

基于焓耗散率最小的“盘点”冷却流道构形优化*

冯辉君 陈林根[†] 谢志辉 孙丰瑞

(海军工程大学, 热科学与动力工程研究室; 海军工程大学, 舰船动力工程军队重点实验室; 海军工程大学, 动力工程学院, 武汉 430033)

(2013年2月7日收到; 2013年3月9日收到修改稿)

基于构形理论, 以焓耗散率最小为优化目标, 对冷却流道的“盘点”传热问题进行构形优化, 得到冷却流道的圆盘构造体最优构形. 结果表明: 对于扇形单元体, 在其泵功率给定的条件下, 存在最佳展弦比使得扇形单元体无量纲当量热阻取得最小值; 对于一级树状圆盘, 在其总泵功率给定的条件下, 存在一级与单元级最佳流道宽度比和扇形单元体最佳无量纲半径使得一级树状圆盘无量纲当量热阻取得最小值, 且一级与单元级最佳流道宽度比仅与单元体分支数有关. 当中心圆盘半径等于 0 时, 一级树状圆盘最终退化成辐射状圆盘, 此时一级树状圆盘半径为临界半径. 当一级树状圆盘半径大于临界半径时, 需对圆盘冷却流道采用树状布置, 反之则采用辐射状布置. 存在最佳单元体分支数使得无量纲当量热阻取得最小值, 这与高导热材料通道的“盘点”导热构形优化结果有明显区别. 焓耗散率最小和最大温差最小的一级树状冷却流道圆盘构造体最优构形是不同的. 与最大温差最小的冷却流道圆盘构造体相比, 焓耗散率最小的冷却流道圆盘构造体当量热阻得到极大降低, 其整体传热性能得到明显提高. 因此, 焓耗散极值原理与对流构形优化相结合, 有助于进一步揭示焓耗散极值原理在传热优化方面的优越性.

关键词: 构形理论, 焓耗散率, 冷却流道, 广义热力学优化

PACS: 47.55.pb, 44.05.+e, 81.70.Pg

DOI: 10.7498/aps.62.134703

1 引言

随着电子器件集成化和微型化的迅猛发展, 电子器件的散热问题成为其发展道路上的技术“瓶颈”. Bejan^[1] 对电子器件产热的矩形构造体内布置高导热材料, 首先应用构形理论^[2-4] 对电子器件冷却问题进行了“体点”导热构形优化. 根据这一思想, 许多学者应用构形理论对各种导热问题^[5-12] 进行了大量研究.

相对于导热构形优化, 对流构形优化也是传热优化研究领域的一大热点, 许多学者以极大热情的投身于对流构形优化问题的研究中^[13-17]. Bejan 和 Errera^[13] 以最大温差最小为优化目标对冷却流道的矩形单元体进行了构形优化; 然后将得到的最优矩形单元体通过组装得到一级和一级以上的构造体, 并以总流阻最小对组装后的构造体进行了构形优化. Xiao 等^[14] 以焓耗散率最小为优化

目标文献^[13] 冷却流道的矩形单元体重新进行了构形优化, 结果表明焓耗散率最小的矩形构造体可以较大程度的降低其总流阻. Wechsato1 等^[15] 对圆盘产热体的冷却流道进行了构形优化. 首先, 分析了辐射状圆管流道的圆盘最大热阻与泵功率的关系; 然后分别以最大热阻最小和流阻最小为优化目标, 进一步分析了两种目标下一级树状圆管流道的圆盘最大热阻与泵功率的关系. 但文献^[15] 用圆管流道的计算公式来计算平行流道的总流阻和总泵功率, 所得结果存在一定的近似. Wechsato1 等^[16] 进一步对最大热阻最小和流阻最小的圆盘构造体性能进行了比较, 结果表明: 在给定圆盘无量纲质量流率的条件下, 辐射状流道布置使能圆盘构造体热阻性能最优; 树状圆盘能使流阻性能最优. Daguene1-Frick 等^[17] 采用数值计算方法对辐射状和一级树状圆管流道的圆盘产热体进行了构形优化, 结果表明: 增大辐射状圆盘内通道数目, 有助于

* 国家自然科学基金 (批准号: 51176203, 51206184) 和湖北省自然科学基金 (批准号: 2012FB06905) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: lgchenna@yahoo.com

[‡] 通讯作者. E-mail: lingchen@hotmail.com

降低圆盘产热体的热阻; 在给定圆盘质量流率的条件下, 最小流阻下的不同泵功率对应不同的圆盘结构设计.

文献 [13, 15—17] 以最大温差最小目标的构形优化并不能反映传热过程的整体传热性能. 过增元等 [18,19] 提出了新的物理量“焓”(文献 [20] 曾称之为热量传递势容) 和“焓耗散极值原理”, 基于焓耗散定义了多维导热问题中的反映平均散热性能的当量热阻, 并从导热机理、电热模拟试验等角度 [21—23] 对焓的物理意义作了进一步地阐述. 此后, 许多学者将焓耗散极值原理应用到各种传热过程的优化研究中 [9—12,24—38], 进一步丰富了传热优化的研究内容, 揭示了焓耗散率最小目标在传热优化方面的优势.

本文将在文献 [15] 的基础上, 以焓耗散率最小为优化目标, 对文献 [15] 的冷却流道的“盘点”传热问题重新进行构形优化, 得到整体传热性能最优的圆盘构造体最优构形, 并对焓耗散率最小和最大温差最小的一级树状圆盘最优构形进行比较.

2 焓耗散的定义 [18]

文献 [18] 中定义了一物体所具有的热量传递的总能力——物理量焓(E_{vh})

$$E_{vh} = \frac{1}{2} Q_{vh} U_h = \frac{1}{2} Q_{vh} T, \quad (1)$$

式中, $Q_{vh} = M c_v T$ 为物体的定容热容量, U_h 或 T 是温度, 即热势. 由此得到了单位时间单位体积内焓的耗散, 称为焓耗散函数

$$\dot{E}_{h\phi} = -\dot{q} \cdot \nabla T, \quad (2)$$

式中, \dot{q} 为热流密度矢量, ∇T 是温度梯度.

“体点”导热问题中, 整个体积中的焓耗散率 $\dot{E}_{vh\phi}$ 为

$$\dot{E}_{vh\phi} = \int_V \dot{E}_{h\phi} dv, \quad (3)$$

式中, v 为控制体的体积.

在此基础之上, 可得到给定热流边界条件的多维导热问题, 物体的当量热阻 R_h 为

$$R_h = \dot{E}_{vh\phi} / \dot{Q}_h, \quad (4)$$

式中, \dot{Q}_h 是热流. 则多维导热问题的平均温差可以表示为

$$\Delta \bar{T} = R_h \dot{Q}_h \quad (5)$$

3 辐射状圆盘

如图 1 所示 [15], 辐射状圆盘区域内均匀产热 (产热率为 q''' , 可视为均匀内热源), 导热系数为 k_0 , 圆盘半径为 R_0 . k_0 材料中沿径向均匀布置着 N 根流道 (宽度为 D_0), 冷却流体在 D_0 流道内从圆盘中心向圆周流动, k_0 材料中的热量通过对流换热由冷却流体从圆周出口带走. 冷却流体是单相流体, 单根 D_0 流道的质量流率为 \dot{m}'_0 , 圆盘中心的总质量流率为 $\dot{m}'_{0,T}$ ($\dot{m}'_{0,T} = N\dot{m}'_0$); 冷却流体初始温度为 T_0 , 圆盘温度最高处 T_{max} 位于圆周上.

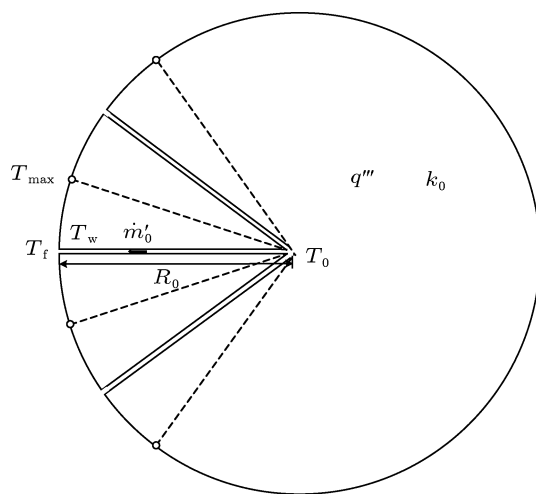


图 1 辐射状圆盘冷却流道模型 [15]

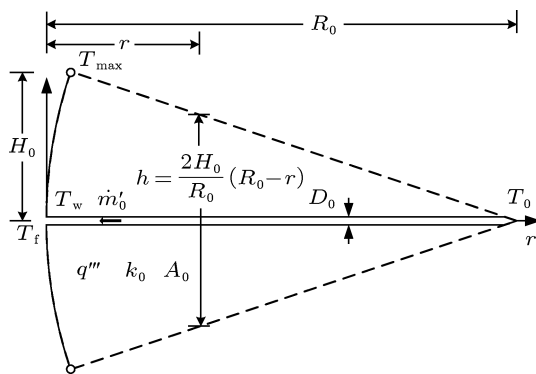


图 2 扇形单元体冷却流道模型 [15]

根据 N 根流道的分布, 圆盘可分成 N 等份扇形, 径向边界 (虚线) 都为绝热边界, 每个扇形都是一个基本单元体, 即 N 个扇形基本单元体组装成一个完整的辐射状圆盘, 如图 2 所示. 除流道的进、出口外, 扇形单元体的边界是绝热的. 假设 $N \gg 1$, 则每个扇形可认为是一个等腰三角形 (底为 $2H_0$, 高为 R_0), 面积 $A_0 = 2H_0 \times R_0 / 2$ 固定, 扇形单元体

数 $N = 2\pi R_0 / (2H_0)$, 而扇形单元体展弦比 H_0 / R_0 可以变动. 假设每个扇形足够细长 ($H_0 \ll R_0$) 且流道占比 $\varphi_0 = D_0 / H_0$ 很小 ($\varphi_0 \ll 1$), 则 k_0 材料中热流方向可认为平行于 y 轴, D_0 流道中的流体流动方向可认为平行于 r 轴.

由文献 [6] 可知, 图 2 中 $y > 0$ 时, k_0 材料中的温差分布为

$$T(r, y) - T_w(r) = \frac{q'''}{k_0} \left[\frac{H_0}{R_0} (R_0 - r)y - \frac{y^2}{2} \right], \quad (6)$$

式中, $T_w(r)$ 为 D_0 流道壁面温度, 用 $-H_0$ 替换 H_0 可得 $y < 0$ 时的温差分布.

对于 D_0 流道, 由热力学第一定律有

$$\dot{m}'_0 c_p \frac{dT_f}{dr} + 2q''' \frac{H_0}{R_0} (R_0 - r) = 0, \quad (7)$$

式中, c_p 为定压比热, T_f 为流道中流体温度. 对应的边界条件为

$$T = T_0, \quad r = R_0. \quad (8)$$

由 (7) 和 (8) 式可得流道内的温差分布为

$$T_f(r) - T_0 = \frac{q''' H_0}{\dot{m}'_0 c_p R_0} (R_0 - r)^2. \quad (9)$$

当占比 $\varphi_0 \ll 1$ 且流体流动充分时, 流体和流道壁面间的温差可忽略 [15, 16], 即 $T_w(r) = T_f(r)$. 由 (6) 和 (9) 式可知, 扇形单元体内 $y > 0$ 时的温差分布为

$$T(r, y) - T_0 = \frac{q'''}{k_0} \left[\frac{H_0}{R_0} (R_0 - r)y - \frac{y^2}{2} \right] + \frac{q''' H_0}{\dot{m}'_0 c_p R_0} (R_0 - r)^2, \quad (10)$$

式中, 用 $-y$ 替换 y , 可得 $y < 0$ 时扇形单元体内的温差分布.

由扇形单元体内温度分布的对称性可知, 忽略摩擦阻流动耗散时, 扇形单元体内的焓耗散率为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{vh\varphi_0} &= 2 \int_0^{R_0} \int_0^{\frac{H_0}{R_0}(R_0-r)} q'' [T(r, y) - T_0] dy dr \\ &= \frac{q'''^2 A_0^2}{6k_0} \left(\frac{3}{M} + \frac{H_0}{R_0} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $M = \dot{m}'_0 c_p / k_0$ 为无量纲质量流率. 相应的扇形单元体无量纲当量热阻为

$$\tilde{R}_{h, A_0} = \frac{\dot{E}_{vh\varphi_0}}{q'''^2 A_0^2 / k_0} = \frac{1}{6} \left(\frac{3}{M} + \frac{H_0}{R_0} \right). \quad (12)$$

文献 [15] 用圆管流道的计算公式来计算平行流道的总压降, 所得总压降为一近似值. 与文献 [15] 不同, 本文将用平行流道的计算公式来计算其

总压降. 当 D_0 平行流道中流体流动满足 Hagen-Poiseuille 方程时, 扇形单元体内 D_0 平行流道的压降为 [3]

$$\Delta P_0 = \frac{12\nu R_0 \dot{m}'_0}{D_0^3}, \quad (13)$$

相应的泵功率为

$$W_0 = \frac{\dot{m}'_0 \Delta P_0}{\rho} = \frac{12k_0^2 M^2 R_0 \nu}{\rho c_p^2 H_0^3 \varphi_0^3}, \quad (14)$$

W_0 可无量纲化为

$$\tilde{W}_0 = W_0 \cdot \frac{\rho c_p^2 A_0}{\nu k_0^2} = \frac{12M^2 R_0^2}{H_0^2 \varphi_0^3}. \quad (15)$$

在扇形单元体泵功率给定的条件下, 即给定无量纲泵功率 \tilde{W}_0 , (15) 式代入 (12) 式消去 M 可得

$$\tilde{R}_{h, A_0} = \frac{H_0}{6R_0} + \frac{3^{1/2}}{\tilde{W}_0^{1/2} \varphi_0^{3/2}} \frac{R_0}{H_0}. \quad (16)$$

以展弦比 H_0 / R_0 为自变量, 对 \tilde{R}_{h_0} 进行优化可得

$$\left(\frac{H_0}{R_0} \right)_{\text{opt}} = \frac{2^{1/2} \cdot 3^{3/4}}{(\tilde{W}_0 \varphi_0^3)^{1/4}}. \quad (17)$$

当 $\tilde{W}_0 \varphi_0^3 / 108 \gg 1$ 时, $(H_0 / R_0)_{\text{opt}} \ll 1$ 成立, 此时扇形单元体外形保持细长. 相应的扇形单元体最小无量纲当量热阻为

$$\tilde{R}_{h, A_0, m} = \frac{2^{1/2}}{(3\tilde{W}_0 \varphi_0^3)^{1/4}}. \quad (18)$$

图 3 给出了当 $\varphi_0 = 0.1$ 时扇形单元体最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h, A_0, m}$ 以及相应的最佳展弦比 $(H_0 / R_0)_{\text{opt}}$ 与无量纲泵功率 \tilde{W}_0 的关系. 随着 \tilde{W}_0 的增大, $\tilde{R}_{h, A_0, m}$ 和 $(H_0 / R_0)_{\text{opt}}$ 均减小, 此时扇形单元体内整体传热性能增强, 其外形变得更细长.

由 (17) 和 (18) 式可知, 整个辐射状圆盘相应的单元体数 N_{opt} 、无量纲当量热阻 \tilde{R}_{h_0} 、无量纲总泵功率 $\tilde{W}_{0, T}$ 和半径 R_0 分别为

$$N_{\text{opt}} = \frac{\pi(\tilde{W}_0 \varphi_0^3)^{1/4}}{2^{1/2} \cdot 3^{3/4}}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{h_0} &= \frac{N_{\text{opt}} \dot{E}_{vh\varphi_0, m}}{q'''^2 (N_{\text{opt}} A_0)^2 / k_0} = \frac{\tilde{R}_{h, A_0, m}}{N_{\text{opt}}} \\ &= \frac{2 \cdot 3^{1/2}}{\pi(\tilde{W}_0 \varphi_0^3)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\tilde{W}_{0, T} = \tilde{W}_0 N_{\text{opt}} = \frac{\pi \tilde{W}_0^{5/4} \varphi_0^{3/4}}{2^{1/2} \cdot 3^{3/4}}, \quad (21)$$

$$R_0 = \frac{A_0^{1/2}}{2^{1/4} \cdot 3^{3/8}} \cdot (\tilde{W}_0 \varphi_0^3)^{1/8}. \quad (22)$$

图 4 给出了 φ_0 对辐射状圆盘无量纲当量热阻 \tilde{R}_{h_0} 与无量纲总泵功率 $\tilde{W}_{0, T}$ 关系的影响. \tilde{R}_{h_0} 与

$\tilde{W}_{0,T}$ 呈单调递减关系; 在相同 $\tilde{W}_{0,T}$ 条件下, 增大 φ_0 有助于提高辐射状圆盘构造体整体传热性能.

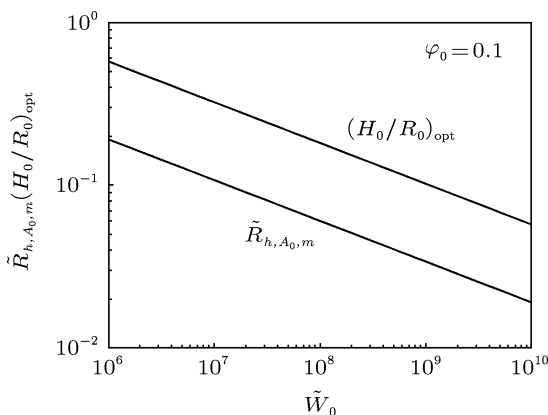


图3 $\hat{R}_{h,A_0,m}$ 和 $(H_0/R_0)_{opt}$ 与 \tilde{W}_0 的关系

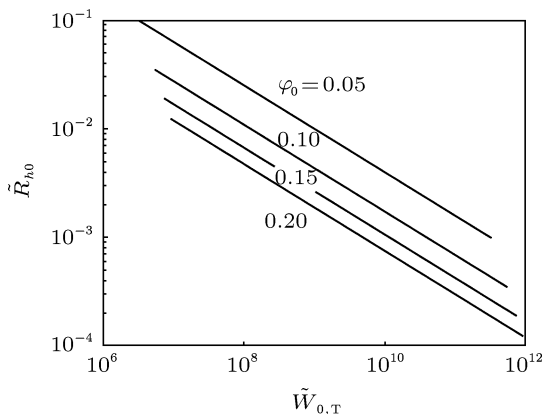


图4 φ_0 对 \hat{R}_{h0} 与 $\tilde{W}_{0,T}$ 关系的影响

4 树状圆盘

如图 5 所示^[15], 树状一级组合圆盘由 N 个图 2 所示的扇形单元体包围着一个半径为 R_1 的中心圆盘组成. 一级组合圆盘内均匀产热 (产热率为 q''' , 可视为均匀内热源), 导热系数为 k_0 , 圆盘半径为 R . 冷却流道从中心圆盘向外延伸 R_1 长度 (宽度为 D_1), 然后 n 个流道分支 (宽度为 D_0) 辐射到一级组合圆盘边缘. 中心圆盘的热流通过对流换热流到 N/n 根均匀布置在 R_1 盘面上的 D_1 流道内, 最后 D_1 流道内流到 D_0 流道内的热流和扇形单元体的热流分别通过 D_0 流道从一级组合圆盘圆周出口流出. 一级组合圆盘中心总质量流率为 $\dot{m}'_{1,T}$, 单根 D_1 流道的质量流率为 \dot{m}'_1 ($\dot{m}'_1 = \dot{m}'_{1,T}/(N/n)$), 单根 D_0 流道的质量流率为 \dot{m}'_0 ($\dot{m}'_0 = \dot{m}'_{1,T}/N$). 冷却流体初始温度为 T_0 , 一级组合圆盘温度最高处 T_{max} 位于圆周上.

根据 R_1 圆盘中 D_1 流道的分布, R 圆盘可分成 N/n 等份扇形, 径向边界 (虚线) 都为绝热边界, N/n 个一级组合扇形构成一个完整的树状圆盘. 如图 6 所示, 一级组合扇形可以近似的看成由 1 个展弦比为 H_1/R_1 的中心扇形 $A_1 (R_1, \alpha)$ 和 n 个 A_0 扇形单元体 ($R_0, 2H_0, D_0$) 组成. 当 H_1/R_1 较小时, A_1 可认为是一个等腰三角形, 面积 $A_1 = 2H_1 \times R_1/2$, 三角形底边中部和扇形 A_0 的汇合点流体温度为 T_c .

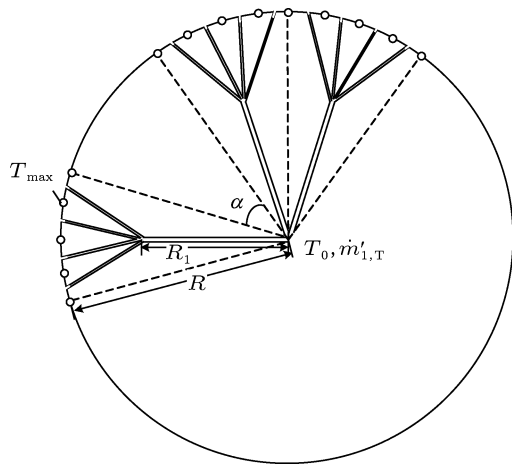


图5 一级组合圆盘冷却流道模型^[15]

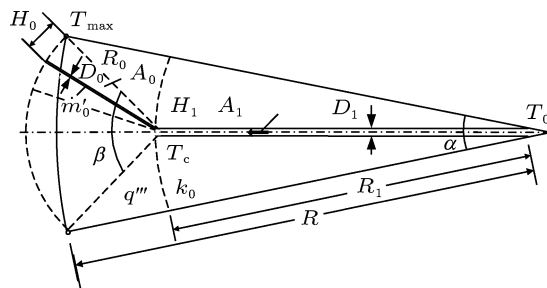


图6 一级组合扇形冷却流道模型^[15]

当 A_0 扇形单元体足够细长时, R 圆盘中 A_0 扇形单元体的数目为 $N = 2\pi R/(2H_0)$, 则一级组合扇形顶角 α 为

$$\alpha = \frac{2\pi n}{N} = \frac{2nH_0}{R}. \tag{23}$$

由于 n 个 A_0 扇形单元体半径不全为 R_0 , 中心扇形半径只能近似的表示为 $R_1 \cong R - R_0$. 此时, 由 (23) 式可得中心扇形面积 A_1 的近似计算式为

$$A_1 = \frac{\alpha}{2} R_1^2 \cong \frac{nA_0(R - R_0)^2}{RR_0}. \tag{24}$$

对于中心扇形 A_1 , A_1 中 $y > 0$ 时的温差分布同式 (10) 一样, 有

$$T(r, y) - T_0 = \frac{q'''}{k_0} \left[\frac{H_1}{R_1} (R_1 - r)y - \frac{y^2}{2} \right]$$

$$+ \frac{q''' H_1}{\dot{m}'_1 c_p R_1} (R_1 - r)^2. \quad (25)$$

当 $y = 0$ 和 $r = 0$ 时, 可得中心扇形 A_1 流道内流体的出口温度 T_c 为

$$T_c = \frac{q''' H_1 R_1}{\dot{m}'_1 c_p} + T_0. \quad (26)$$

忽略了摩阻流动耗散时, 由 (4) 和 (25) 式可得中心扇形 A_1 的焓耗散率为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{vh}\phi, A_1} &= 2 \int_0^{R_1} \int_0^{\frac{H_1}{R_1}(R_1-r)} q''' [T(r, y) - T_0] dy dr \\ &= q'''^2 A_1^2 \left(\frac{H_1}{6k_0 R_1} + \frac{1}{2\dot{m}'_1 c_p} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

对于扇形单元体 A_0 , A_0 中 $y > 0$ 时的温差分布同 (10) 式一样, 有

$$\begin{aligned} T(r, y) - T_c &= \frac{q'''}{k_0} \left[\frac{H_0}{R_0} (R_0 - r)y - \frac{y^2}{2} \right] \\ &\quad + \frac{q''' H_0}{\dot{m}'_0 c_p R_0} (R_0 - r)^2. \end{aligned} \quad (28)$$

忽略了摩阻流动耗散时, 由 (4) 式可得扇形单元体 A_0 的焓耗散率为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{vh}\phi, A_0} &= 2 \int_0^{R_0} \int_0^{\frac{H_0}{R_0}(R_0-r)} q''' [T(r, y) - T_0] dy dr \\ &= 2 \int_0^{R_0} \int_0^{\frac{H_0}{R_0}(R_0-r)} q''' [T(r, y) - T_c \\ &\quad + T_c - T_0] dy dr. \end{aligned} \quad (29)$$

将 (26) 和 (28) 式代入 (29) 式可得

$$\dot{E}_{\text{vh}\phi, A_0} = q'''^2 A_0 \left(\frac{H_0^2}{6k_0} + \frac{H_0 R_0}{2\dot{m}'_0 c_p} + \frac{H_1 R_1}{\dot{m}'_1 c_p} \right). \quad (30)$$

由 (27) 和 (30) 式可得一级组合扇形 A 的焓耗散率为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{vh}\phi, A} &= \dot{E}_{\text{vh}\phi, A_1} + n \dot{E}_{\text{vh}\phi, A_0} \\ &= q'''^2 A_1^2 \left(\frac{H_1}{6k_0 R_1} + \frac{1}{2\dot{m}'_1 c_p} \right) \\ &\quad + n q'''^2 A_0 \left(\frac{H_0^2}{6k_0} + \frac{H_0 R_0}{2\dot{m}'_0 c_p} + \frac{H_1 R_1}{\dot{m}'_1 c_p} \right). \end{aligned} \quad (31)$$

由 (5) 和 (31) 式可得整个树状圆盘的当量热阻为

$$\begin{aligned} R_{h1} &= \frac{(N/n) \cdot \dot{E}_{\text{vh}\phi, A}}{(q''' \pi R^2)^2} = \left[A_1^2 \left(\frac{H_1}{6k_0 R_1} + \frac{1}{2\dot{m}'_1 c_p} \right) \right. \\ &\quad \left. + n A_0 \left(\frac{H_0^2}{6k_0} + \frac{H_0 R_0}{2\dot{m}'_0 c_p} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{H_1 R_1}{\dot{m}'_1 c_p} \right) \right] / (\pi n H_0 R^3). \end{aligned} \quad (32)$$

经过一系列代数运算, R_{h1} 可无量纲化为

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{h1} &= R_{h1} k_0 \\ &= \frac{3\pi \tilde{R}_0^2 \tilde{R}^2 (\tilde{R}_0^2 - \tilde{R}_0 \tilde{R} + \tilde{R}^2)^2 + M [n^2 (\tilde{R} - \tilde{R}_0)^4 + \tilde{R}_0 \tilde{R}^3]}{6\pi M \tilde{R}_0^2 \tilde{R}^6}, \end{aligned} \quad (33)$$

式中, $M = \dot{m}'_{1,T} c_p / k_0$ 为无量纲质量流率, $(\tilde{R}_0, \tilde{R}) = (R_0, R) / A_0^{1/2}$.

当流道中流体流动满足 Hagen-Poiseuille 方程时, 中心扇形 A_1 中平行流道的压降为 [3]

$$\Delta P_{A_1} = \frac{12\nu R_1 \dot{m}'_1}{D_1^3}. \quad (34)$$

一级组合扇形 A 中流道的压降为 $\Delta P_1 = \Delta P_0 + \Delta P_{A_1}$, 由 (13) 和 (34) 式可得整个树状圆盘的总泵功率为

$$\begin{aligned} W_{1,T} &= \frac{\dot{m}'_{1,T} \Delta P_1}{\rho} \\ &= \frac{12\nu k_0^2 M^2 \tilde{R}_0^2 [\tilde{D}^3 \tilde{R}_0 + n(\tilde{R} - \tilde{R}_0)]}{\pi \rho c_p^2 A_0 \tilde{R} \tilde{D}^3 \phi_0^3}, \end{aligned} \quad (35)$$

式中, $\tilde{D} = D_1 / D_0$. $W_{1,T}$ 可无量纲化为

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{1,T} &= W_{1,T} \cdot \frac{\rho c_p^2 A_0}{\nu k_0^2} \\ &= \frac{12M^2 \tilde{R}_0^2 [\tilde{D}^3 \tilde{R}_0 + n(\tilde{R} - \tilde{R}_0)]}{\pi \tilde{R} \tilde{D}^3 \phi_0^3}. \end{aligned} \quad (36)$$

树状圆盘中流道在整个体积中所占的比例 ϕ_1 为

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{A_p}{\pi R^2} = \frac{ND_0 R_0 + \frac{N}{n} D_1 R_1}{\pi R^2} \\ &= \frac{\phi_0 [n \tilde{R}_0 + \tilde{D}(\tilde{R} - \tilde{R}_0)]}{n \tilde{R}}. \end{aligned} \quad (37)$$

(37) 式代入 (36) 式, 消去 ϕ_0 可得

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{1,T} &= \frac{12M^2 \tilde{R}_0^2 [n \tilde{R}_0 + \tilde{D}(\tilde{R} - \tilde{R}_0)]^3 [\tilde{D}^3 \tilde{R}_0 + n(\tilde{R} - \tilde{R}_0)]}{\pi n^3 \tilde{D}^3 \tilde{R}^4 \phi_1^3}. \end{aligned} \quad (38)$$

当整个树状圆盘总泵功率 $W_{1,T}$ 给定时, 其无量纲泵功率 $\tilde{W}_{1,T}$ 也随之给定. (38) 式代入 (33) 式消去 M , 并对 \tilde{D} 求导令其等于零, 可得

$$\tilde{D}_{\text{opt}} = n^{1/2}. \quad (39)$$

由 (39) 式可知, \tilde{D}_{opt} 仅与 n 有关, 与 $\tilde{W}_{1,T}$, \tilde{R}_0 , \tilde{R} 和 ϕ_1 无关. 由 (39) 式可得相应的扇形单元体流道占比和树状圆盘无量纲当量热阻分别为

$$\varphi_0 = \frac{n^{1/2} \tilde{R} \varphi_1}{n^{1/2} \tilde{R}_0 + \tilde{R} - \tilde{R}_0} \tag{40}$$

$$\tilde{R}_{h1} = \frac{18\pi \tilde{R}_0^3 (\tilde{R}_0^2 - \tilde{R}_0 \tilde{R} + \tilde{R}^2)^2 [(n^{1/2} - 1) \tilde{R}_0 + \tilde{R}]^2 + n(3\pi)^{1/2} [n^2 (\tilde{R} - \tilde{R}_0)^4 + \tilde{R}_0 \tilde{R}^3] (\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3)^{1/2}}{6\sqrt{3}\pi^{3/2} n \tilde{R}_0^2 \tilde{R}^6 (\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3)^{1/2}}, \tag{41}$$

当 φ_1, \tilde{R}, n 和 $\tilde{W}_{1,T}$ 给定时, 整个树状圆盘的无量纲当量热阻 \tilde{R}_{h1} 仅随 \tilde{R}_0 变化, 以 \tilde{R}_0 为优化变量可对整个树状圆盘进行构形优化.

图 7 给出了 $\varphi_1 = 0.1, \tilde{R} = 10, n = 2$ 和 $\tilde{W}_{1,T} = 10^8$ 时 \tilde{R}_{h1} 和 φ_0 与 \tilde{R}_0 的关系. 从图中可以看出, \tilde{R}_{h1} 随着 \tilde{R}_0 的增大先减小后增大; 存在最佳 $\tilde{R}_{0,opt} = 1.39$ 和相应的最佳 $\varphi_{0,opt} = 0.1337$, 使得 \tilde{R}_{h0} 取得最小值 $\tilde{R}_{h0,m} = 0.0025$.

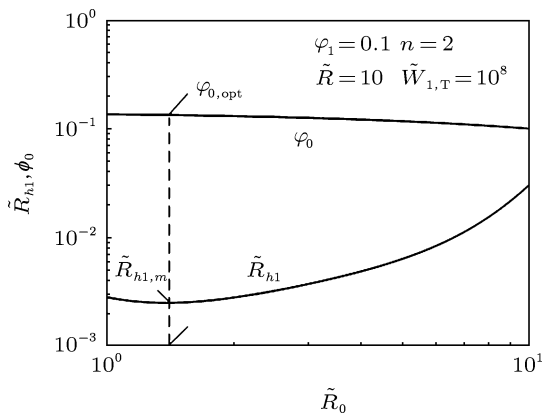


图 7 \tilde{R}_{h1} 和 φ_0 与 \tilde{R}_0 的关系

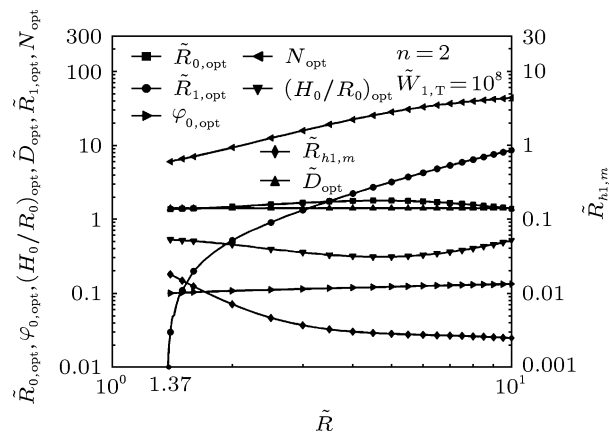


图 8 \tilde{R} 对一级树状圆盘最优构形的影响

图 8 给出了当 $\varphi_1 = 0.1, n = 2$ 和 $\tilde{W}_{1,T} = 10^8$ 时圆盘无量纲半径 \tilde{R} 对一级树状圆盘最优构形 ($\tilde{R}_{h1,m}, \tilde{R}_{0,opt}, \tilde{R}_{1,opt}, \varphi_{0,opt}, (H_0/R_0)_{opt}, N_{opt}$ 和 \tilde{D}_{opt}) 的影响. 从图中可以看出, 随着 \tilde{R} 的增大, N_{opt} 逐渐增大, $\varphi_{0,opt}$ 变化不大, \tilde{D}_{opt} 保持不变; $\tilde{R}_{h1,m}$ 减小,

从而有助于提高圆盘构造体的传热性能. $\tilde{R}_{1,opt}$ 随着 \tilde{R} 的减小而减小, 当 $\tilde{R} = 1.37$ 时, $\tilde{R}_{1,opt} = 0$ 且 $\varphi_{0,opt} = \varphi_1$, 一级树状圆盘退化成为辐射状圆盘, 图 8 中 \tilde{R} 小于 1.37 的曲线也随之而消失, 此时辐射状圆盘有 6 个扇形单元体 A_0 ; 当 $\tilde{R} = 5$ 时, 一级树状圆盘有 28 个周界单元体 A_0 ($N_{opt} = 28$); 当 $\tilde{R} = 10$ 时, 一级树状圆盘有 44 个周界单元体 A_0 .

图 9 给出了 $n = 2$ 时 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3$ 对一级树状圆盘最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h1,m}$ 与 \tilde{R} 关系的影响. 从图中可以看出, 对于给定的 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3$, 存在一个无量纲临界半径来判定采用辐射状布置还是树状布置使得圆盘构造体的传热性能最优; 当 \tilde{R} 大于无量纲临界半径时, 采用树状布置能使其传热性能最优; 增大 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3$ 有助于降低一级树状圆盘最小无量纲当量热阻, 提高圆盘构造体的传热性能; 随着 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3$ 的增大, 无量纲临界半径相应增大, 当 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3 = 10^4$ 时, 无量纲临界半径为 1.09, 当 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3 = 10^7$ 时, 无量纲临界半径为 2.17.

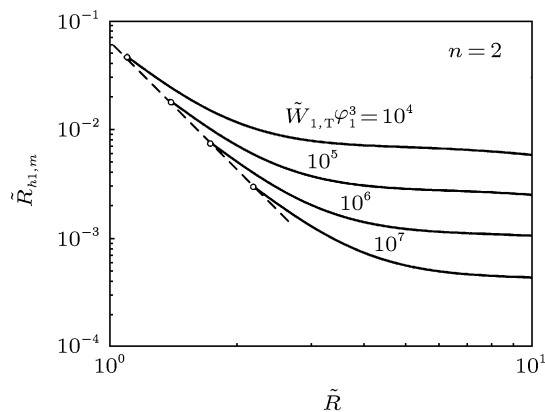


图 9 $\tilde{W}_{1,T} \varphi_1^3$ 对 $\tilde{R}_{h1,m}$ 与 \tilde{R} 关系的影响

图 10 给出了当 $\varphi_1 = 0.1, \tilde{R} = 4$ 和 $\tilde{W}_{1,T} = 10^8$ 时一级树状圆盘最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h1,m}$ 以及相应的最优构形 ($\tilde{R}_{0,opt}$ 和 $\varphi_{0,opt}$) 与单元体分支数 n 的关系. 从图中可以看出, $\tilde{R}_{h1,m}$ 随着 n 的增大先减小后增大; 存在最佳单元体分支数 $n_{opt} = 3$ 使得 $\tilde{R}_{h1,m}$ 取得二次最小值 $\tilde{R}_{h1,mm} = 0.0030$, 此时对应的最优构形为 $\varphi_{0,opt} = 0.1270, \tilde{D}_{opt} = 1.7321, \tilde{R}_{0,opt} = 1.99$.

由高导热材料通道的“盘点”导热构形优化可知,最大温差最小的无量纲最大热阻与单元体分支数 n 无关 [6]; 焓耗散率最小的无量纲当量热阻随着单元体分支数 n 的增大而增大 [10]. 显然, 本文冷却流道的“盘点”传热构形优化结果与文献 [6, 10] 构形优化结果有明显区别.

图 11 给出了当 $\varphi_1 = 0.1$ 和 $\tilde{R} = 4$ 时无量纲总泵功率 $\tilde{W}_{1,T}$ 对一级树状圆盘二次最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h1,mm}$ 以及相应的最优构形 ($\tilde{R}_{0,opt}$, $\varphi_{0,opt}$, n_{opt} , N_{opt} 和 $(H_0/R_0)_{opt}$) 的影响. 从图中可以看出, $\tilde{R}_{h1,mm}$ 随着 $\tilde{W}_{1,T}$ 的增大而减小, 牺牲一定的总泵功率有助于提高一级树状圆盘构造体的传热性能. 当 $10^6 \leq \tilde{W}_{1,T} \leq 10^8$ 时, 最佳单元体分支数 $n_{opt} = 3$; $10^8 < \tilde{W}_{1,T} \leq 5 \times 10^9$ 时, 最佳单元体分支数 $n_{opt} = 2$; 当 $5 \times 10^9 < \tilde{W}_{1,T} \leq 10^{10}$ 时, 最佳单元体分支数 $n_{opt} = 3$. 由于 n_{opt} 为整数, 所以图中曲线在取不同最佳单元体分支数时呈现一定的跳跃. 但在整体趋势上, 随着 $\tilde{W}_{1,T}$ 的增大, 一级树状圆盘中最佳单元体数 N_{opt} 增大, 扇形单元体外形变得更细长, 最佳扇形单元体流道占比 $\varphi_{0,opt}$ 变化不大.

表 1 给出了 $\varphi_1 = 0.1$, $n = 3$, $\tilde{W}_{1,T} = 10^8$ 时不同 \tilde{R} 下焓耗散率最小和最大温差最小 ($(T_{max} - T_0)/(q''' \pi R^2/k_0)$) 的一级树状圆盘最优构形比较. 由表 1 可知, 焓耗散率最小和最大温差最小的一级树状圆盘构造体最优构形是不同的: 焓耗散率最小的一级树状圆盘无量纲临界半径为 1.35, 而最大温差最小的一级树状圆盘无量纲临界半径为 1.79; 当 $\tilde{R} = 5$ 和 $\tilde{R} = 10$ 时, 焓耗散率最小的一级树状圆盘扇形单元体最佳流道占比 $\varphi_{0,opt}$ 比最大温差最小的 $\varphi_{0,opt}$ 小, 而焓耗散率最小的一级树状圆盘扇形单元体最佳无量纲半径 $\tilde{R}_{0,opt}$ 和周界单元体数 N_{opt} 均比最大温差最小的 $\tilde{R}_{0,opt}$ 和 N_{opt} 大. 在一级树状圆盘构造体内热流 ($q''' \pi R^2$) 一定的条件下, 其平均温

差与其当量热阻成正比. 当 $\tilde{R} = 5$ 时, 焓耗散率最小的无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h1,m}$ 比最大温差最小的无量纲当量热阻 \tilde{R}'_{h1} (即焓耗散率最小的平均温差比最大温差最小的平均温差) 降低了 16.67%; 当 $\tilde{R} = 10$ 时, 焓耗散率最小的无量纲当量热阻比最大温差最小的无量纲当量热阻降低了 31.19%. 由此可见, 基于焓耗散率最小的最优构形比基于最大温差最小的最优构形更能有效地降低一级树状圆盘构造体的平均传热温差, 改善其传热性能.

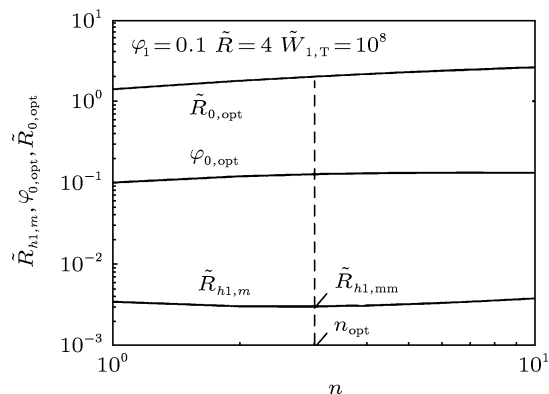


图 10 $\tilde{R}_{h1,m}$, $\tilde{R}_{0,opt}$ 和 $\varphi_{0,opt}$ 与 n 的关系

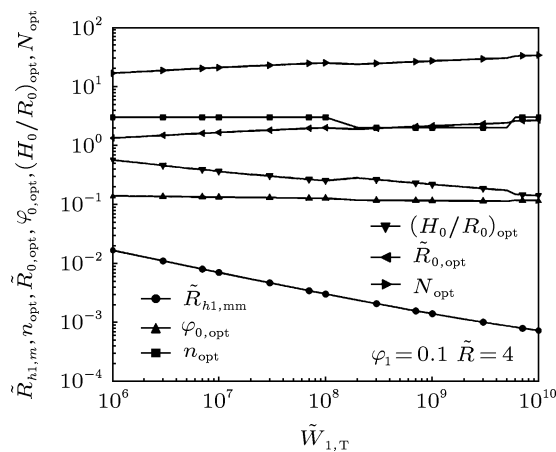


图 11 $\tilde{W}_{1,T}$ 对 $\tilde{R}_{h1,mm}$ 以及相应最优构形的影响

表 1 焓耗散率最小和最大温差最小的一级树状圆盘最优构形比较

优化目标	\tilde{R}	\tilde{R}'_{h1}	$\tilde{R}_{h1,m}$	$\varphi_{0,opt}$	$\tilde{R}_{0,opt}$	N_{opt}	$\tilde{R}_{1,opt}$
焓耗散率最小	5	0.0070	0.0028	0.1328	2.08	33	2.92
	10	0.0047	0.0024	0.1523	1.88	60	8.12
最大温差最小	5	0.0034	0.0034	0.1402	1.61	24	3.39
	10	0.0035	0.0035	0.1601	1.12	36	8.88

5 结论

基于构形理论, 本文以冷却流道的“盘点”传热模型为研究对象, 以焓耗散率最小为优化目标, 对布置冷却流道的圆盘构造体进行了构形优化, 得到了无量纲当量热阻最小的辐射状圆盘和一级树状圆盘构造体最优构形. 结果表明: 对于扇形单元体, 在其泵功率给定的条件下, 存在最佳展弦比 $(H_0/R_0)_{\text{opt}}$ 使得扇形单元体无量纲当量热阻取得最小值; 对于一级树状圆盘, 在其总泵功率给定的条件下, 存在一级与单元级最佳流道宽度比 \tilde{D}_{opt} 和扇形单元体最佳无量纲半径 $\tilde{R}_{0,\text{opt}}$ 使得一级树状圆盘无量纲当量热阻取得最小值, 且 \tilde{D}_{opt} 仅与单元体分支数 n 有关. 中心圆盘无量纲半径 $\tilde{R}_{1,\text{opt}}$ 随着一级树状圆盘无量纲半径 \tilde{R} 的减小而减小, 在 $\phi_1 = 0.1$, $n = 2$ 和 $\tilde{W}_{1,T} = 10^8$ 的条件下, 当 $\tilde{R} = 1.37$ 时, $\tilde{R}_{1,\text{opt}} = 0$, 一级树状圆盘最终退化成辐射状圆盘. 因此, 当一级树状圆盘半径大于临界半径时, 需对圆盘冷却流道采用树状布置, 反之则采用辐射状布置. 当 $\tilde{W}_{1,T}\phi_1^3 = 10^4$ 时, 无量纲临界半径为 1.09, 当 $\tilde{W}_{1,T}\phi_1^3 = 10^7$ 时, 无量纲临界半径为 2.17. 存在最佳单元体分支数 n_{opt} 使得一次最小无量纲当量热阻取得二次最小值, 这与高热材料通道的“盘

点”导热构形优化结果有明显区别. 焓耗散率最小和最大温差最小的一级树状圆盘构造体最优构形是不同的, 当 $\tilde{R} = 5$ 时, 焓耗散率最小的无量纲当量热阻比最大温差最小的无量纲当量热阻降低了 16.67%; 当 $\tilde{R} = 10$ 时, 焓耗散率最小的无量纲当量热阻比最大温差最小的无量纲当量热阻降低了 31.19%. 由此可见, 与基于最大温差最小的一级树状圆盘构造体最优构形相比, 基于焓耗散率最小的圆盘构造体整体传热性能得到明显改善. 基于焓耗散率这个物理量定义的当量热阻反映了传热过程中的导热性能, 即当量热阻越小, 则散热性能越好, 结构体内的平均温度越低, 导热效率越高. 因此, 工程上对冷却流道的圆盘构造体进行热优化设计时, 应尽量在兼顾最大温差等其他性能指标的前提下, 选择圆盘构造体当量热阻最小时的构形设计方案.

本文在给定泵功率的条件下对圆盘构造体进行了焓耗散率最小的构形优化, 可进一步以泵功率和当量热阻所组成的复合函数为优化目标, 对圆盘构造体进行多目标的构形优化, 从而得到同时兼顾泵功率和当量热阻的圆盘构造体最优构形. 对于二级及二级以上树状冷却流道圆盘构造体, 可采用第 4 节方法对其进行构形优化, 以使得本文所得结果能够应用到更大圆盘的冷却流道构形优化设计中.

- [1] Bejan A 1997 *Int. J. Heat Mass Transfer* **40** 799
- [2] Bejan A 2000 *Shape and Structure, from Engineering to Nature* (Cambridge: Cambridge University Press) pp1-314
- [3] Bejan A, Lorente S 2008 *Design with Constructal Theory* (New Jersey: Wiley) pp1-516
- [4] Chen L G 2012 *Sci. China: Tech. Sci.* **55** 802
- [5] Ledezma G, Bejan A, Errera M 1997 *J. Appl. Phys.* **82** 89
- [6] Rocha L A O, Lorente S, Bejan A 2002 *Int. J. Heat Mass Transfer* **45** 1643
- [7] Ghodoossi L, Egrican N J 2003 *Appl. Phys.* **93** 4922
- [8] Wu W, Chen L, Sun F 2007 *Energy Convers. Mgmt.* **48** 101
- [9] Wei S H, Chen L G, Sun F R 2009 *Sci. China Ser. E: Tech. Sci.* **52** 2981
- [10] Xiao Q H, Chen L G, Sun F R 2011 *Chin. Sci. Bull.* **56** 102
- [11] Chen L G, Wei S H, Sun F R 2011 *Int. J. Heat Mass Transfer* **54** 210
- [12] Feng H J, Chen L G, Sun F R 2012 *Sci. China: Tech. Sci.* **55** 779
- [13] Bejan A, Errera M R 2000 *Int. J. Heat Mass Transfer* **43** 3105
- [14] Xiao Q H, Chen L G, Sun F R 2010 *Sci. China: Tech. Sci.* **53** 2458
- [15] Wechsato W, Lorente S, Bejan A 2003 *Int. J. Heat Mass Transfer* **46** 4381
- [16] Wechsato W, Lorente S, Bejan A 2004 *Int. J. Exergy* **1** 2
- [17] Daguene-Frick X, Bonjour J, Revellin R 2010 *IEEE Trans. Components & Packag. Tech.* **33** 115
- [18] Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G 2007 *Int. J. Heat Mass Transfer* **50** 2545
- [19] Li Z X, Guo Z Y 2010 *Field synergy principle of heat convection optimization* (Beijing: Science Press) pp78-97 (in Chinese) [李志信, 过增元 2010 对流传热优化的场协同理论 (北京: 科学出版社) 第 78-97 页]
- [20] Guo Z Y, Cheng X G, Xia Z Z 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 406
- [21] Han G Z, Zhu H Y, Cheng X X, Guo Z Y 2005 *J. Engng. Thermophys* **26** 1022 (in Chinese) [韩光泽, 朱宏晔, 程新广, 过增元 2005 工程热物理学报 **26** 1022]
- [22] Han G, Guo Z Y 2007 *Proc. CSEE* **27** 98 (in Chinese) [韩光泽, 过增元 2007 中国电机工程学报 **27** 98]
- [23] Zhu H Y, Chen Z J, Guo Z Y 2007 *Pro. Natural Sci.* **17** 1692 (in Chinese) [朱宏晔, 陈泽敬, 过增元 2007 自然科学进展 **17** 1692]
- [24] Chen L G 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 4404
- [25] Liu X B, Guo Z Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4766 (in Chinese) [柳雄斌, 过增元 2009 物理学报 **58** 4766]
- [26] Xu M T, Guo J F, Cheng L 2009 *Front. Energy Power Engng. China* **3** 402
- [27] Xu M 2011 *Energy* **36** 4272
- [28] Xia S J, Chen L G, Sun F R 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **54** 352
- [29] Liu W, Liu Z C, Jia H, Fan A W, Nakayama A 2011 *Int. J. Heat Transfer* **54** 3049
- [30] Hu G J, Cao B Y, Guo Z Y 2011 *Chin. Sci. Bull.* **56** 2974
- [31] Cheng X T, Xu X H, Liang X G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 118103 (in Chinese)

- Chinese) [程雪涛, 徐向华, 梁新刚 2011 物理学报 **60** 118103]
- [32] Cheng X T, Dong Y, Liang X G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114402 (in Chinese) [程雪涛, 董源, 梁新刚 2011 物理学报 **60** 114402]
- [33] Cheng X T, Liang X G, Xu X H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060512 (in Chinese) [程雪涛, 梁新刚, 徐向华 2011 物理学报 **60** 060512]
- [34] Chen Q, Xu Y C 2012 *Energy* **37** 571
- [35] Guo J F, Huai X L 2012 *Energy* **41** 335
- [36] Chen L G, Xiao Q H, Xie Z H, Sun F R 2012 *Int. Comm. Heat Mass Transfer* **39** 1556
- [37] Feng H J, Chen L G, Xie Z H, Sun F R 2013 *Sci. China Tech. Sci.* **56** 299
- [38] Wu J, Cheng X T 2013 *Int. J. Heat Mass Transfer* **58** 374

Constructal entransy dissipation rate minimization the problem of constructing “disc-point” cooling channels*

Feng Hui-Jun Chen Lin-Gen[†] Xie Zhi-Hui Sun Feng-Rui

(*Institute of Thermal Science and Power Engineering, Naval University of Engineering; Military Key Laboratory for Naval Ship Power Engineering, Naval University of Engineering; College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China*)

(Received 7 February 2013; revised manuscript received 9 March 2013)

Abstract

Based on configuration theory, the construction of a “disc-point” heat transfer with cooling channels can be optimized by taking minimum entransy dissipation rate. Thus an optimal construction of the disc-shaped assembly with cooling channels is obtained. The results show that there exists an optimal aspect ratio of the elemental sector which leads to the minimum dimensionless equivalent thermal resistance of the elemental sector at the fixed pumping power; there also exists an optimal width ratio of the elemental and first-order cooling channel to the optimal dimensionless radius of the elemental sector, which leads to the minimum dimensionless equivalent thermal resistance of the first-order branched-pattern disc at the fixed total pumping power. Moreover, the optimal width ratio of the elemental and first-order cooling channels is only relative to the number of elemental tributaries. When the radius of the central disc tends to zero, the branch-pattern disc is simplified into a radial-pattern disc, and the radius of the first-order branch-pattern disc becomes the critical radius at this point. When the radius of the branch-pattern disc is higher than the critical radius, the branch-pattern design should be adopted, otherwise the radial-pattern design should be adopted. There exists an optimal number of elemental tributaries which lead to the minimum dimensionless equivalent thermal resistance of the first-order branch-pattern disc, which is obviously different from the results of the “disc-point” heat conduction constructional optimization with high-conductivity channels. The optimal constructions of the first-order branch-pattern disc based on the minimizations of entransy dissipation rate and maximum temperature difference are different. The dimensionless equivalent thermal resistance of the disc with cooling channels based on the minimization of entransy dissipation rate is greatly reduced as compared with that based on the minimization of maximum temperature difference, and its global heat transfer performance is obviously improved simultaneously. Therefore, the combination of the entransy dissipation extremum principle and the heat convection constructional optimization further illustrates the advantages of minimization of entransy dissipation rate for heat transfer optimizations.

Keywords: constructal theory, entransy dissipation rate, cooling channels, generalized thermodynamic optimization

PACS: 47.55.pb, 44.05.+e, 81.70.Pg

DOI: 10.7498/aps.62.134703

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51176203, 51206184), and the National Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2012FB06905).

[†] Corresponding author. E-mail: lgchenna@yahoo.com