

光纤纤芯及包层模有效折射率计算及仿真*

李丽君[†] 来永政 曹茂永 刘超 袁雪梅 张旭 管金鹏 史静 李晶

(山东科技大学信息与电气工程学院, 青岛 266590)

(2012年12月21日收到; 2013年3月21日收到修改稿)

光纤结构设计、模间色散求解、光纤光栅模式耦合等问题的研究, 都需要对光纤纤芯及包层模的有效折射率进行精确计算. 本文以光纤三层结构模型为基础, 结合该模型下的模式本征方程, 使用截弦法求解了纤芯模有效折射率, 并将计算结果与 COMSOL 软件模拟的对应纤芯模的传输光场进行对比, 验证了计算结果正确. 使用区间遍历算法对包层模有效折射率进行了求解, 与已有的传统方法相比, 该方法可以有效防止求解过程中根的遗漏、避免特征方程产生的奇点, 并能保证模式的正规性. 本文采用 Mathematica 软件对求解过程进行仿真, 获得了纤芯模和包层模有效折射率与波长关系曲线.

关键词: 光纤传输模式, 有效折射率, 截弦法, 区间遍历算法

PACS: 02.30.Gp, 02.60.Lj, 42.81.Bm, 42.82.Et

DOI: 10.7498/aps.62.140201

1 引言

目前, 光纤以其优良的传输特性已被广泛应用于光纤通信、光纤传感、光纤存储等领域^[1-5]. 光纤器件的设计、远距离传输过程中模间色散的求解、光纤光栅各模式之间的耦合等问题, 都需要精确求解纤芯模及包层模的有效折射率. 更高的计算精度、更快的计算速度和更准确的计算方法在光纤纤芯模及包层模有效折射率的计算中变得十分重要^[6,7].

目前, 对于光纤纤芯及包层模有效折射率的计算及仿真研究的文献主要分为两大类, 第一类是通过求解在弱导近似条件下得到的光纤本征方程来获得有效折射率值的方法^[6,7], 这由于本征方程简单而可以化简很多计算过程, 但其计算结果精度较低. 第二类, 使用精确特征方程计算纤芯及包层模的有效折射率, 通常采用二分法求解窄线宽光源下纤芯模的有效折射率^[8], 但当光源线宽较大时, 二分法的收敛速度很难满足计算要求; 由于包层模的本征方程是带有奇点的超越方程 (类 \tan 函数), 二

分法并不适用于此类问题的求解, 并且至今未见文章详细阐述求解多值超越方程得到包层模有效折射率的算法.

本文利用三层结构光纤模型, 对光纤纤芯模及包层模有效折射率进行了计算及仿真研究; 应用截弦法快速精确求解了纤芯单值超越本征方程, 得到了纤芯模的有效折射率; 并通过 COMSOL 模场仿真软件验证了仿真结果的正确性; 通过使用区间遍历及截弦法求解包层本征方程这一多值超越方程, 得到了各次包层模的有效折射率; 采用 Mathematica 软件对求解过程进行仿真研究, 绘制了纤芯模、包层模有效折射率与波长关系曲线. 本文详细论述了具体求解过程及方法, 其求解方法适用于光源带宽较宽、要求精度较高情况下光纤中纤芯及包层模有效折射率的求解.

2 理论分析与模拟

2.1 纤芯模有效折射率的求解及仿真

光纤三层结构模型如图 1 所示, 将光纤看作纤

* 中国博士后特别资助项目和面上项目 (批准号: 200902574, 20080441150)、山东省自然科学基金项目 (批准号: ZR2009AM017)、山东省教育厅项目 (批准号: J06P14)、青岛开发区项目 (批准号: 2007-2-39) 和山东科技大学科研创新团队支持计划项目 (批准号: 2010KYTD101) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: nankailj@163.com

芯、包层和环境层的三层结构. 最内层为纤芯, 半径为 r_1 , 折射率为 n_1 ; 其外层为包层, 半径为 r_2 , 折射率为 n_2 ; 最外面环境层的折射率为 n_3 , 半径可视作无穷大. 单模光纤纤芯模的本征方程为^[1]

$$\left(\frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2}\right)^2 \left[\frac{J'_l(U)}{UJ_l(U)} + \frac{K'_l(W)}{WK_l(W)} \right]^{-1} = \left(\frac{k_0}{\beta_{co}l}\right)^2 \left[n_1^2 \frac{J'_l(U)}{UJ_l(U)} + n_2^2 \frac{K'_l(W)}{WK_l(W)} \right], \quad (1)$$

式中, 归一化横向相位参数 $U = ur_1$, $u^2 = k_0^2(n_1^2 - n_{effco}^2)$; 归一化横向衰减参数 $W = wr_1$, $w^2 = k_0^2(n_{effco}^2 - n_2^2)$; J_l 和 K_l 分别为第 l 阶第一类贝塞尔函数和第 l 阶第二类虚宗量贝塞尔函数; $J'_l(U)$ 和 $K'_l(W)$ 是分别对 U, W 的一阶微分; β_{co} 为纤芯模的纵向传播常数, 且 $\beta_{co} = k_0 n_{effco}$, n_{effco} 为所求解的纤芯模的有效折射率, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为光在真空中的波数, λ 为光在真空中的波长.

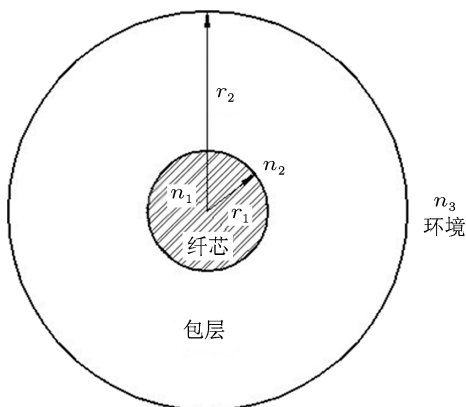


图1 三层结构模型

对 (1) 式中 $J'_l(U), K'_l(W)$ 做如下变换, 有

$$J'_l(U) = \frac{dJ_l}{dU} = \frac{dJ_l}{dn_{effco}} \frac{dn_{effco}}{dU}, \quad (2)$$

$$K'_l(W) = \frac{dK_l}{dW} = \frac{dK_l}{dn_{effco}} \frac{dn_{effco}}{dW}. \quad (3)$$

令

$$f(n_{effco}) = \left(\frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2}\right)^2 \left[\frac{J'_l(U)}{UJ_l(U)} + \frac{K'_l(W)}{WK_l(W)} \right]^{-1} - \left(\frac{k_0}{\beta_{co}l}\right)^2 \left[n_1^2 \frac{J'_l(U)}{UJ_l(U)} + n_2^2 \frac{K'_l(W)}{WK_l(W)} \right]. \quad (4)$$

选用参数为 $n_1 = 1.4681$, $n_2 = 1.4628$, $r_1 = 8.3 \mu\text{m}$, $r_2 = 62.5 \mu\text{m}$ 的 Coning SMF-28 光纤为模型, 使用 Mathematica 绘制的 λ 为 1550 nm 时 n_{effco}

与 $f(n_{effco})$ 的关系曲线如图 2, 从中可以看出, 曲线与横轴有且只有一个交点, 曲线与横轴的交点为 n_{effco} 的值, 该图中 n_{effco} 的取值为 1.46698.

在单模条件下, 函数 $f(n_{effco}) = 0$ 为单值超越方程, 无法求得准确的解析解, 使用 $f(n_{effco}) = 0$ 的近似数值解来得到纤芯模的有效折射率 n_{effco} . 每一个输入波长 λ 都有惟一的 n_{effco} 与之相对应, 但如果研究涉及的光源带宽较宽、计算精度要求较高, 那么计算量就会变得很大, 该条件下二分法难以满足计算需求. 本文使用截弦法来求解超越方程 (4) 的根, 该方法收敛速度快, 计算量相对较小. 首先取 $[n_a, n_b] \subset [n_2, n_1]$, 且 n_a, n_b 无限接近 n_2, n_1 , 计算 $(n_a, f(n_a))$ 与 $(n_b, f(n_b))$ 连成的直线与横轴的交点记为 n_c , 若 $f(n_a)f(n_c) < 0$, 则取 $(n_a, f(n_a))$ 与 $(n_c, f(n_c))$ 与横轴的交点 n_d , 否则取 $(n_b, f(n_b))$ 与 $(n_c, f(n_c))$ 与横轴的交点为 n_d . 重复上述计算, 直到 $|n_c - n_d| < \varepsilon$, ε 为计算精度 (本文精度为 10^{-4}).

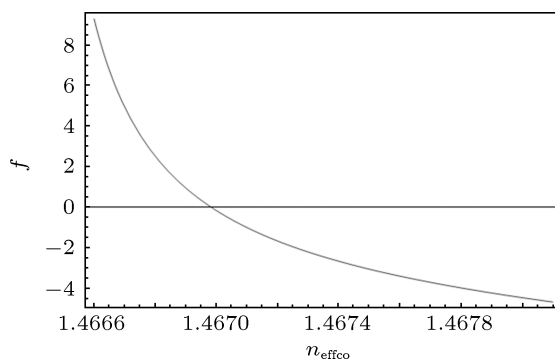


图2 函数 $f(n_{effco})$ 图像

利用 COMSOL 场分析软件对计算结果进行验证, 当选取的建模参数与上述模拟相同时, 也就是当设定入射波长为 1550 nm 时, 设置的纤芯的有效折射率为 1.46698, 获得的光纤中模场分布图如图 3(a) 所示. 从图中可以看出, 在纤芯的有效折射率为 1.46698 时, 光场模被限制在纤芯中, 也就是实现了该光场模式的有效传输. 而设置纤芯的有效折射率为另外值时 (如 1.465333), 光场的分布如图 3(b) 所示, 这时光场的传输并不集中在光纤纤芯部分, 该有效折射率不是纤芯模式对应下的有效折射率, 这进一步验证了我们上述模拟求解纤芯有效折射率方法的准确性.

利用此方法, 使用 Mathematica 软件计算了波长 λ 在 1400—1600 nm, 波长取样间隔为 2 nm 时所对应的 n_{effco} . 光纤参数为 $n_1 = 1.4681$, $n_2 = 1.4628$,

$r_1 = 8.3 \mu\text{m}$, $r_2 = 62.5 \mu\text{m}$. 图 4 为波长与有效折射率对应关系图, 其中每一个点分别为不同波长对应的有效折射率值.

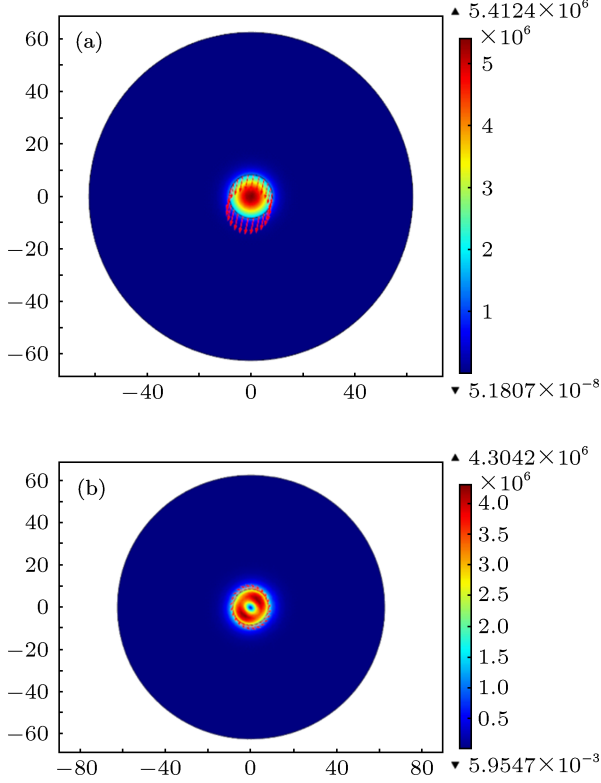


图 3 (a) $n_{\text{effco}} = 1.46698$ 时光纤中的模场图像; (b) $n_{\text{effco}} = 1.46533$ 时光纤中的模场图像

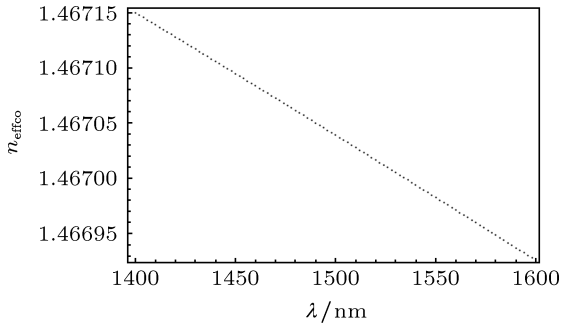


图 4 波长与纤芯模有效折射率的关系

从图 4 中我们可以明显看出, n_{effco} 与 λ 较为明显的显现出一次函数关系, 随着入射波长 λ 的增加, 纤芯模的有效折射率 n_{effco} 逐渐减小.

2.2 包层模有效折射率的求解及仿真

包层模本征方程为^[1]

$$p_l^2 + 2x_1x_2(n_2^2/n_1n_3)(2/\pi\alpha_2U_2^2)^2$$

$$\begin{aligned} &+ x_1^2x_2^2[J_b(J_b p_l + r_l/\alpha_2 U_2) \\ &- (1/U_2)(J_b q_v + s_v/\alpha_2 U_2)] \\ &\times [J_b(J_b p_l + s_{23}r_l/\alpha_2 U_2) \\ &- (s_{21}/U_2)(J_b q_v + s_{23}s_v/\alpha_2 U_2)] \\ &- x_1^2(J_b p_l - q_b/U_2)(J_b p_l - s_{21}q_l/U_2) \\ &- x_2^2(J_b p_l + r_l/\alpha_2 U_2)(J_b p_l + s_{23}r_l/\alpha_2 U_2) \\ &= 0 = g(n_{\text{effcl}}), \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $p_l = p_l(r_2)$, $r_l = r_l(r_2)$, $s_l = s_l(r_2)$, $q_l = q_l(r_2)$

$$p_l(r) = J_l(u_2 r)Y_l(u_2 r_1) - J_l(u_2 r_1)Y_l(u_2 r),$$

$$r_l(r) = J_l'(u_2 r)Y_l(u_2 r_1) - J_l'(u_2 r_1)Y_l'(u_2 r),$$

$$s_l(r) = J_l'(u_2 r)Y_l'(u_2 r_1) - J_l'(u_2 r_1)Y_l'(u_2 r),$$

$$q_l(r) = J_l(u_2 r)Y_l'(u_2 r_1) - J_l(u_2 r_1)Y_l'(u_2 r),$$

$$\alpha_2 = r_2/r_1, \quad s_{23} = n_2^2/n_3^2,$$

$$s_{21} = n_2^2/n_1^2, \quad k_0 = 2\pi/\lambda,$$

$$u_1^2 = k_0^2(n_1^2 - n_{\text{effcl}}^2), \quad u_2^2 = k_0^2(n_2^2 - n_{\text{effcl}}^2),$$

$$w_3^2 = k_0^2(n_{\text{effcl}}^2 - n_3^2),$$

$$U_1 = u_1 r_1, \quad U_2 = u_2 r_1, \quad W_3 = w_3 r_2,$$

$$J_b = J_l'(U_1)/[U_1 J_l(U_1)], \quad K_b = K_l'(W_3)/[W_3 K_l(W_3)]$$

$$V_{12}^2 = k_0^2 r_1^2 (n_1^2 - n_2^2), \quad V_{23}^2 = k_0^2 r_2^2 (n_2^2 - n_3^2),$$

$$x_1^2 = n_1^2 U_1^4 U_2^4 / \sigma_0^2 V_{12}^4, \quad x_2^2 = n_3^2 \alpha_2^4 U_1^4 W_3^4 / \sigma_0^2 V_{23}^4,$$

$$\sigma_0^2 = (l\beta_{cl}/k_0)^2, \quad \beta_{cl} = k_0 n_{\text{effcl}},$$

式中, J_l , K_l , Y_l 分别是第一类贝塞尔函数, 第二类虚宗贝塞尔函数和第二类贝塞尔函数, l 为标准贝塞尔函数的阶数, 其与角向的分布有关; p_l , r_l , s_l , q_l 为贝塞尔函数的交叉积.

在输入波长 $\lambda = 1550 \text{ nm}$ 时, 使用 Mathematica 绘制本征方程 $g(n_{\text{effcl}})$ 的图像如图 5 所示, 对于一个输入波长 λ , 函数 $g(n_{\text{effcl}})$ 与横轴有多个交点, 交点从右到左依次为 HE_{11} , EH_{11} , HE_{12} , EH_{12} , \dots .

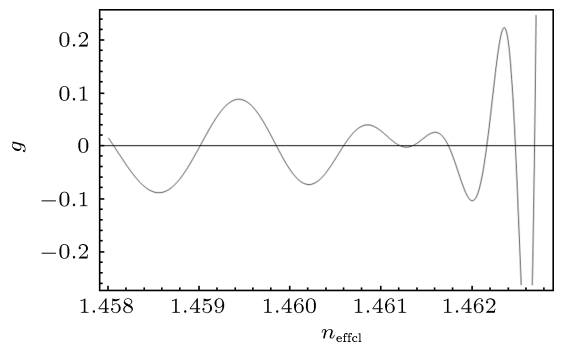


图 5 函数 $g(n_{\text{effcl}})$ 图像

等式 (5) $g(n_{\text{effcl}}) = 0$ 为多值超越方程, 存在多个解, 对于单模光纤制成的光栅传感器, 纤芯与 1 阶包层模耦合的较深, 取 $l = 1$, 对包层模进行研究. 求解 $g(n_{\text{effcl}}) = 0$ 的值较为复杂, 采用区间遍历与并在子区间中应用截弦法来得到包层模有效折射率的值 n_{effcl} . 求解过程为: 选择无限靠近 n_2 的区间 $[a, b] \subset [n_2 - \zeta, n_2)$, 中值定理判断在区间 $[a, b]$ 内是否有根, 若有根, 则在该区间内使用截弦法求得其值, 然后将区间移动至 $[a - i\zeta, b - i\zeta]$; 若内无根, 则无须进一步求解, 直接将该区间移动至 $[a - i\zeta, b - i\zeta]$. 重复按步长 ζ 移动区间 $[a, b]$, 直到求得所有需要的解. 该算法既可以保证不会遗漏根, 同时结合快速收敛的截弦法又保证了求解速度.

设定波长为 1550 nm 时求得 1 阶 1—9 次包层模的有效折射率如下:

$$n_{\text{effclad}}[1] = 1.46269$$

$$n_{\text{effclad}}[2] = 1.46248$$

$$n_{\text{effclad}}[3] = 1.46217$$

$$n_{\text{effclad}}[4] = 1.46174$$

$$n_{\text{effclad}}[5] = 1.46134$$

$$n_{\text{effclad}}[6] = 1.46122$$

$$n_{\text{effclad}}[7] = 1.46058$$

$$n_{\text{effclad}}[8] = 1.45985$$

$$n_{\text{effclad}}[9] = 1.45902$$

重复上述计算方法, 将输入波长扩展至 $\lambda = 1400\text{—}1600$ nm, 波长采样间距为 2 nm, 分别求解各次包层模的有效折射率. 图 6 为使用 Mathematica 绘制的波长与各次包层模有效折射率对应关系曲线.

如图 6 所示, 自上至下依次为 1 阶 1—9 次包层模对应的有效折射率的曲线. 可以看出, 低阶模式间有效折射率相对差别较小, 随着模式数的增大, 各阶模式间有效折射率的差距逐渐加大. 可以参考其关系曲线关系来设计光纤传感器件, 合理选择所需模式, 以增加传感的灵敏度.

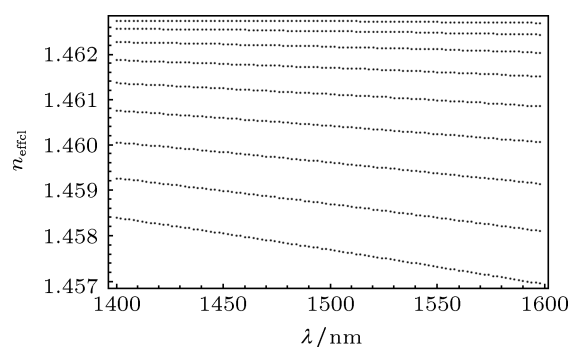


图 6 1 阶至 9 阶包层模有效折射率与波长的关系

3 总结

本文详细论述了一种适用于大带宽光源的高精度光纤纤芯模及包层模有效折射率的计算方法, 并对其进行了仿真研究. 主要包括: 使用截弦法快速精确地求解单值超越方程得到纤芯模有效折射率的值, 对于包层本征方程的求解, 应用区间遍历及截弦法的有机结合求解多值超越方程获取包层模的有效折射率. 其中的计算方法可以为优化光纤减小模间色散、设计光纤光栅传感器件和进一步探索外界环境变化对包层模有效折射率的影响等提供理论帮助.

- [1] Charles Y H T, David N P, Alec G 1989 *J. Opt. Soc. Am.* **6** 555
 [2] Heather J P 1998 *J. Lightwave Technol.* **16** 1606
 [3] Chen H Y, Gu Z X, Yang Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 200702 (in Chinese) [陈海云, 顾铮先, 杨颖 2012 物理学报 **61** 200702]
 [4] Zhu T, Shi C H, Rao Y J, Deng J C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6316 (in Chinese) [朱涛, 史翠华, 饶云江, 邓建成 2009 物理学报 **58** 6316]

- [5] Amnon Y 1973 *IEEE J. Quantum Electron.* **9** 919
 [6] Turan E J 2000 *J. Opt. Soc. Am.* **14** 2113
 [7] Turan E J 1997 *J. Lightwave Technol.* **15** 1277
 [8] Li L J, Ma H, Zhang Y L, Sui T, Lai Y Z, Li J, Cao M Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **61** 130201 (in Chinese) [李丽君, 马辉, 张艳亮, 隋涛, 来永政, 李晶, 曹茂永 2011 物理学报 **61** 130201]

Calculation and simulation of optical fiber core and cladding mode effective refractive index*

Li Li-Jun[†] Lai Yong-Zheng Cao Mao-Yong Liu Chao Yuan Xue-Mei
Zhang Xu Guan Jin-Peng Shi Jing Li Jing

(College of Information and Electrical Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

(Received 21 December 2012; revised manuscript received 21 March 2013)

Abstract

The accurate computation of effective refractive index of optical fiber core and the cladding mode are needed for the fiber structure design, mode dispersion analysis and fiber grating mode coupling research. In this paper, based on three layered optical fiber waveguide model and its accurate eigenvalue equation, by using the cut string algorithm the effective refractive index of core mode is solved. At the same time the computation results are verified by using COMSOL software. By using interval traversal algorithm the effective refractive index of cladding mode is computed. Compared with the existing algorithms, this method can avoid the loss of root during the calculation. It can also avoid the generation of odd point and can keep the normality of each mode. The simulation is based on Mathematica software. The curves relating effective refractive index of core and cladding mode to wavelength are obtained.

Keywords: three layered optical fiber waveguides, effective refractive index of core and cladding mode, cut string algorithm, interval traversal algorithm

PACS: 02.30.Gp, 02.60.Lj, 42.81.Bm, 42.82.Et

DOI: 10.7498/aps.62.140201

* Project supported by the China Postdoctoral Science Foundation (Grant Nos. 200902574, 20080441150), the Shandong Province Natural Fund Projects, China (Grant No. ZR2009AM017), Shandong Provincial Department of Education Project, China (Grant No. J06P14), the Qingdao Development Zone Project, China (Grant No. 2007-2-39), and SDUST Research Fund, China (Grant No. 2010KYTD101).

[†] Corresponding author. E-mail: nankailj@163.com