

# 不确定混沌系统的多项式函数模型补偿控制\*

曾喆昭<sup>†</sup> 雷妮 盛立程

(长沙理工大学电气与信息工程学院, 长沙 410076)

(2013年3月6日收到; 2013年4月10日收到修改稿)

针对不确定混沌系统控制问题, 研究了一种基于共轭梯度法 (conjugate gradient algorithm, CGA) 的多项式函数模型 (polynomial-basis-functions model, PBFM) 的补偿控制方法. 该方法首先用 PBFM 对混沌系统的动力学特性进行拟合, 然后用拟合好的 PBFM 模型对不确定混沌系统进行前馈补偿控制. 该方法的特点是不需要被控混沌系统的数学模型, 可以快速跟踪任意给定的参考信号. 数值仿真试验表明了该方法不仅具有响应速度快、控制精度高, 而且具有较强的抑制混沌系统参数摄动能力和抗干扰能力.

**关键词:** 混沌控制, 多项式函数模型, 共轭梯度法

**PACS:** 05.45.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.62.150506

## 1 引言

40 余年来, 混沌系统在保密通信、信息处理、生物工程、化学工程等领域获得了广泛应用<sup>[1-16]</sup>, 引起了国内外学者极大关注. 1990 年, Ott Grelogi 和 Yorke 最早提出一种有效控制混沌运动的方法, 现在人们都称之为 OGY 控制法<sup>[17]</sup>. 自从提出划时代意义的 OGY 方法以来, 混沌控制与同步一直成为非线性科学中的研究热点, 产生了许多新的混沌控制方法<sup>[18-28]</sup>. 在混沌控制研究方法中, 跟踪控制就是通过对受控系统施加控制, 使它的输出响应跟踪任意给定的参考信号. 如 Hénon 混沌系统对参考信号的跟踪控制<sup>[29]</sup>; Rössler 混沌系统对任意参考信号的跟踪控制<sup>[30]</sup>; 基于追踪控制思想实现混沌系统之间的异结构同步<sup>[31]</sup>; 基于非线性反馈控制方法实现混沌系统的全局变量的追踪控制等<sup>[32,33]</sup>. 但是, 以上研究存在的一个共同缺点是: 受控混沌系统在完成对某一参考信号的追踪控制之后又要对另外一个参考信号进行追踪控制, 因而需要根据相关原理重新设计控制器, 工作量大

而且容易出错<sup>[27]</sup>. 文献 [21] 提出基于径向基函数神经网络 (RBFNN) 的控制方法, 实现了混沌系统的控制. 然而该方法将混沌系统模型分解为线性和非线性两个部分, 并用 RBFNN 学习其非线性部分的特性, 然后在 Lyapunov 设计方法中采用训练好的 RBFNN 进行控制, 因此该方法需要依赖于对象模型. 文献 [34,35] 提出基于 RBFNN 的智能控制方法, 实现了未知模型混沌系统的控制. 该方法不需要被控对象模型, 具有较强的抑制混沌系统参数摄动能力和抗干扰能力. 但是, 基于 RBFNN 的混沌系统控制方法需要调整的参数较多, 因而计算量大. 以文献 [35] 使用  $2 \times 6 \times 1$  的 RBFNN 拓扑结构为例可以看出, 神经网络权值  $w_m$  有 6 个需要调整; 隐层每个神经元的高斯基函数包括 1 个中心向量  $C_j$  的 2 个参数和 1 个基宽参数  $b_j$  共 3 个参数需要调整, 6 个隐层神经元总共有 18 个参数需要调整, 因此, 拓扑结构为  $2 \times 6 \times 1$  的 RBFNN 需要调整 24 个参数, 计算量大. 文献 [36] 针对互联未知混沌系统提出了基于观测器的模糊神经滑模控制方法 (OFNSMC), 该方法由计算控制器和鲁棒控制器组成, 仿真结果表明了该方法的有效性. 文献 [37]

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61040049)、湖南省自然科学基金 (批准号: 11JJ6064) 和智能电网运行与控制湖南省重点实验室 (长沙理工大学) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: hncs6699@yahoo.com.cn; zengzhezha@qq.com

针对具有随机变换参数的不确定混沌系统的同步问题提出了自组织自适应模糊神经网络控制方法 (SAFNC), 该方法由计算控制器和鲁棒控制器组成, 其中, 具有自组织模糊神经网络辨识器的计算控制器是主控制器, 仿真结果表明了该方法的有效性. 文献 [38] 提出了有反馈和无反馈的 Hénon 映射混沌控制方法, 仿真结果表明了这两种方法的可行性和有效性.

针对不确定混沌系统, 本文提出了基于共轭梯度法 (CGA) 的多项式函数模型 (PBFM) 前馈补偿控制方法. 该方法基于 CGA 算法使用 PBFM 拟合混沌特性, 然后使用拟合好的 PBFM 作为未知混沌系统的辨识器进行前馈补偿. 数值仿真试验表明, 该方法不仅具有响应速度快、控制精度高、计算量小的特点, 而且具有很强的抑制混沌系统参数摄动能力和抗干扰能力.

## 2 基于 PBFM 的控制方法

### 2.1 多项式基函数模型

设  $N$  次多项式基函数模型为

$$y(k) = \sum_{n=0}^N w_n x^n(k), \quad (k=0, 1, \dots, M), \quad (1)$$

其中,  $w_n$  为加权系数;  $x(k), y(k)$  分别为模型的输入和输出.

设混沌系统状态输出测量样本向量为  $\mathbf{Y}^* = [y^*(0), y^*(1), \dots, y^*(M)]^T$ , 加权向量为  $\mathbf{W} = [w_0, w_1, \dots, w_N]^T$ , 多项式基函数输出向量为  $\mathbf{Y} = [y(0), y(1), \dots, y(M)]^T$ , 并设状态矩阵为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x(0) & \dots & x^N(0) \\ 1 & x(1) & \dots & x^N(1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x(M) & \dots & x^N(M) \end{bmatrix},$$

则 (1) 式可改写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{W}. \quad (2)$$

如果加权向量  $\mathbf{W}$  满足  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{W} = \mathbf{Y}^*$ , 则  $\mathbf{W}$  是最优加权向量  $\mathbf{W}^{\text{opt}}$ . 考虑到  $M \neq N$ , 且  $M \gg N$ , 因此方程组 (2) 是一个超定方程组. 为此, 对 (2) 式进行等价变换

$$\mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{W}, \quad (3)$$

并设

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}, \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (5)$$

等价测量向量为

$$\hat{\mathbf{Y}}^* = \mathbf{X}^T \mathbf{Y}^*, \quad (6)$$

则有

$$\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{X}}\mathbf{W}. \quad (7)$$

很显然, (7) 式是一个适定线性方程组, 且  $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbf{R}^{(N+1) \times (N+1)}$  是一个实对称正定矩阵. 如果加权向量  $\mathbf{W}$  满足

$$\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{X}}\mathbf{W} = \hat{\mathbf{Y}}^*, \quad (8)$$

则  $\mathbf{W}$  是最优加权向量  $\mathbf{W}^{\text{opt}}$ .

由文献 [39] 可知, 应用共轭梯度法求解实对称正定线性方程组, 不必事先估计方程组的系数矩阵的特征值的上、下界, 不需要选取任何迭代参数, 使用方便. 而且, 它的收敛速度较快, 对于非坏条件问题, 一般来说, 所需的迭代次数远小于矩阵的阶数  $n$ . 如果计算过程中没有舍入误差, 理论上, 最多迭代  $n$  步便可得到方程组的准确解. 如果矩阵只有  $m (\leq n)$  个相异的特征值, 则共轭梯度法至多进行  $m$  步迭代, 便可得到方程组的准确解. 因此, 本文使用共轭梯度法 (CGA) 对多项式函数模型 (PBFM) 进行拟合以获得准确的拟合系数 (加权系数). 算法描述如下:

随机产生初始权值向量  $\mathbf{W}^0 = \text{rand}(N+1, 1)$ ,

取  $\mathbf{p}_0 = -\mathbf{r}_0 = \hat{\mathbf{Y}}^* - \hat{\mathbf{X}}\mathbf{W}^0$ .

对  $k = 0, 1, \dots, N$ , 计算

$$\alpha_k = -\frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{p}_k}{\mathbf{p}_k^T \hat{\mathbf{X}} \mathbf{p}_k}, \quad (9)$$

$$\mathbf{W}^{k+1} = \mathbf{W}^k + \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad (10)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}\mathbf{W}^{k+1} - \hat{\mathbf{Y}}^* = \mathbf{r}_k + \alpha_k \hat{\mathbf{X}} \mathbf{p}_k, \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{r}_k = \hat{\mathbf{X}}\mathbf{W}^k - \hat{\mathbf{Y}}^*$ .

$$\beta_k = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^T \hat{\mathbf{X}} \mathbf{p}_k}{\mathbf{p}_k^T \hat{\mathbf{X}} \mathbf{p}_k}, \quad (12)$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = -\mathbf{r}_{k+1} + \beta_k \mathbf{p}_k. \quad (13)$$

## 2.2 基于 PBFM 的控制方法

考虑如下不确定混沌系统:

$$x(k+1) = f(x(k), p) + u(k), \quad (14)$$

其中,  $x \in R^n$  为系统的状态向量,  $p$  为系统参数,  $u$  为控制项. 令 (14) 式中的  $u(k) = 0$ , 得

$$x(k+1) = f(x(k), p). \quad (15)$$

利用 PBFM 学习 (15) 式的输入输出关系, 可以得到多项式函数模型为

$$\hat{x}(k+1) = \hat{f}(x(k), p). \quad (16)$$

根据离散系统状态反馈原理设计控制器:

$$u(k) = -\hat{f}(x(k), p) + x^*(k+1), \quad (17)$$

其中  $x^*(k+1)$  为下一时刻的期望控制目标 (参考信号).

将 (17) 式代入 (14) 式, 则有

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), p) - \hat{f}(x(k), p) \\ &\quad + x^*(k+1). \end{aligned} \quad (18)$$

如果 PBFM 能准确逼近 (15) 式所示系统, 那么由 (18) 式可得

$$x(k+1) = x^*(k+1). \quad (19)$$

(19) 式表明, 如果 PBFM 能准确逼近 (15) 式所示系统, 那么, 受控系统 (14) 就能精确跟踪任意给定的参考信号  $x^*(k)$ .

## 2.3 共轭梯度法的误差分析

使用共轭梯度法迭代计算方程组 (8), 涉及到计算误差的问题, 下面给出计算误差分析.

**定理 1** 设方程组  $\hat{X}W = \hat{Y}^*$  的系数矩阵  $\hat{X}$  非奇异,  $W^*$  是它的准确解, 而  $W$  是一个近似解, 则相对误差为

$$\frac{\|W - W^*\|}{\|W^*\|} \leq \text{cond}(\hat{X}) \frac{\|r\|}{\|Y^*\|}, \quad (20)$$

其中,  $r = \hat{X}W - \hat{Y}^*$  是  $W$  的剩余量.

**证明**  $\because$

$$r = \hat{X}W - \hat{Y}^* = \hat{X}W - \hat{X}W^* = \hat{X}(W - W^*),$$

从而有

$$W - W^* = \hat{X}^{-1}r,$$

$$\|W - W^*\| = \|\hat{X}^{-1}r\| \leq \|\hat{X}^{-1}\| \cdot \|r\|.$$

又  $\because$

$$\hat{Y}^* = \hat{X}W^*,$$

$$\|\hat{Y}^*\| = \|\hat{X}W^*\| \leq \|\hat{X}\| \cdot \|W^*\|,$$

因此

$$\begin{aligned} \frac{\|W - W^*\|}{\|W^*\|} &\leq \|\hat{X}\| \\ &\cdot \|\hat{X}^{-1}\| \cdot \frac{\|r\|}{\|Y^*\|} = \text{cond}(\hat{X}) \frac{\|r\|}{\|Y^*\|}, \end{aligned}$$

证毕.

由定理 1 可知, 当条件数  $\text{cond}(\hat{X})$  不大时, 如果方程组  $\hat{X}W = \hat{Y}^*$  的近似解  $W$  的剩余量  $r = \hat{X}W - \hat{Y}^*$  小, 则  $W$  的相对误差也小. 很显然, 迭代计算方程组 (8) 的收敛速度通常与矩阵  $\hat{X}$  的条件数有关. 当矩阵  $\hat{X}$  的条件数较大时, 收敛速度往往很慢. 针对矩阵  $\hat{X}$  的条件数较大时, 下面使用了迭代改善方法.

## 2.4 基于 CGA 的残差校正方法

设  $W^*$  是方程组

$$\hat{X}W = \hat{Y}^* \quad (21)$$

的准确解,  $W_1$  是用 CGA 得到的近似解.  $W_1$  的剩余向量为

$$r_1 = \hat{Y}^* - \hat{X}W_1, \quad (22)$$

如果  $y_1$  是方程组

$$\hat{X}y = r_1 \quad (23)$$

的准确解, 则

$$\begin{aligned} W_2 &= W_1 + y_1 = W_1 + \hat{X}^{-1}r_1 \\ &= W_1 + \hat{X}^{-1}(\hat{Y}^* - \hat{X}W_1) \\ &= W_1 + W^* - W_1 = W^*. \end{aligned}$$

因此,  $W_2$  是方程组 (21) 的精确解. 但在实际计算过程中, 由于舍入误差的影响,  $W_2$  不会是准确解. 于是, 再从  $W_2$  出发, 计算得  $r_2 = \hat{Y}^* - \hat{X}W_2$  以后, 用 CGA 解方程组

$$\hat{X}y = r_2,$$

得解  $y_2$ . 再令

$$W_3 = W_2 + y_2,$$

重复上述过程, 即可得到迭代格式:

- 1) 计算  $r_k = \hat{Y}^* - \hat{X}W_k$ ;
- 2) 解方程组  $\hat{X}y = r_k$ , 得到  $y_k$ ;
- 3) 计算  $W_{k+1} = W_k + y_k$ .

### 3 实验仿真

分别以 Hénon 混沌系统和互联 Duffing 混沌系统为例进行实验仿真试验. 带控制项的 Hénon 混沌系统<sup>[28,34]</sup> 方程为

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= 1 - ax_1^2(k) + bx_2(k) + u(k), \\ x_2(k+1) &= x_1(k), \end{aligned} \quad (24)$$

或

$$x_1(k+1) = 1 - ax_1^2(k) + bx_1(k-1) + u(k). \quad (25)$$

当系统参数  $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$ ,  $u(k) = 0$  时系统处于混沌状态, 如图 1 所示. 其不稳定平衡点为 (0.6314, 0.6314).

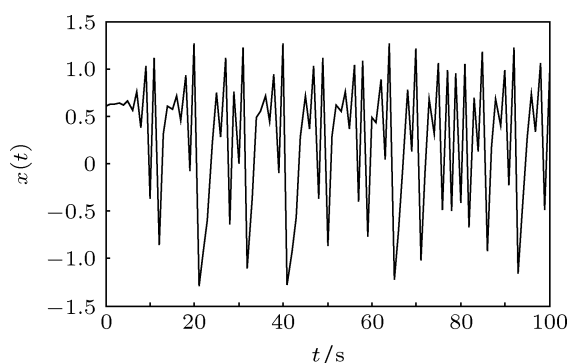


图1 Hénon 混沌系统特性

令 (25) 式的控制项  $u(k) = 0$ , 用 PBFM 拟合 (25) 式. 取多项式的最高次数为  $N$ , 取样本数据为  $M+1$  个, 即  $x_1(0) \dots x_1(M)$ , 从而得测量向量

$$Y^* = [x_1(0), x_1(1), \dots, x_1(M)]^T.$$

随机产生初始权值向量  $W^0 = \text{rand}(N+1, 1)$ , 根据测量的样本数据可构造状态矩阵

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1(0) & \dots & x_1^N(0) \\ 1 & x_1(1) & \dots & x_1^N(1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_1(M) & \dots & x_1^N(M) \end{bmatrix},$$

计算  $\hat{X} = X^T X$ ,  $\hat{Y} = \hat{X}W$  以及等价测量向量:  $\hat{Y}^* = X^T Y^*$ . 取  $p_0 = -r_0 = \hat{Y}^* - \hat{X}W^0$ .

对  $k = 0, 1, \dots, N$ , 用 (9) 式—(13) 式所述的共轭梯度法 (CGA) 分别计算:  $\alpha_k$ ,  $W^{k+1}$ ,  $r_{k+1}$ ,  $\beta_k$  和  $p_{k+1}$  等参数. 设性能指标  $J = \|r_k\|^2$ , 当  $J \leq \text{Tol}$  (给定任意小的正实数) 时结束迭代计算.

根据 (2) 式, 使用拟合好的  $N$  次多项式函数模型  $Y(k) = X(k, : )W$  作为 Hénon 混沌系统辨识器, 则最优控制器为

$$u^{\text{opt}}(k) = -Y(k) + x^*(k+1). \quad (26)$$

### 3.1 无参数摄动、无测量噪声时混沌系统的跟踪控制

#### 仿真1 混沌系统平衡点跟踪

给定参考信号  $x_1^*(k) = 0.6314$  (不稳定平衡点), 取多项式最高次数  $N = 3$ , 取 30 个样本数据, 经过 8 次迭代计算, 性能指标为  $J = 0$ . 很显然, 多项式函数模型 (1) 对 (25) 的混沌特性实现了准确的拟合. 在  $t = 30$  s (第 30 步) 加入 (26) 式所示的最优控制律  $u^{\text{opt}}(k)$  于 (25) 式, 系统状态变化曲线如图 2 所示.

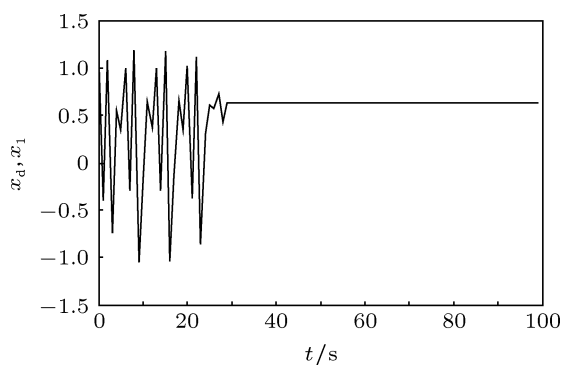


图2 Hénon 混沌系统平衡点跟踪

#### 仿真2 混沌系统正弦信号跟踪

给定参考信号  $x_1^*(k) = 0.5 \sin(\pi k/20)$ , 设多项式最高次数  $N = 3$ , 取 30 个样本数据, 经过 8 次迭代计算, 性能指标为  $J = 0$ . 在  $t = 30$  s 施加控制量  $u^{\text{opt}}(k)$ , 跟踪结果如图 3 所示. 从图 3 中可以看出, 混沌系统在加入控制量后, 状态跟踪的过程中不再出现混沌现象, 相轨迹跟踪了正弦周期轨道, 有很好的跟踪效果.

#### 仿真3 互联 Duffing 混沌系统的正弦跟踪控制

为了进一步表明本文方法的有效性, 作者使用文献 [36] 中的仿真实例进行仿真实验. 将文献 [36] 使用的两个互联 Duffing 混沌系统式 (57) 重写如下:

$$q_1 \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -0.1x_2 - x_1^3 + 12 \cos(t) + x_3 + x_4 + u_1, \\ y_1 = x_1, \end{cases}$$

$$q_2 \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -0.1x_4 - x_3^3 + 12 \cos(t) + x_1 + x_2 + u_2, \\ y_2 = x_3. \end{cases}$$

根据上述系统, 本文控制方法描述如下:

如果状态  $x_1, x_2, x_3$  和  $x_4$  都可观测, 则对于子系统  $q_1$ , 选取  $M+1$  个样本数据, 即  $x_2(0) \sim x_2(M)$ , 从而得测量向量  $\mathbf{Y}_1^* = [x_2(0), x_2(1), \dots, x_2(M)]^T$  和状态矩阵

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & x_2(0) & \cdots & x_2^N(0) \\ 1 & x_2(1) & \cdots & x_2^N(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_2(M) & \cdots & x_2^N(M) \end{bmatrix}.$$

对于子系统  $q_2$ , 选取  $M+1$  个样本数据, 即  $x_4(0) \sim x_4(M)$ , 从而得测量向量  $\mathbf{Y}_2^* = [x_4(0), x_4(1), \dots, x_4(M)]^T$  和状态矩阵

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 1 & x_4(0) & \cdots & x_4^N(0) \\ 1 & x_4(1) & \cdots & x_4^N(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_4(M) & \cdots & x_4^N(M) \end{bmatrix}.$$

根据本文方法, 经过等价变换后可得线性方程组如下:

$$\hat{\mathbf{Y}}_1 = \hat{\mathbf{X}}_1 \mathbf{W}_1, \quad \hat{\mathbf{Y}}_2 = \hat{\mathbf{X}}_2 \mathbf{W}_2,$$

其中,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_1 &= \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1, \\ \hat{\mathbf{Y}}_1 &= \mathbf{X}_1^T \mathbf{Y}_1, \\ \hat{\mathbf{Y}}_1^* &= \mathbf{X}_1^T \mathbf{Y}_1^*, \\ \hat{\mathbf{X}}_2 &= \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2, \\ \hat{\mathbf{Y}}_2 &= \mathbf{X}_2^T \mathbf{Y}_2, \\ \hat{\mathbf{Y}}_2^* &= \mathbf{X}_2^T \mathbf{Y}_2^*. \end{aligned}$$

如果加权向量满足

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}_1 &= \hat{\mathbf{X}}_1 \mathbf{W}_1 = \hat{\mathbf{Y}}_1^*, \\ \hat{\mathbf{Y}}_2 &= \hat{\mathbf{X}}_2 \mathbf{W}_2 = \hat{\mathbf{Y}}_2^*, \end{aligned}$$

则  $\mathbf{W}_1$  和  $\mathbf{W}_2$  是最优加权向量, 从而对子系统  $q_1$  和子系统  $q_2$  建立控制信号:

$$\begin{aligned} u_1(k) &= -\mathbf{X}_1(k, :) \mathbf{W}_1 + x_d(k+1), \\ u_2(k) &= -\mathbf{X}_2(k, :) \mathbf{W}_2 + x_d(k+1), \end{aligned}$$

其中  $x_d$  为期望信号, 分别对子系统  $q_1$  和子系统  $q_2$  施加控制. 设采样周期为 1 ms, 期望信号为  $x_d(t) = \sin(t)$ , 选取多项式最高次数为  $N=3$ , 分别取  $x_2$  和  $x_4$  的样本数据各 3000 个, 经过 8 次迭代, 性能指标分别为:  $J_1 = 2.71456 \times 10^{-20}$ ,  $J_2 = 1.36923 \times 10^{-20}$ , 在第 3 s 分别对两个子系统施加控制, 其仿真结果如图 4 所示.

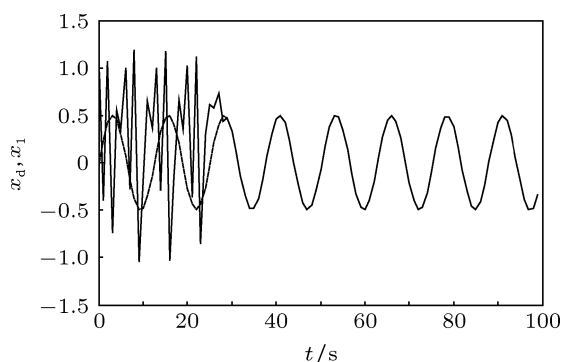


图3 Hénon 混沌系统的正弦跟踪跟踪

### 3.2 不确定性混沌系统跟踪控制

当系统参数摄动、存在外部干扰时, 带控制项的 Hénon 混沌系统为 [28]

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= 1 - (a + \Delta a)x_1^2(k) \\ &\quad + (b + \Delta b)x_2(k) + d_1(k) + u(k), \\ x_2(k+1) &= x_1(k) + d_2(k), \end{aligned} \quad (27)$$

其中不确定性为  $\Delta a = 0.01$ ,  $\Delta b = -0.01$ ; 外部干扰分别为  $d_1(k) = 0.1 \sin(k)$ ,  $d_2(k) = 0.04 \sin(k)$ . 令控制项  $u(k) = 0$ , 设多项式最高次数  $N=3$ , 取 30 个样本数据, 经过 8 次迭代计算, 性能指标为  $J=0$ .

**仿真4** 不确定混沌系统平衡点跟踪和正弦信号跟踪

分别给定参考信号  $x_1^*(k) = 0.6314$  和  $x_1^*(k) = 0.5 \sin(\pi k/20)$ , 在  $t = 30$  s 加入最优控制量  $u^{opt}(k)$ , 系统状态变化曲线分别如图 5 和图 6 所示.

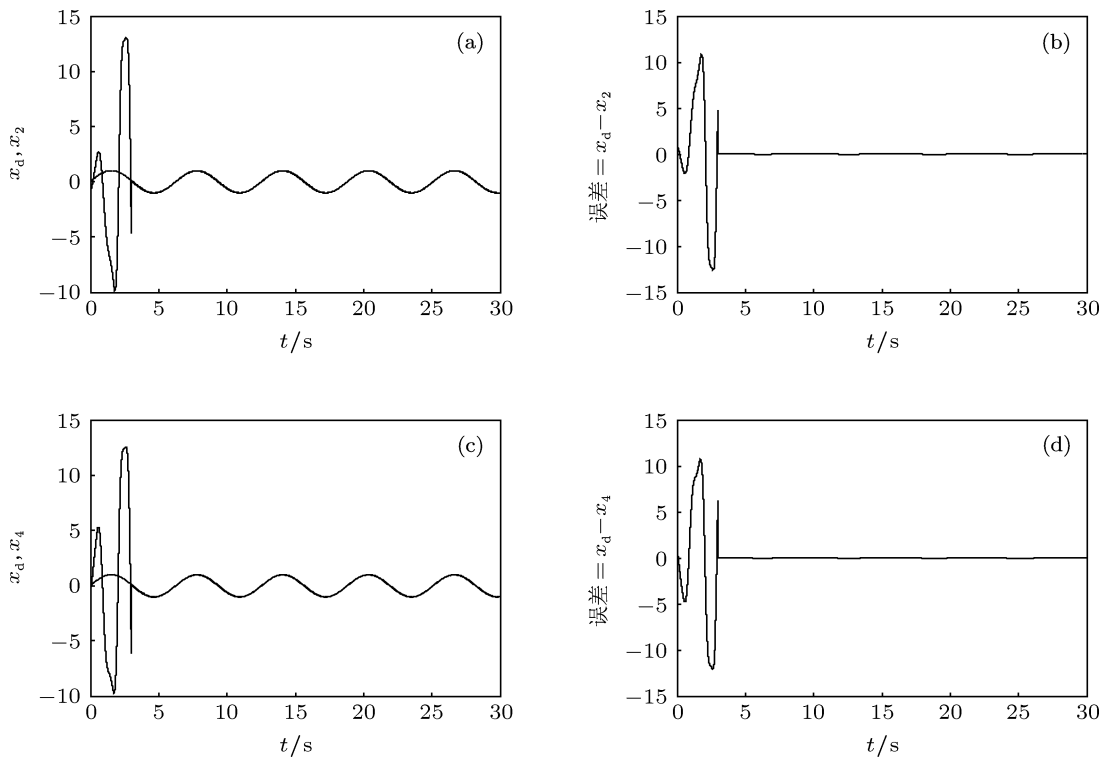


图4 两个互联 Duffing 混沌系统正弦跟踪 (a) 子系统  $q_1$  的跟踪控制结果; (b) 子系统  $q_1$  的跟踪误差; (c) 子系统  $q_2$  的跟踪控制结果; (d) 子系统  $q_2$  的跟踪误差

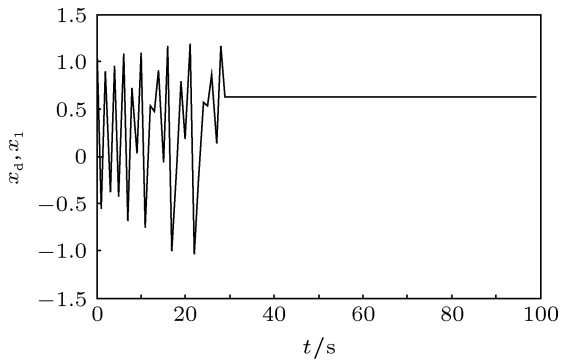


图5 平衡点跟踪

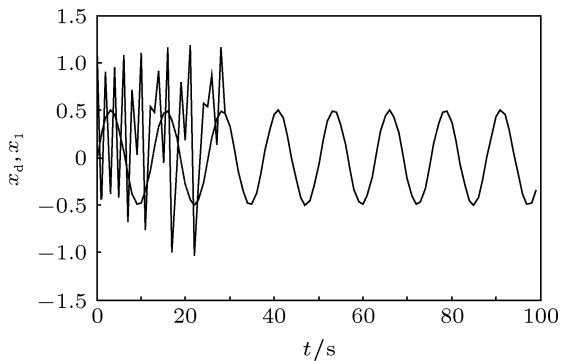


图6 正弦跟踪

由图 5 和图 6 可知, 本文提出的基于 CGA 的多项式函数模型拟合方法在不确定混沌系统的跟踪控制中不仅有很强的抗干扰能力, 而且有很强的抑制混沌系统参数摄动的能力.

#### 4 结论

本文研究的基于 CGA 的 PBFM 的前馈补偿控制方法不需要被控混沌系统的数学模型, 通过多项式基函数 (PBF) 拟合模型来辨识未知被控对象, 设计了最优控制器. 数值仿真试验表明了该控制方法可以使混沌系统跟踪任意给定的参考信号, 不仅具有响应速度快、控制精度高, 而且具有很强的抑制混沌系统参数摄动能力和抗干扰能力. 与文献 [35] 相比, 本文提出的控制方法只有 4 个加权系数需要调整, 具有计算量小的优势. 由图 4 可知, 与文献 [36] 相比, 本文方法具有更高的跟踪精度和更快的响应速度.

- [1] Colet P, Roy R 1994 *Opt. Lett.* **19** 2056
- [2] Sugawara T, Tachikawa M, Tsukamoto T, Shimizu T 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 3502
- [3] Lu J A, Wu X Q, Lü J H 2002 *Phys. Lett. A* **305** 365
- [4] Zhu S P, Qian F C, Liu D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2250 (in Chinese) [朱少平, 钱富才, 刘丁 2010 物理学报 **59** 2250]
- [5] Liu J, Chen S H, Lu J A etc. 2002 *Chin. Phys.* **11** 233
- [6] Li Z, Han C Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 0009
- [7] Li Z, Han C Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 0494
- [8] Li L X, Peng H P, Xu J M etc. 2001 *Chin. Phys.* **10** 0708
- [9] Sun F Y 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 0032
- [10] GUAN X P, HE Y H 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 0227
- [11] Tan W, Wang Y N, Liu Z R 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2463 (in Chinese) [谭文, 王耀南, 刘祖润 2002 物理学报 **51** 2463]
- [12] Gao J F, Yao L N 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 0487 (in Chinese) [高金峰, 姚利娜 2002 物理学报 **51** 0487]
- [13] Ma X K, Zhang J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2415 (in Chinese) [马西奎, 张浩 2003 物理学报 **52** 2415]
- [14] Cao Z D, He G G 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2103 (in Chinese) [曹志彤, 何国光 2001 物理学报 **50** 2103]
- [15] Han C Z, Li Z 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2103 (in Chinese) [韩崇昭, 李智 2001 物理学报 **50** 0847]
- [16] Tang G N, Hu G 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1523
- [17] Ott E, Grebogi C, Yorke A J 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [18] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421
- [19] Pyragas K 1993 *Phys. Lett. A* **180** 99
- [20] Tang G N, Luo X S, Kong L J 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 0030 (in Chinese) [唐国宁, 罗晓曙, 孔令江 2000 物理学报 **49** 0030]
- [21] Guan X P, Fan Z P, Peng H P, Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2108 (in Chinese) [关新平, 范正平, 彭海朋, 王益群 2001 物理学报 **50** 2108]
- [22] Song Y Z, Zhao G Z, Qi D L 2007 *Control Theory and Applications* **24** 795 (in Chinese) [宋运忠, 赵光宙, 齐冬莲 2007 控制理论与应用 **24** 795]
- [23] Gao X, Liu X W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 0084 (in Chinese) [高心, 刘兴文 2007 物理学报 **56** 0084]
- [24] Wang F Q, Liu C X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5055 (in Chinese) [王发强, 刘崇新 2006 物理学报 **55** 5055]
- [25] Chen X P, Hao J B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2914 (in Chinese) [陈光平, 郝加波 2009 物理学报 **58** 2914]
- [26] Wang X F, Xue H J, Si S K, Yao Y T 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3729 (in Chinese) [王晓锋, 薛红军, 司守奎, 姚跃亭 2009 物理学报 **58** 3729]
- [27] Luo X H, Li H Q, Chen QH 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7532 (in Chinese) [罗小华, 李华青, 陈秋华 2009 物理学报 **58** 7532]
- [28] Liu Z H, Zhang Y J, Zhang J, Wu J H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 019501 (in Chinese) [刘朝华, 张英杰, 章兢, 吴建辉 2011 物理学报 **60** 019501]
- [29] Li L X, Peng H P, Lu H B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 629 (in Chinese) [李丽香, 彭海朋, 卢辉斌 2001 物理学报 **50** 629]
- [30] Wang X Y, Shi Q J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5591 (in Chinese) [王兴元, 石其江 2005 物理学报 **54** 5591]
- [31] Ning D, Lu J A 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4590 (in Chinese) [宁娣, 陆君安 2005 物理学报 **54** 4590]
- [32] Wu W G, Gu T X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1922 (in Chinese) [伍维根, 古天祥 2000 物理学报 **49** 1922]
- [33] Lig H, Xu D M, Zhou S P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 181 (in Chinese) [李国辉, 徐得名, 周世平 2003 物理学报 **52** 181]
- [34] Liu D, Ren H P, Kong Z Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 0531 (in Chinese) [刘丁, 任海鹏, 孔志强 2003 物理学报 **52** 0531]
- [35] Zeng Z Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 030504 (in Chinese) [曾喆昭 2013 物理学报 **62** 030504]
- [36] Lin D, Wang X Y 2010 *Fuzzy Sets and Systems* **161** 2066
- [37] Lin D, Wang X Y 2011 *Neurocomputing* **74** 2241
- [38] Wang T S, Wang X Y, Wang M J 2011 *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **16** 3367
- [39] Zeng Z Z 2012 *Neural Calculation Principle and its Application Technology* (Beijing: Science Press) p26 (in Chinese) [曾喆昭 2012 神经计算原理及其应用技术 (北京: 科学出版社) 第 26 页]

# Compensation control on chaotic systems with uncertainties based on polynomial basis functions model\*

Zeng Zhe-Zhao<sup>†</sup> Lei Ni Sheng Li-Zeng

(College of Electric and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

(Received 6 March 2013; revised manuscript received 10 April 2013)

## Abstract

For the control of uncertainty chaos systems, a compensation control method using the polynomial-basis-functions model (PBFM) based on conjugate gradient algorithm (CGA) is studied. In the proposed method, dynamic properties of a chaotic system are first fitted by PBFM, and then feedforward compensation control for the uncertainty chaos system is implemented by using good fitting PBFM. The proposed approach can quickly track any given reference signal without the need of a mathematic model of chaos system. The numerical simulation results show that the proposed control method has not only the fast response speed and high control accuracy, but also a strong inhibitory ability to parameter perturbation and the anti-interference ability for the chaos system.

**Keywords:** chaotic control, polynomial-basis-functions model (PBFM), conjugate gradient algorithm (CGA)

**PACS:** 05.45.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.62.150506

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.61040049), the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 11JJ6064), and the Hunan Province Key Laboratory of Smart Grids Operation and Control (Changsha University of Science and Technology).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: hncs6699@yahoo.com.cn; zengzhezha@qq.com