含气泡液体中气泡振动的研究*

王勇 林书玉' 莫润阳 张小丽

(陕西师范大学应用声学研究所,西安 710062) (2013 年 3 月 7 日收到; 2013 年 3 月 25 日收到修改稿)

研究了含气泡液体中单个气泡在驱动声场一定情况下的振动过程. 让每次驱动声场作用的时间特别短, 使气泡 半径发生微小变化后再将其变化反馈到气泡群对驱动声场的散射作用中去, 从而可以得到某单个气泡周围受气泡 散射影响后的声场, 接着再让气泡在该声场作用下做短时振动, 如此反复. 通过这样的方法, 研究了液体中单个气泡 的振动情况并对其半径变化进行了数值模拟, 结果发现, 在液体中含有大量气泡的情况下, 某单个气泡的振动过程 明显区别于液体中只有一个气泡的情况. 由于大量气泡和驱动声场的相互作用, 使气泡半径的变化存在多种不同的 振动情况, 在不同的气泡大小和含量的情况下, 半径变化过程分别表现为: 在平衡位置附近振荡的过程; 周期性的空 化过程; 一次空化过程后保持某一大小振荡的过程; 增长后维持某一大小振荡的过程等. 所以, 对于含气泡液体中气 泡振动的研究, 在驱动声场一定的情况下, 必须考虑气泡含量的因素.

关键词: 含气泡液体, 超声空化, 散射, 数值模拟 PACS: 43.25.Yw, 43.35.+d, 43.35.Ei

DOI: 10.7498/aps.62.134304

1引言

声波在液体中传播时,会引起液体的机械振 动,如果在液体中含有气泡,那么这些气泡会在声 场的作用下扩张和收缩. 气泡在超声声场作用下 扩张和收缩的现象,我们称为超声空化^[1-3]. 气泡 空化过程具有明显的非线性,而且具有很强的聚 能能力,在空化过程中气泡体积会缓慢地扩张然后 被快速压缩,在气泡被压缩到最小半径前后,会出 现多种物理现象,如冲击波、微射流等,气泡内部 会出现罕见的高温、高压,在一定的情况下还会出 现声致发光现象,正是基于这些原因,超声空化已 在如超声清洗、超声粉碎、超声乳化、超声提取、 声化学及医学诊断和治疗等方面得到广泛的应 用^[2,4-7]. 驱动声场的强度、液体中存在的空化核 (气泡)数量及气泡的大小均会对声空化的产生及 效果有重要的影响 [3,8], 但由于空化过程的复杂性 使得对这个问题的研究多限于声场中单个气泡的 空化现象 [9-13].

在实际的超声空化应用中,在液体中一般存 在有大量的气泡,所以存在以下几个问题:气泡的 大小不均匀且其分布会受到声场强度和频率的影 响^[14-16];部分气泡会出现溶解和合并的现象^[17]; 气泡的大小会在驱动声场的作用发生变化^[18,19]; 液体中大量的气泡会对驱动声场进行散射^[20]等. 由于气泡的合并、溶解、气泡振动过程中的相互 作用及外加声场的作用,会使得气泡的大小及数量 很难保持恒定^[1],另外气泡之间的相互作用以及 气泡与驱动声场之间的相互作用均可能影响驱动 声场对单个气泡的作用^[21],因此对液体中气泡空 化现象的研究必须考虑大量气泡的作用.基于以 上的考虑,我们研究了含气泡液体中单个气泡的振 动过程.

2 气泡振动模型

在实际的含气泡液体中,由于气泡大量存在, 必然会使入射的驱动声场发生散射,这样就会改变 某单个气泡振动的驱动声场,气泡在驱动声场的作 用下体积会发生变化,而气泡体积的变化又会影响

^{*} 陕西师范大学研究生培养创新基金(批准号: 2012CXB014)和国家自然科学基金(批准号: 11174192, 11274216)资助的课题.

[†]通讯作者. E-mail: sylin@snnu.edu.cn

^{© 2013} 中国物理学会 Chinese Physical Society

到气泡对驱动声场的散射,从而使驱动声场和气泡的振动相互影响.所以在这种情况下研究单个气泡的空化,就必须考虑驱动声场的变化.

对单个气泡的物理模型做以下几个假设: 气泡 保持球形; 泡内气体是理想气体; 泡内的压强空间 分布均匀; 忽略泡内包含的水汽; 气泡的中心不动. 在这些前提下, 气泡做径向的受迫振动, 它的控制 方程可以从气泡边界的压力连续方程中得到

$$P_{\rm in} - P_{\rm B} = \frac{2\delta}{R} + \frac{4\mu\dot{R}}{R},\qquad(1)$$

式中的圆点表示对时间的微分, P_B 表示气液边界 液体侧的压强,常数 μ 表示周围液体的动态粘滞系 数, P_∞ 表示液体的环境压强,常数 δ 是气液界面的 表面张力系数, P_{in} 表示气泡内部的压强.从(1)式 中可以很方便地得到稳定状态下气泡内部的压强

$$P_{\rm in,0} = P_{\infty} + \frac{2\delta}{R_0}.$$
 (2)

用 Keller 给出的在考虑液体压缩性时气泡的振动 方程描述气泡的振动

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right)R\ddot{R} + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right)\dot{R}^{2}$$
$$= \frac{1}{\rho}\left(1 + \frac{\dot{R}}{c} + \frac{R}{c}\frac{d}{dt}\right)(P_{\rm B} - P), \qquad (3)$$

式中 *ρ*, *c* 分别表示液体密度及静态声速, *P* 定义为 气泡所在位置当气泡不存在时的压强^[22,23], 有

$$P = P_{\infty} + P_{\rm w},\tag{4}$$

其中

$$P_{\rm w} = P_{\infty} \varepsilon \, {\rm e}^{{\rm j}\omega t} + P_{\rm rad}, \qquad (5)$$

式中 P_∞表示液体静态压强, P_∞ε e^{jωr}表示驱动声场, 其中为一无量纲的系数. P_{rad}表示气泡的散射声场. 当考虑到气泡对声波的散射作用时,根据文献 [20] 可得到驱动声场的等效入射声场

$$P_{\rm w} = \frac{1}{1 - j\frac{\pi NA}{k^3}} P_{\infty} \varepsilon \, \mathrm{e}^{j\omega t}, \qquad (6)$$

式中

$$A = \frac{-k^2 R^2 + j k R \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)^2}{k^2 R^2 + \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)^2},$$
 (7)
$$\omega_r = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{3\rho_0 c_0^2}{\rho}},$$
 (8)

k 为波数, ρ, R 分别表示气泡外介质的密度和气泡 半径, ρ₀, c₀ 分别是气泡内介质的密度和声速, N 为 单位体积内气泡的个数.

对于含气泡液体, 假设气泡大小相同且在液体 中均匀分布, 气体与液体的体积比为, 其中 β 与N的关系为

$$\beta = N \cdot \frac{4}{3} \pi R^3. \tag{9}$$

在 β 较小的情况下, 气泡间距较大, 可以不考虑相 邻气泡间的合并及气泡振动对相邻气泡的影响. 另 外, 假设声场同时作用于所有气泡. 对于气泡与声 场间相互作用的过程, 我们可以简化为以下的模型: 假设在 n 时刻, 气泡的半径为 R_n , 此时, 气泡对驱动 声场引起散射后的散射声场为 P_{rad_n} , 然后散射声场 与驱动声场共同作用于气泡, 使其半径由 R_n 变化 为 R_{n+1} , 接着再由 R_{n+1} 产生 $P_{rad_{n+1}}$..., 如此反复持 续下去, 其示意图 1 所示. 如果从 n 时刻到 n+1 时 刻的时间非常短的话, 则这个模型可以近似地反映 上述气泡与声场间复杂的相互作用过程.



3 数值模拟

根据前人的研究, 对于液体中只有一个气泡 的情况, 气泡的振动过程会受到气泡大小及驱 动声场的影响, 但如果将这一气泡放入气泡群 中, 则该气泡的振动过程还会受到周围气泡的 影响. 根据前文中建立的模型, 我们对含气泡液 体中单个气泡的振动进行了数值模拟. 在模拟 过程中用到的参数如下: $P_{\infty} = 1.01 \times 10^5$ Pa, $\gamma =$ 1.4, $\mu = 1.0042 \times 10^{-3}$ Pa·s, $\sigma = 72.75 \times 10^{-3}$ N/m, $\rho = 998.203$ kg/m³, $\rho_{g} = 1.1691$ kg/m³, c = 1500 m/s, f = 20 kHz.

3.1 气体含量对单个气泡振动的影响

液体中的气体以微小气泡的形式存在,在气 泡大小确定的情况下, 气体含量 β 的多少决定了 气泡的数量. 大量气泡的存在会使入射的驱动声 场发生散射,从而影响作用在单个气泡上的声场, 在控制驱动声场 (f = 20 kHz, $\varepsilon = 0.8$) 及气泡大小 (R₀ = 2.6 µm)不变的情况下,我们模拟了气体含量 对液体中某单个气泡振动的影响,得到了气泡大小 (以 R/R₀ 的形式体现) 随驱动声场作用时间变化的 关系. 如图 2 所示, 在 β 较小的情况下, 含气泡液体 中单个气泡的振动过程同液体中只有一个气泡时 的振动过程没有明显的区别,均表现为典型的单个 气泡的空化过程,而且随驱动声场的周期作用而周 期性地再现,如图 2 中 $\beta = 10^{-8}$ 对应的曲线所示. 但是随着气体含量的增加, 气泡的振动过程发生了 明显的变化,如图 2 中 $\beta = 10^{-6}$ 对应的曲线,在这 种情况下,在驱动声场的第一个周期中,气泡振动 有明显的膨胀和收缩的过程,但当气泡收缩到最小 再次膨胀后,没有再次出现明显的收缩过程,其最 大值也没有前一次的大,从此后大小只有较轻微的 变化,且其大小随驱动声场的周期而作周期性的振 荡. 当 β 增加到 $\beta = 10^{-4}$ 时,图线表现出来的结果 是当气泡第一次长大到最大后,尽管极值变得更大 了,但明显的收缩过程却消失了,其半径只是逐渐 趋于稳定. 当 $\beta = 10^{-3}$ 时, 气泡的大小只是在平衡 位置附近振荡. 对于这种现象出现的原因, 我们认 为缘于液体中的气泡对驱动声场的散射作用. 根 据(6)式得到的等效入射声压振幅随气泡含量的变 化关系可知,在气体含量从零增加的过程中,等效 入射声压振幅会出现一尖锐的峰值,其出现缘于气 泡的谐振,峰值过后便会随着气体含量的增加而逐 渐减小趋近于零. 所以当β很小时,液体中的气体 含量很小, 气泡对驱动声场的散射作用不明显; 当 $\beta = 10^{-6}$ 时, 使 β 刚好处于气泡的谐振区域, 在驱 动声场的负压相内促进了等效驱动声压的增加,随 着正压相的到来,收缩后重新生长时由于气泡的膨 胀,使其体积迅速变大,从而导致等效驱动声压的 减小,半径只能在某一值附近振荡,且趋于稳定;当 β 的值再增加的活, 如 $\beta = 10^{-3}$ 对应曲线描述的情 况,从一开始气泡的散射作用会直接导致等效驱动 声压减小,不足以使气泡明显膨胀,只能在其平衡 位置附近振荡,这种情况下驱动声场对气泡振动的 影响几乎消失.



图 2 气泡大小 (R₀ = 2.6 μm) 及驱动声场 (f = 20 kHz, ε = 0.8) 一定时气体含量对气泡振动的影响

3.2 气泡大小对其振动的影响

气泡大小对其振动过程的影响,在驱动声场频 率一定的情况下,与气体含量及驱动声场声压大小 均有关系.其原因一方面在于,在气体含量一定的 情况下, 气泡群对驱动声场的散射作用与气泡的大 小有关系;另一方面,作用在单个气泡上的声压一 定时, 气泡的大小直接决定了其能否在声场的作用 下膨胀及压缩. 图 3 显示了在驱动声场 (f = 20kHz, $\varepsilon = 0.8$) 及气体含量 ($\beta = 10^{-5}$) 一定的情况下, 气 泡半径的变化受其大小的影响. 图中显示了气泡在 特别大和特别小的情况下,其半径均在平衡位置 附近振荡, 如 $R_0 = 0.5 \mu m$ 和 $R_0 = 500 \mu m$ 所对应 的图线.其原因是因为作用在气泡上的声场作用不 足以使气泡发生明显的膨胀和压缩从而只能在平 衡位置附近振荡,但前者是由于气泡小,声场不能 提供所需的克服其液体表面张力的负压导致,而后 者则是由于大量气泡对驱动声场的散射作用太大 导致作用在气泡上的声场较弱导致. 当气泡在声场 负压相作用下膨胀后,当正压相来临时,如果此时 声场能将膨胀后的气泡快速压缩的话,则就会出现 一次空化的过程,如图 2 中 $\beta = 10^{-6}$ 图线所对应 的情况. 但如果压缩过程不能实现. 则气泡的大小 就会趋于稳定,如图 2 中 $\beta = 10^{-4}$ 所示的情况. 气 泡被快速压缩后会再次膨胀,如果此时的条件能 满足它能再次实现膨胀和压缩的过程的话,就可 能会出现周期性的空化过程,如图 3 中 $R_0 = 15 \, \mu m$ 对应图线所示的情况,否则,气泡膨胀到某一大小 时便会趋于稳定,如图 3 中 $R_0 = 100 \, \mu m$ 所示的 情况.



图 3 〔体含量 ($\beta = 10^{-5}$) 及驱动声场 (f = 20 kHz, $\varepsilon = 0.8$) 一定时, 气泡大小对其振动过程的影响

4 结 论

含气泡液体中大量气泡的存在对驱动声场的 影响,是在研究含气泡液体中气泡在声场中振动的 过程中不可忽略的因素.在忽略气泡溶解、合并和 气泡振动的声辐射,认为气泡大小相同且均匀分布 的情况下,我们将驱动声场作用的时间划分为许多 极短的时间步,对于每一时间步,气泡的半径会发 生变化,然后将前一步半径的变化反馈到气泡群对 驱动声场的散射作用中去,从而可以近似实时地得 到作用在单个气泡上的实时声场,如此反复持续下 去.在时间步特别短的情况下,可近似得到单个气 泡周围声场的连续变化.在此基础上,我们对液体 中某单个气泡的振动过程进行了数值模拟.

模拟的结果说明含气泡液体中气体含量的多 少、液体中气泡的大小及驱动声场等因素均会影 响到液体中气泡的振动过程,使其振动情况同液体 中只有一个气泡时的振动过程明显不同.在液体中 含气量较多或较少时,驱动声场对气泡的振动过程 影响不明显,其半径只是在平衡位置附近振荡.但 在某些特殊的情况下,气泡半径的变化会出现以下 几种情况:周期性的空化(半径缓慢增长后快速压 缩)过程;一次空化过程后保持某一值振荡的过程; 增长后维持某一值振荡的过程等.这些过程的出现 是驱动声场和液体中的气泡共同作用的结果.所以 在研究含气泡液体中气泡的振动时,驱动声场和液 体中气泡的因素需同时考虑.

- [1] Ashokkumar M 2011 UltrasonSonochem 18 864
- [2] Ashokkumar M, Lee J, Kentish J, Grieser F 2007 UltrasonSonochem 14 470
- [3] Chen W Z, Huang W, Liu Y N, Gao X X 2006 Sci Sin-Phys Mech Astron 36 113 (in Chinese) [陈伟中, 黄威, 刘亚楠, 高贤娴 2006 中国科 学, 物理学, 力学, 天文学 textbf36 113]
- [4] Ying C F 2007 Sci. Sin. Phys. Mec. Astron 37 129 (in Chinese) [应崇 福 2007 中国科学 G 辑: 物理学, 力学, 天文学 37 129]
- [5] An Y 2011 Sci. Sin. Phys. Mech. Astron 41 343 (in Chinese) [安字 2011 中国科学: 物理学, 力学, 天文学 41 343]
- [6] Cavalieri F, Zhou M, Ashokkumar M 2010 Curr. Top. Med. Chem. 10 1198
- [7] Wu J, Nyborg W L 2008 Adv. Drug. Deliver. Rev. 60 1103
- [8] Shen Z Z, Lin S Y 2011 Acta Phys. Sin. 60 104302 (in Chinese) [沈壮志, 林书玉 2011 物理学报 60 104302]
- [9] Mettin R, Doinikov A A 2009 Appl. Acoust. 70 1330
- [10] Thiemann A, Nowak T, Mettin R, Holsteyns F, Lippert A 2011 Ultrason Sonochem 18 595
- [11] Luo X N, Zhao L J, Feng C Q, Su X Y, Zhang J J 2011 Journal of Engineering Thermophysics 32 17 (in Chinese) [罗贤能, 赵良举, 奉

策强,苏晓燕,张佳佳 2011 工程热物理学报 32 17]

- [12] Neppiras E A, Noltingk B E 1951 Proc. Phys. Soc. B 64 1032
- [13] Merouani S, Hamdaoui O, Rezgui Y, Guemini M 2013 Ultrason. Sonochem 20 815
- [14] Brotchie A, Grieser F, Ashokkumar M 2009 Phys. Rev. Lett. 102 084302
- [15] Wu X J, Chahine G L 2010 J Hydrodyn. 22 330
- [16] Laakkonen M Honkanen M Saarenrinne P, Aittamaa J 2005 Chem. Eng. J 109 37
- [17] Lee J, Kentish S, Matula T J Ashokkumar M 2005 J. Phys. Chem. B 109 16860
- [18] Ashokkumar M, Lee J, Kentish S, Grieser F, Matula T J 2004 J. Acoust. Soc. Am 116 2541
- [19] Lee J, Kentish S Ashokkumar M 2005 J. Phys. Chem. B 109 14595
- [20] Qian Z W 1981 Acta Phys. Sin. 30 442 (in Chinese) [钱祖文 1981 物 理学报 30 442]
- [21] Shen Z Z, Wu S J 2012 Acta Phys. Sin. 61 244301 (in Chinese) [沈壮志, 吴胜举 2012 物理学报 61 244301]
- [22] Prosperetti A, Lezzi A 1986 J. Fluid Mech. 168 457
- [23] Foldy L L 1945 Phys. Rev. 67 107

Vibration of the bubble in bubbly liquids*

Wang Yong Lin Shu-Yu † Mo Run-Yang Zhang Xiao-Li

(Institute of Applied Acoustics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

(Received 7 March 2013; revised manuscript received 25 March 2013)

Abstract

The vibration of bubbles in bubbly liquids has been studied when the driving sound field is fixed. The radius of the bubble will change when the bubble is driven by a driving acoustic field for a short time. This small change of radius is then fed back to the scattering process of the bubbles driven by the driving acoustic field. Thus the compound acoustic field including the scattered field of the bubble can be obtained. Then the bubble is again driven into vibration for a short time. By repeating the same procedure, the bubble vibration and its radius variation are simulated by a numerical method. It is shown that in the case of numerous bubbles in the liquid the vibration of a bubble is different from the case of only a single bubble in it. Because numerous bubbles will show interactions between one another, the radius of the bubble will change in different manner. For different size and content of bubbles, the radius of the bubble changes according to the following rules. The radius will oscillate in the vicinity of the equilibrium position; the radius oscillation shows a periodic cavitation process; the radius will vibrate during one cycle of cavitation; then, the radius will increase and oscillate in the vicinity of a certain value. Therefore, it is necessary that the bubble content should be considered in analyzing the vibration of the bubble in a bubbly liquid under a driving sound field.

Keywords: bubbly liquids, ultrasonic cavitation, scattering, numerical simulation

PACS: 43.25.Yw, 43.35.+d, 43.35.Ei

DOI: 10.7498/aps.62.134304

^{*} Project supported by the Innovation Funds of Graduate Programs, Shaanxi Normal University (Grant No. 2012CXB014) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11174192, 11274216).

[†] Corresponding author. E-mail: sylin@snnu.edu.cn