

短波长自由电子激光器电子运动特性研究*

王时建¹⁾ 徐勇根¹⁾ 吉驭嫔¹⁾ 徐竟跃¹⁾ 卢宏¹⁾ 刘晓旭¹⁾ 张世昌^{1)2)†}

1) (西华大学物理与化学学院, 成都 610039)

2) (西南交通大学光电子学研究所, 成都 610031)

(2013年1月29日收到; 2013年2月26日收到修改稿)

短波长自由电子激光器的电子束在摇摆器中的传输通道长而狭窄, 须得电子具有良好的运动特性, 避免在传输过程中产生横向发散. 本文研究短波长自由电子激光器中超相对论电子在磁场具有横向分布的平面摇摆器中的三维运动特性, 用逐次逼近法推导相对论运动方程的解析表达式, 非线性数值计算模拟传输过程, 采用科尔莫戈罗夫方法分析运动的稳定性. 结果表明: 摇摆器磁场除使电子做周期性摇摆运动外, 还迭加了偏离轴线的横向漂移运动, 在没有外置的磁场聚焦系统情况下, 电子将偏离轴线横向发散; 但是, 恰当选取电子的横向初始速度, 可有效地防止电子运动的横向发散, 即使没有外置的磁场聚焦系统, 也能在长达 10 m 的摇摆器中顺利传输, 横向位移范围不超过 0.09 mm, 而且其运动是稳定的.

关键词: 短波长自由电子激光器, 平面摇摆器, 超相对论电子运动, 运动稳定性

PACS: 41.60.Cr, 52.59.Rz

DOI: 10.7498/aps.62.144103

1 引言

自由电子激光器的显著优点是其工作频率通过调整电子束的相对论能量因子 γ 和摇摆器 (wiggler 或者 undulator) 的空间周期 λ_w , 实现连续可调, 覆盖从微波至 γ 射线全频段^[1,2]. 自由电子激光的研究热点之一就是利用这一优势在短波长 (含紫外、X 射线、 γ 射线) 产生相干辐射. 其中 X 射线自由电子激光被誉为“革命性光子源”, 可用来实现单分子成像^[3]. 近年来, 短波长自由电子激光实验研究实现突破性进展, 继 2009 年美国斯坦福加速器中心 (SLAC) 实现世界上第一台硬 X 射线自由电子激光 (波长 1.5 Å)^[4], 日本同步辐射研究所于 2011 年在其 LASER 自由电子激光装置上把实验波长缩短到 1.2 Å^[5], 据最新报道, 随后又缩短到 0.634 Å, 创造了波长短于 1 Å 的世界最新纪录^[6]. 有关短波长自由电子激光的理论、实验及应用研究, 正在国内外学术界、技术工程界蓬勃开展^[7-15].

由于自由电子激光的工作波长与电子束的相

对论能量因子 γ 的平方成反比, 因此, 长波长 (红外至微波段) 自由电子激光只需弱相对论电子束 (mild-relativistic electron beam, 相对论能量因子在 10 以下), 从工程实际讲, 电子束的电流强度也就可以做得很强 (千安培及以上量级). 低能高密度电子束给长波长自由电子激光带来一个很大好处, 即电子的集体效应起支配性作用, 使激光场获得很高增益, 从而也就不需要很长的束-波相互作用区 (通常在 1 m 左右); 另一方面, 带来的负面影响是电子之间的排斥力很大, 为避免电子束发散, 需外置纵向导引磁场来聚束. 这样一来, 长波长自由电子激光器中电子在摇摆器和纵向导引磁场中的运动状态显得较为复杂, 演绎出独特的物理性质^[16-19].

与长波长情况截然不同, 短波长自由电子激光需要超相对论电子束 (ultra-relativistic electron, 电子速度十分接近光速, 相对论能量因子一般在 100 以上), 工程上能提供的电流强度低, 激光场从高能低密度电子束获得能量全靠电子的个体贡献, 故短波长自由电子激光的增益相对较低, 需要很长的束-波相互作用区 (10 m 左右或更长). 这样一来, 尽管短

* 四川省教育厅科研基金 (批准号: 12ZB136, 12233454) 和西华大学重点科研基金 (批准号: Z1123329, Z0913306) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: sczhang@home.swjtu.edu.cn

波长自由电子激光器中电子之间的排斥力不如长波长自由电子激光器中那样强,但是电子束传输通道却漫长而狭窄,电子的运动状态显得格外重要.

已有文献对短波长自由电子激光器的电子在摇摆器中的运动及稳定性进行了不少研究,但大多假设电子非常靠近摇摆器轴线,忽略了摇摆器磁场横向分布的影响;其中对电子运动方程中参量条件的影响研究得多,往往忽略了对运动初始条件影响的研究. 本文就短波长自由电子激光器中超相对论电子在磁场具有横向分布的摇摆器中的运动特性,采用逐次逼近法推导出电子运动方程的解析解,指出所得结果与已有文献的区别;用非线性数值计算方法模拟电子传输过程,提出一种防止电子横向运动发散的方法;借助科尔莫戈罗夫熵 (Kolmogorov entropy) 讨论电子运动的稳定性. 本文所得研究结果对认识短波长自由电子激光的物理特性具有一定学术意义,对短波长自由电子激光工程实践也有一定参考价值.

2 超相对论电子运动的解析分析

2.1 基本方程

短波长自由电子激光器使用的摇摆器一般由永磁体构成,如图 1 所示. 这种平面摇摆器内部的磁场 B_w , 从麦克斯韦方程 $\nabla \times B_w = 0$ 解出 (参见文献 [1] p99):

$$B_x = 0, \tag{1}$$

$$B_y = B_w \sin(k_w z) \cosh(k_w y), \tag{2}$$

$$B_z = B_w \cos(k_w z) \sinh(k_w y), \tag{3}$$

式中 $k_w = 2\pi/\lambda_w$, B_w 和 λ_w 是摇摆器的振幅和空间周期, $\sinh(k_w y)$ 和 $\cosh(k_w y)$ 分别是双曲正弦和双曲余弦函数. (1)—(3) 式含有横向变量 y , 反映了偏离摇摆器轴线的磁场实际分布.

超相对论电子的运动方程为

$$\frac{d\gamma m_0 v}{dt} = -e v \times B_w, \tag{4}$$

式中 m_0 和 e 是电子的静质量和基本电量 (物理常数), γ 和 v 是运动电子的相对论能量因子和速度. 其中, 由于磁场力不做功, 电子的能量守恒, 故 γ 为运动常数. 即使如此, 也难于从耦合方程组 (1)—(4) 中求解出微分方程自洽的解析解, 因为 (4) 式中同时含有待求的未知函数和变量的三角函数及双曲

函数. 为此, 我们用逐次逼近法来求解. 利用双曲函数的级数表达式

$$\sinh(k_w y) = (k_w y) + \frac{(k_w y)^3}{3!} + \frac{(k_w y)^5}{5!} + \dots, \tag{5}$$

$$\cosh(k_w y) = 1 + \frac{(k_w y)^2}{2!} + \frac{(k_w y)^4}{4!} + \dots, \tag{6}$$

代入 (2), (3) 式, 得

$$B_y = B_w \sin(k_w z) \left[1 + \frac{(k_w y)^2}{2!} + \frac{(k_w y)^4}{4!} + \dots \right], \tag{7}$$

$$B_z = B_w \cos(k_w z) \left[(k_w y) + \frac{(k_w y)^3}{3!} + \frac{(k_w y)^5}{5!} + \dots \right]. \tag{8}$$

以 $(k_w y)$ 为近似标度 (approximation scale), 视 $(k_w y)^0, (k_w y)^1, (k_w y)^2, \dots$ 为零阶、一阶、二阶、…… 近似量, (7), (8) 式改写为

$$B_y = B_y^{(0)} + B_y^{(1)} + B_y^{(2)} + \dots, \tag{9}$$

$$B_z = B_z^{(0)} + B_z^{(1)} + B_z^{(2)} + \dots, \tag{10}$$

式中上标分别代表摇摆器磁场的零级近似量:

$$\left. \begin{aligned} B_x &= 0 \\ B_y &= B_y^{(0)} = B_w \sin(k_w z) \\ B_z &= B_z^{(0)} = 0 \end{aligned} \right\}, \tag{11}$$

一级近似量

$$\left. \begin{aligned} B_x &= 0 \\ B_y &= B_y^{(0)} + B_y^{(1)} = B_w \sin(k_w z) \\ B_z &= B_z^{(0)} + B_z^{(1)} = B_w (k_w y) \cos(k_w z) \end{aligned} \right\}, \tag{12}$$

其他高阶近似量以此类推. 相应地, 电子的运动量也分解成对应的级数展开:

$$v = v^{(0)} + v^{(1)} + v^{(2)} + \dots, \tag{13}$$

上式中 $|v^{(0)}| \gg |v^{(1)}| \gg |v^{(2)}| \gg \dots$.

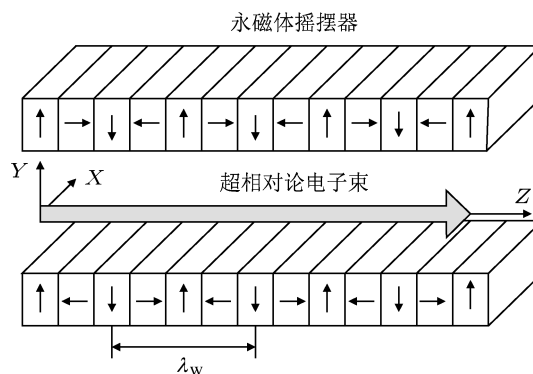


图 1 短波长自由电子激光器的超相对论电子在平面摇摆器中传输示意图

2.2 零级近似解

由摇摆器磁场零级近似 (11) 式代入 (4) 式, 得零级近似运动方程

$$\frac{dv_x^{(0)}}{dt} = \frac{e}{\gamma m_0} v_z^{(0)} B_w \sin(k_w z^{(0)}), \quad (14)$$

$$\frac{dv_y^{(0)}}{dt} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{dv_z^{(0)}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} v_x^{(0)} B_w \sin(k_w z^{(0)}), \quad (16)$$

设初始时刻 $v_y^{(0)}|_{t=0} = 0, y^{(0)}|_{t=0} = y_0$, 由 (15) 式解出

$$v_y^{(0)} = 0, \quad y^{(0)} = y_0. \quad (17)$$

由于超相对论电子的纵向速度非常接近光速 c , (14) 式可近似为

$$\frac{dv_x^{(0)}}{dt} = \frac{ec}{\gamma m_0} B_w \sin(k_w ct), \quad (18)$$

由此解出

$$v_x^{(0)} = -\frac{eB_w}{\gamma m_0 k_w} \cos(k_w ct) + C_1, \quad (19)$$

$$x^{(0)} = -\frac{eB_w}{\gamma m_0 k_w^2 c} \sin(k_w ct) + C_1 t + C_2, \quad (20)$$

式中 C_1 和 C_2 为积分常数, 设初始时刻 $v_x^{(0)}|_{t=0} = 0, x^{(0)}|_{t=0} = x_0$, 代入 (19), (20) 式定出 $C_1 = eB_w/\gamma m_0 k_w, C_2 = 0$, 再定义摇摆器参量

$$K = -\frac{eB_w}{cm_0 k_w}, \quad (21)$$

于是得到定解

$$v_x^{(0)} = \frac{cK}{\gamma} [\cos(k_w ct) - 1], \quad (22)$$

$$x^{(0)} = \frac{cK}{\gamma k_w} \sin(k_w ct) - \frac{cK}{\gamma} t + x_0. \quad (23)$$

同法, 设初始时刻 $v_z^{(0)}|_{t=0} = v_{z0}, z^{(0)}|_{t=0} = 0$, 把 (22) 式代入 (16) 式, 解出

$$v_z^{(0)} = -\frac{cK^2}{4\gamma^2} [\cos(2k_w ct) - 1] + v_{z0}, \quad (24)$$

$$z^{(0)} = -\frac{K^2}{8\gamma^2 k_w} \sin(2k_w ct) + \left[v_{z0} + \frac{cK^2}{4\gamma^2} \right] t. \quad (25)$$

2.3 一级近似解

下面求解一级近似量, 来修正零级近似结果, 逼近真值. 为此, 用摇摆器磁场的一级近似 (12) 式

代入运动方程, 利用零级近似结果, 经过不太复杂的计算, 可得对零级运动量的修正量所满足的方程

$$\begin{aligned} \frac{dv_x^{(1)}}{dt} &= \frac{eB_w}{\gamma m_0} v_z^{(0)} \cos(k_w z^{(0)}) \sin(k_w z^{(1)}) \\ &\quad - \frac{eB_w}{\gamma m_0} v_y^{(1)} k_w y^{(1)} \cos(k_w z^{(0)}), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\frac{dv_y^{(1)}}{dt} = \frac{eB_w}{\gamma m_0} v_x^{(0)} k_w y^{(1)} \cos(k_w z^{(0)}), \quad (27)$$

$$\frac{dv_z^{(1)}}{dt} = -\frac{eB_w}{\gamma m_0} v_x^{(0)} \cos(k_w z^{(0)}) \sin(k_w z^{(1)}). \quad (28)$$

先由 (22) 式代入 (27) 式, 并考虑到超相对论电子的 γ^2 很大, $z^{(0)} \approx v_{z0}t \approx ct$, 得到

$$\frac{dv_y^{(1)}}{dt} = -\frac{c^2 k_w^2 K^2}{\gamma^2} \cos^2(k_w z^{(0)}) y^{(1)}, \quad (29)$$

上式中 $\cos(k_w z^{(0)})$ 在 0—1 之间周期性变化, 因 $z^{(0)} \approx v_{z0}t \approx ct$, 其时间变化周期为 $2\pi/k_w c$, 相应的的时间变化频率为 c/λ_w , 是一个快变化量 (此处 c 代表真空中光速), 通过对 (29) 式两边在摇摆器周期 λ_w 内求平均值 $\frac{1}{\lambda_w} \int_0^{\lambda_w} [\dots] dz^{(0)}$, 可剔除 (29) 式中的快变化影响, 得到

$$\frac{dv_y^{(1)}}{dt} = -\frac{c^2 k_w^2 K^2}{2\gamma^2} y^{(1)}. \quad (30)$$

令

$$\omega_1 = \left| \frac{ck_w K}{\sqrt{2}\gamma} \right|, \quad (31)$$

(30) 式改写为

$$\frac{d^2 y^{(1)}}{dt^2} = -\omega_1^2 y^{(1)}, \quad (32)$$

(32) 式表明: 如果 $v_y^{(1)}$ 和 $y^{(1)}$ 的初始时刻值为零, 则 $v_y^{(1)} \equiv 0, y^{(1)} \equiv 0$; 即使初始时刻 $v_y^{(1)} = v_{y,0}^{(1)}$ 和 $y^{(1)} = y_0^{(1)}$ 均不为零. (30), (32) 式也对应周期解:

$$\begin{aligned} v_y^{(1)} &= v_{y,0}^{(1)} \cos(\omega_1 t), \\ y^{(1)} &= v_{y,0}^{(1)} \sin(\omega_1 t) + y_0^{(1)}. \end{aligned} \quad (33)$$

换言之, 电子在 y 方向的运动, 绝不会产生偏离轴线的发散运动, $y^{(1)}$ 的空间周期 $\lambda_1 = \sqrt{2}\gamma\lambda_w/K$ 是摇摆器周期 λ_w 的 $\sqrt{2}\gamma/K$ 倍, 非常大.

再把 (22) 式代入 (28) 式, 两边在摇摆器周期 λ_w 内求平均值 $\frac{1}{\lambda_w} \int_0^{\lambda_w} \dots dz^{(0)}$ 剔除快速变化影响, 得到

$$\frac{d^2 z^{(1)}}{dt^2} = \omega_1^2 z^{(1)}, \quad (34)$$

如果 $v_z^{(1)}$ 和 $z^{(1)}$ 的初始时刻值为零, 则 $v_z^{(1)} \equiv 0$, $z^{(1)} \equiv 0$; 即使初始时刻 $v_z^{(1)} = v_{z,0}^{(1)}$ 和 $z^{(1)} = z_0^{(1)}$ 的值均不为零. (34) 式解出一级修正值

$$z^{(1)} = \frac{1}{2} \left(z_0^{(1)} + v_{z,0}^{(1)} / \omega_1 \right) e^{\omega_1 t} + \frac{1}{2} \left(z_0^{(1)} - v_{z,0}^{(1)} / \omega_1 \right) e^{-\omega_1 t}, \quad (35)$$

$$v_z^{(1)} = \frac{\omega_1}{2} \left(z_0^{(1)} + v_{z,0}^{(1)} / \omega_1 \right) e^{\omega_1 t} - \frac{\omega_1}{2} \left(z_0^{(1)} - v_{z,0}^{(1)} / \omega_1 \right) e^{-\omega_1 t}. \quad (36)$$

由于超相对论电子的纵向速度非常接近光速, 其纵向运动 ($z \approx v_{z0}t$) 起支配作用, 故 (35) 和 (36) 式所示修正值不会对电子的纵向运动产生实质性影响.

最后求解 (26) 式. 如上分析, 在 y 方向和 z 方向的修正值 $y^{(1)}$, $v_y^{(1)}$, $z^{(1)}$ 对超相对论电子的运动影响甚微, 故可视 $\sin(k_w z^{(1)}) \approx 0$, $v_y^{(1)} y^{(1)} \approx 0$, 从而 (26) 式简化为

$$\frac{dv_x^{(1)}}{dt} \doteq 0, \text{ 或者 } \frac{d^2 x^{(1)}}{dt^2} \doteq 0. \quad (37)$$

如果 $v_x^{(1)}$ 和 $x^{(1)}$ 的初始时刻值为零, 则 $v_x^{(1)} \equiv 0$, $x^{(1)} \equiv 0$; 如果初始时刻 $v_x^{(1)} = v_{x,0}^{(1)}$ 和 $x^{(1)} = x_0^{(1)}$ 均不为零, (37) 式给出线性一级修正值

$$v_x^{(1)} = v_{x,0}^{(1)}, \quad x^{(1)} = v_{x,0}^{(1)} t + x_0^{(1)}. \quad (38)$$

2.4 物理意义

以上解析结果给出重要信息: 电子运动在 y 方向会出现振幅微小的周期性运动, 但不可能产生实质性发散; 在 z 方向以接近光速的初速度运动, 也不会对电子的传输产生实质性影响; 但是, (23) 式指明, 电子在 x 方向的运动是 (23) 式右边第一项所示的周期性摇摆运动和第二项所示的线性漂移运动的叠加, 后者使电子在 x 方向持续产生偏离摇摆器轴线的横向发散. 这一结果与先前的理论分析有很大不同: 以前的解析分析强调摇摆器对电子周期性调制作用, 忽略了摇摆器磁场引起的横向发散副作用 (例如文献 [20] 第 (16) 式中仅含周期性变化项, 没有发散项). 该结果为下一节的非线性数值模拟所证实.

3 传输过程的非线性数值模拟分析

本节非线性数值模拟摇摆器磁场对电子运动的调制和发散双重作用, 采用四阶龙格-库塔法数值求解耦合微分方程组 (1)–(4) 式, 用 Fortran 语

言编写程序. 在数值计算中, 以摇摆器周期的 10^{-6} 量级为迭代步长, 精细模拟电子在摇摆器中的运动状态. 在模拟计算中, 按惯例将自变量时间 t 通过关系式 $dt = v_z^{-1} dz$ 变换成 z . 算例参数取自最近美国布鲁海文国家实验室 (Brookhaven National Laboratory) 的实验 [14,21]: 摇摆器空间周期 $\lambda_w = 3.89$ cm, 幅值 $B_w = 3028$ G, 长度 $L = 1000$ cm, 电子束相对论能量因子 $\gamma = 201$, 束流 $I_b = 350$ A, 束斑 $R_b = 0.015$ cm.

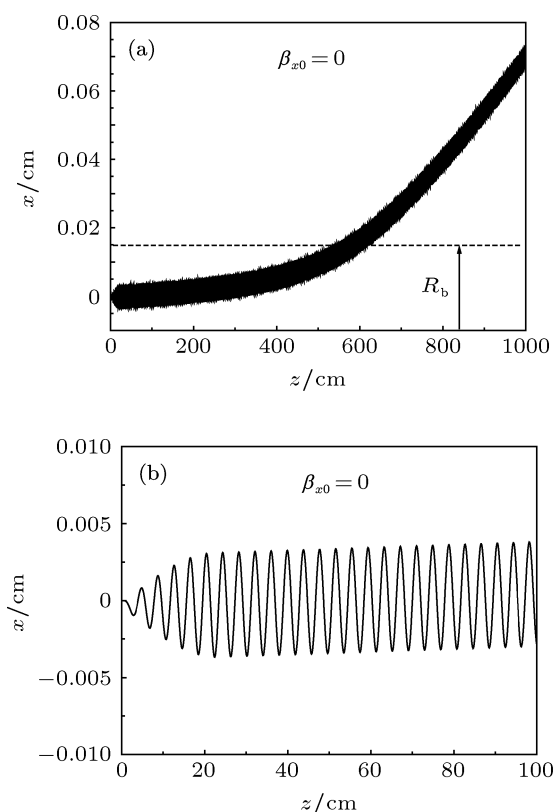


图2 摇摆器中超相对论电子在 x 方向的位置坐标沿纵向的演化曲线. 摇摆器空间周期 $\lambda_w = 3.89$ cm, 幅值 $B_w = 3028$ G, 长度 $L = 1000$ cm, 电子束相对论能量因子 $\gamma = 201$, 束流 $I_b = 350$ A, 束斑 $R_b = 0.015$ cm; 电子的初始值为: $\beta_{x0} = v_{x0}/c = 0$, $\beta_{y0} = v_{y0}/c = 0$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, 图 (b) 示出在靠入口 1 m 内的细节

图 2(a) 示出电子在 x 方向的运动沿纵向的演化情况, 图 2(b) 示出前 1 m 的细节, 此处假设初始时刻电子处在摇摆器轴线上 ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$), 且无横向速度 ($\beta_{x0} = v_{x0}/c = 0$, $\beta_{y0} = v_{y0}/c = 0$). 图中清楚显示电子的周期性运动上叠加了横向漂移运动. 大约在 $z = 550$ cm 处横向位置就开始超出束斑范围 (0.015 cm), 在出口处横向位置达 0.075 cm, 已严重超出束斑范围, 印证了上节解析分析所得电子在 x 方向会产生发散的结论. 电子在 y 方向的运动沿纵向的演化情况如图 3 所示, 与上节解析结果一致, 的确电子在 y 方向的位移非常微小, 在 10^{-19} cm

量级.

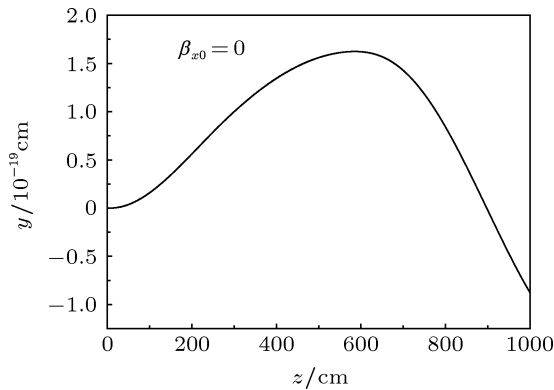


图3 摇摆器中超相对论电子在y方向的位置坐标沿纵向的演化曲线(参数及初始条件与图2相同)

在短波长自由电子激光器中,为防止电子束横向发散,通常采用外置的磁场聚焦系统(quadrupole magnets/dipole magnets,例如文献[22]).下面的模拟结果显示,在没有外置的磁场聚焦系统情况下,通过恰当选取电子的初始速度,仍然可以有效地防止电子束横向发散.为此,我们采用与图2和图3完全相同的计算条件,只是对x方向速度取不同的初始值,来比较其对电子传输的影响.如图4所示,当选取 v_x 的初始值 $v_{x0} = -2.1 \times 10^3$ m/s(即 $\beta_{x0} = v_{x0}/c = -7 \times 10^{-6}$),电子的离轴漂移被矫正,在长达10 m的传输距离中,其横向位置的范围始终不超过0.09 mm.相应的y方向位移仍然保持在 10^{-19} cm量级(限于篇幅未给出其曲线图).

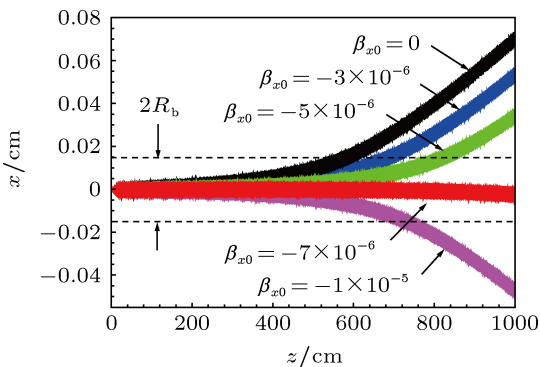


图4 电子的x方向速度初始值对电子在摇摆器中传输的影响(除电子的x方向速度初始值取图中所示值外,所用参数及其余初始条件与图2和图3完全相同)

4 超相对论电子运动的稳定性

科尔莫戈罗夫熵是一种研究微分方程解的稳定性的常用方法.具体到本文的运动稳定性研究,就是从运动方程求解出电子的位形 x, y, z 和速度 v_x, v_y, v_z ,在六维相空间 (x, y, z, v_x, v_y, v_z) 框架跟踪计

算初始条件具有微小差别的两条相轨道之间的距离

$$|d(t)| = \left[(x_{12})^2 + (y_{12})^2 + (z_{12})^2 + (v_{x12})^2 + (v_{y12})^2 + (v_{z12})^2 \right]^{1/2}, \quad (39)$$

对应的极限即为科尔莫戈罗夫熵

$$k = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ |d_0| \rightarrow 0}} \left(\frac{1}{t} \right) \ln \left(\frac{|d(t)|}{|d_0|} \right), \quad (40)$$

式中 $(x_{12}) = x_1 - x_2, (y_{12}) = y_1 - y_2, (z_{12}) = z_1 - z_2, (v_{x12}) = v_{x1} - v_{x2}, (v_{y12}) = v_{y1} - v_{y2}, (v_{z12}) = v_{z1} - v_{z2}$,下标1和2分别代表具有初始条件1和初始条件2的两个电子的位形及速度量, $|d_0| = |d(t=0)|$ 是这两个电子的相轨道之间的初始距离.显然, $k > 0$ 表明所考察的两条相轨道之间的距离相对其初始距离成指数增加,运动处于不稳定状态; $k < 0$ 表明所考察的两条相轨道之间的距离比起其初始距离成指数减小,运动处于稳定状态; $k = 0$ 则表明所考察的两条相轨道之间的距离保持其初始距离值,运动处于稳定与不稳定的临界状态.在数值计算时,可由恒等式 $dt/dz = 1/v_z$ 通过 t 与 z 变量互易把 z 换成自变量^[19,23].本文取 $|d_0| = 10^{-7}$ 数量级等效于 $|d_0| \rightarrow 0$.设摇摆器有限长度 $L = Mh = \bar{v}_{z0}t, \bar{v}_{z0}$ 是电子的平均纵向速度, M 和 h 为数值计算的迭代次数和迭代步长.本文算例, $L = 10$ m,取 $M = 10^9$ 等效于 $t \rightarrow \infty$,相应的迭代步长为 $h = L/M = 10 \text{ m}/10^9 = 10^{-6}$ cm,远远小于摇摆器周期3.89 cm,精细地描述了相轨道的演化.

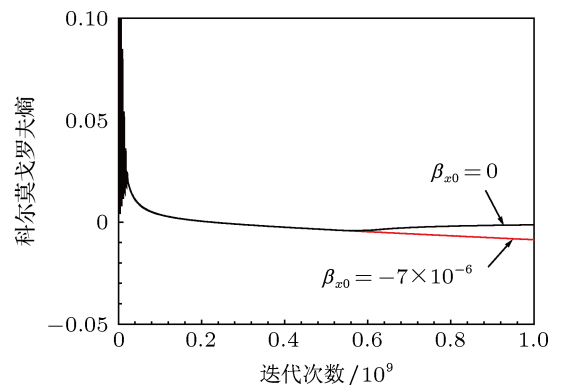


图5 初始值 $v_{x0} = -2.1 \times 10^3$ m/s(即 $\beta_{x0} = v_{x0}/c = -7 \times 10^{-6}$)和 $v_{x0} = 0$ (即 $\beta_{x0} = v_{x0}/c = 0$)两种运动情况的科尔莫戈罗夫熵(计算参数与图4中完全相同)

图5给出对应图4中 v_x 的初始值 $v_{x0} = -2.1 \times 10^3$ m/s(即 $\beta_{x0} = v_{x0}/c = -7 \times 10^{-6}$)和 $v_{x0} = 0$ (即 $\beta_{x0} = v_{x0}/c = 0$)两种运动情况的科尔莫戈罗夫熵随迭代次数的演化曲线.从图中可以看出,前者的

科尔莫戈罗夫熵小于零, 比后者更小, 表明选取初始值 $v_{x0} = -2.1 \times 10^3$ m/s 不仅有效地抑制了电子运动的横向发散, 而且运动具有很好的稳定性, 电子可以在长达 10 m 的摇摆器中稳定传输。

5 结论

本文从解析分析、非线性模拟、稳定性分析三个方面, 较全面地研究了短波长自由电子激光器的超相对论电子, 在具有横向分布的平面摇摆器中的运动特性. 结果表明:

1) 摇摆器磁场迫使电子做周期性摇摆运动的同时, 还给电子叠加了偏离摇摆器轴线的横向漂移运动; 在没有外置的磁场聚焦系统情况下, 漂移运动使电子运动产生横向发散, 不能在摇摆器中正常传输;

2) 恰当地选取电子的初始横向速度值, 可以有效地抑制摇摆器叠加给电子的偏离摇摆器轴线的横向漂移运动, 电子可以在没有外置的磁场聚焦系统情况下, 在极为狭长 (例如长 10 m, 窄 0.09 mm) 的通道正常传输, 而且其运动的科尔莫戈罗夫熵小于零, 具有很好的稳定性.

- [1] Marshall T C 1985 *Free-Electron Lasers* (New York: Macmillan Publishing Company) Chaps. 1, 2, 3
- [2] Zhang S C 1994 *Introduction of Free-Electron Lasers* (Chengdu: Southwest Jiaotong University Press) Chaps. 1, 2, 3, 6 (in Chinese) [张世昌 1994 自由电子激光导论 (成都: 西南交通大学出版社) 第 1, 2, 3, 6 章]
- [3] Fratalocchi A, Ruocco G 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 105504
- [4] Emma P, Akre R, Arthur J, Binota R, Bostedt C, Bozek J, Brachmann A, Bucksbaum P, Coffee R, Decker F J, Ding Y, Dowell D, Edstrom S, Fisher A, Frisch J, Gilevich S, Hastings J, Hays G, Hering P, Huang Z, Iverson R, Loos H, Messerschmidt M, Miahnahri A, Moeller S, Nuhn H, Pile G, Ratner D, Rzepiela J, Schultz D, Smith T, Stefan P, Tompkins H, Turner J, Welch J, White W, Wu J, Yocky G, Galayda J 2012 *Nature Photonics* **4** 641
- [5] Tanaka H, Kouto S, Hyogo S 2011 *Proc. IPAC 2011* (Spain: San Sebastian) pp21–25; also: Tersuya 2011 *Synchrotron Radiation News* **24** 20
- [6] Ishikawa T, Aoyagi H, Asaka T, Asano Y, Azumi N, Bizen T, Ego H, Fukami K, Fukui T, Furukawa Y, Goto S, Hanaki H, Hara T, Hasegawa T, Hatsui T, Higashiya A, Hirono T, Hosoda N, Ishii M, Inagaki T, Inubushi Y, Itoga T, Joti Y, Kago M, Kameshima T, Kimura H, Kirihara Y, Kiyomichi A, Kobayashi T, Kondo C, Kudo T, Maesaka H, Maréchal X, Masuda T, Matsubara S, Matsumoto T, Matsushita T, Matsui S, Nagasono M, Nariyama N, Ohashi H, Toru Ohata T, Ohshima T, Ono S, Otake Y, Saji C, Sakurai T, Sato T, Sawada K, Seike T, Shirasawa K, Sugimoto T, Suzuki S, Takahashi S, Takebe H, Takeshita K, Tamasaku K, Tanaka H, Tanaka R, Tanaka T, Togashi T, Togawa K, Tokuhisa A, Tomizawa H, Tono K, Wu S, Yabashi M, Yamaga M, Yamashita A, Yanagida K, Zhang C, Shintake T, Kitamura H, Kumagai N 2012 *Nature Photonics* **6** 540
- [7] Jiang B, Power J, Lindberg R, Liu W, Gai W 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 114801
- [8] Labat M, Bellaveglia M, Bougeard M, Carre B, Ciocci F, Chiadroni E, Cianchi A, Couprie M, Cultrera L, DelFranco M, DiPirro G, Drago A, Ferrario M, Filippetto D, Frassetto F, Gallo A, Garzella D, Gatti G, Giannessi L, Lambert G, Mostacci A, Petralia A, Petrillo V, Poletto L, Quattromini M, Rau J, Ronsivalle C, Sabia E, Serluca M, Spassovsky I, Surrenti V, Vaccarezza C, Vicario C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 224801
- [9] Dai J, Deng H, Dai Z 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 034802
- [10] Laban D, Palmer A, Wallace W, Gaffney N, Notermans R, Clevis T, Pullen M, Jiang D, Quiney H, Litvinyuk I, Kielpinski D, Sang R 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 263902
- [11] Inubushi Y, Tono K, Togashi T, Sato T, Hatsui, T, Kameshima T, Togawa K, Hara T, Tanaka T, Tanaka H, Ishikawa T, Yabashi M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 144801
- [12] Okamoto K, Noma T, Komoto A, Kubo W, Takahashi M, Iida A, Miyata H 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 233907
- [13] Fang L, Osipov T, Murphy B, Tarantelli F, Kukk E, Cryan J, Glowina M, Bucksbaum P, Coffee R, Chen M, Buth C, Berrah N 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 263001
- [14] Yang X, Shen Y, Podobedov B, Hidaka Y, Seletskiy S, Wang X 2012 *Phys. Rev. E* **85** 026404
- [15] Lindberg R, Shvyd'ko Y 2012 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **15** 050706
- [16] Freund H, Ganguly A 1986 *Phys. Rev. A* **33** 1060
- [17] Zhang S C 2013 *Phys. Lett. A* **377** 319
- [18] Huang X L, Wang S J, Xu Y G, Zhang S C 2012 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **15** 120702
- [19] Xu Y G, Wang S J, Ji Y P, Xu J Y, Lu H, Liu X X, Zhang S C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084104 (in Chinese) [徐勇根, 王时建, 吉好斌, 徐竟跃, 卢宏, 刘晓旭, 张世昌 2013 物理学报 **62** 084104]
- [20] Huang Z, Kim K J 2007 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **10** 034801
- [21] Wang X J, Freund H, Harder D, Miner W, Murphy J, Qian H, Shen Y, Yang X 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 154801
- [22] Ruan J, Johnson A, Lumpkin A, Thurman-Keup R, Edwards H, Flliller R, Koeth T, Sun Y 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 244801
- [23] Zhang S C, Liu Q X, Xu Y 1994 *Acta Phys. Sin.* **43** 225 (in Chinese) [张世昌, 刘庆想, 徐勇 1994 物理学报 **43** 225]

Characteristics of electron motion in a short-wavelength free-electron laser *

Wang Shi-Jian¹⁾ Xu Yong-Gen¹⁾ Ji Yu-Pin¹⁾ Xu Jing-Yue¹⁾ Lu Hong¹⁾
Liu Xiao-Xu¹⁾ Zhang Shi-Chang^{1)2)†}

1) (School of Physics and Chemistry, Xihua University, Chengdu 610039, China)

2) (Institute of Photoelectronics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 29 January 2013; revised manuscript received 26 February 2013)

Abstract

Transport channel of the electron beam in a short-wavelength free-electron laser is quite narrow and long, which is needed for the electrons to have excellent motion feature so as to prevent the transverse divergence. In this paper the characteristics of the ultra-relativistic electron motion in a planar wiggler filed with transverse distribution are studied by analytical derivation, nonlinear simulations and Kolmogorov entropy calculations. Results show that the wiggler not only forces the electron to periodically wiggle on the transverse plane, but also superpose a transverse shift motion leaving away from the wiggler axis, which leads to the transverse divergence of the electron motion in the absence of an external magnetic focusing system. However, it is shown that the proper choice of the initial value of the electron transverse velocity could suppress the transverse motion divergence, where the electron can smoothly pass through a narrow and long channel with a length of 10 m and a width of 0.09 mm and the electron motion is stable even if there is no external magnetic focusing system.

Keywords: short-wavelength free-electron laser, planar wiggler, ultra-relativistic electron motion, motion stability

PACS: 41.60.Cr, 52.59.Rz

DOI: 10.7498/aps.62.144103

* Project supported by the Foundation of Sichuan Provincial Department of Education, China (Grant Nos. 12ZB136, 12233454) and the Xihua University Foundation, China (Grant Nos. Z1123329, Z0913306).

† Corresponding author. E-mail: sczhang@home.swjtu.edu.cn