *Nature* **398** 489
- [6] Fukuda Y, Faenov A Ya, Tampo M, Pikuz T A, Nakamura T, Kando M, Hayashi Y, Yogo A, Sakaki H, Kameshima T, Pirozhkov A S, Ogura K, Mori M, Esirkepov T Zh, Koga J, Boldarev A S, Gasilov V A, Magunov A I, Yamauchi T, Kodama R, Bolton P R, Kato Y, Tajima T, Daido H, Bulanov S V 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 165002
- [7] Kumarappan V, Kim K Y, Milchberg H M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 205004
- [8] Mohamed T W, Chen G L, Kim J, Geng X T, Ahn J, Kim D E 2011 *Opt. Express* **19** 15919
- [9] Chen G L, Geng X T, Mohamed T W, Xu H X, Mi Y M, Kim J, Kim D E 2012 *Opt. Commu.* **285** 2627
- [10] Hagen O F 1992 *Rev. Sci. Instrum.* **63** 2374
- [11] Hagen O F 1981 *Surf. Sci.* **106** 101
- [12] Pauly H 2000 *Atom Molecule and cluster Beams I* (Springer-verlag Berlin Heidelberg New York) p81–85
- [13] Scoles G 1988 *Atomic and Molecular Beam Methods* (New York: Oxford University Press) p22
- [14] Smith R A, Ditmire T, Tisch J W G 1998 *Rev. Sci. Instrum.* **69** 3798
- [15] Kim K Y, Kumarappan V, Milchberg H M 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 3210
- [16] DeArmond F M, Suelzer J, Masters M F 2008 *J. Appl. Phys.* **103** 093509
- [17] Dorchiev F, Blasco F, Caillaud T, Stevefelt J, Stenz C, Boldarev A S, Gasilov, V A 2003 *Phys. Rev. A* **68** 023201
- [18] Lu H Y, Ni G Q, Li R X, Xu Z Z 2010 *J. Chem. Phys.* **132** 124303
- [19] Chen G L, Kim B, Ahn B, Kim D E 2010 *J. Appl. Phys.* **108** 064329
- [20] Fu P T, Han J F, Mou Y H, Han D, Yang C W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 053602 (in Chinese) [付鹏涛, 韩纪锋, 牟艳红, 韩丹, 杨朝文 2011 物理学报 **60** 053602]
- [21] Gao X, Wang X, Shim B, Arefiev A V, Korzekwa R, Downer M C 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 064101

# The equivalent diameter of conical nozzle in Hagen scaling laws\*

Chen Guang-Long<sup>1)†</sup> Xu Hong-Xia<sup>1)</sup> Ren Li<sup>1)</sup> Wang Li-Li<sup>1)</sup> Cao Yun-Jiu<sup>1)</sup>  
Zhang Xiu-Li<sup>1)</sup> Ping Yun-Xia<sup>1)</sup> Dong Eon Kim<sup>2)3)</sup>

1) (School of fundamental studies, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

2) (Department of Physics & Center for Attosecond Science and Technology (CASTECH), Pohang University of Science and Technology (POTTECH), Pohang, Kyungbuk 790-784, Korea)

3) (Max Planck Center for Attosecond Science, Pohang, Kyungbuk 790-784, Korea)

(Received 2 February 2013; revised manuscript received 24 March 2013)

## Abstract

The cluster size is an important parameter in the study on the interaction of intense laser pulse with cluster jet produced by the gas adiabatic expansion through a nozzle into vacuum. The Hagen scaling law is usually used to estimate the average cluster size. However, there is the deviation of average cluster size from the prediction by the scaling law in the case that the conical nozzle is used at the high gas backing pressure. In this work, firstly the equivalent diameter of conical nozzle is re-calculated in detail, and then the relation between  $d_{eq}$  and the radial dimension of the cluster jet is obtained. As an example, the images of Rayleigh scattering light by argon cluster jet at different backing pressures are recorded to investigate the dimensions of cluster jet. And then the corresponding theoretical dimensions based on the idealized straight streamline model in the scaling law are compared with the experimental dimensions. It is found that the experimental dimension is larger than the theoretical one, and is related to the gas backing pressure. This under-estimation of theoretical cluster jet dimension leads to the over-estimation of the equivalent diameter of conical nozzle which is responsible for the cluster size deviation in Hagen scaling laws.

**Keywords:** gas cluster, Hagen scaling laws, equivalent diameter of conical nozzle

**PACS:** 36.40.-c, 47.40.Ki

**DOI:** 10.7498/aps.62.133601

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 11ZR1414500), and the Innovation Program of Shanghai Municipal Education Commission, China (Grant No. 11YZ216).

† Corresponding author. E-mail: chenguanglong71@yahoo.com.cn