### 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质波场传播特征\*

孔丽云1) 王一博2); 杨慧珠1)

(清华大学工程力学系,北京 100084)
 (中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029)
 (2013年1月22日收到;2013年3月6日收到修改稿)

本文在考虑油藏内流体影响的基础上,进一步讨论了裂缝诱导各向异性的极化角和方位角的影响,对裂缝诱导 TTI (tilted transverse isotropy) 双孔隙介质模型进行了研究. 在裂缝诱导 HTI (horizontal transverse isotropy) 双孔隙介 质理论的基础上,用 Bond 变换推导了裂缝诱导 TTI 双孔隙介质的柔度系数矩阵和耗散系数矩阵,从而建立了介质 的一阶速度应力方程. 采用交错网格高阶有限差分法及 PML 边界条件,对 xoz 平面内的 2.5 维矢量波动方程进行了 数值模拟. 结果表明,裂缝的极化角和方位角的存在都会导致横波分裂,而在双层裂缝诱导 TTI 双孔隙介质模型的 分界面上,又会产生转换波的分裂和横波的再分裂现象,这就增加了波场的复杂性,从而为进一步研究实际地球介 质的地震波场传播特征奠定了基础.

关键词:裂缝诱导 TTI,双孔隙,裂缝极化角,裂缝方位角PACS: 91.60.-xDOI: 10.7498/aps.62.139101

#### 1引言

天然裂缝性油藏是一种双重介质油藏, 主要由 具有较高储存能力、较低流动能力的基质系统和 较低储存能力、较高流动能力的裂缝系统相互交 接而成. 对于包含孔隙的基质系统而言其基础理 论 (Gassmann 方程<sup>[1]</sup>、Biot 理论<sup>[2,3]</sup>以及 BISQ 模 型<sup>[4-6]</sup>) 已得到广泛的研究和发展. 相对而言, 裂缝 系统作为天然裂缝性油藏的流通通道, 其理论模型 的发展还有待于进一步完善.

在天然裂缝性油藏中,多组定向排列的裂缝是 地壳中地震各向异性的主要原因<sup>[7]</sup>. Crampin 等于 1981 年首先提出了各向异性介质中的横波分裂现 象<sup>[8]</sup>,并给出了广泛扩容各向异性 (EDA) 介质模 型<sup>[9]</sup>.其研究表明:各向异性介质中存在横波分裂 或横波双折射现象,形成两类不同的横波,即快横 波和慢横波,这是地震波在各向异性介质中传播 时所特有的现象.一般地,快横波的偏振方向平行 于裂缝条带,慢横波的偏振方向则垂直于裂缝条 带<sup>[8]</sup>. Thomsen 基于具有垂直对称轴的横向各向同性 (VTI) 介质, 推导了著名的 Thomsen 系数, 并给出了介质中三种波的近似相速度表达式, 以及相速度和群速度之间的关系式<sup>[10]</sup>. 但是, 水平对称轴的假设并不能满足实际地震成像精度的要求, 当裂缝系统对称轴偏离水平位置, 即地层存在倾斜各向异性时, 具有倾斜对称轴的横向各向同性 (TTI) 介质的假设则更加符合真实地层.

基于 TTI 介质的概念, 牛滨华和何樵登等通过 坐标旋转方法得到六方各向异性介质的方位矢量 波动方程<sup>[11]</sup>. Schoenberg 等则忽略了裂缝的形状 和微结构, 根据线性滑动理论, 从柔度矩阵出发, 推 导了具有垂直对称轴的横向各向同性 (HTI) 介质 的刚度系数矩阵<sup>[12]</sup>. Alkhalifah 基于频散关系中沿 对称轴方向的横波速度为零的假设, 提出了横向各 向同性 (TI) 介质的一种伪声波方程<sup>[13]</sup>. Zhang 和 James 以声波近似为基础, 根据 TTI 介质中波传播 的频散关系导出一个新的声波方程, 可以对纵波旅 行时和传播损耗进行准确的描述, 并用有限差分方 法进行波场模拟<sup>[14]</sup>. 杜启振和杨慧珠构造了时间

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 41274112)和国家科技重大专项(批准号: 2011ZX05004-003)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: wangyibo@mail.igcas.ac.cn

增量的方法,将非线性的卷积积分采用近似的方法 实现,建立了具有任意裂缝方位的裂缝性地层介质 模型<sup>[15]</sup>.裴正林等模拟了具有任意倾斜各向异性 介质的弹性波波场<sup>[16]</sup>.吴国忱等在频率空间域用 有限差分法模拟了 TTI 介质的弹性波传播<sup>[17]</sup>.杜 启振等建立了裂缝诱导 HTI 双孔隙介质等效模型, 并研究了地震波在该介质中的传播规律<sup>[18]</sup>.杜启 振等从 TTI 介质一阶应力速度方程出发,利用旋转 交错网格高阶有限差分方法,将非分裂完全匹配层 (NPML)边界吸收条件和自由边界条件相结合形成 组合边界条件,进行了二维三分量 TTI 介质弹性波 场数值模拟<sup>[19]</sup>.孔丽云等基于裂缝诱导 HTI 双孔 隙介质模型,讨论了裂缝弱度、裂缝孔隙度和裂缝 渗透率等裂缝参数对地震波场的影响<sup>[20]</sup>.

本文基于裂缝诱导 HTI 双孔隙介质模型,利用 Bond 矩阵对裂缝系统进行坐标旋转,改写了 HTI 介质的柔度系数矩阵和耗散系数,从而得到裂缝诱 导 TTI 双孔隙介质的一阶速度应力方程.采用交错 网格高阶有限差分法分别对单层和双层介质在 xoz 平面内的 2.5 维矢量波动方程进行了数值模拟,最 终,给出了数值分析结果.

#### 2 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质模型

#### 2.1 坐标旋转矩阵

通常讨论各向异性介质的刚度矩阵是本构坐标系下的刚度矩阵<sup>[21]</sup>.在进行地震波正演模拟时,由于本构坐标系与观测坐标系可能存在一定的夹角,因而需要对本构坐标系下的刚度矩阵进行坐标变换,将本构坐标系的刚度矩阵变换到观测坐标系下的刚度矩阵<sup>[22]</sup>.如图1所示,三维观测系统 OXYZ下,常规的 VTI (vertical transverse isotropy) 介质的本构坐标系与地面观测坐标系是一致的,对称轴与z轴平行(图1(a)),但若要对本构坐标系与 观测坐标系存在一定夹角的 TTI 介质 (图 1(c)) 进行研究, 就需要对本构坐标系进行一定的坐标旋转, 图 1(a)—(c) 给出了由 VTI 介质到 TTI 介质的坐标 旋转过程.

首先,若 VTI 介质围绕地面观测坐标系的 y 轴旋转,可得到对称轴在 xoz 平面内与 z 轴的夹角为  $\tilde{\theta}$ ,这个角称为极化角,此时得到的介质称为极化各 向异性介质 (图 1(b));进一步,在极化各向异性的基 础上,介质围绕观测坐标系的 z 轴旋转,可得到介质 的对称轴在 xoy 平面内的投影与 x 轴的夹角为  $\varphi$ , 这个角称为方位角,此时得到的介质即为 TTI 介质, 其极化角为  $\tilde{\theta}$  方位角为  $\varphi$  (图 1(c)).

以上给出了从 VTI 介质到 TTI 介质的常规坐 标变换的过程,由于本文的裂缝诱导 TTI 双孔隙 介质模型是基于裂缝诱导 HTI 双孔隙介质模型推 导得到的,因此,图1中也展示了由 VTI 介质经过 HTI介质到TTI介质的坐标变换过程.首先,HTI介 质可以由 VTI 介质绕观测坐标系 y 轴旋转 90° 得 到,因此,HTI介质可以看成是极化角为90°方位角 φ为0°的极化各向异性介质(图1(d));在HTI介 质的基础上,介质围绕观测坐标系的z轴旋转一定 的角度  $\phi$ ,此时得到的介质称为方位各向异性介质 (图 1(e)); 进一步, 方位各向异性介质围绕观测坐标 系 v 轴旋转一定的角度  $\theta$  (本文中称之为 HTI 极化 角),得到对称轴在 xoz 平面内的投影与 z 轴的夹角 为 90°- $\tilde{\theta}$ , 也就是说, 当方位各向异性介质绕 v 轴 旋转角时,就可以得到与上述常规坐标旋转过程相 同的 TTI 介质 (图 1(c)).

因此,本文的公式中所涉及到的 HTI 极化角  $\theta$ , 实际上是常规极化角  $\tilde{\theta}$  的余角. (1) 式和 (2) 式分 别给出了 HTI 极化角  $\theta$  和方位角  $\varphi$  所对应的 Bond 变换矩阵  $M_{\theta}$  和  $M_{\varphi}$ ,由此可得到基于 HTI 介质的 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质模型的 Bond 变换矩阵为  $M_{\theta}M_{\varphi}$ .

(1)

$$M_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos^{2}\tilde{\theta} & 0 & \sin^{2}\tilde{\theta} & 0 & -\sin 2\tilde{\theta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin^{2}\tilde{\theta} & 0 & \cos^{2}\tilde{\theta} & 0 & \sin 2\tilde{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \tilde{\theta} & 0 & \sin \tilde{\theta} \\ \frac{1}{2}\sin 2\tilde{\theta} & 0 & -\frac{1}{2}\sin 2\tilde{\theta} & 0 & \cos 2\tilde{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \tilde{\theta} & 0 & \cos \tilde{\theta} \end{bmatrix},$$



图 1 由 VTI 介质到 TTI 介质的坐标旋转过程

## 2.2 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质的一阶速 度-应力方程

本文的推导过程基于文献 [18] 的裂缝诱导 HTI 双孔隙介质模型, 而从文献 [20] 对该模型参数 的分析中可以看出, 模型中垂直定向排列的裂缝系 统的引入主要对介质产生了两方面的影响: 一是根 据文献 [12] 的线性滑动理论引入了裂缝弱度参数, 使得满足统计各向同性规律的基质孔隙系统在与 裂缝系统相互作用后, 介质的弹性参数产生了各向 异性; 二是根据文献 [23] 将裂缝系统渗透率参数与 基质孔隙系统的渗透率参数相结合, 所得到的介质 等效渗透率在垂直和平行裂缝面的方向上产生了 很大的差异, 从而导致介质的耗散系数呈现出各向 异性特点.因此,裂缝诱导 TTI 双孔隙介质中,坐标 变换矩阵主要作用于这两部分参数,即裂缝柔度系 数矩阵和耗散系数矩阵.

#### 2.2.1 裂缝柔度系数矩阵

根据文献 [12], 垂直定向排列裂缝系统的柔度 系数矩阵 S<sup>fr0</sup> 为

其中, Z<sub>N</sub>和 Z<sub>T</sub>分别为裂缝系统的法向弱度和切向弱度.

利用 Bond 坐标变换表达式 (1) 和 (2), 由 (3) 式 可以得到具有任意方位角和任意 HTI 极化角的裂 缝柔度系数矩阵 S<sup>fr</sup> 的表达式为

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{fr}} = \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\varphi}} \boldsymbol{S}^{\mathrm{fr0}} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\varphi}}^{-1} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\theta}}^{-1}.$$
(4)

#### 2.2.2 耗散系数矩阵

根据文献 [24], 介质的耗散系数矩阵有如下表 达式:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\eta} \phi^2 \boldsymbol{k}^{-1}, \tag{5}$$

其中, k 为介质的渗透率张量.

根据文献 [18], 裂缝诱导 HTI 双孔隙介质的等 效渗透率张量为

$$\boldsymbol{k}^{0} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中, k<sub>xx</sub>, k<sub>yy</sub>, k<sub>zz</sub> 分别为 X, Y, Z 方向的等效渗透率 张量, 其具体表达式为<sup>[16]</sup>

$$k_{xx} = k_m + \frac{k_m (k_f - k_m) C_d b_f}{k_f - (k_f - k_m) C_d b_f},$$
(7)

$$k_{yy} = k_m + (k_f - k_m) C_d b_f,$$
 (8)

$$k_{zz} = k_m + (k_f - k_m) C_d b_f,$$
 (9)

此处, k<sub>f</sub>, k<sub>m</sub> 分别为裂缝、孔隙系统的渗透率, C<sub>d</sub> 为裂缝线密度, b<sub>f</sub> 为裂缝开度.

根据 Bond 坐标变换矩阵表达式 (1) 和 (2), 由 (5) 式可得具有任意方位角和 HTI 极化角的裂缝诱导 TTI 介质的渗透率张量的表达式为

$$\boldsymbol{k} = \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\varphi}} \boldsymbol{k}^0. \tag{10}$$

#### 2.2.3 一阶速度-应力方程

在裂缝弱度系数矩阵 (4) 的基础上, 基于线性 滑动理论<sup>[12]</sup>、Biot 双相介质理论<sup>[2]</sup> 以及 Berryman 的相关理论<sup>[25]</sup>, 借助于文献 [18] 对裂缝诱导 HTI 双孔隙介质模型刚度系数矩阵的推导过程, 得到裂 缝诱导 TTI 双孔隙介质的刚度系数矩阵; 根据 (10) 式所示的耗散系数矩阵, 根据 Biot 双相介质理论<sup>[2]</sup> 的相关公式, 得到介质的运动平衡方程; 最终, 得到 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质的一阶速度-应力弹性波 波动方程如下:

$$\begin{split} \dot{\boldsymbol{T}} &= \boldsymbol{C}\boldsymbol{G}^{\mathrm{I}}\boldsymbol{V} \\ \dot{\boldsymbol{V}} &= \left(\boldsymbol{D}_{1} + \boldsymbol{D}_{2}\right)\boldsymbol{B}^{\mathrm{I}}\boldsymbol{V} - \boldsymbol{D}_{1}\boldsymbol{G}^{\mathrm{II}}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{D}_{2}\boldsymbol{G}^{\mathrm{III}}\boldsymbol{\sigma}, \end{split}$$

其中, *C* 是刚度系数矩阵, *C* = *S*<sup>-1</sup>, *S* 为 介质的柔度系数矩阵; *T* =  $(\sigma_s, \sigma)^T$ ,  $\sigma_s = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yy} & \sigma_{zz} & \sigma_{yz} & \sigma_{xy} \end{pmatrix}^T$ 为固相的应 力张量,  $\sigma$  代表流相的应力; *V* =  $\begin{pmatrix} \dot{u} & \dot{U} \end{pmatrix}^T$ ,  $u = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \end{pmatrix}$ 为固相位移向量, *U* =  $\begin{pmatrix} U_x & U_y & U_z \end{pmatrix}$ 为流相位移向量;

$$\begin{split} \boldsymbol{G}^{\mathrm{I}} &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{G}_{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{G}_{2} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{G}_{3} \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{G}^{\mathrm{II}} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{1} & \boldsymbol{G}_{2} \\ \boldsymbol{G}_{1} & \boldsymbol{G}_{2} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{G}^{\mathrm{III}} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{3} & \boldsymbol{G}_{3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{G}_{1} &= \begin{pmatrix} \partial/\partial x & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \partial/\partial y & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \partial/\partial z \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{G}_{2} &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & \boldsymbol{0} & \partial/\partial x \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{\Re} \boldsymbol{G}_{3} &= \begin{pmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \end{pmatrix} \end{split}$$

是微分算子矩阵;

$$\begin{split} \boldsymbol{D}_{1} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{22}\boldsymbol{I}_{3\times3} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{D}_{2} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{I}_{3\times3} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{D}_{11}\boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{D}_{11} &= \frac{\boldsymbol{\rho}_{11}}{(\boldsymbol{\rho}_{12}^{2} - \boldsymbol{\rho}_{11}\boldsymbol{\rho}_{22})}, \\ \boldsymbol{D}_{12} &= \frac{\boldsymbol{\rho}_{12}}{(\boldsymbol{\rho}_{12}^{2} - \boldsymbol{\rho}_{11}\boldsymbol{\rho}_{22})}, \\ \boldsymbol{D}_{22} &= \frac{\boldsymbol{\rho}_{22}}{(\boldsymbol{\rho}_{12}^{2} - \boldsymbol{\rho}_{11}\boldsymbol{\rho}_{22})}, \end{split}$$

*ρ*<sub>11</sub>, *ρ*<sub>12</sub>, *ρ*<sub>22</sub> 为质量系数;

$$\boldsymbol{B}^{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{B} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{bmatrix}$$

(11) 为介质的耗散系数矩阵.

#### 3 数值模拟

本文采用的数值模拟方法是交错网格高阶有限差分法<sup>[26,27]</sup>.在边界条件的处理上,采用了 PML 边界算法,即首先在时间域对一阶速度-应力弹性 波动方程 (11) 进行波场变量分离,然后引入阻尼因 子,从而得到带有衰减因子的 PML 吸收边界系统 方程组<sup>[28,29]</sup>

$$\dot{T}^m + d_m T^m = CG^{lm}V,$$
  
 $\dot{V}^m + d_m V^m = (D_1 + D_2) B^{I}V^m$   
 $-D_1 G^{IIm}\sigma_s + D_2 G^{IIIm}\sigma,$   
(12)

其中, m = x, y, z 分别表示 X, Y, Z =个方向;  $G^{Im}$ ,  $G^{IIm}$  和  $G^{IIIm}$  表示  $G^{I}, G^{II}$  和  $G^{III}$  的表达式中仅保 留 m 方向的偏导数不为零;  $T^{m}$  和  $V^{m}$  表示 T 和 V中仅保留 m 方向的分量不为零;  $d_m$  表示 m 方向上 的阻尼系数. 若令表达式 (12) 中 Y 方向的偏导数为 零, 就可以得到带有 PML 边界条件的裂缝诱导 TTI 双孔隙介质模型在 xoz 平面内的 2.5 维矢量波动方 程. 基于此, 本文分析了不同 HTI 极化角和方位角 情况下介质的波场特征, 并正演模拟了双层介质模 型的炮记录.

采用零相位的 Ricker 子波震源, 主频为 25 Hz, 模型网格点数为 300×300, 网格间距为 5 m; 震源位 于模型中心, 采用固相 z 方向激发震源, 时间间隔为 1 ms; 交错网格差分法精度为 0 ( $\Delta t^2$ ,  $\Delta x^4$ ,  $\Delta z^4$ ).

#### 3.1 单层模型

为了研究 HTI 极化角和方位角对裂缝诱导 TTI 双孔隙介质模型的波场特征的影响,基于表 1 和表 2 所示的物性参数和裂缝参数,分别对不同 HTI 极 化角和方位角情况下的波场进行了模拟.

表 1 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质单层模型的各向同性背景岩石的物性参数

$\lambda_{\rm b}/{ m GPa}$	$\mu_{\rm b}/{ m GPa}$	K <sub>s</sub> /GPa	$ ho_{ m m}/ m kg\cdot m^{-3}$	$ ho_{\rm a}/{ m kg}\cdot{ m m}^{-3}$	<i>K</i> <sub>f</sub> /GPa	$ ho_{\rm f}/{ m kg}\cdot{ m m}^{-3}$	$\eta$ /Pa·s	$arphi_{ m m}$	$k_{\rm m}/{\rm m}^2$
2.02	2.97	4.0	2500	420	1.025	1000	0.001	0.12	$2 \times 10^{-9}$

表 2 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质单层模型的裂缝参数

$Z_{\rm N}/{\rm GPa^{-1}}$	$Z_{\rm T}/{\rm GPa^{-1}}$	$arphi_{ m f}$	$k_{\rm f}/{ m m}^2$	$C_{\rm d}/{ m m}^{-1}$	$b_{\rm f}/{ m m}$
0.2	0.3	0.08	$2 \times 10^{-6}$	4	0.001

表 1 和表 2 中,  $\lambda_b$ ,  $\mu_b$  为各向同性孔隙岩石的 拉梅常数,  $K_s$ ,  $K_f$  分别为固体颗粒和流体 (水) 的体 积模量,  $\rho_m$ ,  $\rho_f$ ,  $\rho_a$  分别为固体颗粒密度、流体密度 以及固-流质量耦合附加密度,  $\phi_m$ ,  $\phi_f$  分别为基质 系统孔隙度和裂缝系统孔隙度,  $\eta$  为流体黏滞 系数,  $Z_N$  和  $Z_T$  分别为裂缝系统的法向弱度和切向 弱度.

图 2 以流相为例,分别给出了 HTI 极化角和方 位角在四种不同情况下 *x*, *y*, *z* 三个分量的波场快 照,为简单起见,图 2 采用 "HTI 极化角-方位角"的 形式对四种不同情况进行描述. 从图中可以看出:

1) HTI 极化角和方位角都为0°时,介质为裂缝 诱导 HTI 双孔隙介质. 波场快照中存在两种纵波和 一种横波,由外向内分别为快纵波 (P1)、横波 (S) 和慢纵波 (P2)(图 2(a)),根据文献 [11] 可知,这体现 了介质的双相性、各向异性和双孔隙特性.此时, 本构坐标系与观测坐标系之间不存在夹角,因此, 没有横波分裂现象产生,在 y 分量也观测不到任何 波场信息.

2) HTI 极化角为 45° 而方位角为 0° 时, 介质为 裂缝诱导极化各向异性双孔隙介质. 波场快照中存 在四种波:最外侧的快纵波 qP1 和最内侧的 qP2 波, 以及由图 2(a) 的 S 波分裂形成的中间两种横波 qS1 和 qS2, 这是由于 HTI 极化角不为零, 导致介质的 对称轴发生改变 (图 2(b)), 即在观测坐标系 xoz 平 面内的投影与z轴存在一定的夹角,从而产生了横 波分裂现象.同时,根据文献 [11] 可知,裂缝是导致 介质存在各向异性的主要原因,波场快照中几种波 的椭圆波前面的长短主轴方向分别与裂缝面平行 和垂直,因此,当裂缝系统的倾角发生改变时,几种 波的椭圆波前面的主轴方向也相应地发生了改变, 其改变的角度与 HTI 极化角相同. 另外, 由于方位 角为零,介质的对称轴方向始终与 y 轴垂直,即本 构坐标系与观测坐标系在 y 方向不存在夹角, 因此 在 y 分量依然观测不到任何波场信息.

3) HTI 极化角为 0° 而方位角为 70° 时,介质为 裂缝诱导方位各向异性双孔隙介质. 波场快照中同 样存在四种波,由外向内依次为 qP1 波、qS1 波、 qS2 波和 qP2 波,这是由于方位角的存在使得地震 波在传播过程中出现了横波分裂现象.同时,由于 介质对称轴与 y 轴存在夹角,本构坐标系在观测坐 标系的 y 分量上的投影不为零,因此, y 分量存在波 场信息.另外,由于 HTI 极化角为 0°,裂缝组的倾角 没有发生改变,所以波场快照中几种波的椭圆波前 面主轴方向没有发生改变.

4) HTI 极化角为 45° 而方位角为 70° 时, 介质 为裂缝诱导 TTI 双孔隙介质. 波场快照中依然存

在四种波:两种纵波 (qP1 和 qS1) 和两种横波 (qS1 和 qP2),这是由于本构坐标系与观测坐标系之间存在夹角,所以波场中出现了横波分裂现象.另外, HTI 极化角的存在,使得裂缝倾角发生了改变,从而导致椭圆波前面的主轴方向发生了改变;方位角的存在,使得本构坐标系在观测坐标系的 y 轴方向上产生了投影,因此 y 分量能够观测到波场信息.



图 2 四种不同情况下的裂缝诱导 TTI 双孔隙介质流相三分量的波场快照 (*t* = 400 ms) (a) 0°—0°; (b) 45°—0°; (c) 0°—70°; (d) 45°—70°

由以上分析可知,裂缝系统的 HTI 极化角和方 位角的存在对介质纵波的影响不大,但对横波的影 响是相当可观的,因此在横波地震勘探中,应该充 分考虑极化角和方位角的影响.

#### 3.2 双层模型

从单层模型的波场快照的分析结果中可以看

出,当 HTI 本构坐标系和观测坐标系之间存在一定 夹角时,地震波在传播过程中就会产生横波分裂现 象,因此,为了观测横波分裂对合成记录的影响,设 计了裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型.如图 3 所 示,震源位于模型中心,界面在地下 1000 m 处,分 别在界面以上 400 m 和界面以下 200 m 的位置接 收地震信号.模型物性参数如表 3 所示.

表 3 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型的各向同性背景岩石的物性参数

	$\lambda_b/GPa$	$\mu_{\rm b}/{ m GPa}$	K <sub>s</sub> /GPa	$ ho_{ m m}/ m kg\cdot m^{-3}$	$ ho_{a}/kg\cdot m^{-3}$	K <sub>f</sub> /GPa	$ ho_{\rm f}/{\rm kg}{\cdot}{\rm m}^{-3}$	η/Pa·s	$arphi_{ m m}$	$k_{\rm m}/{\rm m}^2$
上层介质	2.02	2.97	4.0	2500	420	1.025	1000	0.001	0.12	$2 \times 10^{-9}$
下层介质	1.0	1.45	2.0	2500	420	0.6	1000	0.001	0.12	$2 \times 10^{-9}$

表 4 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型的裂缝参数

	$Z_N/GPa^{-1}$	$Z_{\rm T}/{\rm GPa^{-1}}$	$arphi_{ m f}$	$k_{\rm f}/{ m m}^2$	$C_{ m d}/ m m^{-1}$	$b_{\rm f}/{ m m}$	$\theta$	$\phi$
上层介质	0.2	0.3	0.08	$2 \times 10^{-6}$	4	0.001	30°	$70^{\circ}$
下层介质	0.2	0.3	0.08	$2 \times 10^{-6}$	4	0.001	45°	75°



图 3 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型示意图

在上述条件下对裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双 层模型进行数值模拟,得到的波场快照和合成记录 分别如图 4 和图 5 所示.从图中可以看出,裂缝诱 导 TTI 双孔隙介质双层模型的地震波场是十分复 杂的,震源激发所产生的四种波(两种纵波和两种 横波)中的每一种,在分界面处都会进一步产生相 应的四种反射波和四种透射波.为了更清楚地对结 果进行分析,在图 6 所示的流相 *x* 分量的数值模拟 结果中,以 qP1 波和 qS1 波为例,清晰地展示了入 射波在介质分界面处的反射透射情况.由于图 6(b) 和 (c)的合成记录中两种波入射所产生的慢纵波能 量很弱,因此在图中未作标注.



图 4 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型的波场快照 (流相 x 分量) (a) t = 200 ms; (b) t = 400 ms; (c) t = 600 ms





从图 6 中可以看出: 1) 震源激发所产生的 qP1 波在分界面处不仅会产生反射 qP1 波 (RqP1-qP1) 和透射 qP1 波 (TqP1-qP1), 还会产生四种转换的 分裂横波 RqP1-qS1 波, RqP1-qS2 波, TqP1-qS1 和 TqP1-qS2 波以及两种转换纵波 RqP1-qP2 波和 T qP1-qP2 波; 2) 震源激发产生的 qS 波在裂缝诱导 TTI 双孔隙介质中产生了横波分裂,即 qS1 和 qS2 波; 分裂的 qS1 遇到介质分界面时,又产生了四种转换纵波 (RqS1-qP1 波, RqS1-qP2 波, TqS1-qP1 波, TqS1-qP2 波),并且出现了四种再分裂的横波,

即 RqS1-qS1 波, RqS1-qS2 波, TqS1-qS1 波和 TqS1qS2 波.

由 qP1 波和 qS1 波在界面上的反射透射特征 可以推论, qS2 波和 qP2 波在介质分界面处会产生 同样的结果, 也就是说, 在裂缝诱导 TTI 双孔隙介 质分界面上, 每一种入射波都会产生相应的四种反 射波和四种透射波. 可见, 由于 HTI 极化角和方位 角的存在, 介质在双层或者多层模型的分界面处会 产生转换波横波分裂和以及横波再分裂现象, 从而 极大地丰富了弹性波场信息.



图 6 裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型的流相数值模拟结果 (1-qP1 波, 2-qS1 波, 3-qS2 波, 4-qP2 波, 11-RqP1qP1 波, 12-RqP1qS1 波, 13-RqP1qS2 波, 14-RqP1qP2 波, 15-TqP1qP1 波, 16-TqP1qS1 波, 17-TqP1qS2 波, 18-TqP1qP2 波, 21-RqS1qP1 波, 22-RqS1qS1 波, 23-RqS1qS2 波, 24-RqS1qP2 波, 25-TqS1qP1 波, 26-TqS1qS1 波, 27-TqS1qS2 波, 28- TqS1qP2 波) (a) 波场快照, *t* = 600 ms; (b) 测线 I 地震 记录; (c) 测线 II 地震记录

#### 4 结 论

基于裂缝诱导 HTI 双孔隙介质理论,利用 Bond 变换矩阵分别对裂缝诱导 TTI 双孔隙介质的柔度 系数矩阵和耗散系数矩阵进行了推导,进而得到介 质的一阶速度-应力方程.借助于交错网格高阶有 限差分法及 PML 边界条件,分别采用单层和双层 模型,对 xoz 平面内的 2.5 维矢量波动方程进行了 数值模拟,并对结果进行了分析.最终,得到以下几 点认识:

1. 将线性滑动理论与 Bond 变换矩阵相结合, 推导了裂缝诱导 TTI 双孔隙介质的柔度系数矩阵; 将流-固耦合渗流模型与 Bond 矩阵相结合,得到了 介质的耗散系数矩阵;借助于裂缝诱导 HTI 双孔隙 介质模型的思路,最终得到介质的一阶速度-应力 方程.

2. 采用交错网格高阶有限差分法对单层模型 xoz 平面内的 2.5 维矢量波动方程进行了数值模拟, 结果表明:由于介质的双孔隙特性,裂缝诱导 TTI 双孔隙介质中存在两种纵波 (qP1 和 qP2);由于本 构坐标系与观测坐标系之间存在夹角,波场中出现 横波分裂现象,介质中存在两种横波 (qS1 和 qS2).

3.HTI 极化角的存在使得裂缝系统的倾角发生 改变,从而导致波场快照中几种波的椭圆波前面的 主轴方向随着 HTI 极化角的改变而改变;方位角的 存在,使介质的对称轴与观测坐标系的 y 轴不再垂 直,本构坐标系在观测坐标系的 y 轴上产生投影, 因此,在 y 分量上能够观测到波场信息.

4. 对裂缝诱导 TTI 双孔隙介质双层模型进行 了数值模拟,结果表明: 在裂缝诱导 TTI 双孔隙介 质分界面上,由于转换横波分裂和横波再分裂现象 的存在,每一种入射波都将会产生相应的四种反射 波和四种透射波,从而使得弹性波场信息更为复杂, 也更丰富.

综上,裂缝的极化各向异性和方位各向异性对 纵波的影响不大,但对横波的影响是相当可观的; 在双层介质分界面上,无论是转换横波分裂还是横 波再分裂都使得弹性波场信息更丰富也更复杂.因 此,对裂缝诱导 TTI 双孔隙介质模型的研究能够为 实际的裂缝性储层提供可靠的理论依据.

- [1] Gassmann F 1951 Geophysics 16 673
- [2] Biot M A 1956a J. Acoust. Soct. Am. 28 168
- [3] Biot M A 1956b J. Appl. Phys. 27 240
- [4] Dvorkin J, Nur A 1993 Geophysics 58 524
- [5] Yang D H 2002 WaveMotion 35 223
- [6] Zhang Z J 2002 Multi-component Seismic Data Anisotropic Processing and Interpretation Methods (in Chinese) [张忠杰 2002 多分量地震资料的各向异性处理与解释方法 (黑龙江教育出版社)]
- [7] Crampin S 1997 Geophys. J. Roy. Astr. Soc. 49 9
- [8] Crampin S 1981 Wave Motion 3 343
- [9] Crampin S 1984 First Break2(3) 19
- [10] Thomsen L 1986 Geophysics 51 1954
- [11] Niu B H, He Q D, Sun C Y 1994 GPP 33 19 (in Chinese) [牛滨华, 何 樵登, 孙春岩 1994 石油物探 33 19]
- [12] Schoenberg M, Sayers C M 1995 Geophysics 60 204
- [13] Alkhalifah T 2000 Geophysics 65 1239
- [14] Zhang L B, James W 2003 The 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts p153
- [15] Du Q Z, Yang H Z 2004 Acta Phys. Sin. 53 2801 (in Chinese) [杜启振, 杨慧珠 2004 物理学报 53 2801]
- [16] Pei Z L, Wang S X 2005 Acta Seismological Sinica 27 441 (in Chinese) [裴正林, 王尚旭 2005 地震学报 27 441]
- [17] Wu G C, Luo C M, Liang K 2007 Journal of Jilin University (Earth science Edition) 37 1023 (in Chinese) [吴国忱, 罗彩明, 梁锴 2007 吉 林大学学报 37 1023]

- [18] Du Q Z, Kong L Y, Han S C 2009 Chinese J. Geophys (in Chinese) 52 1049 (in Chinese) [杜启振, 孔丽云, 韩世春 2009 地球物理学报 52 1049]
- [19] Du Q Z, Sun R Y, Zhang Q 2011 OGP 46 187 (in Chinese) [杜启振, 孙瑞艳, 张强 2011 石油地球物理勘探 46 187]
- [20] Kong L Y, Wang Y B, Yang H Z 2012 Chinese J. Geophys (in Chinese) 55 189 (in Chinese) [孔丽云, 王一博, 杨慧珠 2012 地球物理学报 55 189]
- [21] Niu B H, Sun C Y 1994 Oil Geophysical Prospecting 29 685 (in Chinese) [牛滨华, 孙春岩 1994 石油地球物理勘探 29 685]
- [22] Liang K 2006 Ph. D. Dissertation (Dongying: China University of Petroleum (EastChina)) (in Chinese) [梁锴 2006 博士学位论文 (东 营: 中国石油大学 (华东)]
- [23] Liu J J, Du G L 2002 Journal of Xinjiang Petroleum Institute (in Chinese) 14 (3) 36 (in Chinese) [刘建军, 杜广林 2002 新疆石油学院学报 14 (3) 36]
- [24] Biot M A 1962 Journal of Applied Physics 33 1482
- [25] Berryman J G, Wang H F 1995 J. Geophys. Res. 100 24611
- [26] Dong L G 2000 Chinese J. Geophys (in Chinese) 43 411 (in Chinese) [董良国 2000 地球物理学报 43 411]
- [27] Pei Z L 2006 Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science) 30 (2) 16 (in Chinese) [裴正林 2006 中国石油大学 学报 (自然科学版) 30(2) 16]
- [28] B/erengerJ 1994 J. Comput. Phys. 114 185
- [29] Festa G, Nielsen S 2003 Bulletin of the Seismological Society of America 93 891

# Wavefield propagation characteristics in fracture-induced TTI double-porosity medium\*

Kong Li-Yun<sup>1)</sup> Wang Yi-Bo<sup>2)†</sup> Yang Hui-Zhu<sup>1)</sup>

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)
 (Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100029, China)

 (Received 22 January 2013; revised manuscript received 6 March 2013)

#### Abstract

The direction of symmetry axis of parallel fracture set in fractured hydrocarbon reservoir affects the transmission of seismic waves markedly, so a medium named fracture-induced TTI (tilted transverse isotropy) double-porosity medium is studied here to discuss the effect of different dip and azimuth angles of a fracture system. Based on the theories of fracture-induced HTI (horizental transverse isotropy) double-porosity medium, the softness and dispersion matrixes of fracture-induced TTI double-porosity medium are derived with the application of Bond transform, and finally, single-order velocity-stress equations are obtained. Furthermore, numerical simulations in *xoz* plane of 2.5 dimensional vector wavefield are carried out by the method of high-order staggered-grid finite-difference under perfect matched layer (PML) boundary conditions. The results show that the dipand azimuth angles of fractures have great impacts on seismic wave propagation, since the angles can cause the phenomena of shear wave splitting and, in the two-layer model of fracture-induced TTI double-porosity, converted shear wave splitting and shear wave sub-splitting. All of these increase the complexity of seismic wavefield and will lay a foundation of further studies on seismic wave propagation in actual earth layers.

Keywords: fracture-induced TTI, double-porosity, fracture dip angle, fracture azimuth angle

PACS: 91.60.-x

DOI: 10.7498/aps.62.139101

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41274112), and the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2011ZX05004-003).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: wangyibo@mail.igcas.ac.cn