

轴棱锥对无衍射光束的线聚焦特性*

杜团结 王涛 吴逢铁†

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建省光传输与变换重点实验室, 厦门 361021)

(2012年12月4日收到; 2013年3月25日收到修改稿)

基于汉克尔波理论和衍射积分理论详细分析了轴棱锥对无衍射光束的线聚焦特性, 提出了一种产生周期性局域空心光束的新方法, 即无衍射贝塞尔光束经过轴棱锥聚焦后产生具有塔尔博特效应的局域空心光束. 数值模拟了无衍射贝塞尔光束照射轴棱锥后, 沿传输距离变化的光强分布及一个周期内光强的演变和局域空心光束的形成过程. 设计实验系统, 由 He-Ne 激光经过一套光学系统后透过轴棱锥, 产生近似无衍射贝塞尔光束, 再由第二个轴棱锥对产生的无衍射贝塞尔光束进行线聚焦, 在第二个轴棱锥后面由显微镜观测到周期性局域空心光束, 并用 CCD 照相机拍摄了两个周期内的光斑图, 实验结果和理论分析相符合. 研究成果可用于多层面微粒的操控, 对周期性局域空心光束在光学微操控领域的应用具有重要的指导意义.

关键词: 贝塞尔光束, 轴棱锥, 线聚焦, 局域空心光束

PACS: 41.85.Ja, 42.25.-p, 42.25.Hz

DOI: 10.7498/aps.62.134103

1 引言

轴棱锥是目前用于产生近似无衍射贝塞尔^[1,2] (Bessel) 光束最常见的光学元件之一, 它是 1954 年由 McLeod^[3] 提出的一种非球面线聚焦透镜. 由于轴棱锥是用于产生无衍射 Bessel 光束的众多方法中, 具有装置简单, 转换效率高且抗损伤阈值高等显著优点, 而被广大的科研工作者所关注. 无衍射 Bessel 光束在自由空间传播时, 中心光斑大小不会随着传播距离而改变, 且遇到障碍物会发生自重建^[4-6], 而被广泛地应用于粒子囚禁^[7]、信息提取^[8,9] 和光学成像^[10] 等领域. 无衍射 Bessel 光束经过整形后可以产生局域空心光束^[11,12] (Bottle beam), 它是一种在传播方向上嵌入光强极小的空洞, 是由一束高度汇聚的激光形成的三维势阱, 可以俘获进而操控微小粒子, 实现对微粒的全方位三维操作, 尤其是作为光镊^[13] 操纵微粒具有非接触、低损伤等优点, 使操纵活体物质成为可能, 已成功应用于生物医学领域, 并在细胞、生物大分子的操控和生物大分子生命过程中的动力学行为研

究等方面发挥着巨大的作用. 它作为激光导管^[14] 和光学扳手^[15] 等在生命科学和纳米科技中也起到了不可忽略的作用. 目前用于产生 Bottle beam 的方法有: 用透镜聚焦 Bessel 光束产生单个 Bottle beam^[16]、双 Bessel 光束干涉产生周期性 Bottle beam、激光器直接输出 Bottle beam^[17] 和特殊轴棱锥产生 Bottle beam^[18] 等方法. 本文基于汉克尔 (Hankel) 波理论和衍射积分理论详细分析了轴棱锥对无衍射光束的线聚焦特性, 提出了用轴棱锥聚焦无衍射 Bessel 光束来产生具有自成像塔尔博特效应的 Bottle beam 的新方法. 数值模拟了轴棱锥聚焦无衍射光束后的光场沿传播方向的变化情况及一个完整周期内光强的演变情况, 并计算得到其塔尔博特距离为 2.476 mm. 设计了实验装置系统, 让 He-Ne 激光经过一套光学系统后透过轴棱锥, 产生近似无衍射 Bessel 光束, 再由第二个轴棱锥对产生的无衍射 Bessel 光束进行线聚焦, 并拍摄了两个周期内的光斑图, 实验结果和理论分析相符合. 研究成果可用于多层面微粒的操控, 具有广泛的应用前景.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61178015)、福建省自然科学基金 (批准号: 2012J01278) 和泉州市科技重点项目 (批准号: 2011G9) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

2 理论分析

光波在自由空间中传播时, 电场 E 满足标量亥姆霍兹 (Helmholtz) 波动方程

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \cdot E(r, t) = 0, \quad (1)$$

(1) 式的解可由下式表示:

$$E(x, y, z) = \left\{ \begin{array}{l} E_0 H_n^{(1)}(k_\rho \rho) \exp(ik_z z + in\phi) \\ E_0 H_n^{(2)}(k_\rho \rho) \exp(ik_z z + in\phi) \end{array} \right\}, \quad (2)$$

式中 $H_n^{(1)}(k_\rho \rho)$ 和 $H_n^{(2)}(k_\rho \rho)$ 分别为第一类和第二类汉克尔函数 (Hankel function), Hankel 函数可以表示为

$$\begin{aligned} & H_n^{(1)}(k_\rho \rho) \exp(ik_z z + in\phi) \\ &= [J_n(k_\rho \rho) + iN_n(k_\rho \rho)] \exp(ik_z z + in\phi), \\ & H_n^{(2)}(k_\rho \rho) \exp(ik_z z + in\phi) \\ &= [J_n(k_\rho \rho) - iN_n(k_\rho \rho)] \exp(ik_z z + in\phi), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 k_ρ, k_z 分别表示径向和纵向波矢分量, J_n 为 n 阶 Bessel 函数, N_n 为 n 阶诺伊曼函数 (Neumann function).

当第一类和第二类 Hankel 函数相互叠加, 将产生第一类 n 阶无衍射 Bessel 光束表达式

$$\begin{aligned} & [H_n^{(1)}(k_\rho \rho) + H_n^{(2)}(k_\rho \rho)] \exp(ik_z z + in\phi) \\ &= 2J_n(k_\rho \rho) \exp(ik_z z + in\phi). \end{aligned} \quad (4)$$

当 $n = 0$ 时, 对 (4) 式整理, 可得零阶 Bessel 光束的表达式

$$\begin{aligned} & [H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x)] \exp(ik_z z) \\ &= 2J_0(k_\rho \rho) \exp(ik_z z). \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式表示的是第一类零阶 Hankel 波 $H_0^{(1)}$ 和第二类零阶 Hankel 波 $H_0^{(2)}$ 相叠加产生零阶 Bessel 光束的表达式. $H_0^{(1)}$ 为出射锥面波 (OCW), $H_0^{(2)}$ 为入射锥面波 (ICW). ICW 和 OCW 相互重叠的区域将产生第一类零阶无衍射 Bessel 光束, 如图 1(a) 所示. 当产生的无衍射 Bessel 光束经过轴棱锥 2 进行聚焦时, 如图 1(b) 所示, 由几何光学分析, 将产生两束不同波矢的 Bessel 光束相互叠加, 如图 1(b) 中的菱形区域 ABCD 和 AEGF.

我们知道两束无衍射 Bessel 光束相干会产生具有塔尔博特效应的 Bottle beams, 所以在重叠区域内也会有周期性的 Bottle beams 产生. 设轴棱锥 1 的底角为 β , 轴棱锥 2 的底角为 γ , 通过几何分析

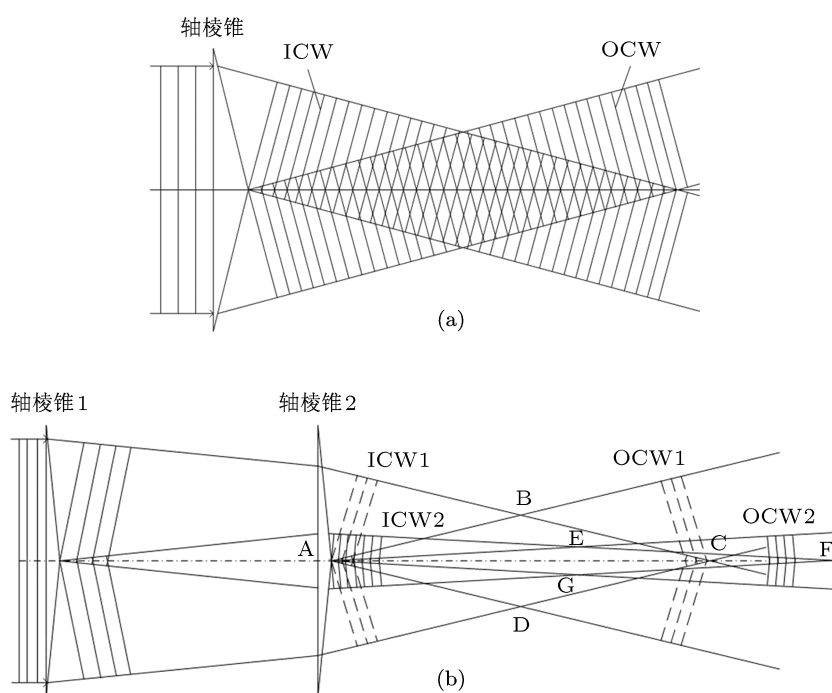


图 1 (a) Hankel 理论波描述 Bessel 光束形成示意图; (b) 用 Hankel 波描述 Bessel 光束形经轴棱锥聚焦示意图

可以得到在轴棱锥 2 后面形成的两束 Bessel 光束, 其中在 ABCD 范围内的相当于底角为 $\gamma + \beta$ 的轴棱锥形成的, 并设其径向波矢分量为 k_{r1} , 在 AEFG 范围内的相当于底角为 $\gamma - \beta$ 的轴棱锥形成的, 其径向波矢分量为 k_{r2} . 所产生的 Bottle beam 的周期 (或称塔尔博特距离) $Z_T = \left| \frac{2\pi}{k_{z1} - k_{z2}} \right|$ 与两束 Bessel 光束的纵向波矢有关. 其中, 纵向波矢分量 $k_{z1} = \sqrt{k_1^2 - k_{r1}^2}$, $k_{z2} = \sqrt{k_2^2 - k_{r2}^2}$, 径向波矢分量 $k_{r1} = k_1(n-1)(\gamma + \beta)$, $k_{r2} = k_1(n-1)(\gamma - \beta)$, 波数 $k_1 = k_2 = \frac{2\pi}{\lambda}$.

3 理论模拟

入射到轴棱锥上的无衍射光束的光场分布为

$$E_1(r_1) = A_0 J_0(k_r \cdot r_1), \quad (6)$$

其中 $A_0 = 1$ 是复振幅常数, $k_r = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\beta$ 是径向波矢分量, $\beta = 1^\circ$ 为轴棱锥底角, r_1 是径向坐标, J_0 是第一类零阶 Bessel 函数.

轴棱锥的透过率函数为 $t(r) = \exp[-ik(n-1)\gamma r]$, 用轴棱锥对无衍射 Bessel 光束进行聚焦, 可以得到轴棱锥后的光场分布为

$$\begin{aligned} E(r, z) = & -\frac{ik}{z} \exp(ikz) \exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right) \\ & \times \int_0^b E_1(r_1) J_0\left(\frac{krr_1}{z}\right) t(r_1) \\ & \times \exp\left(\frac{ikr_1^2}{2z} - ik(n-1)\gamma r_1\right) r_1 dr_1. \end{aligned} \quad (7)$$

光强分布为

$$\begin{aligned} I(r, z) = & \frac{k^2}{z^2} \left| \int_0^b E_1(r_1) J_0\left(\frac{krr_1}{z}\right) t(r_1) \right. \\ & \left. \times \exp\left(\frac{ikr_1^2}{2z}\right) r_1 dr_1 \right|^2, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 γ 为轴棱锥底角, 波数 $k = 2\pi/\lambda$, n 为轴棱锥的折射率, b 为无衍射光束入射到轴棱锥的光束半径. 模拟中我们所选用的参数为: 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 轴棱锥底角 $\gamma = 2^\circ$, 轴棱锥折射率 $n = 1.458$, 波数 $k = 2\pi/\lambda$, $b = z_0(n-1)\beta$, 两轴棱锥之间的距离 $z_0 = 200 \text{ mm}$ 进行模拟仿真, 得到图 2 的三维轴向光强传播图和轴上光强分布如图 3 所示.

通过计算, 理论上我们得到 Bottle beam 重建的空间周期为 $Z_T = \left| \frac{2\pi}{k_{z1} - k_{z2}} \right| = 2.476 \text{ mm}$. 从图 2 和

图 3 可以清楚地看到无衍射 Bessel 光束经轴棱锥聚焦后产生周期性 Bottle beam 和它的重建周期约为 2.5 mm 与理论计算值相符合. 图 4(a)—(e) 为一个周期内 (50.08 — 52.58 mm) 内的光斑图, 由图中我们可以清楚地看到整个 Bottle 的形成过程.

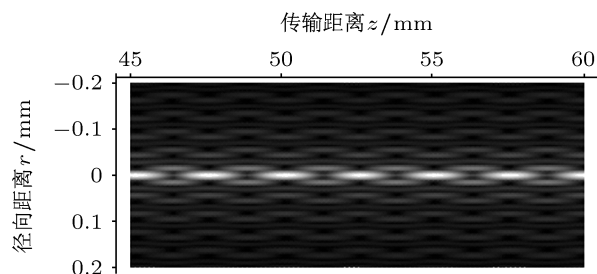


图 2 Bessel 光束经轴棱锥聚焦后的纵向光强分布

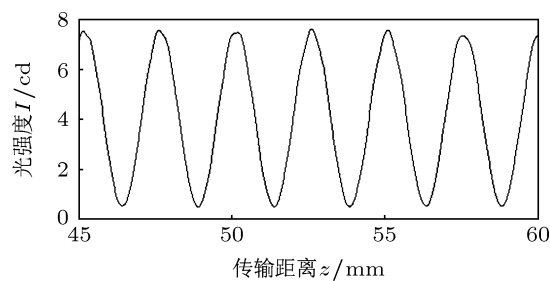


图 3 Bessel 光束经轴棱锥聚焦后的轴上光强分布

4 实验验证

设计如图 5 实验装置并搭建光学系统, 其中准直扩束系统中两透镜的焦距分别为 $f_1 = 15 \text{ mm}$, $f_2 = 190 \text{ mm}$, 光阑的孔径为 $\varphi = 6 \text{ mm}$, 两轴棱锥的底角分别为 $\beta = 1^\circ$, $\gamma = 2^\circ$, 两轴棱锥之间的距离为 $Z_0 = 200 \text{ mm}$.

在第二个轴棱锥后面用显微镜观察, 可以看到周期性的 Bottle beam, 在 $z = 50.08 \text{ mm}$, $z = 50.8 \text{ mm}$, $z = 51.48 \text{ mm}$, $z = 51.88 \text{ mm}$, $z = 52.58 \text{ mm}$, $z = 53.18 \text{ mm}$, $z = 53.96 \text{ mm}$, $z = 54.32 \text{ mm}$, $z = 54.78 \text{ mm}$ 用 CCD 相机拍摄得到两个连续周期内整个 Bottle 的光斑图, 如图 6 所示.

从图 6 可以清楚地看到, 这组光斑图从轴上光强极大到轴上光强极小变化的整个过程. 中心光强极小在 51.48 mm 处, 图 6(e) 恢复到图 6(a) 整个过程用了 2.5 mm 覆盖一个空心光束完整的振动周期, 完成了整个周期的演变过程, 图 6(e) 到 (i) 为下一个周期 bottle beam 的截面图. 比较图 4 和图 6 可以看出, 实验与理论基本符合.

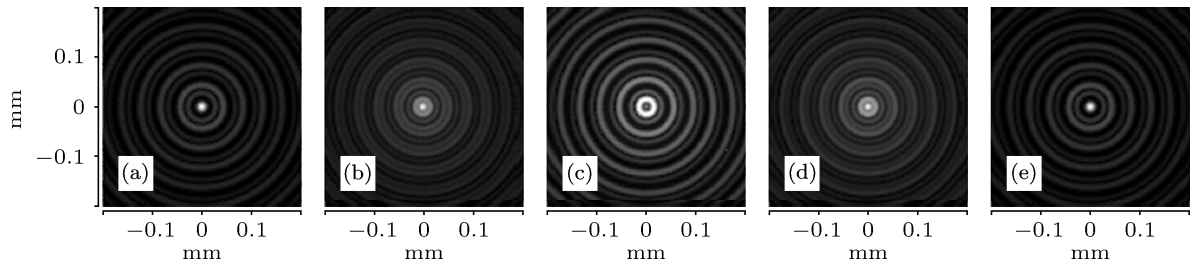


图4 一个完整周期内不同 z 平面的二维光斑图 (a) $z = 50.08$ mm; (b) $z = 50.8$ mm; (c) $z = 51.48$ mm; (d) $z = 51.88$ mm; (e) $z = 52.58$ mm

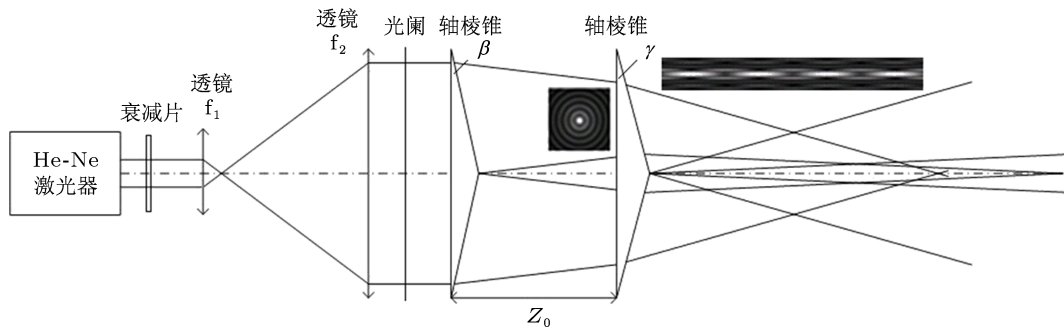


图5 实验装置图

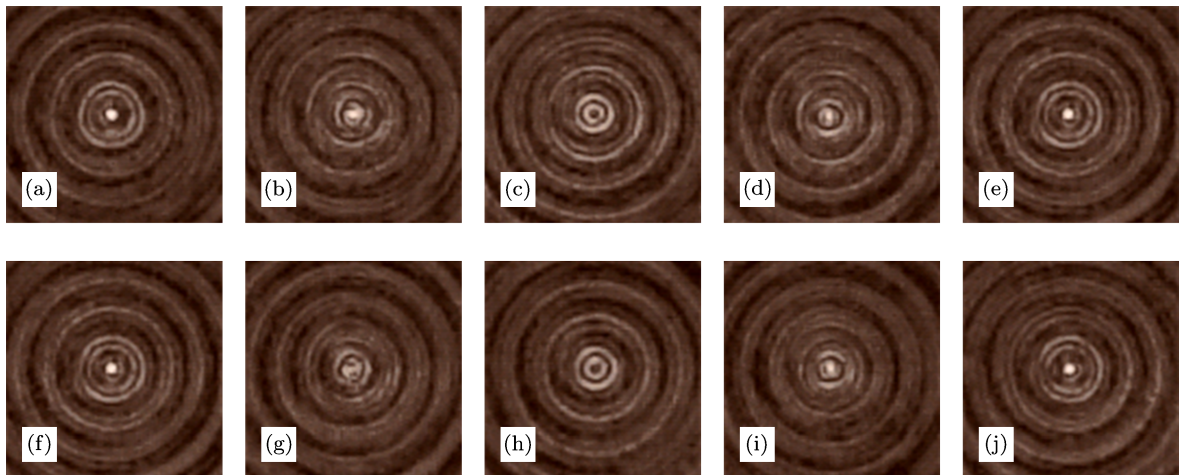


图6 两个周期内不同 z 平面的二维实验光斑图 (a) $z = 50.08$ mm; (b) $z = 50.8$ mm; (c) $z = 51.48$ mm; (d) $z = 51.88$ mm; (e) $z = 52.58$ mm; (f) $z = 53.28$ mm; (g) $z = 53.96$ mm; (h) $z = 54.32$ mm; (i) $z = 54.78$ mm

5 结论

基于 Hankel 波理论和衍射积分理论分析了零阶无衍射 Bessel 光束经轴棱锥聚焦后产生具有塔尔博特效应的 Bottle beam, 计算了塔尔博特距离为 2.476 mm. 利用衍射积分理论数值模拟了无衍射

Bessel 光束经轴棱锥聚焦后的光强分布, 并对一个周期内的光斑图和截面光强图进行了模拟. 从模拟结果可以直观地观察到整个过程中光强变化情况, 其结果与采用两束 Bessel 光束相干类似. 研究结果使得微粒的多层面俘获和操作上, 更加简便灵活. 实验上先用一个 $\beta = 1^\circ$ 的轴棱锥产生无衍射光束,

再由 $\gamma = 2^\circ$ 的轴棱锥对产生的无衍射光束进行聚焦,并在第二个轴棱锥后面不同位置处拍摄了截面光强分布图,实验结果与理论模拟很好地符合. 研

究结果对周期性 Bottle beam 在光学微操控领域的应用具有重要的指导意义.

-
- [1] Durnin J 1987 *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 651
- [2] Lu X H, Chen X M, Zhang L, Xue D J 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 2155
- [3] McLeod J H 1954 *J. Opt. Soc. Am.* **44** 592
- [4] Fahrbach F O, Simon P, Rohrbach A 2010 *Nature Photonics* **4** 780
- [5] Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T, Zheng W T, Pu J X 2011 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **41** 1131 (in Chinese) [张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 蒲继雄 2011 中国科学 **41** 1131]
- [6] Fan D D, Zhang Q A, Cheng Z M, Zheng W T, Wu F T 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 164103 (in Chinese) [范丹丹, 张前安, 程治明, 郑维涛, 吴逢铁 2012 物理学报 **61** 164103]
- [7] Grier D G 2003 *Nature* **424** 810
- [8] Keller P J, Schmidt A D, Santella A, Khairy K, Bao Z, Wittbrodt J, Stelzer E H K 2010 *Nature Methods* **7** 637
- [9] Planchon T A, Gao L, Milkie D E, Davidson M W, Galbraith J A, Galbraith C G, Betzig E 2011 *Nature Methods* **8** 417
- [10] Fahrbach F O, Rohrbach A 2012 *Nature Commun* **3** 632
- [11] Wu F T, Zeng X H 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 174 (in Chinese) [吴逢铁 曾夏辉 2008 光学学报 **28** 174]
- [12] Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T, Ma L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094201 (in Chinese) [张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 马亮 2011 物理学报 **60** 094201]
- [13] Garces-Chavez V, McGloin D, Melville H, Sibbett W, Dholakia K 2002 *Nature* **419** 145
- [14] Tatarikova S A, Sibbett W, Dholakia K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 038101
- [15] MacDonald M P, Parerson L, Volke-Sepulveda K, Arlt J, Sibbett W, Dholakia K 2002 *Science* **296** 1101
- [16] Lu W H, Wu F T 2009 *Chin. J. Lasers* **36** 2924 (in Chinese) [卢文和, 吴逢铁 2009 中国激光 **36** 2924]
- [17] Tai P T, Hsieh W F, Chen C H 2004 *Opt. Express* **12** 5827
- [18] Cheng Z M, Wu F T, Fang X, Fan D D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 214201 (in Chinese) [程治明, 吴逢铁, 方翔, 范丹丹 2012 物理学报 **61** 214201]

Line focusing characteristics of axicon illuminated by non-diffracting Bessel beam*

Du Tuan-Jie Wang Tao Wu Feng-Tie[†]

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen 361021, China)

(Received 4 December 2012; revised manuscript received 25 March 2013)

Abstract

The line focusing characteristics of axicon illuminated by non-diffracting Bessel beam was analyzed in terms of Hankel theory and diffraction integral theory, and a new kind of method to generate periodic bottle beam was put forward, i.e. Talbot effect bottle beam was generated by axicon illuminated by non-diffracting Bessel beam. Intensity distributions along the propagation path and the intensity evolution of the bottle beams in a complete period after the axicon illuminated by non-diffracting Bessel beam were simulated numerically. An optical system was designed and Bessel-like beam was obtained by light wave emitted from He-Ne laser passing through axicon after the optical system, and then an axicon was used to focus the Bessel-like beam. Periodic bottle beam was then observed after the axicon, and the spot diagram of two periodics were taken by a CCD camera. Experimental results agree well with the theoretical analysis. This result has a practical significance in multi-plane micro-manipulation and may serve as a guideline in optical micro-control by periodic bottle beam.

Keywords: Bessel beam, axicon, line-focusing, bottle beam

PACS: 41.85.Ja, 42.25.-p, 42.25.Hz

DOI: 10.7498/aps.62.134103

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178015), the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2012J01278), and the Science and Technology Key Project of Quanzhou City, China (Grant No. 2011G9).

[†] Corresponding author. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn