

# 铯热原子束二维准直的动力学过程的蒙特卡罗模拟及实验研究\*

丛东亮<sup>1)2)</sup> 许朋<sup>1)</sup> 王叶兵<sup>1)</sup> 常宏<sup>1)†</sup>

1) (中国科学院国家授时中心, 时间频率基准重点实验室, 西安 710600)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2013年4月7日收到; 2013年4月23日收到修改稿)

在考虑随机因素的情况下, 应用蒙特卡罗方法在理论上详细研究了铯原子束二维激光准直的动力学过程. 综合考虑原子横向发散角、初始原子位置、纵向速度分布、同位素等因素, 获得了激光二维准直后的原子横向空间分布的模拟结果以及随准直光失谐、光功率等参量因素的变化. 通过与实验数据比较, 理论值和实验值很好相符, 显示蒙特卡罗方法可以精确地描述铯原子束二维准直的动力学过程. 为原子束激光二维准直精确控制, 高精度原子钟系统的优化, 提供了一种理论分析方法.

**关键词:** 二维准直, 蒙特卡罗方法, 横向空间分布

**PACS:** 37.20.+j, 31.15.-p, 32.70.Jz

**DOI:** 10.7498/aps.62.153702

## 1 引言

激光对原子束二维准直是实现高通量、低发散角原子束的经典方法, 是目前高精度基准原子钟(如铯喷泉钟、光钟)研制的常用技术<sup>[1-3]</sup>. 实现原子束二维激光准直的精确控制对原子钟的整体性能提高有实际意义.

对原子束的横向准直进行定量的理论分析和实验研究, 始于上世纪 80 年代<sup>[4-7]</sup>. 四阶 Runge-Kutta 算法<sup>[8]</sup> 和均匀分布算法<sup>[9]</sup> 等用于理论研究横向准直. 在上述方法中假设每个原子初始状态都相同, 但是在真实的激光二维准直原子束过程中, 每个原子初始状态具有随机性, 例如每个原子的初始位置、初始发散角、初始纵向速度等, 甚至有些原子具有不同的同位素, 从而导致理论分析与实验结果有一定的差异. 蒙特卡罗方法是一种随机模拟方法. 近年来, 随着计算机性能的不断提高, 利用该方法能够精确地描述具有随机性质的物理过程. 近几年, 人们提出用蒙特卡罗方法精确地分析处理原

子的横向准直<sup>[10,11]</sup>. 相比于该方法常用以处理一维激光准直, 本文中利用蒙特卡罗方法, 在考虑单个原子初始位置、初始发散角、初始纵向速度以及原子同位素, 这些随机性因素的情况下, 定量分析了铯原子光钟系统中铯原子束的激光二维准直过程. 理论结果直观地显示了原子束空间横向分布变化, 以及其随实验参量变化, 对比实验结果显示采用这种方法能以很高的精度描述原子束的二维准直的动力学过程, 并与实验结果能很好地符合, 为我们优化系统参数提供了一种有效的理论方法.

## 2 原子束二维准直动力学过程的蒙特卡罗模拟

蒙特卡罗方法是以概率和统计理论方法为基础的一种计算方法, 将所求解的问题同一定的概率模型相联系, 用电子计算机实现统计模拟或抽样<sup>[12,13]</sup>. 在本文中我们利用蒙特卡罗方法研究铯热原子束二维准直, 是通过随机获得铯原子的初始

\* 国家自然科学基金(批准号: 11074252, 61127901)和中国科学院院重点部署项目(批准号: Y218YB2101)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: changhong@ntsc.ac.cn

状态,把准直前后探测区原子数目转化为随机事件,经过多次统计实验,求出探测区原子数目出现的频率,并以此作为原子数目的近似值,获得原子的横向空间分布.由于原子束的定向特性,在整个模拟过程中,我们不考虑原子间的相互作用.

在铯热原子束二维准直模拟过程中,铯原子受到两种力的作用,散射力和重力.定义原子束轴为  $z$  轴,原子束行进方向为  $z$  轴正方向;原子束横截面为  $xy$  平面,  $x$  轴为水平轴,  $y$  轴是竖直轴,  $y$  轴与重力方向平行.激光束分别沿  $x, y$  方向与原子束作用.在激光驻波场中的原子受到沿  $x, y$  两方向的力,铯原子的运动学方程为

$$\begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= F_x, \\ m \frac{d^2y}{dt^2} &= F_y - G, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $m$  为铯原子质量,  $(x, y)$  为原子的位置坐标,  $t$  为原子运动时间,  $F_x$  和  $F_y$  为原子受到的激光散射力  $x$  分量和  $y$  分量.  $G$  为原子所受重力.而对于在激光场外的原子只受到重力的作用,水平方向无受力.

两束光对原子的作用力总和<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{F} \cong \frac{8\hbar k^2 \delta s_0 \mathbf{v}}{\gamma(1+s_0+(2\delta/\gamma)^2)^2} \equiv -\beta \mathbf{v}, \quad (2)$$

其中,  $k$  是光波矢;  $\delta$  为激光与原子共振跃迁的频率失谐;  $s_0$  为饱和参量,  $s_0 = I/I_s$ ,  $I$  和  $I_s$  分别为激光光强和饱和光强;  $\gamma$  为激发态衰减率;  $\beta$  为阻尼系数;  $\mathbf{v}$  为原子速度.二维准直情况下,原子所受力的表达式为

$$\begin{aligned} F_x &\cong \frac{8\hbar k^2 \delta s_0 v_x}{\gamma(1+s_0+(2\delta/\gamma)^2)^2} \equiv -\beta v_x, \\ F_y &\cong \frac{8\hbar k^2 \delta s_0 v_y}{\gamma(1+s_0+(2\delta/\gamma)^2)^2} \equiv -\beta v_y, \\ G &= mg. \end{aligned} \quad (3)$$

由于原子受到激光的散射力远远大于重力,在原子与光场相互作用范围内,我们忽略重力作用.而在原子与光场相互作用范围外,纵向速度远大于横向速度,我们也忽略重力作用.由于散射力的阻尼作用,原子的发散角发生变化.这里我们对发散角定义为原子横向速度  $v_{\perp}$  和纵向速度  $v_z$  的比值.依据(1)–(3)式,可以计算出,原子与激光相互作用过程中,发散角随时间  $t$  的变化

$$\alpha(t) = \frac{v_{\perp}}{v_z} = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{v_z} = \alpha e^{-\beta t/m}, \quad (4)$$

其中,  $\alpha$  为原子进入准直区初始发散角,原子横向速度  $v_{\perp} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ .由(4)式可知,在散射力的作用下发散角  $\alpha(t)$  随时间  $t$  指数衰减.相互作用时间  $t$  可以通过原子与激光相互作用距离和纵向速度求得,相互作用距离可以近似为激光光斑直径.

在已知初始发散角  $\alpha$  的情况下,并依据(3),(4)式,可以得到原子与激光相互作用后原子发散角的值.原子发散角为空间坐标中原子运动轨迹的斜率.在已知初始发散角和初始位置以及发散角变化,可模拟出原子运动轨迹,从而得出原子的横向分布图.根据(3),(4)式,亦可研究原子发散角随激光各参数的变化,最终得到原子横向分布变化.采用蒙特卡罗方法解决上述问题,需要随机获得每个原子的初始状态.

模拟过程中,用  $(x_i, y_i, \alpha_i, v_i, \eta_i)$  一组随机数表示第  $i$  个铯原子的初始运动状态,  $(x_i, y_i)$  表示原子进入光场的初始位置;  $\alpha_i$  表示原子初始发散角,与(4)式中  $\alpha$  一致;  $v_i$  表示原子的初始纵向速度,(4)式中的  $v_z = v_i$ ;  $\eta_i$  用于区分有效作用原子和其他同位素.对于我们的实验系统各个随机数的获取方法如下所述.

实验中所用铯原子准直装置在文献[14]有详细描述.原子炉准直器截面直径为 6 mm.为了方便处理,把初始位置区域看成 6 mm × 6 mm 的正方形,则原子进入光场的初始位置  $x_i, y_i$  应分别选择  $[-3 \text{ mm}, 3 \text{ mm}]$  当中的均匀分布随机数.实验中铯炉温度在 460 °C 情况下,最可几速度为 455 m/s,对于原子的初始纵向速度  $v_i$ ,则取麦克斯韦-玻尔兹曼分布.

对于铯热原子束二维准直装置,经长管道准直器泻流出的原子数随发散角  $\alpha(0 \leq \alpha \leq \alpha_0)$  的分布关系为<sup>[15]</sup>

$$\begin{aligned} I(\alpha) &= I(0) \frac{2}{\pi} \left\{ \cos^{-1} \frac{\alpha}{\alpha_0} - \frac{\alpha}{\alpha_0} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \right)^{1/2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\alpha}{3\alpha_0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \right)^{3/2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\alpha_0$  为原子最大发散角,由准直管的几何形状决定,为 25 mrad.上式分为两部分,一部分是不经管壁碰撞而直通出来的原子(括号前两项),一部分是经管壁碰撞后出来的原子(后一项),它们构成束中原子的主要部分.

因此  $0 \leq \alpha \leq 25 \text{ mrad}$  时从准直器射出的原子

的分布为

$$f(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left\{ \cos^{-1} \frac{\alpha}{\alpha_0} - \frac{\alpha}{\alpha_0} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \right)^{1/2} + \frac{2\alpha}{3\alpha_0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} \right)^{3/2} \right] \right\}. \quad (6)$$

为了方便原子初始发散角  $\alpha_i$  的获取, 我们取另一随机数  $f_i$ , 其在  $(0, 1]$  内均匀分布. 随机数  $f_i$  的作用为限定发散角  $\alpha_i$ . 首先取初始发散角  $\alpha_i$  在  $0 \leq \alpha \leq 25 \text{ mrad}$  内均匀分布, 然后比较  $f_i$  和  $f(\alpha_i)$  的值. 若  $f_i \leq f(\alpha_i)$ , 则初始发散角  $\alpha_i$  满足  $f(\alpha)$  分布; 否则不满足  $f(\alpha)$  分布.

在铯的自然同位素中,  $^{88}\text{Sr}$  原子所占比重最大, 其丰度为 82.58% 左右, 剩下同位素如  $^{87}\text{Sr}$ ,  $^{86}\text{Sr}$  和  $^{84}\text{Sr}$  等总共占 17.42%. 实验中, 调谐激光频率与  $^{88}\text{Sr}$  原子近共振, 只有  $^{88}\text{Sr}$  同位素与激光驻波场相互作用, 参与准直过程. 而其他同位素不参与准直过程, 即不受散射力. 考虑计算的方便性, 我们选取均匀分布于  $[0, 1]$  之间的随机数  $\eta_i$ , 如果  $\eta_i \in [0.1742, 1]$ , 认为此时产生的原子为  $^{88}\text{Sr}$ , 原子的轨迹需要考虑散射力; 如果  $\eta_i \in [0, 0.1742]$ , 此时我们认为原子的属性为其他同位素, 原子轨迹不考虑散射力.

### 3 实验装置

实验中铯热原子束由图 1 所示铯炉产生, 铯热原子经准直器准直后喷出, 其发散角小于 25 mrad.

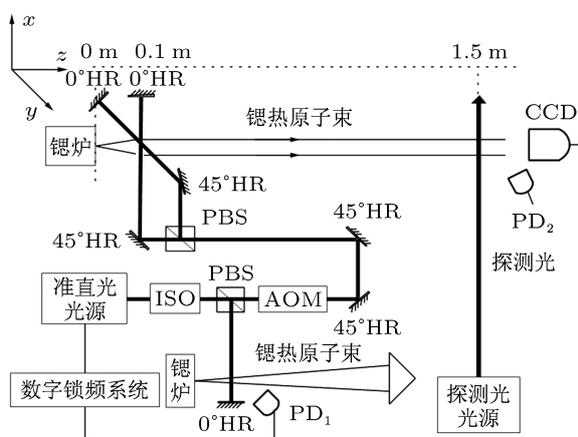


图 1 铯原子束二维准直实验示意图

图 1 为铯原子束二维准直实验示意图. 其中, PBS 是偏振分束棱镜; AOM 是声光调制器; ISO 是

光隔离器; PD 是探测器; CCD 为摄像机;  $0^\circ\text{HR}$  和  $45^\circ\text{HR}$  分别是  $461 \text{ nm}$   $0^\circ$  高反镜和  $45^\circ$  高反镜; 二维准直光源和探测光源分别为两台 TA/DL-SHG 110 的  $461 \text{ nm}$  半导体激光器. 二维准直光源激光器产生的激光, 先经过光学隔离器 (ISO), 防止反馈光对激光器影响, 然后通过 PBS 分为两束分别为锁频光和准直光. 锁频光经过望远镜系统扩束后, 与铯原子相互作用, 探测器 ( $\text{PD}_1$ ) 采集其荧光, 使荧光信号进入数字锁频系统, 使得二维准直光源激光器锁定到铯原子  $^{88}\text{Sr}$  同位素的荧光峰上; 准直光扩束后分为两束, 从二维准直窗口射入与铯原子相互作用, 在  $X$  和  $Y$  方向上, 对铯原子束进行二维准直. 使得原子束横向发散角减小, 改变原子的横向速度分布. 探测光光源激光器产生的激光, 在磁光阱区域射入, 单次与铯原子束作用产生荧光. 探测光半径大于原子束半径, 这样可以覆盖横向所有原子. CCD 和  $\text{PD}_2$  分别用于探测原子的横向空间分布和荧光强度.

### 4 模拟以及实验结果

依据第 2 节蒙特卡罗随机思想获取原子的初始状态. 我们首先讨论一维准直情况下铯原子的运动轨迹. 铯热原子束的横向准直是利用铯原子  $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^1P_1$  偶极跃迁产生的辐射力, 其对应波长为  $461 \text{ nm}$ , 自然线宽为  $32 \text{ MHz}$ , 饱和光强为  $43 \text{ mW/cm}^2$ [16]. 在一维准直模拟中, 运用的激光束功率为  $147 \text{ mW}$ , 腰斑半径为  $14 \text{ mm}$ , 失谐为  $-16 \text{ MHz}$ , 铯炉温度为  $460^\circ\text{C}$ . 对于初始状态  $(x_i, y_i, \alpha_i, v_i, \eta_i)$ , 不考虑  $y_i$ , 即原子的初始状态为  $(x_i, v_i, \alpha_i, \eta_i)$ , 参数的获得方法如第 2 节所述. 在此条件下, 模拟得到铯原子运动轨迹如图 2 所示.

图 2(a) 为一维准直前原子运动轨迹, (b) 为一维准直后原子运动轨迹. 其中, 蓝线为  $^{88}\text{Sr}$  原子运动轨迹, 红线为其他同位素运动轨迹. 模拟中, 初始原子数目  $N$  为 500. 从图 (b) 中可以明显观察到, 在沿原子束方向  $z = 0.1 \text{ m}$  准直区处, 蓝线 (即  $^{88}\text{Sr}$  原子运动轨迹) 有明显偏折, 说明  $^{88}\text{Sr}$  原子在  $461 \text{ nm}$  激光的作用下受到了散射力的作用, 使得原子向中间轴汇聚. 在垂直于原子束方向  $x = \pm 8 \text{ mm}$  处, 原子轨迹消失, 是由于整个实验装置中原子束通道壁的影响, 这些原子由于发散角太大, 与通道壁发生了碰撞而损失掉.

在一维准直的基础上, 运用蒙特卡罗方法对铯原子二维准直过程进行模拟, 对于初始状态  $(x_i, y_i,$

$\alpha_i, v_i, \eta_i$ ) 参数的获得方法如第 2 节所述. 461 nm 准直激光失谐为  $-10$  MHz, 单束激光功率为 140 mW, 腰斑半径为 5 mm. 探测光功率为 37 mW, 腰斑半径

为 12.5 mm. 铯原子最可几纵向速度为 455 m/s, 模拟中初始原子数目为  $5 \times 10^4$ . 在  $z = 1.5$  m 探测区处的原子分布, 如图 3.

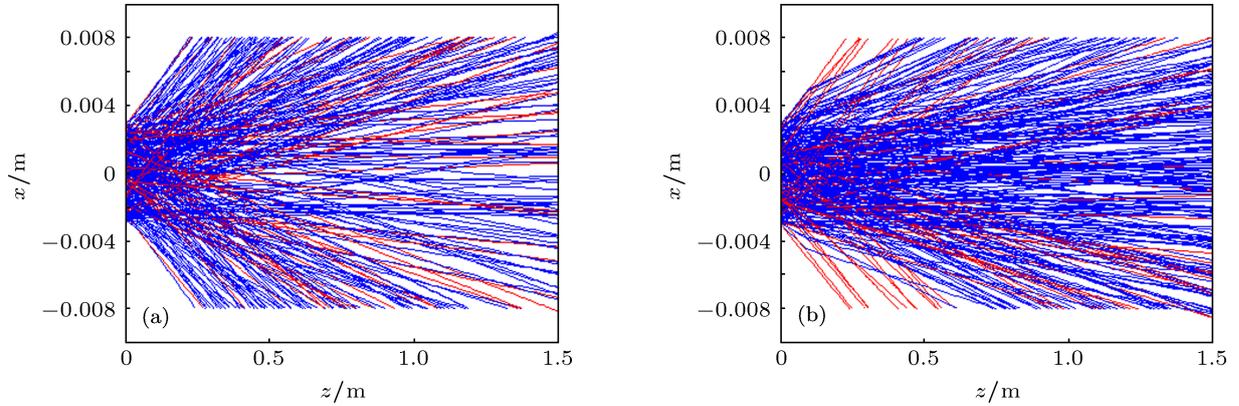


图 2 模拟原子运动轨迹 (a) 一维准直前; (b) 一维准直后

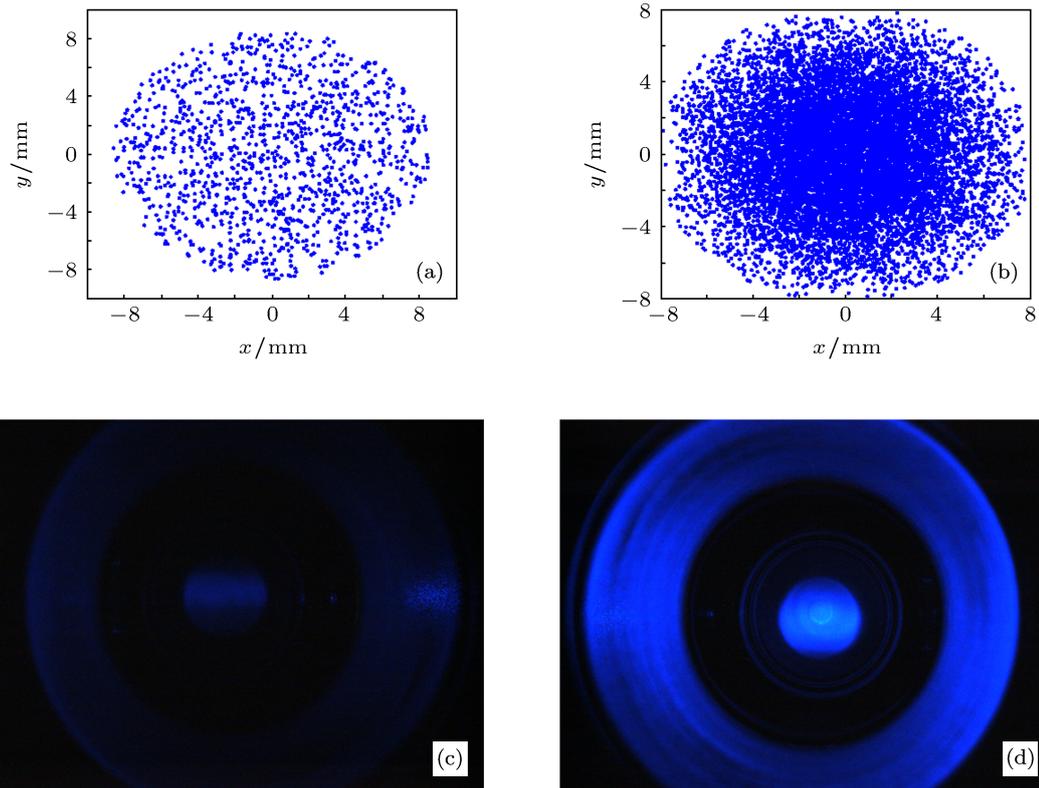


图 3 蒙特卡罗模拟和实验结果 (a) 模拟: 二维准直前原子分布; (b) 模拟: 二维准直后原子分布; (c) 实验: 二维准直前荧光图; (d) 实验: 二维准直后荧光图

图 3(a) 和 (b) 为蒙特卡罗模拟二维准直前后结果. 图 3(c) 和 (d) 为在探测区域 CCD 拍到的二维准直前后实验结果. 图 3(c) 为二维准直前, 无准直激光只有探测激光与原子相互作用的情况下, 拍摄到

的铯原子束荧光; 图 3(d) 为二维准直后, 准直激光和探测激光同时存在的情况下, 拍摄到的探测区域荧光, 在该图中心有一很小的亮斑, 是由于二维准直激光准直过程中发出的荧光, 在实际数据处理中,

会被减去. 铯原子束的探测荧光强度与辐射荧光的原子数目成正比. 由理论分析结果图 3(a), (b) 可知, 二维准直后, 铯原子数目明显增加, 原子向中间聚集. 原子数目从准直前的 1252 增加到 12546, 增加约十倍. 铯热原子束二维准直效果明显, 其与实验实测荧光图 3(c), (d) 效果一致. 二维准直相对于一维准直, 铯原子中间聚集更明显, 探测区原子数目更多, 二维准直得到的截面图更直观的表现出原子的横向位置分布.

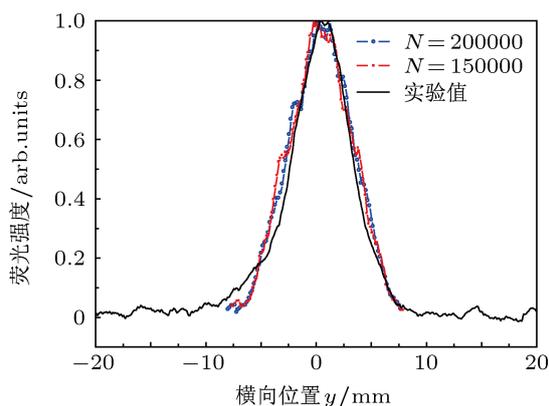


图 4 不同初始原子数目  $N$  情况下原子横向空间分布与实验结果比较

图 4 是我们应用蒙特卡罗模拟, 得到了原子束二维准直后, 最终的原子横向空间分布和实验结果. 考虑空间对称性, 我们取图 3(d) 在  $x = 0$  处, 荧光强度随  $y$  位置的变化得到图 4 中实验值. 初始原子数目分别取  $N = 200000$ ,  $150000$  情况下, 运用与实验值获得相同方法得到不同初始原子数目情况下原子横向空间分布. 图中所有曲线都是通过对对应数据组最大值进行了归一化. 可以看出, 理论模拟和实验结果很好地相符, 最终到达磁光阱区域的原子数增多, 为提高囚禁的原子数目和原子密度提供了有利条件.

在上述实验条件下, 相同方法模拟出原子数目分别随准直激光失谐、光功率的变化, 与实验结果比较, 在整个过程中, 不考虑二次吸收的影响.

图 5 和图 6 分别为荧光强度随准直光失谐和光功率变化情况. 由两图可知, 理论模拟和实验很好地相符, 曲线趋势完全相同. 利用该数值分析方法, 我们可以得出在实验系统下原子束二维准直所用激光的失谐值和光功率值. 在其他实验参数已知的情况下, 可优化激光的失谐值和功率值. 这对于原子束的激光二维准直实验具有很好的理论指导意义.

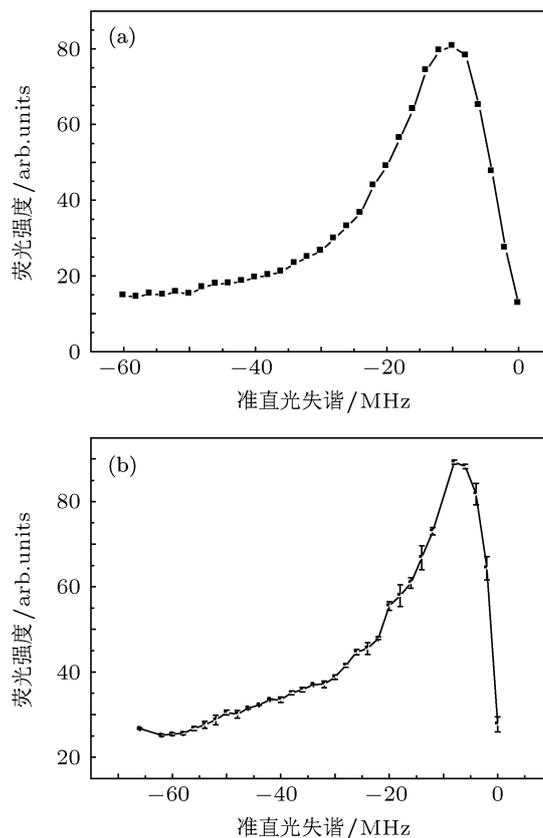


图 5 荧光强度随准直光失谐变化理论模拟与实验结果 (a) 模拟结果; (b) 实验结果

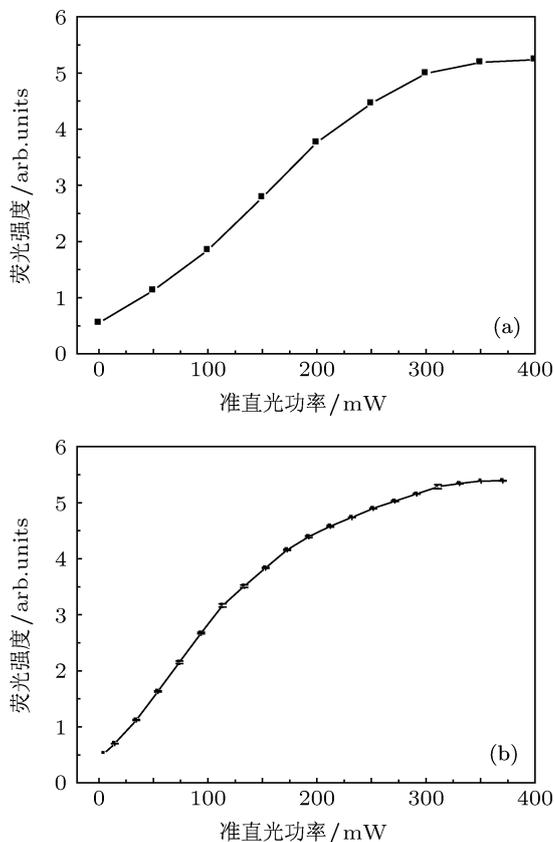


图 6 荧光强度随准直光束功率变化理论模拟与实验结果 (a) 模拟结果; (b) 实验结果

## 5 结论

本文从理论和实验两方面对铯热原子束二维准直进行了研究. 在考虑单个原子初始状态随机性的情况下, 应用蒙特卡罗随机思想模拟二维准直后原子横向空间分布. 理论模拟值与实验值符合的很好, 最终到达磁光阱区域的原子数增多, 为

提高囚禁的原子数目和原子密度提供了有利条件. 本文还研究了荧光强度随准直激光失谐、光功率的变化, 变化趋势与实验结果很好相符. 应用蒙特卡罗随机思想准确地研究铯热原子束二维准直, 与实验结果能很好的相符, 对原子束的二维准直技术实现精确定量的控制具有一定的理论指导意义.

- 
- [1] Hoogerland M D, Driessen J P J, Vredenburg E J D, Megens H J L, Schuwer M P, Beijerinck H C W, van Leeuwen K A H 1996 *Appl. Phys. B* **62** 323
- [2] Balykin V I, Sidorov A I 1987 *Appl. Phys. B* **42** 51
- [3] Balykin V I, Letokhov V S, Minogin V G, Zueva T V 1984 *Appl. Phys. B* **35** 149
- [4] Metcalf H J, Straten P 1999 *Laser Cooling and Trapping* (New York: Springer-Verlag), p88
- [5] Scholten R E, Gupta R, McClelland J J, Celotta R J, Levenson M S, Vangel M G 1997 *Phys. Rev. A* **55** 1331
- [6] Rehse S J, Bockel K M, Lee S A 2004 *Phys. Rev. A* **69** 063404
- [7] Balykin V I, Letokhov V S, Sidorov A I 1984 *JETP Lett.* **40** 1026
- [8] Zhang B W, Zhang W T, Ma Y, Li T B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5485 (in Chinese) [张宝武, 张文涛, 马艳, 李同保 2008 物理学报 **57** 5485]
- [9] Cheng C F, Yang G M, Jiang W, Pan H, Sun Y, Liu A W, Cheng G S, Hu S M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 103701 (in Chinese) [程存峰, 杨国民, 蒋蔚, 潘虎, 孙羽, 刘安雯, 成国胜, 胡水明 2011 物理学报 **60** 103701]
- [10] Bosch R C M 2002 *Ph. D. Dissertation* (Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven)
- [11] Zhang B W, Zhang P P, Ma Y, Li T B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 113701 (in Chinese) [张宝武, 张萍萍, 马艳, 李同保 2011 物理学报 **60** 113701]
- [12] Kalos M H, Whitlock P A 2004 *Monte Carlo Methods* (Berlin: Springer-Verlag) pp1–5
- [13] Gentle J E 2003 *Random Number Generation and Monte Carlo Methods* (second edition) (New York: Springer-Verlag) pp230–235
- [14] Tian X, Wang X L, Chang H, Zhang S G 2010 *Acta Opt. Sin.* **30** 898 (in Chinese) [田晓, 王心亮, 常宏, 张首刚 2010 光学学报 **30** 898]
- [15] Wang Y Q, Wang Q J, Fu J S, Dong T Q 1986 *Principle of Quantum Frequency Standard* (Beijing: Science Press) pp282–289 (in Chinese) [王义遒, 王庆吉, 傅济时, 董太乾 1986 量子频标原理 (北京: 科学出版社) 第 282—289 页]
- [16] Schioppo M 2010 *Ph. D. Dissertation* (Florence: University of Florence)

# Simulations using Monte Carlo method and experiment on dynamics of two-dimensional collimated thermal atomic beam of strontium\*

Cong Dong-Liang<sup>1)2)</sup> Xu Peng<sup>1)</sup> Wang Ye-Bing<sup>1)</sup> Chang Hong<sup>1)†</sup>

1) (National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards of Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 7 April 2013; revised manuscript received 23 April 2013)

## Abstract

Considering the stochastic factors and using Monte Carlo method, we have studied the dynamics of two-dimensional (2D) collimated thermal atomic beam of strontium theoretically. Taking into account transverse divergence, initial position of each atom, longitudinal velocity distribution, and isotopes, we show the theoretical transverse distribution and the results of the Monte Carlo method as functions of detuning and power of laser, respectively. The theoretical results agree excellently with the experimental data, showing that the Monte Carlo method has precisely described the dynamics of 2D collimated thermal atomic beam of strontium. The method can provide an analytical tool for precisely controlling the 2D collimated thermal atomic beam and optimizing the atomic clock system.

**Keywords:** two-dimensional collimating, Monte Carlo method, transverse distribution

**PACS:** 37.20.+j, 31.15.-p, 32.70.Jz

**DOI:** 10.7498/aps.62.153702

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11074252, 61127901), and the Key projects of Chinese Academy of Sciences (Grant No. Y218YB2101).

† Corresponding author. E-mail: changhong@ntsc.ac.cn