

多色部分相干偏心光束在 non-Kolmogorov 湍流中的传输*

邓金平 季小玲[†] 陆璐

(四川师范大学物理学院, 成都 610068)

(2013年1月17日收到; 2013年2月4日收到修改稿)

推导了多色部分相干偏心光束在 non-Kolmogorov 湍流中传输的总光强、轴上光谱、相干度的解析表达式, 研究了光束偏心参数 β 、湍流广义指数 α 和源光谱带宽 Ω 对激光传输特性的影响. 研究表明: β 越大, 则光束重心偏离传输轴越远, 相干度的不对称性越明显, 但是, β 对轴上光谱几乎没有影响; 湍流广义指数 α 对总光强、轴上光谱和相干长度的影响是非单调的, 当 $\alpha = 3.1$ 时, 湍流对光束传输特性的影响最大. 值得指出的是: 在某些传输距离处, 不同 α 对应的轴上光谱位移量相同; 在某些传输距离处, 轴上光谱位移量为零, 且该传输距离与 Ω 无关, 但湍流使得该传输距离缩短. 所得结论对多色部分相干偏心光束在湍流大气中传输的相关应用具有重要意义.

关键词: non-Kolmogorov 湍流, 多色部分相干偏心光束, 光谱强度, 相干度

PACS: 42.68.Bz, 42.25.Bs, 42.25.Dd

DOI: 10.7498/aps.62.144211

1 引言

激光在光通信、遥感、监测等方面具有越来越广泛的应用, 因此研究激光光束在大气湍流中的传输特性具有重要的意义^[1,2]. 长期以来, Kolmogorov 湍流模型一直被人们所接受并得到了广泛的应用^[1-9]. 然而, 最近实验结果表明: 实际大气湍流与通常的 Kolmogorov 功率谱描述的湍流具有较大的偏差^[10-12]. 这种偏差通常是由于高层大气的重力或射流引起的, 大气呈现出不均匀性或各向异性等特征, 湍流的功率谱通常与高度等因素有关^[13]. 对于垂直或倾斜传输湍流表现出非常明显的 non-Kolmogorov 湍流特征. Toselli 等^[14,15] 通过引入广义指数 α 和广义振幅因子来描述 non-Kolmogorov 湍流的功率谱. 当 $\alpha = 11/3$ 时, 该 non-Kolmogorov 功率谱简化为通常的 Kolmogorov 功率谱. 最近, 基于该 non-Kolmogorov 湍流模型, 对激光在这种大气湍流中传输开展了一些研究^[16-21].

非稳光学谐振腔产生的激光束一般来说是偏

心的. 迄今为止, 大多数研究都局限于中心对称光束的传输特性^[3-9,16-21], 而对偏心光束传输特性的研究涉及甚少^[22-24]. 另一方面, 研究表明: 激光的多色性在某些应用中具有一定的优势^[25,26]. 然而, 多色部分相干偏心光束在湍流中传输特性的研究还未涉及. 本文基于广义 Huygens-Fresnel 原理和 Toselli 等提出的 non-Kolmogorov 湍流模型, 研究了光束偏心参数 β 、湍流广义指数 α 和源光谱带宽 Ω 对多色部分相干偏心光束在 non-Kolmogorov 湍流中传输的总光强、轴上光谱和相干度的影响, 得到了一些有意义的结果.

2 理论模型

2.1 交叉谱密度函数

平顶光束的场振幅在 $z = 0$ 平面上可表示为^[27]

$$E_{\text{FT}}(x', y', 0)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 61178070)和四川高校科研创新团队建设计划(批准号: 12TD008)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: jxl100@163.com

$$= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \alpha_m \alpha_n \exp \left[- \left(m p_m \frac{x'^2}{w_0^2} + n p_n \frac{y'^2}{w_0^2} \right) \right], \quad (1)$$

式中 w_0 为对应的高斯束腰宽度, M 为平顶光束的阶数. 且

$$\alpha_t = (-1)^{t+1} \frac{M!}{t!(M-t)!},$$

$$p_t = \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{t}, \quad (t = m, n). \quad (2)$$

本文中, 设偏心光束场分布在 x 方向上是线性非均匀的, 因此在 $z = 0$ 平面的场振幅可表示为

$$E(x', y', 0) = (1 - \beta x') E_{FT}(x', y', 0), \quad (3)$$

式中 β 称为偏心参数, 它反映光束偏离中心的程度. β 越大, 表明光束振幅沿 x 方向倾斜越大. 当 $\beta = 0$ 时, (3) 式则简化为平顶光束的场振幅.

引入一个高斯型的谱相干度 $\mu(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, 0) = \exp\{-[(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2]/2\sigma_0^2\}$, 可将完全相干光束拓展到部分相干光束, 其中 σ_0 为 $z = 0$ 处的空间相干长度. 因此, 多色部分相干偏心光束在 $z = 0$ 平面上的交叉谱密度函数可表示为

$$W(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, z = 0, \omega)$$

$$= S^{(0)}(\omega) E(x'_1, y'_1, 0) E^*(x'_2, y'_2, 0)$$

$$\times \mu(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, 0), \quad (4)$$

式中 $S^{(0)}(\omega)$ 为源光谱, ω 为圆频率. 本文设 $S^{(0)}(\omega)$ 具有高斯形式, 即 $S^{(0)}(\omega) = \exp[-(\omega - \omega_0)/2\Omega^2]$, ω_0 为谱中心频率, Ω 为光谱带宽.

基于广义 Huygens-Fresnel 原理, 多色部分相干偏心光束在大气湍流中传输的交叉谱密度函数为^[1]

$$W(x_1, x_2, y_1, y_2, z, \omega)$$

$$= \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iiint dx'_1 dx'_2 dy'_1 dy'_2$$

$$\times W(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, z = 0, \omega)$$

$$\times \exp\left\{\left(\frac{ik}{2z}\right) [(x_1 - x'_1)^2 - (x_2 - x'_2)^2]\right\}$$

$$\times \exp\left\{\left(\frac{ik}{2z}\right) [(y_1 - y'_1)^2 - (y_2 - y'_2)^2]\right\}$$

$$\times \left\langle \exp\left[\psi(x'_1, y'_1, x_1, y_1) + \psi^*(x'_2, y'_2, x_2, y_2)\right] \right\rangle_m, \quad (5)$$

式中 k 为波数, $k = \omega/c$ (c 为真空中的光速), $\psi(x', y', x, y)$ 是依赖于湍流介质的复相位结构函数, $\langle \rangle_m$ 表示湍流大气统计的系综平均. 且^[17]

$$\left\langle \exp\left[\psi(x'_1, y'_1, x_1, y_1) + \psi^*(x'_2, y'_2, x_2, y_2)\right] \right\rangle_m$$

$$= \exp\left(-\frac{\pi^2 k^2 z G}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \phi_n(\kappa) d\kappa\right), \quad (6)$$

式中 $G = (x'_1 - x'_2)^2 + (x'_1 - x'_2)(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)(y_1 - y_2) + (y_1 - y_2)^2$, $\phi_n(\kappa)$ 为湍流大气介质的折射率起伏空间功率谱函数.

本文中, 大气湍流采用 non-Kolmogorov 统计, 且功率谱函数 $\phi_n(\kappa)$ 具有 von-Karman 形式, 即^[14]

$$\phi_n(\kappa) = A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}}$$

$$0 \leq \kappa < \infty, \quad 3 < \alpha < 4, \quad (7)$$

式中 $\kappa_0 = 2\pi/L_0$, L_0 为湍流的外尺度, $\kappa_m = c(\alpha)/l_0$, l_0 为湍流的内尺度, \tilde{C}_n^2 为广义折射率结构函数, 单位为 $m^{3-\alpha}$. 且^[14]

$$c(\alpha) = \left[\Gamma\left(\frac{5-\alpha}{2}\right) A(\alpha) \frac{2}{3} \pi \right]^{1/(\alpha-5)},$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \Gamma(\alpha-1) \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right), \quad (8)$$

$\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数. α 为湍流广义参数, 当 $\alpha = 11/3$ 时, $A(11/3) = 0.033$, $\tilde{C}_n^2 = C_n^2$, (7) 式简化为通常的 Kolmogorov 湍流功率谱. 本文数值计算时取 $L_0 = 1 \text{ m}$, $l_0 = 0.01 \text{ m}$.

将 (6)–(8) 式代入 (5) 式, 并经过复杂的积分运算后, 得到多色部分相干偏心光束在大气湍流中传输的交叉谱密度函数为

$$W(x_1, x_2, y_1, y_2, z, \omega)$$

$$= \left(\frac{k}{2z}\right)^2 S^{(0)}(\omega) \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_1=1}^M \sum_{n_2=1}^M \frac{\alpha_{m_1} \alpha_{m_2} \alpha_{n_1} \alpha_{n_2}}{A_1 B_1 A_2 B_2}$$

$$\times \left[1 + \frac{\beta^2 \eta_1}{2B_1^2} + \frac{\beta F_1}{A_1} + \frac{\beta^2 \eta_1 F_2}{B_1^2} - \frac{\beta F_2}{B_1} \left(1 + \eta_1 + \frac{\beta F_1}{A_1} \right) \right]$$

$$\times \exp\left[F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + \frac{ik(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)}{2z} - \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{\rho^2} \right], \quad (9)$$

式中

$$F_1 = \frac{1}{2A_1} \left(\frac{x_1 - x_2}{\rho^2} + \frac{ikx_1}{z} \right), \quad (10)$$

$$F_2 = \frac{1}{2B_1} \left[\frac{(x_1 - x_2)(1 - \eta_1)}{\rho^2} + \frac{ik(x_2 - \eta_1 x_1)}{z} \right], \quad (11)$$

$$\rho^{-2} = \pi^2 k^2 z T / 3, \quad T = \int_0^\infty \kappa^3 \phi_n(\kappa) d\kappa, \quad (12)$$

$$A_1^2 = \frac{m_1 p_{m_1}}{w_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho^2} - \frac{ik}{2z}, \quad (13)$$

$$B_1^2 = \frac{m_2 p_{m_2}}{w_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_1^2 A_1^2, \quad (14)$$

$$\eta_1 = \frac{1}{2A_1^2} \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho^2} \right), \quad (15)$$

F_3, F_4 只需将 F_1, F_2 中的 x, A_1, B_1, η_1 分别替换为 y, A_2, B_2, η_2 即可得到, A_2 只需将 A_1 中的 m 替换为 n 即可得到, B_2 只需将 B_1 中的 m, A_1, η_1 分别替换为 n, A_2, η_2 即可得到, η_2 只需将 η_1 中的 A_1 分别替换为 A_2 即可得到.

2.2 总光强

(9) 式中令 $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$, 则多色部分相干偏心光束通过 non-Kolmogorov 湍流传输至 z 平面处的谱强度为

$$\begin{aligned} S(x, y, z, \omega) &= W(x, x, y, y, z, \omega) \\ &= \left(\frac{k}{2z} \right)^2 S^{(0)}(\omega) \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_1=1}^M \sum_{n_2=1}^M \frac{\alpha_{m_1} \alpha_{m_2} \alpha_{n_1} \alpha_{n_2}}{A_1 B_1 A_2 B_2} \\ &\times \left[1 + \frac{\beta^2 \eta_1}{2B_1^2} - \frac{\beta x}{2A_1^2 B_1^2} \left(\frac{ikP_2}{w_0^2 z} + \frac{k^2}{z^2} \right) \right. \\ &+ \left. \frac{\beta^2 k^2 x^2}{4A_1^4 B_1^4 z^2} \left(\frac{R_1}{w_0^4} + \frac{k^2}{4z^2} + \frac{ikP_2}{2w_0^2 z} \right) \right] \\ &\times \exp \left(-\frac{P_1 k^2 x^2}{4A_1^2 B_1^2 z^2 w_0^2} - \frac{Q_1 k^2 y^2}{4A_2^2 B_2^2 z^2 w_0^2} \right), \quad (16) \end{aligned}$$

其中 $P_1 = m_1 p_{m_1} + m_2 p_{m_2}, P_2 = m_1 p_{m_1} - m_2 p_{m_2}, R_1 = m_1 p_{m_1} m_2 p_{m_2}, Q_1 = n_1 p_{n_1} + n_2 p_{n_2}$.

由 (16) 式可知, 多色部分相干偏心光束通过 non-Kolmogorov 湍流传输至 z 平面处的总光强为

$$I(x, y, z) = \int_0^\infty S(x, y, z, \omega) d\omega. \quad (17)$$

在激光理论中, 光束的一阶矩表示光束的重心位置, 即

$$\bar{x} = \frac{\iint x I(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy},$$

$$\bar{y} = \frac{\iint y I(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}. \quad (18)$$

将 (17) 式结合 (16) 式代入 (18) 式, 则多色部分相干偏心光束通过大气湍流传输的重心位置为

$$\begin{aligned} \bar{x} &= -2\beta w_0^2 \frac{\left(\sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \alpha_{m_1} \alpha_{m_2} \frac{1}{P_1^{3/2}} \right)}{\left(\sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \alpha_{m_1} \alpha_{m_2} \frac{2P_1 + \beta^2 w_0^2}{P_1^{3/2}} \right)}, \\ \bar{y} &= 0. \quad (19) \end{aligned}$$

从 (19) 式可知: \bar{x} 与 α, Ω, σ_0 无关, 与 β 有关, 且 β 越大, 重心偏离中心越严重; \bar{x} 和 \bar{y} 与传输距离 z 和湍流无关, 而由初始场确定.

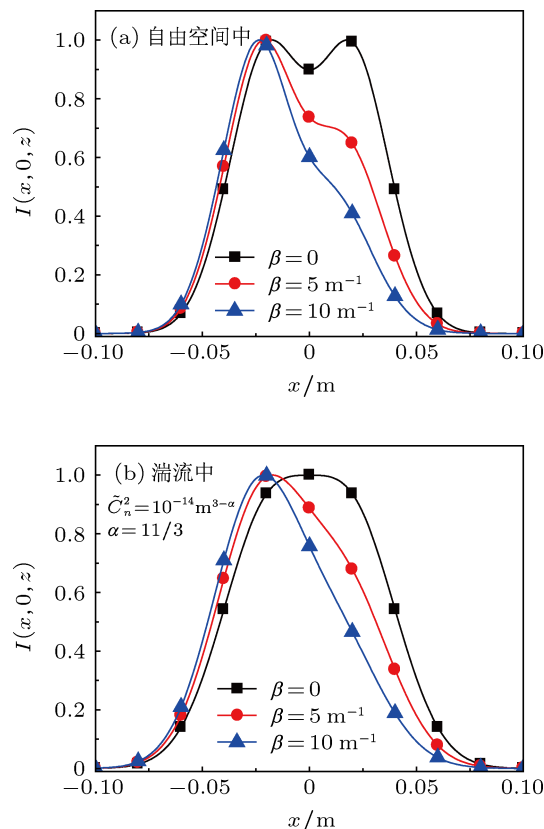


图 1 归一化总光强 $I(x, 0, z)$ 随偏心参数 β 的变化, $\Omega = 0.6 \times 10^{15} \text{ rad/s}, z = 1.6 \text{ km}$

本文中, 由于多色部分相干偏心光束的非均匀性只体现在 x 方向上, 所以数值计算时, 我们只需考虑各物理量在 x 方向上的变化情况. 图 1—3 给出了 1.6 km 处归一化总光强 $I(x, 0, z)$ 随 β, α, Ω 的变化, 其中 $M = 12, w_0 = 0.05 \text{ m}, \sigma_0 = 0.05 \text{ m}, \omega_0 = 3.0 \times 10^{15} \text{ rad/s}$. 由图 1(a) 和 (b) 可以得出: 不管是在自由空间还是湍流空间中, 偏心参

数 β 越大, 总光强偏离中心越严重. 由图 2 可知: 当 $\alpha < 3.1$ 时, 总光强受湍流的影响随 α 的增大而增大; 当 $\alpha > 3.1$ 时, 总光强受湍流的影响随 α 的增大而减小. 这说明: 当 $\alpha = 3.1$ 时, 总光强受到湍流的影响最大, 且此时总光强为离轴的高斯分布. 在自由空间中, Ω 对总光强有影响 (见图 3(a)); 而在湍流中 (见图 3(b)) 总光强几乎不受带宽 Ω 的影响.

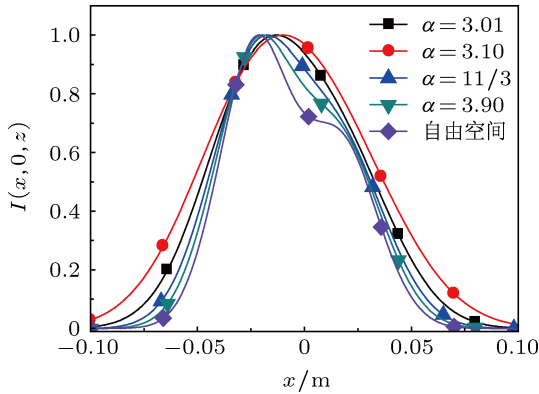


图 2 归一化总光强 $I(x, 0, z)$ 随湍流广义指数 α 的变化, $\Omega = 0.6 \times 10^{15}$ rad/s, $z = 1.6$ km, $\tilde{C}_n^2 = 10^{-14}$ m $^{3-\alpha}$, $\beta = 5$ m $^{-1}$

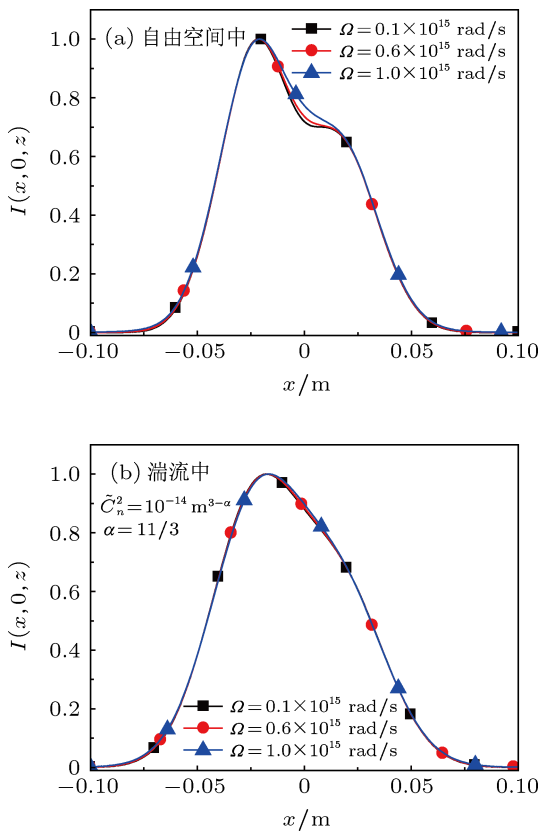


图 3 归一化总光强 $I(x, 0, z)$ 随源光谱带宽 Ω 的变化, $z = 1.6$ km, $\beta = 5$ m $^{-1}$

2.3 传输轴上谱强度

(17) 式中令 $x = y = 0$, 可得多色部分相干偏心光束在传输轴上的谱强度为

$$S(0, 0, z, \omega) = \left(\frac{k}{2z}\right)^2 S^{(0)}(\omega) \times \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{n_1=1}^M \sum_{n_2=1}^M \frac{\alpha_{m_1} \alpha_{m_2} \alpha_{n_1} \alpha_{n_2}}{A_1 B_1 A_2 B_2} \times \left(1 + \frac{\beta^2 \eta_1}{2B_1^2}\right). \quad (20)$$

图 4 和图 5 给出了在 $z = 10$ km 处轴上光谱随 β 和 α 的变化, 参数取为 $M = 12$, $w_0 = 0.05$ m, $\sigma_0 = 0.05$ m, $\omega_0 = 3.0 \times 10^{15}$ rad/s. 图 4(a) 和 (b) 说明: 不管是在自由空间还是在湍流大气中, 轴上光谱都发生了蓝移. 不同 β 的光谱几乎重合, 即偏心参数几乎不会影响轴上光谱分布. 由图 5 可知: 在湍流中, 当 $\alpha > 3.1$ 时轴上光谱的蓝移量随 α 的增大而增大, 当 $\alpha < 3.1$ 时却随 α 的增大而减小, 即在 $\alpha = 3.1$ 时轴上光谱的蓝移量最小. 还可看出, 大气湍流中光谱位移量比自由空间中的要小.

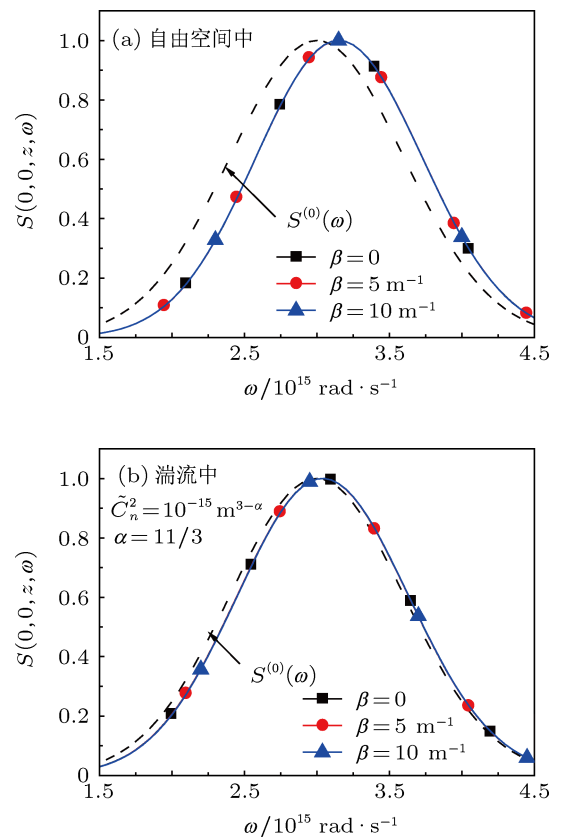


图 4 轴上光谱 $S(0, 0, z, \omega)$ 随偏心参数 β 的变化, $\Omega = 0.6 \times 10^{15}$ rad/s, $z = 10$ km

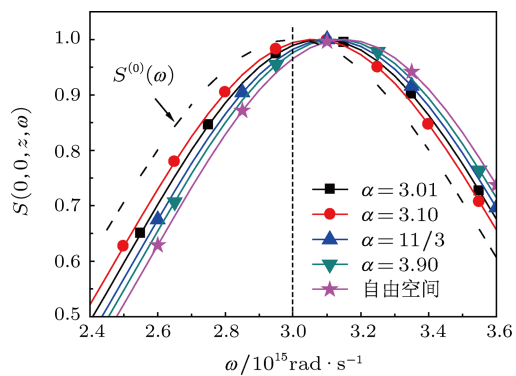


图5 轴上光谱 $S(0, 0, z, \omega)$ 随湍流广义指数 α 的变化, $\tilde{C}_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{3-\alpha}$, $z = 10 \text{ km}$, $\Omega = 0.6 \times 10^{15} \text{ rad/s}$, $\beta = 5 \text{ m}^{-1}$

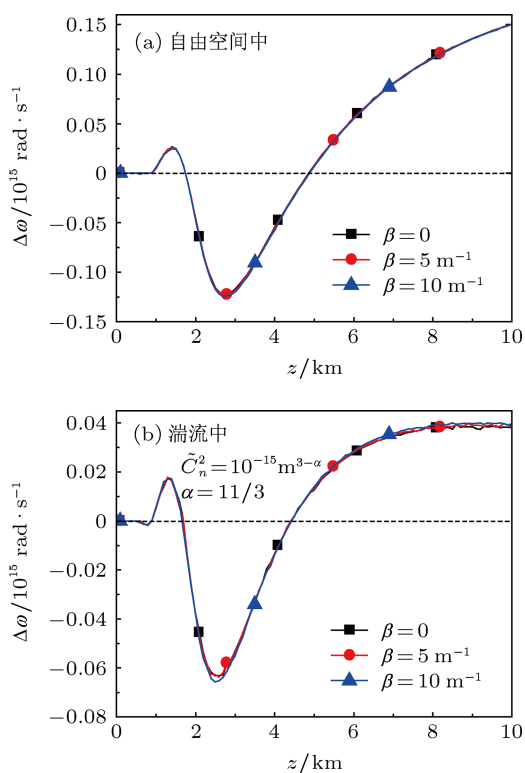


图6 轴上光谱位移量 $\Delta\omega$ 随偏心参数 β 的变化, $\Omega = 0.6 \times 10^{15} \text{ rad/s}$

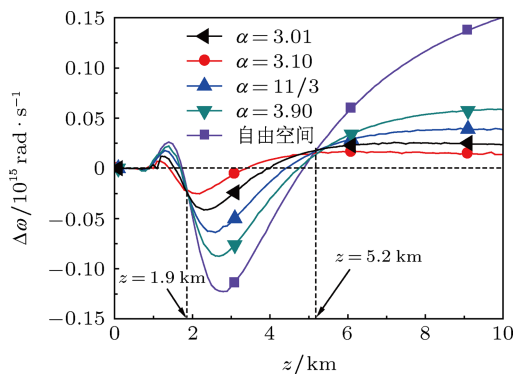


图7 轴上光谱位移量 $\Delta\omega$ 随湍流广义指数 α 的变化, $\tilde{C}_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{3-\alpha}$, $\Omega = 0.6 \times 10^{15} \text{ rad/s}$, $\beta = 5 \text{ m}^{-1}$

为了说明多色部分相干偏心光束轴上光谱位移的大小, 定义轴上光谱位移量为 $\Delta\omega = \omega_m - \omega_0$, 其中 ω_m 为轴上谱强度最大时的圆频率. 图6—8 分别给出了多色部分相干偏心光束轴上光谱位移量随 β , α 和 Ω 的变化, 参数取值与图4和图5相同.

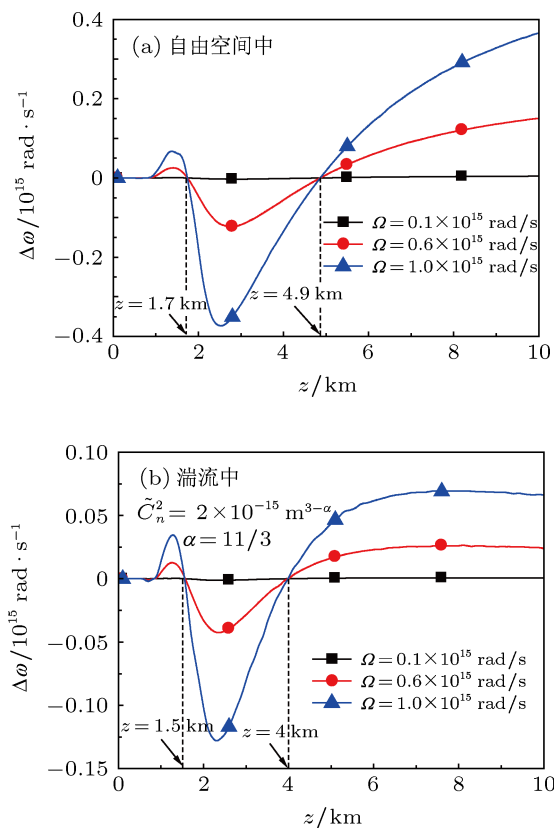


图8 轴上光谱位移量 $\Delta\omega$ 随源光谱带宽 Ω 的变化, $\beta = 5 \text{ m}^{-1}$

图6(a)和(b)表明: 无论是自由空间还是在湍流中, 轴上光谱随着传输距离增大先出现蓝移再发生红移最后又转为蓝移, 轴上光谱位移量 $\Delta\omega$ 与偏心参数 β 几乎无关. 图7可以看出, 湍流中的 $\Delta\omega$ 比自由空间中的小. 在湍流中, 当 $\alpha < 3.1$ 时 $\Delta\omega$ 随 α 增大而减小, 当 $\alpha > 3.1$ 时 $\Delta\omega$ 随 α 增大而增大. 这说明, 当 $\alpha = 3.1$ 时轴上光谱位移量最小. 有趣的是, 大约在 $z = 1.9 \text{ km}$ 和 5.2 km 时, 不同 α 具有相同的 $\Delta\omega = -0.024 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ (红移) 和 $0.018 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ (蓝移). 图8(a)说明: 无论在自由空间中还是湍流中, 源光谱带宽 Ω 很小时轴上光谱几乎不会发生移动, 但光谱位移量 $\Delta\omega$ 随 Ω 的增大而增大. 一个有趣的现象是, 存在特殊的传输距离, 在该距离处不同 Ω 对应的 $\Delta\omega$ 均为零 (即无光谱移动). 例如, 自由空间中, $z = 1.7 \text{ km}$ 和 4.9 km 时, 不同 Ω 对应的 $\Delta\omega = 0$; 大气湍流中, $z = 1.5 \text{ km}$

和 4.0 km 时, 不同 Ω 对应的 $\Delta\omega = 0$. 显然, 湍流使得不同 Ω 光束达到 $\Delta\omega = 0$ 所需传输距离更短.

2.4 相干度

对于 z 平面上任意两点 $Q_1(x_1, y_1, z)$, $Q_2(x_2, y_2, z)$ 的相干度定义为^[1]

$$\mu(x_1, x_2, y_1, y_2, z, \omega) = \frac{W(x_1, x_2, y_1, y_2, z, \omega)}{[S(x_1, y_1, z, \omega)S(x_2, y_2, z, \omega)]^{1/2}} \quad (21)$$

本文中, 考虑 z 平面上关于轴上点 $P_1(0, 0, z)$ 与轴外点 $P_2(x, 0, z)$ 两点的相干度, 则

$$\begin{aligned} \mu(0, x, z) &= \frac{W(0, x, 0, 0, z, \omega)}{[S(0, 0, z, \omega)S(x, 0, z, \omega)]^{1/2}} \\ &= \frac{H_1}{(H_2 H_3)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} H_1 &= \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \frac{\alpha_{m_1} \alpha_{m_2}}{A_1 B_1} \left[\frac{\beta x}{2B_1^2} \left(\frac{1-\eta_1}{\rho^2} - \frac{ik}{z} \right) \right. \\ &\times \left(1 + \eta_1 - \frac{\beta x}{2A_1^2 \rho^2} - \frac{\beta x \eta_1}{2B_1^2} \left(\frac{ik}{z} - \frac{1-\eta_1}{\rho^2} \right) \right) \\ &- \frac{\beta x}{2A_1^2 \rho^2} + 1 + \frac{\beta^2 \eta_1}{2B_1^2} \left. \right] \\ &\times \exp \left[\frac{P_1 x^2}{4A_1^2 B_1^2 \rho^4 w_0^2} - \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{ik}{2z} \right) x^2 \right. \\ &- \left. \frac{k^2 x^2}{4B_1^2 z^2} - \frac{ikx^2(1-\eta_1)}{2B_1^2 \rho^2 z} \right], \end{aligned} \quad (23)$$

$$H_2 = \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \frac{\alpha_{m_1} \alpha_{m_2}}{A_1 B_1} \left(1 + \frac{\beta^2 \eta_1}{2B_1^2} \right), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} H_3 &= \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \frac{\alpha_{m_1} \alpha_{m_2}}{A_1 B_1} \left[1 + \frac{\beta^2 \eta_1}{2B_1^2} \right. \\ &- \frac{\beta x}{2A_1^2 B_1^2} \left(\frac{ikP_2}{w_0^2 z} + \frac{k^2}{z^2} \right) \\ &+ \frac{\beta^2 k^2 x^2}{4A_1^4 B_1^4 z^2} \left(\frac{R_1}{w_0^4} + \frac{k^2}{4z^2} + \frac{ikP_2}{2w_0^2 z} \right) \left. \right] \\ &\times \exp \left(-\frac{P_1 k^2 x^2}{4A_1^2 B_1^2 z^2 w_0^2} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

(22) 式表明, $\mu(0, x, z)$ 与 β, α 等有关, 与源光谱带宽 Ω 无关.

图 9 和图 10 给出了多色部分相干偏心光束相干度的绝对值 $|\mu(0, x, z)|$ 随 β, α 的变化, 数值计算参数取为 $M = 12$, $w_0 = 0.05$ m, $\sigma_0 = 0.05$ m, $\omega = \omega_0 = 3.0 \times 10^{15}$ rad/s, $z = 6$ km. 由图 9(a) 可

以看出: 当 $\beta = 0$ 时, $|\mu(0, x, z)|$ 关于原点对称. 当 $\beta \neq 0$ 时, $|\mu(0, x, z)|$ 关于原点对称, β 越大, 不对称性越明显. 但在湍流中 $|\mu(0, x, z)|$ 的不对称性减弱 (见图 9(b)). 图 10 表明: 当 $\alpha < 3.1$ 时, 相干长度随 α 增大而减小; 当 $\alpha > 3.1$ 时, 相干长度随 α 增大而增大. 这说明: 当 $\alpha = 3.1$ 时多色部分相干偏心光束的相干长度最短. 图 10 还表明, 湍流中的相干长度小于自由空间中的相干长度.

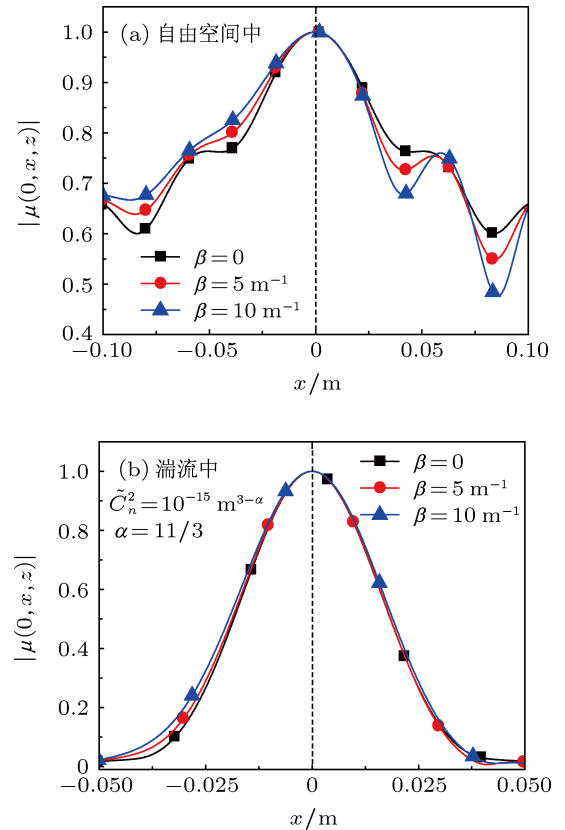


图 9 相干度 $|\mu(0, x, z)|$ 随偏心参数 β 的变化

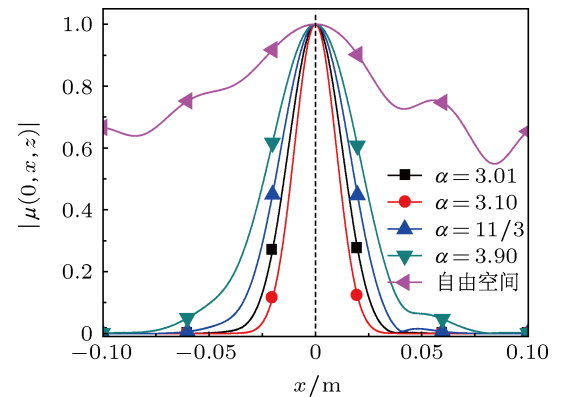


图 10 相干度 $|\mu(0, x, z)|$ 随湍流广义指数 α 的变化, $\beta = 5$ m⁻¹, $C_n^2 = 10^{-15}$ m^{3-α}

3 结论

本文基于广义 Huygens-Fresnel 原理和 Toselli 等提出的 non-Kolmogorov 湍流模型, 推导了多色部分相干偏心光束在 non-Kolmogorov 湍流中传输的总光强、轴上光谱、相干度的解析公式. 当湍流广义指数 $\alpha = 11/3$ 时, 多色部分相干偏心光束在 Kolmogorov 湍流中的传输公式可作为本文所得公式的特例给出. 本文着重研究了偏心参数 β 、湍流广义指数 α 和源光谱带宽 Ω 对光束传输特性的影响. 主要结论如下: 1) 光束重心位置与传输距离和湍流均无关, β 越大, 则光束重心偏离中心越严重, 相干度不对称性越明显, 但 β 对光束轴上光谱几乎没有影响; 2) 光束在 non-Kolmogorov 湍流中传

输时, 湍流广义指数 α 对光束总光强、轴上光谱和相干长度的影响是非单调的, 当 $\alpha = 3.1$ 时, 总光强的演化速度最快, 轴上光谱位移量 $\Delta\omega$ 和相干长度都最小, 也就是说, 当 $\alpha = 3.1$ 时, 多色部分相干偏心光束受到湍流的影响是最大的; 3) 在自由空间中 Ω 对总光强有影响, 而在湍流中 Ω 对总光强几乎没有影响, Ω 对光束相干度没有影响, 光谱位移量 $\Delta\omega$ 均随 Ω 增大而增大, 且湍流中 $\Delta\omega$ 比自由空间中 $\Delta\omega$ 要小. 特别值得指出的是: 在某些传输距离处, 不同湍流广义指数 α 对应的轴上光谱位移量相同; 在某些传输距离处, 轴上光谱位移量为零, 且该传输距离与 Ω 无关, 但湍流使得该传输距离缩短. 本文所得结论对多色部分相干偏心光束在湍流大气中传输的相关应用具有重要意义.

- [1] Andrews L C, Phillips R L 2005 *Laser Beam Propagation through Random Media* (Bellingham, Washington: SPIE Press)
- [2] Fante R L 1985 in Wolf E *Progress in Optics XXII: Wave propagation in random media: a systems approach*, Chap. VI (Amsterdam: Elsevier)
- [3] Gbur G, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1592
- [4] Wang T, Pu J X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6754 (in Chinese) [王涛, 蒲继雄 2007 物理学报 **56** 6754]
- [5] Dan Y Q, Zhang B 2009 *Opt. Lett.* **34** 563
- [6] Mao H D, Zhao D M 2010 *Opt. Express* **18** 1741
- [7] Zhou G Q 2011 *Opt. Express* **19** 3945
- [8] Li Y Q, Wu Z S 2012 *Chin. Phys. B* **21** 054203
- [9] Li X Q, Ji X L, Zhu J H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044217 (in Chinese) [李晓庆, 季小玲, 朱建华 2013 物理学报 **62** 044217]
- [10] Kolmogorov A N 1941 *C. R. Acad. Sci. URSS* **30** 301
- [11] Rao C H, Jiang W H, Ling N 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 1111
- [12] Zilberman A, Golbraikh E, Kopeika N S 2005 *Proc. SPIE* **5987** 598702
- [13] Tatarski V I 1967 *Wave Propagation in a Turbulent Medium* (Moscow: Nauka)
- [14] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, Ferrero V 2007 *Proc. SPIE* **6551** 65510E-1
- [15] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, Ferrero V 2008 *Opt. Eng.* **47** 026003
- [16] Wu G H, Guo H, S. Yu S, Luo B 2010 *Opt. Lett.* **35** 715
- [17] Shchepakina E, Korotkova O 2010 *Opt. Express* **18** 10650
- [18] He X M, Lü B D 2011 *Chin. Phys. B* **20** 094210
- [19] Gerçekcioğlu H, Baykal Y 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **29** 169
- [20] Huang Y P, Zhao G P, Xiao X, Wang F H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 144202 [黄永平, 赵光普, 肖希, 王藩侯 2012 物理学报 **61** 144202]
- [21] He X M, Lü B D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 054201 (in Chinese) [何雪梅, 吕百达 2012 物理学报 **61** 054201]
- [22] Chu X X 2011 *Opt. Lett.* **36** 2701
- [23] Dou L Y, Ji X L, Li P Y 2012 *Opt. Express* **20** 8417
- [24] Li X Q, Ji X L, Zhu W Y 2012 *J. Mod. Opt.* **59** 1168
- [25] Haas R, Banks P 1994 *Opt. Commun.* **107** 265
- [26] Peng R W, Ye Y X, Tang Z X, Zhao C J, Wen S C, Fan D Y 2006 *Opt. Commun.* **265** 106
- [27] Li Y J 2002 *Opt. Commun.* **206** 225

Propagation of polychromatic partially coherent decentred laser beams propagating in non-Kolmogorov turbulence*

Deng Jin-Ping Ji Xiao-Ling[†] Lu Lu

(Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu 610068, China)

(Received 17 January 2013; revised manuscript received 4 February 2013)

Abstract

In this paper, the analytical expressions for the total intensity, the on-axis spectrum and the degree of coherence of polychromatic partially coherent decentred laser beams propagating in non-Kolmogorov turbulence are derived. The influences of the beam decentred parameter β , the fractal constant α of the atmospheric power spectrum, and the bandwidth Ω of spectrum on propagation property are studied. It is shown that the larger the value of β , the bigger the deviation of centre of beam gravity from the propagation axis, and the more unsymmetrical the coherence degree is. However, the on-axis spectrum is nearly independent of β . The influence of α on total intensity, on-axis spectrum and coherence degree is non-monotonic. When $\alpha = 3.1$, the propagation properties are most affected by turbulence. It is mentioned that at certain propagation distances, the shifts of on-axis spectrum are the same for different values of α . Furthermore, the on-axis spectral shift disappears at other propagation distances which are independent of Ω , and these propagation distances decrease due to turbulence. The results obtained in this paper will be useful for the applications of polychromatic partially coherent decentred laser beams propagating in non-Kolmogorov turbulence.

Keywords: non-Kolmogorov turbulence, polychromatic partially coherent decentred laser beam, spectrum intensity, coherence degree

PACS: 42.68.Bz, 42.25.Bs, 42.25.Dd

DOI: 10.7498/aps.62.144211

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178070) and the Construction Plan for Scientific Research Innovation Teams of Universities in Sichuan Province, China (Grant No. 12TD008).

[†] Corresponding author. E-mail: jixl100@163.com