

双曲余弦高斯涡旋光束的远场特性研究*

唐碧华 罗亚梅[†] 姜云海 陈淑琼

(泸州医学院生物医学工程系, 泸州 646000)

(2013年2月8日收到; 2013年3月13日收到修改稿)

运用电磁光束的角谱法和稳相法, 推导出双曲余弦高斯(ChG)涡旋光束的TE波和TM波在自由空间远场传输和能流密度的解析表达式, 用以研究了ChG涡旋光束在远场中的位相奇点和能流密度分布特性. 结果表明, 改变ChG涡旋光束中的离心参数或束腰宽度, 位相奇点的密度、位置会发生变化. 涡旋离轴量的变化会导致能流密度分布的不对称性. 当离心参数增大时, 原点周围黑核会向原点中心移动.

关键词: 双曲余弦高斯涡旋光束, 位相奇点, 能流密度

PACS: 42.25.-p, 42.25.Bs, 41.85.Ew

DOI: 10.7498/aps.62.134202

1 引言

近年来, 奇点光学在精密测量技术、光信息处理、微粒操控等领域展现出诱人的应用前景^[1-5]. 各种奇点光束也越来越受到人们的关注, 如对厄米-高斯涡旋光束、贝塞耳涡旋光束、拉盖尔-高斯涡旋光束、部分相干平顶涡旋光束等已作了深入的理论和实验研究^[6-13]. 而不同类型激光光束的远场传输与变换在当今激光技术应用研究领域显得非常重要, 已有大量文献对不同光束的远场特性进行了研究^[14-21]. 根据电磁光束的角谱法和稳相法, Zhou分析了洛伦兹高斯光束、拉盖尔-高斯光束在远场中的矢量结构, 得到了其传输公式^[14,15]. 基于标量衍射理论, Deng研究了高斯镜谐振腔产生的激光光束远场光强分布, 指出镜的半径对其光强分布的影响^[16]. 文献[17]利用角谱法和复解析信号法对等束宽超短脉冲光束进行了探讨, 分析了其远场传输特性. 这些文献主要分析了光强变化规律而忽略了其位相特性. 本文运用角谱法和稳相法^[14,15], 研究了双曲余弦高斯(ChG)涡旋光束的远场特性, 推导出了ChG涡旋光束在远场区域TE波、TM波的矢量结构及其能流密度表达式, 重点研究了控制参数对电场分量的位相奇点和

能流密度分布的影响, 并以数值计算例进行了详细地讨论.

2 矢量结构分析

设ChG涡旋光束在 x 方向偏振, 在 $z=0$ 处的场分布为

$$E_x(x, y, 0) = A_0[(x-a) + iy] \cosh(\Omega_0 x) \times \cosh(\Omega_0 y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right), \quad (1a)$$

$$E_y(x, y, 0) = 0, \quad (1b)$$

式中 a 为光束的涡旋离轴量, w_0 为对应高斯部分的束腰宽度, A_0 为一常数, Ω_0 为与双曲余弦项相关的参数.

根据电磁光束的矢量角谱法, 通过对初始场进行傅里叶变换, 得到其角谱为

$$A_x(p, q) = \frac{1}{\lambda^2} \iint_{-\infty}^{\infty} E_x(x, y, 0) \exp[-ik(px + qy)] \times dx dy, \quad (2a)$$

$$A_y(p, q) = \frac{1}{\lambda^2} \iint_{-\infty}^{\infty} E_y(x, y, 0) \exp[-ik(px + qy)] \times dx dy, \quad (2b)$$

* 四川省教育厅自然科学基金(批准号: 10ZB029)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: luoluoyan@126.com

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长. 将 (1) 式代入 (2) 式, 整理后得到

$$A_x(p, q) = \frac{A_0\pi w_0^2}{8\lambda^2} ((kw_0^2(q - ip) - 2a) \times (1 + \exp(ikpw_0^2\Omega_0)) \times (1 + \exp(ikqw_0^2\Omega_0)) + \Omega_0 w_0^2(1 + i)(1 + i \exp(ikpw_0^2\Omega_0) - i \exp(ikqw_0^2\Omega_0) - \exp(ik(p + q)w_0^2\Omega_0))) \times \exp\left(\frac{1}{4}w_0^2(2\Omega_0^2 - k^2(p^2 + q^2) - 2ik(p + q)\Omega_0)\right), \quad (3a)$$

$$A_y(p, q) = 0. \quad (3b)$$

根据电磁光束的矢量结构, 任意偏振的电磁场可以分解为 TE 波和 TM 波的叠加, 即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{TE}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{TM}(\mathbf{r}), \quad (4a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{TE}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{TM}(\mathbf{r}), \quad (4b)$$

式中

$$\mathbf{E}_{TE}(\mathbf{r}) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{q}{p^2 + q^2} A_x(p, q)(qi - pj) \times \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dpdq, \quad (5a)$$

$$\mathbf{H}_{TE}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{q}{p^2 + q^2} A_x(p, q) \times [p\gamma i + q\gamma j - (p^2 + q^2)\mathbf{k}] \times \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dpdq, \quad (5b)$$

$$\mathbf{E}_{TM}(\mathbf{r}) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{p}{\gamma(p^2 + q^2)} A_x(p, q) \times [p\gamma i + q\gamma j - (p^2 + q^2)\mathbf{k}] \times \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dpdq, \quad (5c)$$

$$\mathbf{H}_{TM}(\mathbf{r}) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{p}{\gamma(p^2 + q^2)} A_x(p, q)(qi - pj) \times \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dpdq, \quad (5d)$$

式中, $\mathbf{r} = xi + yj + zk$ 是方向矢量, i, j, k 分别表示 x, y, z 方向的单位矢量, $\gamma = (1 - p^2 - q^2)^{1/2}$, ϵ, μ 分别是介质的电容率和磁导率. 在远场区域, 满足条件 $kr = k(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \rightarrow \infty$. 把 (3) 式代入 (5) 式, 利用稳相法, 可得到

$$\mathbf{E}_{TE}(\mathbf{r}) = \frac{A_0\pi w_0^2 yz}{8r^3(x^2 + y^2)\lambda} \left\{ [2iar - kw_0^2(x + iy)] \right.$$

$$\times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) \right] \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) \right] + r\Omega_0 w_0^2(1 + i) \left[-i + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) - \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) + i \exp\left(ikw_0^2 \Omega_0 \frac{x + y}{r}\right) \right] \left. \right\} \times \exp\left[ikr - \frac{1}{4}w_0^2 \left(k^2 \frac{x^2 + y^2}{r^2} + 2ik\Omega_0 \frac{x + y}{r} - 2\Omega_0^2 \right) \right] (yi - xj), \quad (6a)$$

$$\mathbf{H}_{TE}(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{\epsilon} A_0 \pi w_0^2 yz}{8\sqrt{\mu} r^4 (x^2 + y^2) \lambda} \left\{ [2iar - kw_0^2(x + iy)] \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) \right] \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) \right] + r\Omega_0 w_0^2(1 + i) \left[-i + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) - \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) + i \exp\left(ikw_0^2 \Omega_0 \frac{x + y}{r}\right) \right] \right\} \exp\left[ikr - \frac{1}{4}w_0^2 \left(k^2 \frac{x^2 + y^2}{r^2} + 2ik\Omega_0 \frac{x + y}{r} - 2\Omega_0^2 \right) \right] [xzi + yzj - (x^2 + y^2)\mathbf{k}], \quad (6b)$$

$$\mathbf{E}_{TM}(\mathbf{r}) = \frac{A_0\pi w_0^2 x}{8r^3(x^2 + y^2)\lambda} \left\{ [2iar - kw_0^2(x + iy)] \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) \right] \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) \right] + r\Omega_0 w_0^2(1 + i) \times \left[-i + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) - \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) + i \exp\left(ikw_0^2 \Omega_0 \frac{x + y}{r}\right) \right] \right\} \exp\left[ikr - \frac{1}{4}w_0^2 \left(k^2 \frac{x^2 + y^2}{r^2} + 2ik\Omega_0 \frac{x + y}{r} - 2\Omega_0^2 \right) \right] \times [xzi + yzj - (x^2 + y^2)\mathbf{k}], \quad (6c)$$

$$\begin{aligned}
 H_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = & -\frac{\sqrt{\epsilon}A_0\pi w_0^2 x}{8\sqrt{\mu}r^2(x^2+y^2)\lambda} \\
 & \times \left\{ [2iar - kw_0^2(x+iy)] \right. \\
 & \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) \right] \\
 & \times \left[1 + \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) \right] \\
 & + r\Omega_0 w_0^2(1+i) \\
 & \times \left[-i + \exp\left(\frac{ikw_0^2 x \Omega_0}{r}\right) \right. \\
 & \left. - \exp\left(\frac{ikw_0^2 y \Omega_0}{r}\right) \right. \\
 & \left. + i \exp\left(ikw_0^2 \Omega_0 \frac{x+y}{r}\right) \right] \left. \right\} \\
 & \times \exp\left[ikr - \frac{1}{4}w_0^2 \left(k^2 \frac{x^2+y^2}{r^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2ik\Omega_0 \frac{x+y}{r} - 2\Omega_0^2 \right) \right] (yi - xj). \quad (6d)
 \end{aligned}$$

(6) 式即为 ChG 涡旋光束在远场的 TE 波和 TM 波的解析表达式, 表明了该光束在远场传输中分离出来的 TE 波与 TM 波相互正交. 由 (6) 式可知, ChG 涡旋光束电场和磁场分量特性主要与涡旋离轴量 a 、束腰宽度 w_0 和 Ω_0 等参数有关.

3 位相奇点分析

由 (6) 式可得到 ChG 涡旋光束电场和磁场各

分量的位相分布. 选取电场 E_{TE} 的 x 分量为例, 其位相分布为

$$\varphi = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[E_{\text{TE}x}(x, y, z)]}{\text{Re}[E_{\text{TE}x}(x, y, z)]} \right\} = \text{const}, \quad (7)$$

式中 Re 和 Im 分别代表 $E_{\text{TE}x}$ 的实部和虚部. 在下面的计算中选取 $z = 1000\lambda$ 作为参考平面, $\epsilon/\mu = 1$ (自由空间), 并令 $\beta = w_0\Omega_0$ 为离心参数.

图 1 为 ChG 涡旋光束 $E_{\text{TE}x}$ 分量取不同离心参数 β 时的等位相线分布, 计算参数为 $a = \lambda$, $w_0 = \lambda$, (a) $\beta = 5\lambda$, (b) $\beta = 10\lambda$, (c) $\beta = 15\lambda$. 由图 1(a) 可见, 当 $\beta = 5\lambda$ 时, 在 $\{-80 \leq x/\lambda \leq 80, -80 \leq y/\lambda \leq 80\}$ 范围内有 1 个位相奇点, 其位置坐标为 $(0, 22.653)$, 且根据奇点周围等位相线的涡旋性可知, 该奇点拓扑电荷 $m = +1$. 当 $\beta = 10\lambda$ 时, 该范围内有 5 个位相奇点, 如图 1(b), 位置坐标分别为 $(-50.126, 50.126)$, $(50.126, 50.126)$, $(0, 6.165)$, $(-50.126, -50.126)$, $(50.126, -50.126)$, 其中位于 $(0, 6.165)$ 的奇点拓扑电荷 $m = +1$, 其他 4 个奇点 $m = -1$. 当 $\beta = 15\lambda$ 时, 该范围内出现 13 个位相奇点, 如图 1(c), 其中 $m = +1$ 的各奇点分别位于 $(-66.383, 69.192)$, $(0, 69.040)$, $(66.383, 69.192)$, $(-66.224, 2.795)$, $(0, 2.788)$, $(66.224, 2.795)$, $(-66.358, -63.570)$, $(0, 63.430)$, $(66.358, -63.570)$, 而 $m = -1$ 的各奇点分别位于 $(-33.370, 33.370)$, $(33.370, 33.370)$, $(-33.370, -33.370)$, $(33.370, -33.370)$. 由此可知, 随着离心参数 β 的增大, 位相奇点的密度越来越大.

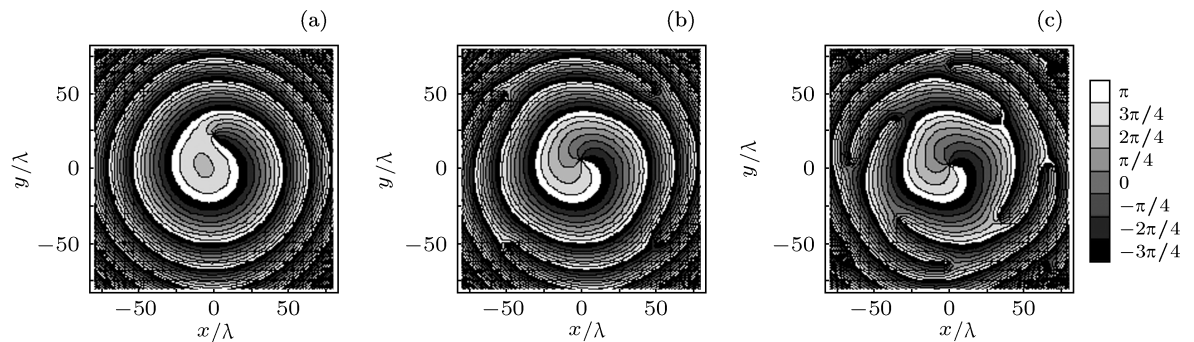


图 1 取不同离心参数 β 时的等位相线分布 (a) $\beta = 5\lambda$; (b) $\beta = 10\lambda$; (c) $\beta = 15\lambda$

图 2(a)—(c) 为 ChG 涡旋光束 $E_{\text{TE}x}$ 分量取不同束腰宽度 w_0 时的等位相线分布, 计算参数为 $a = \lambda$, $\beta = 10\lambda$, (a) $w_0 = 1.2\lambda$, (b) $w_0 = 1.4\lambda$, (c) $w_0 = 1.6\lambda$. 由图可见, 在 $\{-50 \leq x/\lambda \leq 50, -50 \leq y/\lambda \leq 50\}$ 范围内, 均有 5 个位相奇点, 但各图中奇

点位置并不相同. 当 $w_0 = 1.2\lambda$ 时, 各奇点分别位于 $A(0, 4.297)$, $B(-41.739, 41.739)$, $C(41.739, 41.739)$, $D(41.739, -41.739)$, $E(-41.739, -41.739)$; 当 $w_0 = 1.4\lambda$ 时, 各奇点移至 $A(0, 3.164)$, $B(-35.760, 35.760)$, $C(35.760, 35.760)$, $D(35.760, -35.760)$,

$E(-35.760, -35.760)$; 当 $w_0 = 1.6\lambda$ 时, 各奇点移至 $A(0, 2.426)$, $B(-31.281, 31.281)$, $C(31.281, 31.281)$, $D(31.281, -31.281)$, $E(-31.281, -31.281)$. 这表明随着束腰宽度 w_0 的变化, 位相奇点会有所移动. 图 2(d) 给出了图 2(a)—(c) 中各位相奇点的坐标

随 w_0 的变化, w_0 的取值范围为 $0.6\lambda \leq w_0 \leq 3\lambda$. 由图 2(d) 可知, 随着 w_0 的增大, 即随着光束傍轴性的增大, 5 个位相奇点均向原点中心靠拢. 因此, 位相奇点的位置、密集程度跟束腰宽度 w_0 有关.

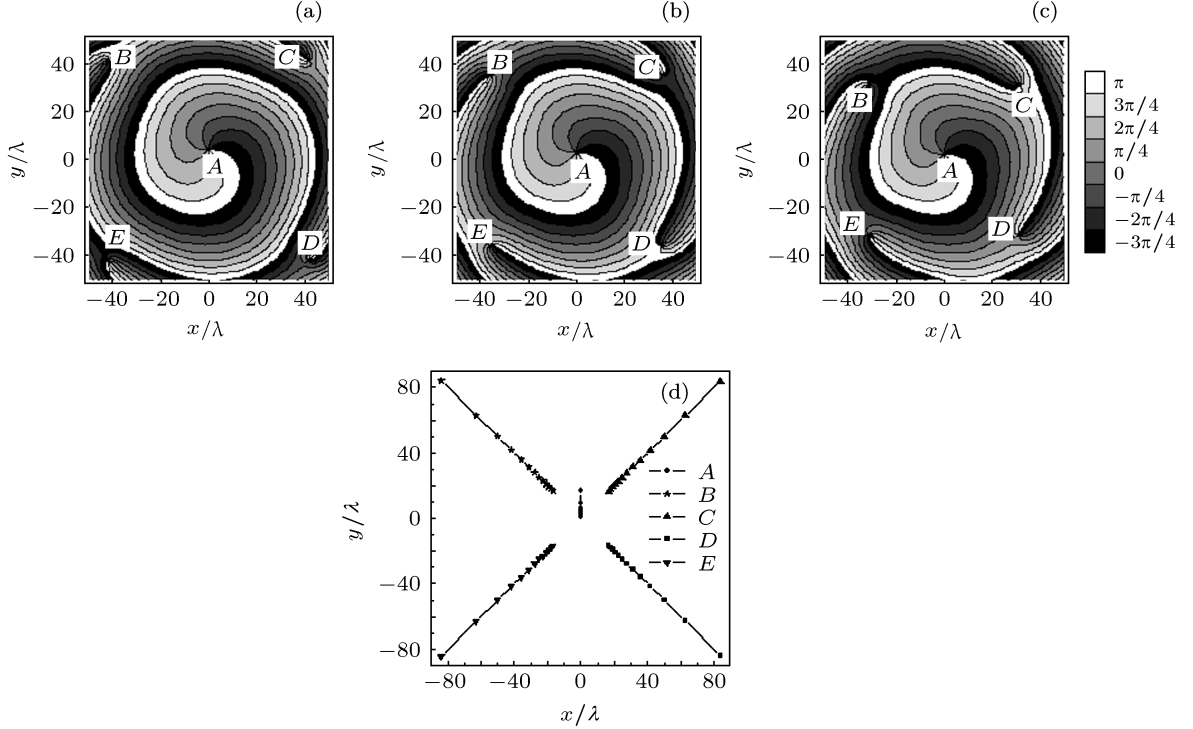


图 2 (a), (b), (c) 取不同束腰宽度 w_0 时的等位相线分布; (d) 位相奇点坐标随 w_0 的变化; (a) $w_0 = 1.2\lambda$; (b) $w_0 = 1.4\lambda$; (c) $w_0 = 1.6\lambda$; (d) $0.6\lambda \leq w_0 \leq 3\lambda$

电场 E_{TE} 的 x 分量位相奇点位置由以下公式决定:

$$\text{Re}[E_{TEx}(x, y, z)] = 0, \quad (8a)$$

$$\text{Im}[E_{TEx}(x, y, z)] = 0. \quad (8b)$$

把 (6a) 式代入 (8) 式得到

$$\begin{aligned} & w_0(r\beta - kw_0x) \left[1 + \cos\left(\frac{kw_0x\beta}{r}\right) \right] \\ & + [kw_0^2y - r(2a + w_0\beta)] \\ & \times \left[\sin\left(\frac{kw_0x\beta}{r}\right) + \sin\left(kw_0\beta\frac{x+y}{r}\right) \right] \\ & + [w_0(kw_0y + r\beta) - 2ar] \\ & \times \sin\left(\frac{kw_0y\beta}{r}\right) - w_0(kw_0x + r\beta) \\ & \times \left[\cos\left(\frac{kw_0y\beta}{r}\right) + \cos\left(kw_0\beta\frac{x+y}{r}\right) \right] = 0, \quad (9a) \\ & [2ar + w_0(r\beta - kw_0y)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\cos\left(\frac{kw_0x\beta}{r}\right) + \cos\left(kw_0\beta\frac{x+y}{r}\right) \right] \\ & + [2ar - w_0(kw_0y + r\beta)] \\ & \times \left[1 + \cos\left(\frac{kw_0y\beta}{r}\right) \right] + w_0(r\beta - kw_0x) \\ & \times \sin\left(\frac{kw_0x\beta}{r}\right) - w_0(kw_0x + r\beta) \\ & \times \left[\sin\left(\frac{kw_0y\beta}{r}\right) + \sin\left(kw_0\beta\frac{x+y}{r}\right) \right] = 0. \quad (9b) \end{aligned}$$

由 (9) 式可知, ChG 涡旋光束位相奇点的位置主要跟束腰宽度 w_0 、涡旋离轴量 a 和离心参数 β 有关. 把 $a = \lambda$, $w_0 = \lambda$, $\beta = 5\lambda$ 代入 (9) 式, 求得奇点位置 $(x/\lambda, y/\lambda)$ 为 $(0, 22.653)$, 所得结果与图 1(a) 一致. 若把图 1 和图 2 中 a, w_0, β 的取值分别代入 (9) 式, 可得奇点的位置均与图 1, 图 2 相符合.

ChG 涡旋光束 E_{TE} 的 y 分量及 H_{TE}, E_{TM} 和 H_{TM} 各分量的位相分布也可用上面的方法得到类似的结果, 此处不再讨论.

4 能流密度分析

在一确定的 z 平面, TE 波和 TM 波的能流密度可以用时间平均坡印亨矢量的纵向分量 z 分量来描述, 即

$$\langle S_z \rangle_{\text{TE}} = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_{\text{TE}}^*(\mathbf{r})]_z, \quad (10a)$$

$$\langle S_z \rangle_{\text{TM}} = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_{\text{TM}}^*(\mathbf{r})]_z, \quad (10b)$$

式中 Re 表示实部, $*$ 号代表复共轭. 光束的总能流密度表示为

$$\langle S_z \rangle_{\text{whole}} = \langle S_z \rangle_{\text{TE}} + \langle S_z \rangle_{\text{TM}}. \quad (10c)$$

把 (6) 式代入 (10) 式, 得到

$$\begin{aligned} \langle S_z \rangle_{\text{TE}} = & \frac{A_0^2 \pi^2 w_0^4 y^2 z^3}{32 r^7 (x^2 + y^2) \lambda^2} \exp\left(\beta^2 - k^2 w_0^2 \frac{x^2 + y^2}{2r^2}\right) \\ & \times \left((k^2 w_0^4 x^2 + (k w_0^2 y - 2ar)^2) \right. \\ & \left. \times \left(1 + \cos\left(\frac{k w_0 y \beta}{r}\right) + \cos\left(\frac{k w_0 x \beta}{r}\right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(1 + \cos\left(\frac{k w_0 y \beta}{r}\right) \right) + 2r^2 w_0^2 \beta^2 \\ & \times \left(1 - \cos\left(\frac{k w_0 x \beta}{r}\right) \cos\left(\frac{k w_0 y \beta}{r}\right) \right) \\ & + 2kr w_0^3 x \beta \sin\left(\frac{k w_0 x \beta}{r}\right) \\ & \times \left(1 + \cos\left(\frac{k w_0 y \beta}{r}\right) \right) \\ & + 4r w_0 \beta (k w_0^2 y - 2ar) \\ & \times \cos\left(\frac{k w_0 x \beta}{2r}\right) \sin\left(\frac{k w_0 y \beta}{r}\right), \quad (11a) \end{aligned}$$

$$\langle S_z \rangle_{\text{TM}} = \frac{x^2 r^2}{y^2 z^2} \langle S_z \rangle_{\text{TE}}, \quad (11b)$$

$$\langle S_z \rangle_{\text{whole}} = \left(1 + \frac{x^2 r^2}{y^2 z^2} \right) \langle S_z \rangle_{\text{TE}}. \quad (11c)$$

图 3 为 ChG 涡旋光束在不同离心参数 β 条件下的能流密度分布, 图 3(a), (d), (g) 为 TE 波的能流密度分布, (b), (e), (h) 为 TM 波的能流密度分布, (c),

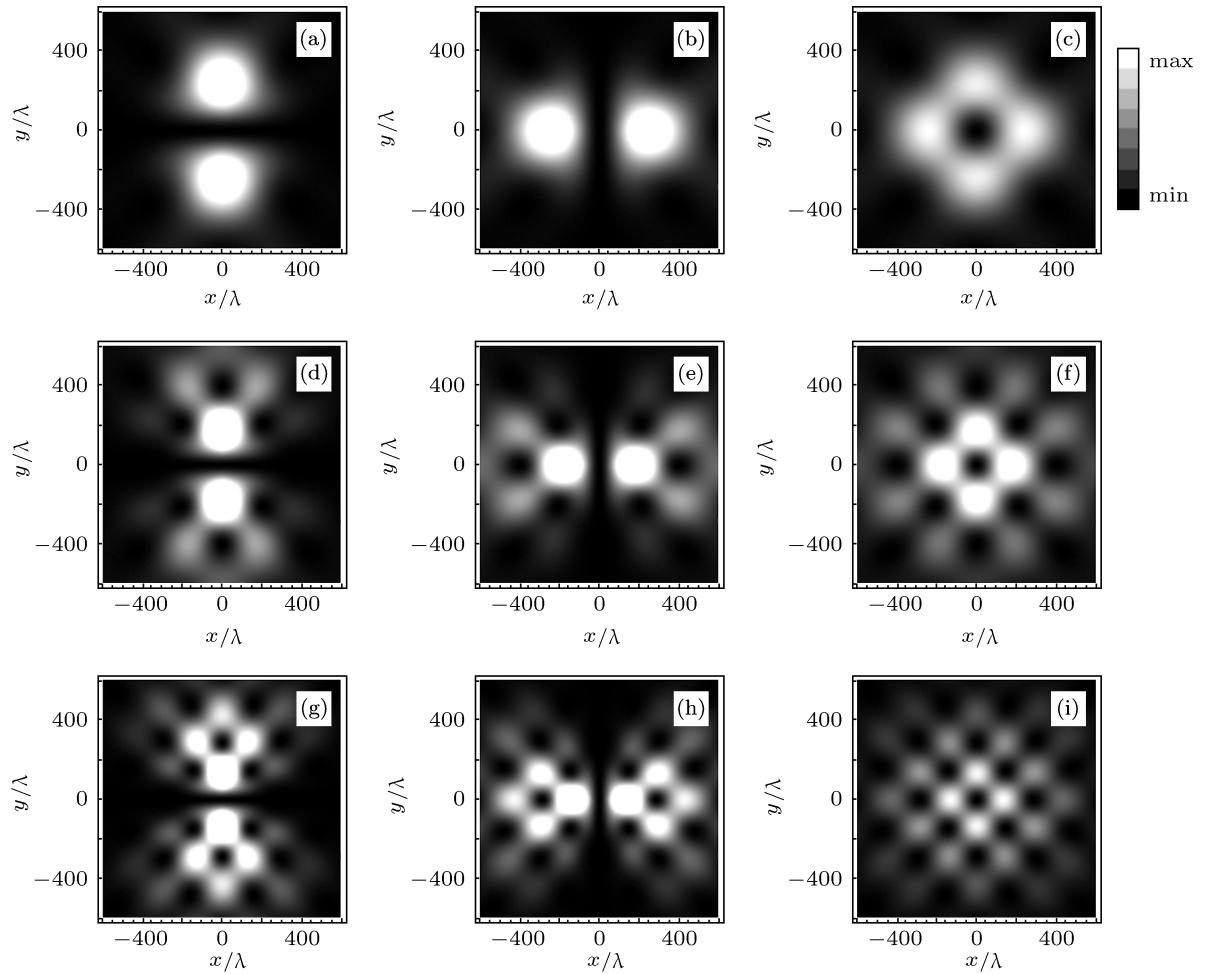


图 3 在不同离心参数 β 条件下的能流密度分布 (a), (b), (c) $\beta = 3\lambda$; (d), (e), (f) $\beta = 5\lambda$; (g), (h), (i) $\beta = 7\lambda$; (a), (d), (g) $\langle S_z \rangle_{\text{TE}}$; (b), (e), (h) $\langle S_z \rangle_{\text{TM}}$; (c), (f), (i) $\langle S_z \rangle_{\text{whole}}$

(f), (i) 为光束总的能流密度分布, 计算参数为 $w_0 = 0.5\lambda$, $a = 0$, (a), (b), (c) $\beta = 3\lambda$, (d), (e), (f) $\beta = 5\lambda$, (g), (h), (i) $\beta = 7\lambda$. 由图 3 可见, 当涡旋离轴量 $a = 0$ 时, ChG 涡旋光束的能流密度关于 x 轴和 y 轴对称. TE 波在 x 轴上能流密度为 0, TM 波在 y 轴上能流密度也为 0. 总能流密度在原点处出现一黑核, 即原点处总能流密度为 0. 随着 β 值的增大, 原点周围黑核向原点中心靠拢且越来越密集.

图 4 为在不同涡旋离轴量 a 条件下的能流密度分布, 计算参数为 $\beta = 5\lambda$, 图 4(a), (b), (c) $a = 2\lambda$, (d), (e), (f) $a = 4\lambda$, 其他参数同图 3. 对比图 3 和图 4, 当 $a \neq 0$ 时, ChG 涡旋光束的能流密度只关于 y 轴对称, 不再关于 x 轴对称, 原点处的总能流密度并不为 0. 随着 a 的增大, 总能流密度在原点处出现了中心亮斑, 其周围还分布了许多旁瓣, 旁瓣的光强比中心亮斑的强度小很多.

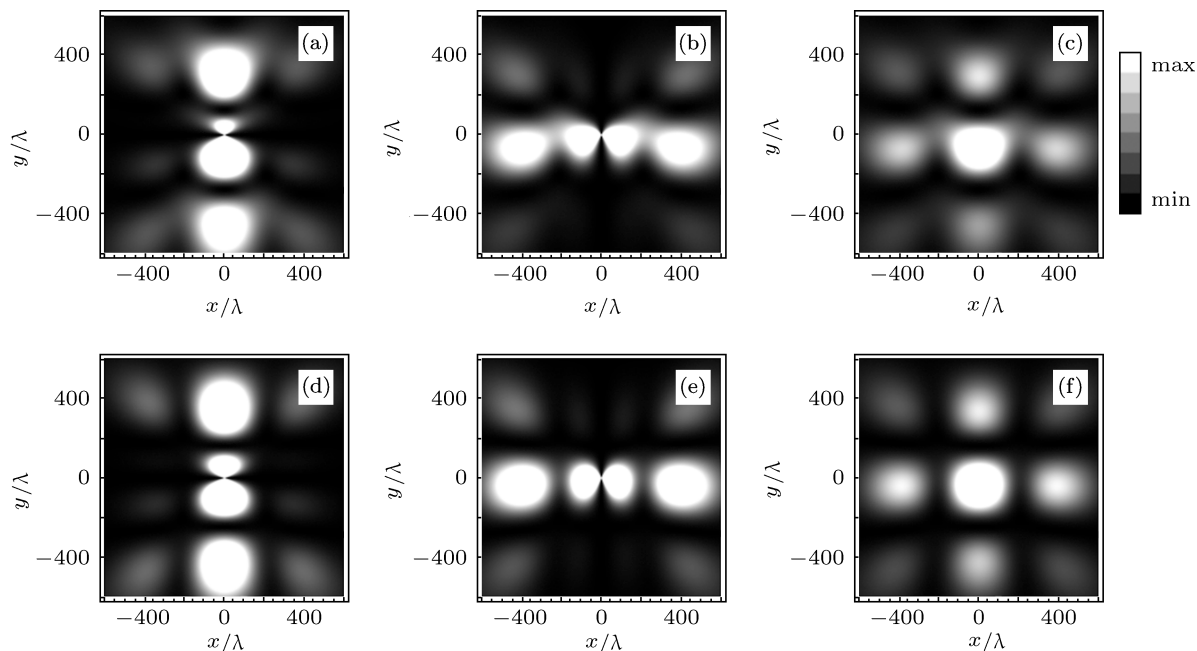


图 4 在不同涡旋离轴量 a 条件下的能流密度分布 (a), (b), (c) $a = 2\lambda$; (d), (e), (f) $a = 4\lambda$; (a), (d) $\langle S_z \rangle_{TE}$; (b), (e) $\langle S_z \rangle_{TM}$; (c), (f) $\langle S_z \rangle_{\text{whole}}$

以上结果可由 (11) 式得出. 当 $a = 0$ 时, 在 x 轴上, 即 $y = 0$ 时, 由 (11) 式可得 $\langle S_z \rangle_{TE} = 0$; 在 y 轴上, 即 $x = 0$ 时, $\langle S_z \rangle_{TM} = 0$; $\langle S_z \rangle_{\text{whole}}$ 在原点处的能流密度也为 0. 把 (11) 式中的 x 换成 $-x$, (11) 式不变, 即能流密度关于 y 轴对称. 当把 y 换成 $-y$ 时, 若 $a = 0$, (11) 式保持不变, 即能流密度关于 x 轴对称; 但当 $a \neq 0$ 时, 会引起 (11) 式的变化, 因此图 4 中的能流密度不再关于 x 轴对称. 把 $w_0 = 0.5\lambda$, $a = 0$, $\beta = 3\lambda$ 代入 (11a) 式, 可求得图 3(a) 中 4 个黑核位置分别为 $(-377.964, 377.964)$, $(377.964, 377.964)$, $(-377.964, -377.964)$, $(377.964, -377.964)$, 即这 4 个黑核关于 x 轴和 y 轴对称. 再把 $w_0 = 0.5\lambda$, $a = 0$, $\beta = 5\lambda$ 代入 (11a) 式, 此 4 个黑核的位置变为 $(-208.514, 208.514)$, $(208.514, 208.514)$, $(-208.514, -208.514)$, $(208.514, -208.514)$, 如图 3(d), 即黑核仍对称分布, 且均在向原点靠近. 同理根据 (11) 式可求出图 3 中其他黑核的位置. 说明随着 β 值的增大, 黑核均向原点中心靠拢.

5 结论

根据电磁光束的角谱法和稳相法, 研究了 ChG 涡旋光束在远场传播过程中的矢量结构, 得到了 TE 波、TM 波及其能流密度解析表达式, 用以分析了 ChG 涡旋光束电场分量位相分布和能流密度分布. 结果表明, 位相奇点位置和密集程度受控制参数的影响. 当离心参数或束腰宽度增大时, 位相奇点均向原点中心移动且密度增大. 同时, 改变离心参数会影响能流密度黑核分布; 而涡旋离轴量的大小对光斑形状及对称性有明显影响. 文献 [22] 研究了 ChG 光束的远场特性, 与其能流密度分布不同的是, 本文中涡旋离轴量为 0 时, ChG 涡旋光束总能流密度出现中心黑核, 且随着涡旋离轴量的改变, 能流密度分布会呈现出非对称性. 这主要是由于涡旋的影响, 若为无涡旋的矢量 ChG 光束, 可得到文献 [22] 的结果.

- [1] Soskin M S, Vasnnetsov M V 2001 *Progress in Optics* **42** 219
- [2] Foley J T, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 2510
- [3] Gibson G, Courtial J, Padgett M, Vasnetsov M, Pas'ko V, Barnett S, Franke-Arnold S 2004 *Opt. Express* **12** 5448
- [4] Grier D G 2003 *Nature* **424** 810
- [5] Curtis J E, Koss B A, Grier D G 2002 *Opt. Commun.* **207** 169
- [6] He D, Yan H W, Lü B D 2009 *Chin. J. Lasers* **36** 2023 (in Chinese) [何德, 闫红卫, 吕百达 2009 中国激光 **36** 2023]
- [7] Mitri F G, Silva G T 2011 *Wave Motion* **48** 392
- [8] Cheng K, Liu P S, Lü B D 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1743
- [9] Rao L Z, Pu J X 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 1252
- [10] Ding P F, Pu J X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 064103 (in Chinese) [丁攀峰, 蒲继雄 2012 物理学报 **61** 064103]
- [11] Cheng K, Lü B D 2011 *Optik* **122** 604
- [12] Li Y Y, Chen Z Y, Liu H, Pu J X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1740 (in Chinese) [李阳月, 陈子阳, 刘辉, 蒲继雄 2010 物理学报 **59** 1740]
- [13] Zhou G Q, Cai Y J, Chu X X 2012 *Opt. Express* **20** 9897
- [14] Zhou G Q 2008 *Appl. Phys. B* **93** 891
- [15] Zhou G Q 2006 *Opt. Lett.* **31** 2616
- [16] Deng D G, Fu X Y, Tian Y W, Yi K, Shao J D, Fan Z X 2005 *Opt. Commun.* **248** 185
- [17] Zou Q H, Lü B D 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5642 (in Chinese) [邹其徽, 吕百达 2005 物理学报 **54** 5642]
- [18] Long X W, Lu K Q, Zhang Y H, Guo J B, Li K H 2011 *Optik* **122** 1448
- [19] Li J, Chen Y R, Xu S X, Wang Y Q, Zhou M C, Zhao Q, Xin Y, Chen F N 2011 *Opt. Laser Technol.* **43** 152
- [20] Jia X T, Wang Y Q 2011 *Opt. Lett.* **36** 295
- [21] Wu G H, Lou Q H, Zhou J 2008 *Opt. Express* **16** 6417
- [22] Zhou G Q, Liu F Q 2008 *Opt. Laser Technol.* **40** 302

Study on the characteristics of cosh-Gaussian vortex beams in the far field*

Tang Bi-Hua Luo Ya-Mei[†] Jiang Yun-Hai Chen Shu-Qiong

(Department of Biomedical Engineering, Luzhou Medical College, Luzhou 646000, China)

(Received 8 February 2013; revised manuscript received 13 March 2013)

Abstract

Based on the methods of vector angular spectrum of electromagnetic beams and stationary phase, the analytical expressions of TE and TM terms and energy flux distributions of cosh-Gaussian (ChG) vortex beams in the far field are derived, and used to study the phase singularities and energy flux distributions of the ChG vortex beams. It is shown that the density and position of optical vortices will vary by changing decentered parameter or waist width in the ChG vortex beams. The vortex off-axis distance leads to an asymmetric spatial distribution of energy flux. With gradually increasing vortex off-axis distance, dark spots around the origin will move toward the origin center.

Keywords: cosh-Gaussian vortex beams, phase singularity, energy flux distribution

PACS: 42.25.-p, 42.25.Bs, 41.85.Ew

DOI: 10.7498/aps.62.134202

* Project supported by the Natural Science Foundation of the Education Department of Sichuan Province, China (Grant No. 10ZB029).

[†] Corresponding author. E-mail: luoluoyan@126.com