

精细积分法在含各向异性介质波导不连续性 问题中的应用*

杨红卫[†] 慕振峰 王震

(北京工业大学数理学院, 北京 100124)

(2012年8月31日收到; 2013年3月20日收到修改稿)

用精细积分法对含各向异性介质的波导不连续性问题进行了数值模拟与分析. 从矢量波动方程相对应的单变量变分形式出发, 推导出了含有各向异性介质波导横截面离散系数矩阵的表达式, 引入对偶变量, 在 Hamilton 体系下, 利用精细积分法求出出口刚度矩阵, 进行有限元拼装, 求解了含各向异性介质的波导不连续性问题. 算例表明了该方法的准确性和高效性. 利用本文方法还讨论了介电系数和导磁系数张量的各个分量对波导传输特性的影响.

关键词: 波导不连续性, 各向异性介质, Hamilton 体系, 精细积分法

PACS: 41.20.Jb, 03.50.De, 02.60.-x, 02.70.DH

DOI: 10.7498/aps.62.134101

1 引言

波导的不连续性是指波导中存在物质或结构的不均匀性. 当波入射到不连续波导上, 一部分波会在不均匀部分发生反射, 另一部分则继续传播. 分析波导不连续问题中波反射和透射的能量分配, 是微波器件设计中重要的一环, 具有重要的理论及实际意义^[1]. 其中, 由于各向异性介质中电磁波沿不同方向传输特性不同, 各向异性材料在微波器件中得到广泛应用, 含各向异性介质的波导问题越来越多地被人们所关注与研究^[2-4], 本文对含各向异性介质的波导不连续性问题进行了数值计算与分析.

对于波导不连续性问题的分析, 很难得到解析解, 因此, 提出了很多数值计算方法, 如有限元法 (finite element method, FEM), 时域有限差分法 (finite-difference time-domain method, FDTD), 边界元法 (boundary element method, BEM), 矩量法 (method of moments, MOM) 等. 文献 [5] 中直接使用 FEM 方法对波导不连续性问题进行了分析, 但

当截面设定在离介质块足够远的地方时, 这种方法会导致计算量的急剧增加; 文献 [6] 采用 FDTD 方法同时考虑吸收边界条件对波导的不连续性问题进行了分析; 文献 [7] 中采用 BEM 方法分析了波导的不连续性问题, 但这种方法可能会遇到区域积分的奇异性问题, 导致求解遇到困难; 文献 [8] 采用 MOM 方法对波导的不连续性问题进行了分析, 这种方法计算过程中矩阵一般较大, 特别是一些二维和三维问题的求解非常困难; 文献 [9] 利用半解析法求解了波导的不连续性问题, 其中利用了对偶棱边元以及精细积分法, 但只考虑了各向同性介质的情形, 且半解析离散后需要进一步的辛正则化.

本文在 Hamilton 体系下利用精细积分法分析求解含各向异性介质的波导不连续性问题. 首先从矢量波动方程相对应的单变量变分形式出发推导出了含有各向异性介质波导横截面离散系数矩阵的表达式, 然后引入对偶变量, 将离散后的变分原理导入 Hamilton 体系, 进而利用精细积分法求出区段混合能系数矩阵, 继而求出区段出口刚度矩阵, 最后有限元拼装并结合边界条件进行求解. 利用本文方法首先计算了含各向同性介质块的波导不连

* 国家自然科学基金 (批准号: 11172008, 10972013) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: yanghongwei@bjut.edu.cn

续问题, 并与参考文献进行了比较, 验证了此方法的正确性; 其次计算了含各向异性介质块的波导不连续问题, 并与有限元法的结果进行了比较, 用计算误差判断了其精度, 表明此方法是有效和准确的. 本文方法只需要对波导横截面进行常规有限元离散, 离散节点少, 计算量不会随着波导长度的增加而增加.

2 含各向异性介质波导的变分原理、区段电磁势能及混合能

考虑如图 1 所示介质加载波导, 中间的介质块是各向异性介质, 假定波导工作在某一频率, 并且只有主模 TE_{10} 波可以无衰减的传输. 在 S_1 和 S_2 处对波导进行截断, 并使截断面离介质块足够远, 使得由介质块激励的高次模在到达截断面前已经消失. 将波导分成三个区段, 即 S_1 面到介质块的区段、含介质块的区段和介质块到 S_2 面的区段, 图 1 中虚线框已将 3 个区段明确地分开.

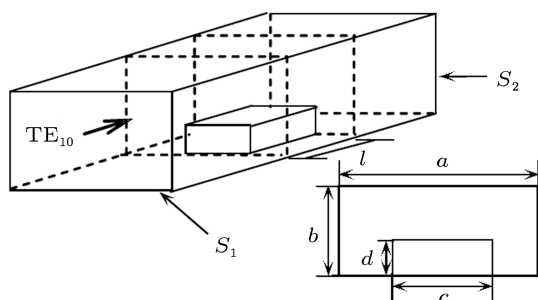


图 1 块状介质填充波导不连续性结构

假设波导的纵向沿 z 方向, 对于其中的一个区段, 设该区段的两个端面的 z 坐标分别为 z_a 和 z_b , 考虑齐次边界条件与各向异性介质, 与矢量波动方程相对应的单变量变分原理为^[5]

$$\begin{aligned} \Pi(\mathbf{E}) &= \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} \iint_{\Omega} [(\nabla \times \mathbf{E}) \cdot [\boldsymbol{\mu}]^{-1} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) \\ &\quad - k_0^2 \mathbf{E} \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}] \cdot \mathbf{E}] d\Omega dz, \\ \delta \Pi(\mathbf{E}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \mathbf{E} 表示电场强度, Π 表示泛函, k_0 表示自由空间波数, Ω 表示横截面, 对于各向异性介质, 如果相对介电系数和相对导磁系数张量是对称的, 通过坐标旋转, 我们总能将它们转换成对角张量, 即可表

示为

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{\varepsilon}] &= \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \\ [\boldsymbol{\mu}] &= \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

用 $[\boldsymbol{\varepsilon}_t]$, $[\boldsymbol{\mu}_t]$ 分别表示相对介电系数和相对导磁系数的横向张量, 即

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{\varepsilon}_t] &= \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 \\ 0 & \varepsilon_y \end{bmatrix}, \\ [\boldsymbol{\mu}_t] &= \begin{bmatrix} \mu_x & 0 \\ 0 & \mu_y \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

将变量 \mathbf{E} 拆分为横向分量 \mathbf{E}_t 和纵向分量 \mathbf{E}_z , 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{E}_t = E_x \mathbf{x} + E_y \mathbf{y}$, $\mathbf{E}_z = E_z \mathbf{z}$.

同样, 矢量算子 ∇ 拆为横向算子 ∇_t 和纵向算子 $z(\)$, 即

$$\nabla = \nabla_t + z(\), \quad (5)$$

其中 $\nabla_t = \mathbf{x}\partial/\partial x + \mathbf{y}\partial/\partial y$, $z(\) = z \frac{\partial}{\partial z}$.

将 (3) 和 (4) 式代入 (1) 式, 并考虑 (5) 式, 变分形式可以重新表示为

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} \int_{\Omega} \left[(\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot (\nabla_t \times \mathbf{E}_t) \right. \\ &\quad + \frac{1}{\mu_z} (\nabla_t \mathbf{E}_z) \cdot (\nabla_t \mathbf{E}_z) \\ &\quad + \dot{\mathbf{E}}_t \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot \dot{\mathbf{E}}_t - (\nabla_t \mathbf{E}_z) \\ &\quad \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot \dot{\mathbf{E}}_t - \dot{\mathbf{E}}_t \cdot [\boldsymbol{\mu}_t]^{-1} \cdot (\nabla_t \mathbf{E}_z) \\ &\quad \left. - k_0^2 \mathbf{E}_t \cdot [\boldsymbol{\varepsilon}_t] \cdot \mathbf{E}_t - k_0^2 \varepsilon_z \mathbf{E}_z \cdot \mathbf{E}_z \right] d\Omega dz. \end{aligned} \quad (6)$$

对横截面进行有限元离散, 其中横向电场利用矢量基插值函数进行离散, 纵向电场利用节点基插值函数进行离散, 即

$$\mathbf{E}_t = [\mathbf{N}_t^e]^T \mathbf{E}_t^e, \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_z = [N_z^e]^T E_z^e, \quad (8)$$

其中, \mathbf{N}_t^e 和 N_z^e 分别表示矢量基和节点基插值函数, \mathbf{E}_t^e 和 E_z^e 分别表示某一单元棱边上的横向电场和节点上的纵向电场, 上标 T 表示矩阵的转置.

将 (7) 和 (8) 式代入 (6) 式, 并组装单元系数矩阵得

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} [E_t^T M_1 E_t + E_z^T M_2 E_z + \dot{E}_t^T M_3 E_t - \dot{E}_t^T M_4 E_z - E_z^T M_4 \dot{E}_t] dz, \quad (9)$$

其中

$$M_1 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} \left[\frac{1}{\mu_z} [\nabla_t \times N_t^e] \cdot [\nabla_t \times N_t^e]^T - k_0^2 N_t^e \cdot [\epsilon_t] \cdot [N_t^e]^T \right] d\Omega, \quad (10)$$

$$M_2 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} [[\nabla_t N_z^e] \cdot [\mu_t]^{-1} \cdot [\nabla_t N_z^e]^T - k_0^2 \epsilon_z N_z^e \cdot [N_z^e]^T] d\Omega, \quad (11)$$

$$M_3 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} [N_t^e \cdot [\mu_t]^{-1} \cdot [N_t^e]^T] d\Omega, \quad (12)$$

$$M_4 = \sum_{e=1}^N \iint_{\Omega_e} [N_t^e \cdot [\mu_t]^{-1} \cdot [\nabla_t N_z^e]^T] d\Omega. \quad (13)$$

这里 N 表示横截面上单元的个数.

在上面的推导中, 当介电系数和导磁系数张量的各个分量相等时, 就过渡到各向同性介质的情况. (9) 式中没有 E_z 的导数项, 可以对 E_z 先行变分求解出来. 将 (9) 式对 E_z 求偏导, 求得

$$E_z = M_2^{-1} M_4^T \dot{E}_t. \quad (14)$$

把 (14) 式代入 (9) 式得到下面的变分形式:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{z_a}^{z_b} [E_t^T K_{11} E_t + \dot{E}_t^T K_{22} \dot{E}_t] dz, \quad \delta \Pi(E_t) = 0, \quad (15)$$

其中

$$K_{11} = M_1, \quad K_{12} = K_{21} = 0, \quad K_{22} = M_3 - M_4 M_2^{-1} M_4^T, \quad (16)$$

Π 又称为区段的电磁势能, 区段电磁势能应该是区段两端切向电场 E_{ta} 和 E_{tb} 的二次型函数, 即

$$\Pi(E_{ta}, E_{tb}) = E_{ta}^T K_{aa} E_{ta} / 2 + E_{tb}^T K_{ba} E_{ta} + E_{tb}^T K_{bb} E_{tb} / 2, \quad (17)$$

其中 K_{aa} , K_{ba} 和 K_{bb} 是区段的出口刚度矩阵. 求出出口刚度矩阵后就可以将各个区段的出口刚度矩阵进行组装, 进而求出总的刚度矩阵, 但是 (15) 式的积分无法直接积分求出, 因此必须寻求数值解法, 以便找出区段出口刚度矩阵 K_{aa} , K_{ba} 和 K_{bb} . 为

此, 引入对偶变量, 在 Hamilton 体系下利用精细积分方法求出出口刚度矩阵 K_{aa} , K_{ba} 和 K_{bb} . 令

$$q = E_t, \quad p = \dot{E}_t, \quad (18)$$

则变分原理 (15) 式可以写成

$$\Pi = \int_{z_a}^{z_b} [p^T \dot{q} - H(q, p)] dz, \quad \delta \Pi = 0, \quad (19)$$

其中

$$H(q, p) = p^T D p / 2 + p^T A q - q^T B q / 2, \quad (20)$$

$H(q, p)$ 即 Hamilton 函数, 也称为区段混合能密度. 其中

$$B = K_{11}, \quad A = 0, \quad D = K_{22}^{-1}. \quad (21)$$

通过对区段电磁势能的勒让德变换, 引入区段混合能 Γ , 区段混合能也是两端变量的二次型函数, 可以表示为

$$\Gamma(q_a, p_b) = -q_a^T Q q_{bma} / 2 + p_b^T F q_a + p_b^T G p_b / 2. \quad (22)$$

区段混合能系数矩阵 F , G , Q 与区段混合能密度系数矩阵 A , B 和 D 之间满足黎卡提微分方程^[10]

$$\begin{aligned} dF/d\eta &= (A - GB)F = F(A - DQ), \\ dG/d\eta &= D + AG + GA^T - GBG = FDF^T, \\ dQ/d\eta &= F^T BF = B + A^T Q + QA \\ &\quad - QDQ, \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\eta = z_a - z_b$ 为波导的区段长度.

黎卡提微分方程可由精细积分进行求解. 求出 F , G , Q 后, 再利用 F , G , Q 与 K_{aa} , K_{ba} , K_{bb} 的关系^[10], 便可以求出区段的出口刚度矩阵 K_{aa} , K_{ba} , K_{bb} . 最后, 将求出的出口刚度矩阵进行区段的有限元拼装, 并结合边界条件, 就可以求出两端的电场强度, 从而求解透射和反射系数. 下面给出黎卡提微分方程的精细积分算法.

3 黎卡提微分方程的精细积分算法

精细积分是一个高效、精确的积分算法, 其计算精度可以超过现有计算机字长所决定的精度范围, 从某种意义上说, 也就是得到了计算机上的解析解. 它的思路为将区段长度 η 再进行细分, 然后利用泰勒级数展开并执行区段合并. 详细的过程如下^[11,12]:

将积分区段 η 继续细分 2^N 段, 比如选择 $N = 20$, 则有

$$\tau = \eta/2^N, \quad 2^N = 1048576, \quad (24)$$

η 本身是一个有限长度的区段, 如此 τ 将成为一个非常小的量, 首先在小区段 τ 内对矩阵 F, G, Q 做 Taylor 级数展开

$$\begin{aligned} F(\tau) &= I + F'(\tau), \\ F'(\tau) &= \varphi_1\tau + \varphi_2\tau^2 + \varphi_3\tau^3 + \varphi_4\tau^4 + O(\tau^5), \\ G(\tau) &= \gamma_1\tau + \gamma_2\tau^2 + \gamma_3\tau^3 + \gamma_4\tau^4 + O(\tau^5), \\ Q(\tau) &= \theta_1\tau + \theta_2\tau^2 + \theta_3\tau^3 + \theta_4\tau^4 + O(\tau^5). \end{aligned} \quad (25)$$

其中 φ, γ, θ 为 Taylor 展开的系数矩阵, 其维数与 F, G, Q 矩阵相同. 将 (25) 式代入方程 (23), 通过比较 τ 的各阶幂次即可得到各系数矩阵的表达式

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= D_g, \\ \gamma_2 &= (A_g\gamma_1 + \gamma_1 A_g^T)/2, \\ \gamma_3 &= (A_g\gamma_2 + \gamma_2 A_g^T - \gamma_1 B_g\gamma_1)/3, \\ \gamma_4 &= (A_g\gamma_3 + \gamma_3 A_g^T - \gamma_2 B_g\gamma_1 - \gamma_1 B_g\gamma_2)/4; \quad (26) \\ \varphi_1 &= A_g, \\ \varphi_2 &= (A_g\varphi_1 + \gamma_1 B_g^T)/2, \\ \varphi_3 &= (A_g\varphi_2 + \gamma_2 B_g^T - \gamma_1 B_g\varphi_1)/3, \\ \varphi_4 &= (A_g\varphi_3 + \gamma_3 B_g^T - \gamma_2 B_g\varphi_1 - \gamma_1 B_g\varphi_2)/4; \quad (27) \\ \theta_1 &= B_g, \\ \theta_2 &= (\varphi_1^T B_g + B_g\varphi_1)/2, \\ \theta_3 &= (\varphi_2^T B_g + B_g\varphi_2 + \varphi_1^T B_g\varphi_1)/3, \\ \theta_4 &= (\varphi_3^T B_g + B_g\varphi_3 + \varphi_2^T B_g\varphi_1 \\ &\quad + \varphi_1^T B_g\varphi_2)/4. \end{aligned} \quad (28)$$

因为步长 τ 已是一个很小的量, 则采用 Taylor 展开时略去的高阶项 $O(\tau^5)$ 与 η 区段相应的混合能矩阵的量级相比, 已往往超出了计算机字长所决定的精度范围之外, 可以忽略不计. 关于精细积分区段细分参数的选取以及精度分析可以参考文献 [11, 12], 限于篇幅此处不再赘述.

得到 τ 区段的矩阵 F, G, Q 后即可执行由两个 τ 区段得到一个 2τ 的合并公式

$$\begin{aligned} G(2\tau) &= G(\tau) + (I + F'(\tau))(G(\tau))^{-1} \\ &\quad + Q(\tau)^{-1}(I + F'(\tau))^T, \\ F'(2\tau) &= (F'(\tau) - G(\tau)Q(\tau)/2) \\ &\quad \times (I + G(\tau)Q(\tau))^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ (I + G(\tau)Q(\tau))^{-1}(F'(\tau) \\ &- G(\tau)Q(\tau)/2) \\ &+ F'(\tau)(I + G(\tau)Q(\tau))^{-1}F'(\tau), \\ Q(2\tau) &= Q(\tau) + (I + F'(\tau))^T(Q(\tau))^{-1} \\ &+ G(\tau)^{-1}(I + F'(\tau)). \end{aligned} \quad (29)$$

将以上的区段合并过程重复执行 N 次, 积分步长由 τ 合并为初始长度 η , 即可得到区段 η 的混合能矩阵 $F(\eta), G(\eta), Q(\eta)$. 需要强调的是由于当 τ 很小时, $F(\tau)$ 趋于单位阵, 在计算过程中 $F(\tau)$ 阵的增量 $F'(\tau)$ 如果直接与单位阵相加, 就会成为尾数, 其计算精度将会在计算机舍入操作中丧失殆尽. 合理的处理方式是在计算时仅记录待求矩阵的增量 F' 而不是全量 F , 在结束循环后再令 $F = I + F'$.

4 算法验证

算例1 为验证方法的正确性, 首先作为特例分析如图 1 所示的含各向同性介质块波导的传输特性. 取与文献 [9] 相同的结构和参数, 即波导的横截面尺寸为 $a = 2b$, 介质块尺寸为 $c = 0.888b$, $d = 0.399b$, $l = 0.8b$, 介质块的相对介电系数和相对导磁系数分别为 6 和 1. 图 2 给出反射系数 S_{11} 随 k_0b 的变化曲线, 与文献 [9] 所给结果一致.

算例2 分析计算如图 1 所示的含各向异性介质块波导的反射系数. 波导的横截面尺寸为 $a = 2 \text{ cm}$, $b = 1 \text{ cm}$, 其中的介质块尺寸为 $c = 0.888 \text{ cm}$, $d = 0.399 \text{ cm}$, $l = 0.8 \text{ cm}$, 介质块的相对介电系数和相对导磁系数为

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix},$$

$$[\mu] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

三个区段的长度依次取 0.8 cm , 0.8 cm , 0.8 cm , 图 3 给出了利用本文算法的计算结果, 并与有限元算法的结果进行了比较. 其中本文算法将横截面离散为 8×4 个面单元, 共 90 个节点; 有限元法划分的体单元数分别为 384 个和 2048 个, 节点数分别为 585 个和 2601 个. 从图 3 中可以看出, 本文算法

的结果与加密网格后的有限元法计算的结果符合得很好,证明了本文算法的有效性和精确性.

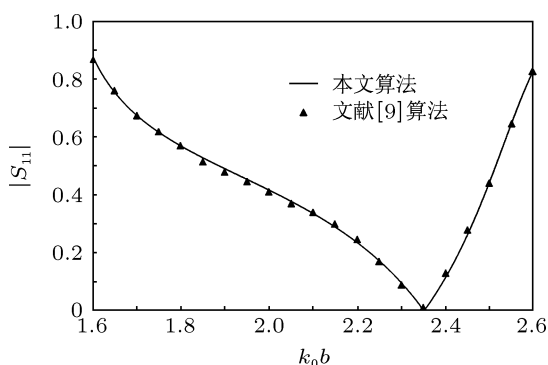


图2 反射系数 S_{11} 随 k_0b 的变化曲线

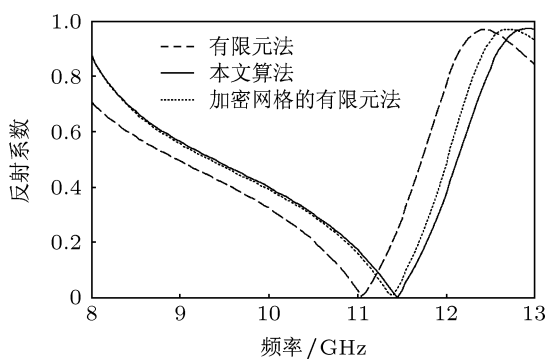


图3 反射系数随频率的变化曲线

根据能量守恒定律可知,在无损介质中,透射率与反射率之和应当等于1,即

$$\Delta = 1 - (|R|^2 + |T|^2) = 0. \quad (30)$$

(30)式是一种理想情况,在计算中由于各种误差的存在, Δ 总是一个很小的非零数值,又称为计算误差. Δ 的值可以检验算法的精度,即 Δ 越小,则精度就越高.图4给出了频率为10 GHz时 Δ 随截面到介质块距离的变化情况,从图中可以发现,随着截面到介质块长度的增加, Δ 几乎接近0,计算结果具有高精度.

本文算法只需要对横截面进行离散,大大减少了计算量.而且,当截面取在离介质块更远处时,对有限元法无疑会增加计算量,而对本文算法,仍然是将波导划分为三个区段,同时只对横截面离散,因而不会增加计算量,计算时间基本不变.图5给出了计算时间随两端区段长度的变化曲线,从图中可以看出,计算时间基本稳定在2.0 s以下.所以,在截面离介质块较远、计算精度得到提高的同时,不会增加计算量,计算时间基本不变.

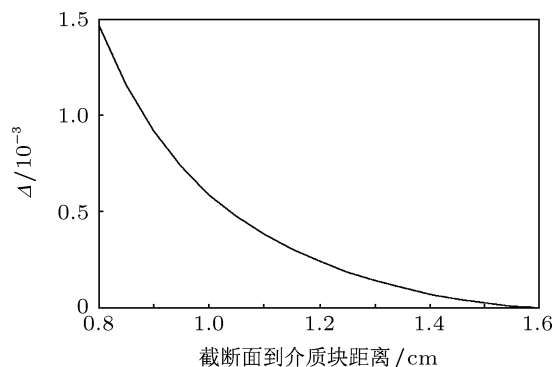


图4 计算误差 Δ 随截面到介质块距离的变化

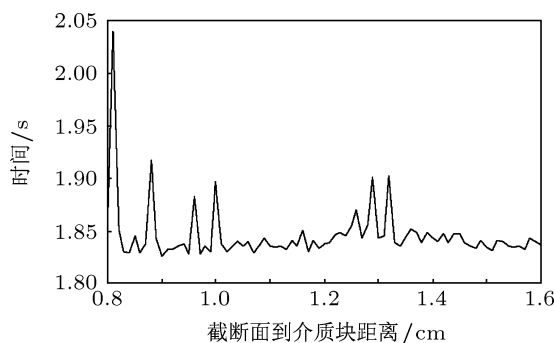


图5 计算时间随两端区段长度的变化

5 数值分析

算例3 仍然分析如图1所示的含各向异性介质块波导的反射系数,其中几何结构同上例,介质块的相对介电系数张量分别取

$$[\epsilon_1] = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix},$$

$$[\epsilon_2] = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix},$$

$$[\epsilon_3] = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix},$$

$$[\epsilon_4] = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix},$$

相对导磁系数张量取

$$[\boldsymbol{\mu}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

图 6 给出了 4 条不同介电系数下的反射系数曲线. 从图中可以看出, 在导磁系数不变的情况下, x 方向介电系数的改变基本不影响透射带位置, 随着 y 和 z 方向介电系数的增大透射带向低频方向移动.

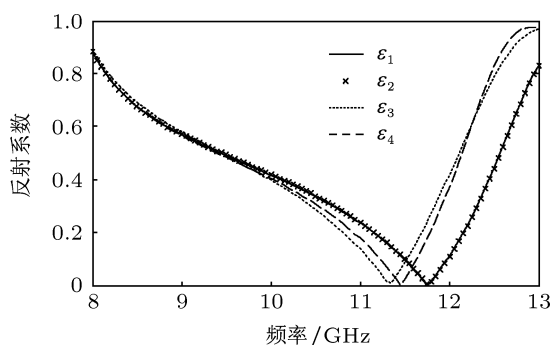


图 6 介电系数张量的改变对反射系数的影响

取相同的几何结构, 介质块的相对导磁系数张量分别取

$$[\boldsymbol{\mu}_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[\boldsymbol{\mu}_2] = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[\boldsymbol{\mu}_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[\boldsymbol{\mu}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

相对介电系数张量取

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

图 7 给出了 4 条不同导磁系数张量下的反射系数. 从图中可以看出, 在相对介电系数不变的情况下, 随着 x 和 y 方向相对导磁系数的增大, 透射带向低频方向移动, 但是随着 z 方向相对导磁系数的增大, 透射带向高频方向移动. 从所取参数和图 7 还可看出, x 方向的导磁系数的改变对透射带的位置影响较大, y 和 z 方向的导磁系数对透射带影响相对较小.

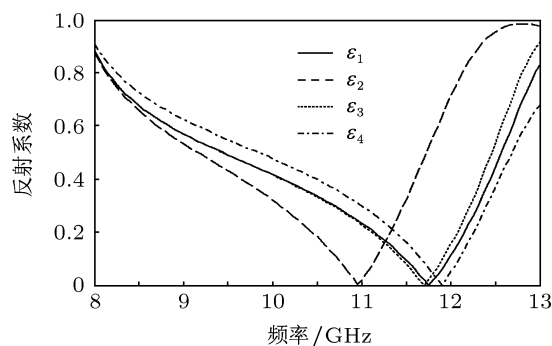


图 7 导磁系数张量的改变对反射系数的影响

6 结论

从矢量波动方程相对应的单变量变分形式出发推导出了含有各向异性介质波导横截面离散系数矩阵的表达式, 利用精细积分法求解了含各向异性介质波导的不连续性问题. 此方法只对横截面进行离散, 计算量小, 增加波导的长度基本不会增加计算的时间, 为含各向异性介质的波导不连续问题提供了一种高效、准确的分析方法. 利用本文方法分析了介电系数和导磁系数张量中各分量对含各向异性介质波导传输特性的影响, 为含各向异性介质不连续波导器件的设计提供了参考.

[1] Rahman B M A, Davies J B 1988 *IEEE J. Lightwave Technol.* **6** 52
 [2] Yang R, Xie Y J, Wang Y Y, Fu H Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5513 (in Chinese) [杨锐, 谢拥军, 王元源, 傅焕展 2008 物理学报 **57** 5513]
 [3] Gong J Q, Liang C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 059204 (in Chinese) [龚

建强, 梁昌洪 2011 物理学报 **60** 059204]
 [4] Cheng J F, Xu S J 2001 *Acta Electron. Sin.* **29** 708 (in Chinese) [程军峰, 徐善驾 2001 电子学报 **29** 708]
 [5] Jin J M 2002 *The Finite Element Method in Electromagnetics* (2nd

- Edn.) (New York: John Wiley & Sons) p126
- [6] Bian J F, Yu C, Zhong S S 2002 *J. Shanghai Univ. Natural Science Edition* **8** 7 (in Chinese) [卞军峰, 余春, 钟顺时 2002 上海大学学报 (自然科学版) **8** 7]
- [7] Zhou P, Xu J P 2004 *J. Microw.* **20** 43 (in Chinese) [周平, 徐金平 2004 微波学报 **20** 43]
- [8] Zhao W, Zhao Y J, Lu H M 2008 *J. Xidian Univ. Nat. Sci. Ed.* **35** 894 (in Chinese) [赵伟, 赵永久, 路宏敏 2008 西安电子科技大学学报 (自然科学版) **35** 894]
- [9] Chen J F, Zhu B, Zhong W X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1091 (in Chinese) [陈杰夫, 朱宝, 钟万颢 2009 物理学报 **58** 1091]
- [10] Zhong W X 2002 *Dual System in Applied Mechanics* (Beijing: Science Press) p24 (in Chinese) [钟万颢 2002 应用力学对偶体系 (北京: 科学出版社) 第 24 页]
- [11] Zhong W X, Zhu J P 1996 *J. Num. Meth. Comput. Appl.* **1** 26 (in Chinese) [钟万颢, 朱建平 1996 数值计算与计算机应用 **1** 26]
- [12] Zhong W X 2001 *J. Dalian Univ. Technol.* **41** 379 (in Chinese) [钟万颢 2001 大连理工大学学报 **41** 379]

Application of precise integration in waveguide discontinuities with anisotropic dielectric*

Yang Hong-Wei[†] Mu Zhen-Feng Wang Zhen

(College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

(Received 31 August 2012; revised manuscript received 20 March 2013)

Abstract

Waveguide discontinuities with anisotropic dielectric are simulated and analyzed by the precise integration method. The discrete coefficient matrices for the cross-section of the waveguide, which contains anisotropic dielectric, are deduced from the variational principle based on single variable corresponding to the vector wave equation. Introducing the dual-variables, the stiff matrices are calculated by using precise integration method in a Hamiltonion system. Then the problem is solved by assembling the finite elements. Numerical results show accuracy and good efficiency of the method. The influence of the components of permittivity and permeability on the waveguide transmission characteristic is also discussed.

Keywords: waveguide discontinuity, anisotropic dielectric, Hamilton system, precise integration method

PACS: 41.20.Jb, 03.50.De, 02.60.-x, 02.70.DH

DOI: 10.7498/aps.62.134101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11172008, 10972013).

[†] Corresponding author. E-mail: yanghongwei@bjut.edu.cn