

心磁信号广义 S 变换域奇异值分解滤波方法*

尹柏强^{1)†} 何怡刚¹⁾²⁾ 吴先明¹⁾

1) (湖南大学电气与信息工程学院, 长沙 410082)

2) (合肥工业大学电气与自动化工程学院, 合肥 230009)

(2012年12月27日收到; 2013年3月26日收到修改稿)

针对心磁信号工频及背景噪声干扰问题, 提出了广义 S 变换奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 滤波方法. 在离散 S 变换基础上, 导出了广义矩阵 S 变换和逆变换公式. 通过对采样信号进行广义 S 变换, 调节时频分辨率, 利用 SVD 分解方法确定有效心磁信号区域, 实现自适应时频滤波. 实验结果表明, 该方法能有效滤除工频及背景噪声干扰, 且在较少奇异值个数情况下可获得更好的滤波性能.

关键词: 心磁信号, S 变换, 奇异值分解, 时频滤波

PACS: 87.80.-y, 87.85.-d, 05.40.Ca

DOI: 10.7498/aps.62.148702

1 引言

心脏疾病是危害人类健康的主要疾病之一^[1]. 目前, 心脏功能检测和诊断方法主要采用心电图来检测和分析心脏电活动^[2]. 随着磁传感器件的发展, 高温射频超导量子干涉仪作为灵敏度极高的磁传感器件广泛地应用于心磁信号的测量中^[3]. 高灵敏度的高温射频超导量子干涉仪采集到的心磁信号中存在大量的背景噪声, 其主要成分为 50 Hz 工频干扰及其他环境噪声^[4]. 心磁信号特征的有效提取是心脏疾病诊断的主要关键.

文献 [5] 提出了针对背景噪声消除问题的自适应理论, 所提出自适应算法适用于心磁信号及环境噪声可同步采集情形, 但不能解决无参考噪声数据情形下的背景噪声滤除问题. 文献 [6] 提出了基于 SVD 分解和自适应滤波的心磁信号消噪方法, 所提出方法对无参考噪声情形下的近周期心磁信号消噪问题具有较好效果, 但该方法所分解的 Hankel 矩阵图像特征不能提取信号及背景噪声基本频域特

征, 在消除 50 Hz 工频干扰时, 仍需采用自适应滤波方法. 文献 [7] 利用小波变换来处理心磁信号, 采用 symlet8 小波函数进行消噪, 取得了良好的滤波效果, 但是寻找合适的小波基函数较为复杂, 且在高频段需要强制消噪处理. S 变换具有与小波变换类似的多分辨特性^[8], 利用 S 变换多分辨二维时频特性可以构建反 S 变换时频滤波方法^[9-13]. 目前, 有关 S 变换滤波方法主要采用全局阈值滤波和局部阈值滤波^[11-14]. 局部阈值滤波在有先验知识的前提下, 可以有效实现时频滤波. 然而, 对于实测环境下的心磁信号, 除工频干扰外, 背景噪声干扰也是影响信号质量的主要因素, 如何在背景噪声中快速有效地提取心磁信号仍是一个值得深入研究的问题. 综上所述, 本文在 S 变换基础上, 导出了广义 S 矩阵变换和逆变换公式, 研究了心磁信号 S 变换时频域分布特征, 针对心磁信号工频干扰及背景噪声的时频特点, 提出了广义 S 变换 SVD 分解滤波方法, 该变换方法能有效滤除多种噪声干扰, 在奇异值较少情况下能实现较好的滤波效果.

* 国家杰出青年基金 (批准号: 50925727)、国家自然科学基金 (批准号: 51107034)、国防科技计划项目 (批准号: C1120110004, 9140A27020211DZ5102)、教育部科学技术研究重大项目 (批准号: 313018)、湖南省科技计划项目 (批准号: 2011J4, 2011JK2023, 12JJA004) 和湖南省教育厅科学研究项目 (批准号: 11C0479) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yinbaiqiang123@163.com

2 S 变换及广义 S 变换原理

S 变换起源于短时傅里叶变换, 也可由小波变换引出, 下面从小波变换引出 S 变换 [10].

设一维连续信号 $x(t)$ 的小波变换定义如下:

$$WT_x(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,\tau} \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt, \quad (1)$$

其中, $\psi_{a,\tau} \left(\frac{t-\tau}{a} \right)$ 为小波基函数, τ 为时移因子, a 为尺度因子. 当小波变换基函数选用高斯窗函数 $\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$ 时, 其对应的小波变换为

$$WT_x(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2a^2}} dt. \quad (2)$$

对 (2) 式两边同时乘以相位修正因子 $e^{-2\pi a t}$, 取 $a = 1/f$, 并对其幅值进行 \sqrt{f} 修正可得 S 变换 $S_T(\tau, f)$ 为

$$S_T(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[\frac{f^2(\tau-t)^2}{2} \right]} e^{-i2\pi f t} dt. \quad (3)$$

为了有效利用快速傅里叶变换 (FT) 算法, 将 (3) 式重写可得 S 变换快速算法为

$$S_F(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\varphi + f) e^{-\frac{2\pi^2 \varphi^2}{f^2}} e^{i2\pi \varphi \tau} d\varphi. \quad (4)$$

在离散情况下, 信号 $x(t)$ 经采样后得到 N 点离散序列 $x(p) (p = 0, T, 2T, \dots, (N-1)T)$, T 为采样周期, 则直接计算离散 $x(p)$ 的 S 变换 $S_T[m, n]$ 为

$$S_T[m, n] = \sum_{p=0}^{N-1} x(p) \frac{n}{N\sqrt{2\pi}} e^{-(n^2(m-p)^2/2N^2)} \times e^{-i2\pi p n/N}, \quad (5)$$

采用快速 FT 算法计算 S 变换 $S_F[m, n]$ 为

$$S_F[m, n] = \sum_{l=0}^{N-1} X[l+n] e^{-2\pi^2 l^2/n^2} e^{i2\pi m l/N}, \quad (6)$$

其中, $m, n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, $X[l]$ 为 $x(m)$ 的离散傅里叶变换.

由于 S 变换的高斯窗函数满足

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau-t) d\tau = 1, \quad (7)$$

S 变换后的函数对时间的连续积分可以写成

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) w(\tau-t) e^{-i2\pi f t} d\tau dt = X(f). \quad (8)$$

故 S 反变换可由 $X(f)$ 反傅里叶变换即可得 $x(t)$, 即

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau, f) dt \times e^{i2\pi f t} df. \quad (9)$$

在心磁信号提取过程中, 当信号与噪声中存在频率相近成分, 采用 S 变换二维等高图波峰去辨识信号频率成分时, 相近时间或频率波峰主成分重叠在一起, 从而影响信号的参数提取. 为了有效地解决 S 变换的时频分辨率的可调性, 有效提取信号的主时频区域, 在 S 变换中引入时频调节因子 α, β . 因此, 广义的 S 变换定义 [9] 为

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{\alpha |f|^\beta}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[\frac{\alpha^2 f^{2\beta} (\tau-t)^2}{2} \right]} \times e^{-i2\pi f t} dt, \quad (10)$$

其中, α 为高斯窗幅度拉伸因子, β 为频率尺度拉伸因子. 当且仅当 $\alpha = 1$, 且 $\beta = 1$ 时, 广义 S 变换为 Stock-Well 所提出的 S 变换 [8]. 当 $\alpha < 1$ 或 $\beta < 1$ 时, 频率分辨率提高时间分辨率下降, 当 $\alpha > 1$ 或 $\beta > 1$ 时, 时间分辨率提高频率分辨率下降. 由于 α, β 均为实数, 反变换对窗函数进行积分时仍然满足 (8) 式, 因此, 广义 S 变换反变换与 S 反变换表达式相同.

3 广义矩阵 S 变换局部阈值滤波

在离散情况下可将 (5) 式改写成如下形式

$$\begin{aligned} S_T[m, n] &= \sum_{p=0}^{N-1} x[p] \frac{\alpha |n|^\beta}{\sqrt{2\pi k N}} e^{-(\alpha^2 n^{2\beta} (m-p)^2/2k^2 N^2 + i2\pi p \alpha n^\beta/N)} \\ &= x[0] \frac{\alpha |n|^\beta}{\sqrt{2\pi k N}} e^{-\alpha^2 n^{2\beta} m^2/2k^2 N^2} \\ &\quad + x[1] \frac{\alpha |n|^\beta}{\sqrt{2\pi k N}} e^{-(\alpha^2 n^{2\beta} (m-1)^2/2k^2 N^2 + i2\pi \alpha n^\beta/N)} \\ &\quad + \dots + x[N-1] \frac{\alpha |n|^\beta}{\sqrt{2\pi k N}} \\ &\quad \times e^{-(\alpha^2 n^{2\beta} (m-(N-1))^2/2k^2 N^2 + i2\pi (N-1) \alpha n^\beta/N)} \\ &= T_{(mn)1} x[0] + T_{(mn)2} x[1] + \dots \\ &\quad + T_{(mn)(N-1)} x[N-1], \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $T_{(mn)p}$ 表示广义离散 S 变换变换信号 $x[p]$ 所对应的线性变换系数. 采用直接计算方法和快速傅里叶变换算法计算广义离散 S 变换, 其对应的线性变换系数 $T_{T,(mn)p}$ 与 $T_{F,(mn)p}$ 分别为

$$T_{F,(mn)p} = \frac{\alpha|n|^\beta}{\sqrt{2\pi kN}} \exp \left[- \left(\frac{\alpha^2 n^{2\beta} (m - (N - 1))^2}{2k^2 N^2} + \frac{i2\pi(N - 1)\alpha n^\beta}{N} \right) \right], \quad (12)$$

$$T_{T,(mn)p} = \sum_{l=-N/2}^{N/2-1} \exp \{ - [2\pi^2 k^2 l^2 / (\alpha n^{2\beta})] \} \exp \{ - i2\pi [p\alpha n^\beta - l(m - p)] / N \}. \quad (13)$$

由于变换系数与 m, n 有关, 变换系数对应为一个与 m, n 有关的二维矩阵, 矩阵 $T_{(mn)p}$ 表示为变换系数所对应的 $m \times n$ 行 p 列的一个变换元素, 因此, (11) 式改写为

$$\begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ \vdots \\ s_{1N} \\ s_{21} \\ \vdots \\ s_{MN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & T_{1N} \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & T_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ T_{N1} & T_{N2} & \cdots & T_{NN} \\ T_{(N+1)1} & T_{(N+1)2} & \cdots & T_{(N+1)N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ T_{(MN)1} & T_{(MN)2} & \cdots & T_{(MN)N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x[N-2] \\ x[N-1] \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中, s_{mn} 为 $S_T[m, n]$ 或 $S_F[m, n]$ 矩阵对应的 m 行 n 列所对应的列排列 S 矩阵元素. 由 (14) 式可知, 在任意时刻任意频率点 S 矩阵所对应的元素与变换矩阵 $T_{(mn)p}$ 所对应的行与离散信号矩阵 $x[p]$ 的乘积有关. 对 (14) 式矩阵 S 变换求反变换可得

$$\begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x[N-2] \\ x[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & T_{1N} \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & T_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ T_{N1} & T_{N2} & \cdots & T_{NN} \\ T_{(N+1)1} & T_{(N+1)2} & \cdots & T_{(N+1)N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ T_{(MN)1} & T_{(MN)2} & \cdots & T_{(MN)N} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ \vdots \\ s_{1N} \\ s_{21} \\ \vdots \\ s_{MN} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由 (15) 式可知, 反变换后得到的离散信号点 x 与反变换矩阵所在行 $T_{(mn)p}$ 与广义 S 矩阵 s_{fmn} 的乘积有关. 如果已知滤波的频点, 通过将对应广义 S 矩阵上的频点行置零即可实现滤除该频率成分, 去除所对应的频点分量. 因此, 广义矩阵反 S 变换阈值滤波算法可表示为

$$x = T^+ s_f, \quad (16)$$

其中, x 为还原后信号, T^+ 为 T 的广义逆矩阵, 即反变换矩阵, s_f 为广义 S 矩阵滤波后的列排列形式.

根据上述理论过程, 采用 S 变换阈值滤波方法对 50 Hz 工频干扰进行滤波. 心磁信号经 S 变换和广义 S 变换后, 信号的时频特征能有效的表征在二维时频图上. 图 1(a) 为仿真心磁信号受幅值为

0.1, 频率为 50 Hz 正弦工频干扰和均值为 0, 方差为 0.05 的高斯噪声干扰信号图, 经 S 变换后的三维时频图如图 1(b) 所示, 从图中可以看出 50 Hz 工频信号成分及对应的时间, 心磁信号的主能量相对较大, 分布在频率相对较低的频域内, 其二维映射时频图如图 1(c) 所示, 从图 1(c) 可以清晰地看出 50 Hz 频率成分及高频段的噪声分布情况. 图 1(d) 为经广义 S 变换后的二维时频图, 从图 1(d) 中可以看出 50 Hz 干扰信号与噪声及心磁信号能相对有效区分, 提高了分析信号的时频分辨率. 图 1(e) 为采用广义 S 变换阈值滤波滤除 50 Hz 工频干扰的心磁信号图, 其对应应该的三维时频图如图 1(f) 所示, 由图 1(f) 可知, 50 Hz 工频干扰得到有效滤除.

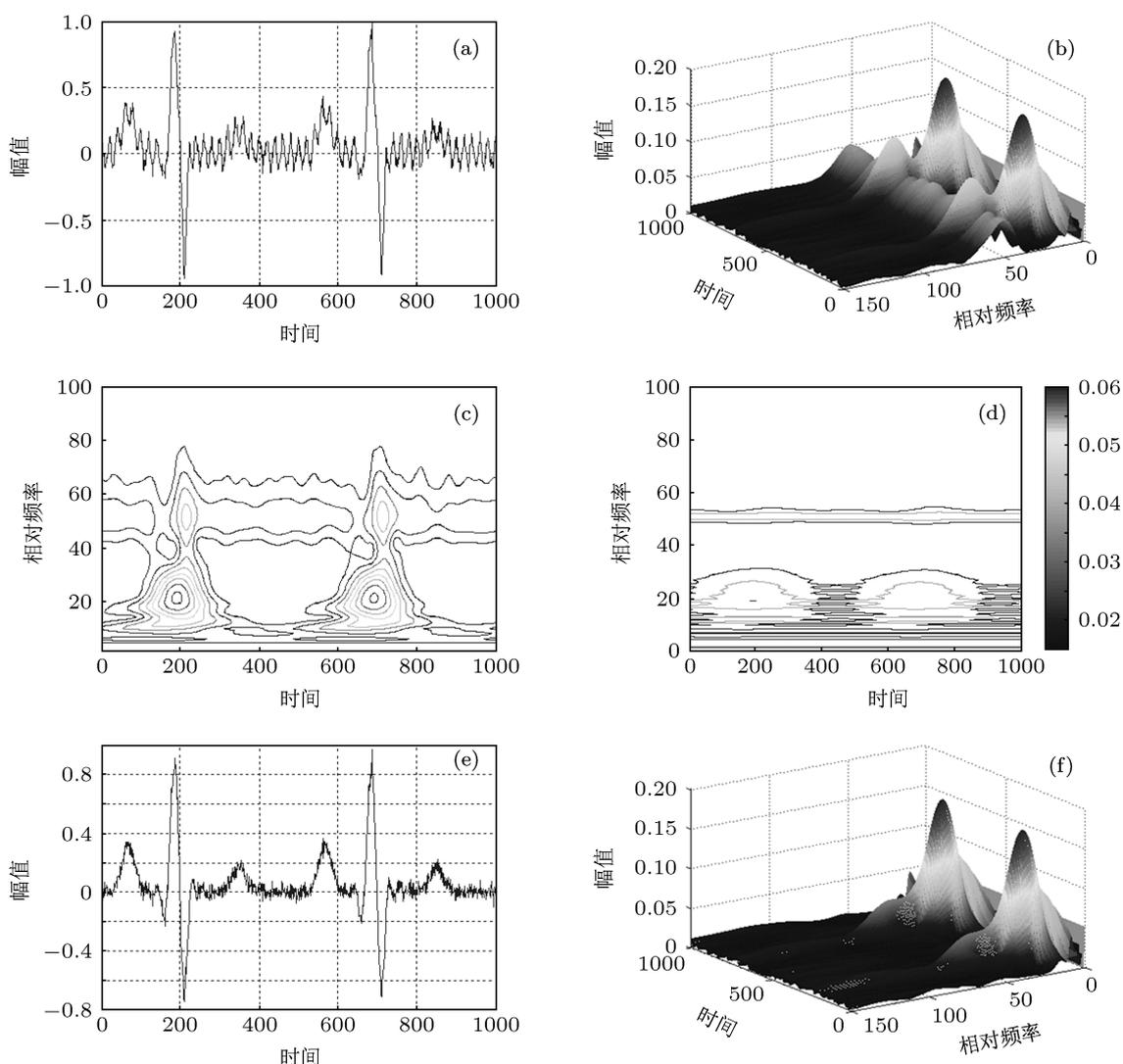


图1 心磁信号 50 Hz 工频干扰滤波 (a) 受干扰的心磁信号图; (b) 心磁信号 S 变换三维时频图; (c) 心磁信号 S 变换二维时频图; (d) 心磁信号广义 S 变换二维时频图; (e) 滤除 50 Hz 工频干扰后的心磁图; (f) 滤除 50 Hz 工频干扰后的 S 变换三维时频图

4 广义矩阵 S 变换全局 SVD 分解滤波

4.1 广义 S 矩阵分解与重构方法

当受干扰的心磁信号为非平稳复杂信号时, 其相应的 S 矩阵在时频域分布呈杂乱排列, 没有明显的规律. 选择合理的矩阵时频滤波区域相对比较困难. 为此, 采用广义 S 变换调节心磁信号的时频分辨率, 使信号的主能量集聚在一定的时频域内, 调节后的主信号时频域分布相对集中, 而噪声的能量分布相对分散, 利用 SVD 分解方法提取各能量相对较大的时频特征, 舍去能量相对分散且奇异值较小的时频特征, 从而实现提取心磁信号的时频特征, 达到分解滤波的目的.

设采样周期为 T , 采样点为 N , 广义 S 变换后

的时频矩阵为 $N \times N$ 的方阵, 由矩阵的奇异值与特征向量的关系可得

$$Sv_i = \sigma_i u_i, \quad (17)$$

其中, σ_i 为广义 S 矩阵的奇异值, u_i, v_i 为相应的左右特征向量, 分别对应广义 S 矩阵的时域特征和频域特征. 由 (17) 式可知, 信号奇异值的大小对应着信号各时域或频域主要成分在原信号中所占比重的大小, 奇异值越大, 其对应的时域向量越接近原信号的主要成分, 奇异值较小且能量分布较分散的越趋向于噪声. 广义 S 变换后的二维时频矩阵 SVD 分解可描述为

$$S = U \Sigma V^*, \quad (18)$$

其中, U, V 分别为左特征向量 u_i 组成的矩阵

和右特征向量 v_i 所组成的矩阵, 左特征矩阵由一组代表信号时域信息的酉向量构成, 右特征矩阵由一组代表频域信息的酉向量构成. $\Sigma_n = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 为一组由奇异值组成的对角阵, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$. 由于奇异值的大小反映对应信号主要成分的大小, 较大的奇异值主要为信号的主成分, 较小的奇异值对应信号的噪声分量, 因此, 滤波的过程就是保留对角阵中较大的奇异值舍去较小的奇异值重构实现滤波. 即 $\Sigma_r = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r, 0, \dots, 0)$ ($r \leq n$).

为了有效分析上述理论现象, 取前 500 点数

据进行分析, 信号经广义 S 变换 ($\alpha = 1.1, \beta = 0.9$) 得到二维时频矩阵, 然后采用 SVD 分解方法对其时频矩阵行分解, 当奇异值分别取前 2 个, 3 个, 8 个和 16 个奇异值时, 其二维时频等高图分别如图 2(a)—(d) 所示, 从二维等高图的变化趋势可知, 随着奇异值个数的增加, 时频图中噪声分量逐渐增加. 经广义反 S 变换后, 其对应的时域信号分别如图 2(e)—(h) 所示. 从图 2(e) 和 2(f) 中可以看出, 当奇异值个数分别为 2, 4 时具有较好的局部滤波效果, 随着所取奇异值个数的增加, 还原后的信号中噪声分量逐渐增加.

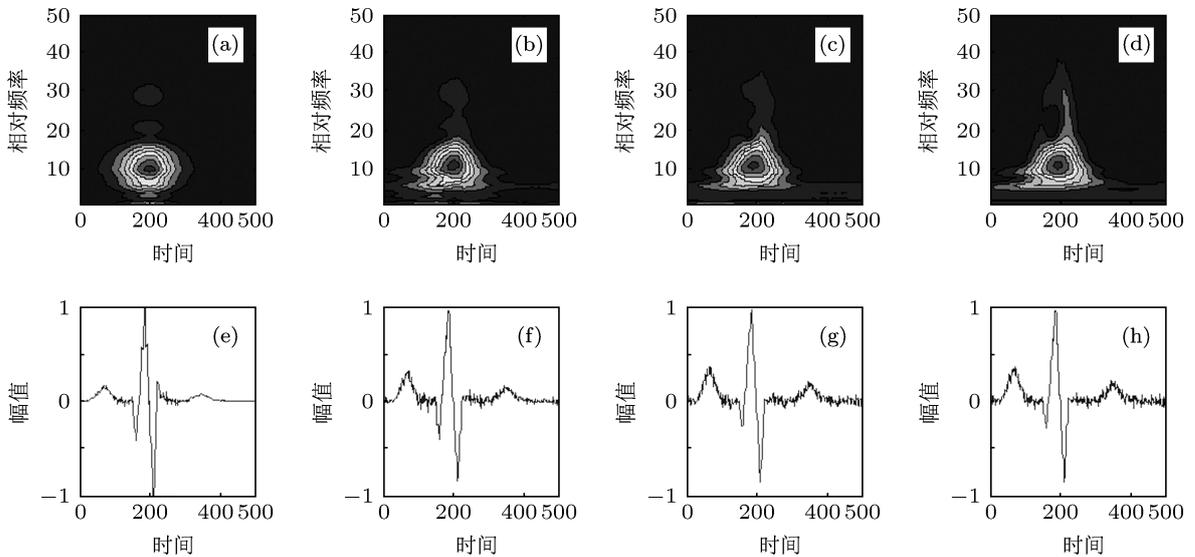


图 2 仿真信号 ASVD 分解滤波 (a) $r = 2$ 时频等高图; (b) $r = 4$ 时频等高图; (c) $r = 8$ 时频等高图; (d) $r = 16$ 时频等高图; (e) $r = 2$ 时反变换滤波结果; (f) $r = 4$ 时反变换滤波结果; (g) $r = 8$ 时反变换滤波结果; (h) $r = 16$ 时反变换滤波结果

4.2 奇异值选取方法及误差分析

由于左右特征矩阵 U 和 V 对应的特征向量 u_i 和 v_i 为正交向量组, 对应内积 $(u_i, u_j) = 0$, $(v_i, v_j) = 0$, 故特征向量线性无关, 因此, 较小奇异值的舍取不会影响信号的主特征. 从滤波精度的角度分析, 每一个特征向量的取舍都会给滤波带来一定的误差, 奇异值个数的选取对滤波结果的误差大小有一定的影响. 滤波误差的大小可用均方差 STD 来描述, 其定义为

$$STD = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} (x_f(p) - x_s(p))^2, \quad (19)$$

其中, $x_f(p)$ 为滤波后的信号, $x_s(p)$ 为理想心磁信号. 设单个奇异值占总奇异值的比例为 D_r , 则

$$D_r = \frac{\sigma_r}{\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_n}. \quad (20)$$

单一奇异值对应 S 矩阵功率谱密度占总信号功率谱密度比例 P_r 为

$$P_r = \frac{\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} |S_r[m, n]|^2 - \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} |S_{r-1}[m, n]|^2}{\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} |S_n[m, n]|^2}, \quad (21)$$

其中, $S_r[m, n]$ 为取前 r 奇异值时重构后得到的 S 矩阵. 滤波的性能与参数 D_r 和 P_r 的大小有关, 在信号主能量大于噪声能量最大值的情况下, 主信号成分会随着奇异值个数的增加而减小, 噪声分量则随着奇异值个数的增加而增大.

5 实验结果与分析

仿真信号 B 为心磁图信号滤除 50 Hz 工频干扰后的信号, 取前 1000 点数据进行分析. 为了有效

地分析背景噪声的特点, 将滤除 50 Hz 工频干扰后的信号进行 SVD 分解, 其单个奇异值比例 D_r 与单个奇异值能量比例 P_r 曲线如图 3 所示. 由图 3 可知, 第一个奇异值与第二个奇异值占的总奇异值比例和能量比例都相对较大, 从第三个奇异值开始, 无论是奇异值点比例还是能量比例都相对较小, 且比例分布相对变化不大. 将前四个奇异值所对应的时域成分进行提取, 其主要特征如图 4 所示. 由图 4 可知, 第一个奇异值和第二个奇异值所对应的信号特征与心磁图 P, Q, R, S, T 波形特征一致, 而第三个奇异值和第四个奇异值所对应的特征分量与噪声分布相似. 综合分析信号奇异值分布比例、能量分布比例情况及对应的前四个奇异值的时域

特征, 可以确定第一个和第二个奇异值对应的是心磁信号特征, 而第三个及以后的奇异值主要为噪声特征. 因此, 滤波时可以保留前两个主奇异值即可实现时频分解滤波.

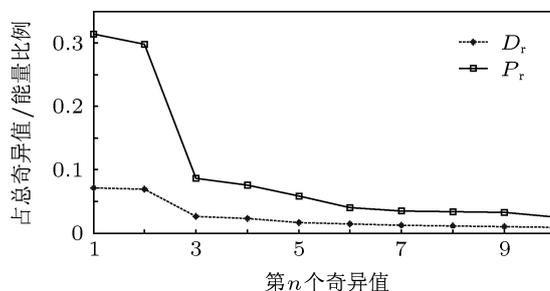


图 3 时频域 SVD 分解单个奇异值占总奇异值比例 D_r 及占总能量比例 P_r 变化曲线图

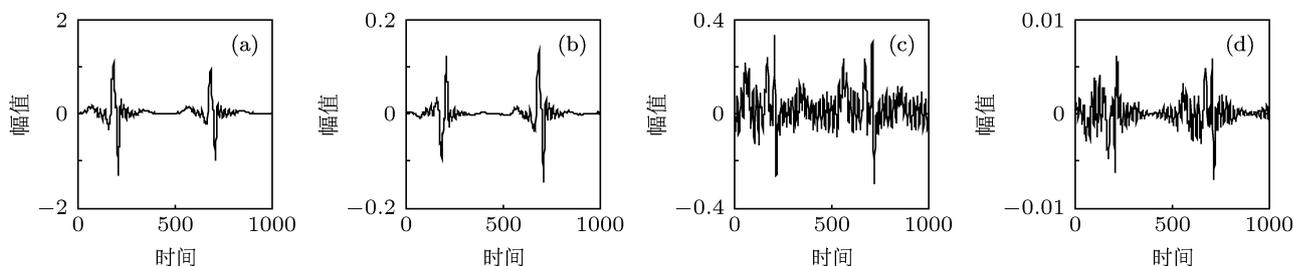


图 4 前四个奇异值对应的信号成分 (a) σ_1 对应的信号域图; (b) σ_2 对应的信号域图; (c) σ_3 对应的信号域图; (d) σ_4 对应的信号域图

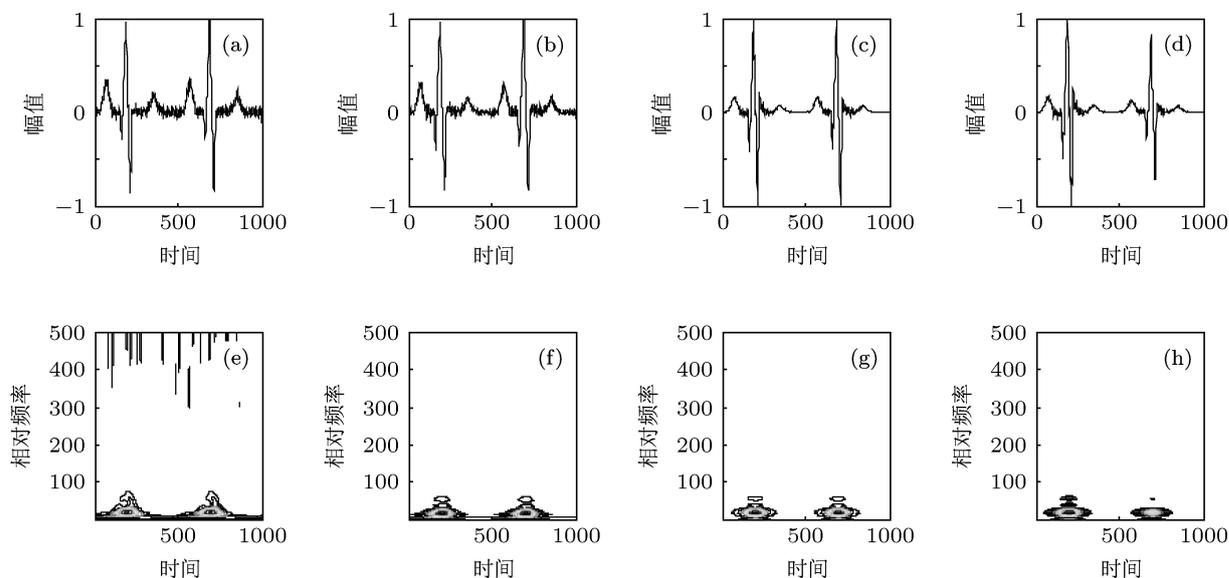


图 5 心磁信号广义 S 变换 SVD 滤波仿真结果 (a) 滤除 50 Hz 工频干扰后的心磁图曲线; (b) $r=3$ 时广义 S 变换 SVD 滤波结果; (c) $r=2$ 时广义 S 变换 SVD 滤波结果; (d) $r=1$ 时 S 变换 SVD 滤波结果; (e) 去工频干扰后的信号时频图; (f) $r=3$ 时信号时频图; (g) $r=2$ 时信号时频图; (h) $r=1$ 时信号时频图

图 5(a) 与图 5(e) 为受背景噪声干扰信号的时域图和广义 S 变换时频图. 由图 5(e) 可知, 信号主要能量主要集中在 $t=200$ 和 $t=700$ 附近局部时频域内且频率相对较低, 背景噪声主要分布在频率相

较的频带内. 对图 5(e) 所示的时频域进行 SVD 分解, 分别取 $r=3$, $r=2$ 和 $r=1$ 时进行滤波, 其对应的滤波结果如图 5(b)—(e) 所示. 当 $r=3$ 时, 图 5(b) 中滤波结果包含有较多的噪声分量, 信号的时

域特征与干扰特征较为相近,当 $r=2$ 时和 $r=1$ 时,滤波后的信号中噪声分量得到有效滤除.由于信号能量的减小,幅值上会存在一定的误差,但不影响信号的特征的提取.

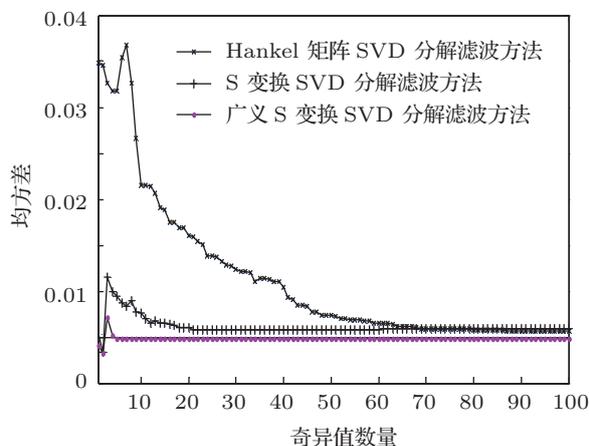


图6 不同 SVD 滤波方法滤波均方差随奇异值数量变化关系

图6为分别采用 Hankel 矩阵 SVD 分解方法、S 变换 SVD 方法和广义 S 变换 SVD 方法进去噪,均方差随奇异值数量的变化曲线.由图可知, Hankel 矩阵 SVD 分解方法在奇异值数量为 70 左右时可以取得一定的滤波效果,但总体方差较大.采用 S 变换和广义 S 变换在奇异值个数为 2 的情况下,其

均方差最小.相比 S 变换,广义 S 变换在奇异值数量为 1 的情况下,也能实现较好的滤波效果.

6 结论

提出了一种基于广义 S 变换时频域 SVD 分解滤波方法,推导出矩阵形式广义 S 变换与反变换公式,分析了心磁信号在二维时频域内的基本特性,讨论了奇异值选取对滤波误差影响,解决工频及背景噪声干扰问题.理论分析及仿真实验结果表明:与传统的滤波方法相比, S 变换时频滤波方法克服了一维滤波频域局限性,相比文献 [5] 和文献 [6] 中所提方法,该方法无须参考噪声数据,采用 S 变换一种方法能解决工频及背景噪声干扰问题.通过采用广义 S 变换,当 $\alpha=1.1$, $\beta=0.9$ 时,可以更精确地确定心磁信号所包含的 50 Hz 工频干扰时频信息.本文提出的方法只需采用两个奇异值就能实现较好的滤波效果,减少了滤波过程的复杂度;含噪心磁信号在局部时频域内具有奇异值较大的主信号成分分布于 S 局部时频域的中心,且奇异值较小的噪声分布于中心外侧特征,采用较大奇异值可以有效提高滤波效果.

- [1] Shen W, Wang J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 118702 (in Chinese) [沈韡, 王俊 2011 物理学报 **60** 118702]
- [2] Bian C H, Ning X B 2004 *Chin. Phys.* **13** 633
- [3] Liu X Y, Xie F X, Meng S C, Ma P, Yang T, Nie R J, Wang S Z, Wang F R, Dai Y D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2580 (in Chinese) [刘新元, 谢飞翔, 孟树超, 马平, 杨涛, 聂瑞娟, 王守证, 王福仁, 戴远东 2003 物理学报 **52** 2580]
- [4] Wikswo J P 1995 *IEEE Trans. Appl. Superconduct.* **5** 74
- [5] Zhao L, Chen G H, Zhang L H, Huang X G, Zhai G J, Li J W, Tang Y L, Feng J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4420 (in Chinese) [赵莉, 陈庚华, 张利华, 黄旭光, 翟光杰, 李俊文, 汤玉林, 冯稷 2004 物理学报 **53** 4420]
- [6] Bai Y, Liu X Y, He D W, Ru H Y, Qi L, Ji M B, Zhao W, Xie F X, Nie R J, Ma P, Dai Y D, Wang F R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2651 (in Chinese) [白云, 刘新元, 何定武, 汝鸿羽, 齐亮, 季敏标, 赵巍, 谢飞翔, 聂瑞娟, 马平, 戴远东, 王福仁 2006 物理学报 **55** 2651]
- [7] Zhao L, Feng J, Zhai G J, Zhai G J, Zhang L H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1993 (in Chinese) [赵莉, 冯稷, 翟光杰, 张利华 2005 物理学报 **54** 1993]
- [8] Stockwell R G, Mansina L, Lowe R P 1996 *IEEE Trans. Signal Proc.* **44** 998
- [9] Gao J H, Chen W C, Li Y M, Tian F 2003 *Chin. J. Geophys.* **46** 526 (in Chinese) [高静怀, 陈文超, 李幼铭, 田芳 2003 地球物理学报 **46** 526]
- [10] Schimmel M, Gallart J 2005 *IEEE Trans. Signal Proc.* **53** 4417
- [11] Pei S C, Wang P W 2010 *IEEE Trans. Signal Proc.* **58** 3557
- [12] Chen X H, He Z H, Huang D J 2008 *Signal Proc.* **24** 28 (in Chinese) [陈学华, 贺振华, 黄德济 2008 信号处理 **24** 28]
- [13] Ventosa S, Simon C, Schimmel M, Danobeitia J J, Manuel A 2008 *IEEE Trans. Signal Proc.* **56** 2771
- [14] Zhao S H, Wang X 2007 *Northwestern Seismological Journal* **29** 224 (in Chinese) [赵淑红, 王璇 2007 西北地震学报 **29** 224]

A method for magnetocardiograms filtering based on singular value decomposition and S-transform*

Yin Bai-Qiang^{1)†} He Yi-Gang¹⁾²⁾ Wu Xian-Ming¹⁾

1) (*College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China*)

2) (*School of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China*)

(Received 27 December 2012; revised manuscript received 26 March 2013)

Abstract

In order to solve the problem of power line noise and environmental magnetic noise to magnetocardiogram, a filtering method based on singular value decomposition (SVD) and generalized S transform is proposed. On the basis of discrete condition, S transform and its inverse transform in matrix form are derived. The signal is first preprocessed using generalized S transform in order to get better time-frequency resolution, then the time-frequency domain is decomposed by SVD, and the valid time-frequency region is determined. Therefore, the adaptive filtering can be realized. Numerical simulation studies indicate that the method presented can achieve better performance than other methods with less singular values. Illustrative examples verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: magnetocardiograms, S-transform, singular value decomposition, time-frequency filtering

PACS: 87.80.-y, 87.85.-d, 05.40.Ca

DOI: 10.7498/aps.62.148702

* Project supported by the National Natural Science Foundation for Distinguished Young Scholars of China (Grant No. 50925727), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51107034), the National Defense Advanced Research Project, China (Grant Nos. C1120110004, 9140A27020211DZ5102), the Foundation for Key Program of Ministry of Education, China (Grant No. 313018), the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant Nos. 2011J4, 2011JK2023, 12JJA004), and the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 11C0479).

† Corresponding author. E-mail: yinbaiqiang123@163.com