

双势阱中玻色 - 费米混合气体的周期调制效应*

张恒 段文山†

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2013年3月20日收到; 2013年4月25日收到修改稿)

在周期调制场下, 通过对双势阱中费米子数目及相互作用参数的调节, 研究了该系统中玻色子的自俘获现象. 研究发现, 系统中费米子数目及相互作用参数都会影响玻色子的自俘获现象, 并且随着相互作用及粒子数目的变化, 玻色子的自俘获发生临界现象.

关键词: 玻色 - 费米混合气体, 周期调制, 自俘获

PACS: 03.75.Mn, 71.10.Ay, 67.10.Db

DOI: 10.7498/aps.62.160303

1 引言

随着激光冷却技术和 Feshbach 共振技术的发展, 人们实现了玻色原子凝聚^[1-5]、费米凝聚^[6-10]和玻色 - 费米混合凝聚^[11-13], 并且在实验和理论上做了大量的研究^[14-17]. 近年来, 双势阱模型为研究玻色 - 爱因斯坦凝聚 (BEC) 提供了很好的工具, 大量学者对该现象在各种物理系统中的应用做了研究^[18-20], 例如宏观量子自囚禁^[21,22], Josephson 振荡^[23-25], Landau-Zener 隧穿^[26-32] 以及 Rosen-Zener 隧穿^[33,34] 等.

将周期调制应用到系统中可以控制系统动力学行为. 本文采用双势阱模型, 在平均场近似下, 对两阱间能级差分别进行高频、中频以及低频周期调制有效地调解自俘获现象的相变参数.

2 模型

在温度接近于零度的情况下, 以玻色子数目 N_b , 费米子数目 N_f 为研究对象的玻色 - 费米混合系统所对应的经典哈密顿量由下式给出^[11]:

$$H = \gamma_b + \gamma_f - 2k_b \sqrt{1 - s_b^2} \cos \varphi_b - 2k_f \sqrt{1 - s_f^2} \cos \varphi_f + g_{bf} N_b N_f s_b s_f$$

$$+ \frac{N_b g_b}{2} s_b^2 + \frac{3}{5} \left(\frac{N_f}{2} \right)^{2/3} g_f \times \left[(1 + s_f)^{5/3} + (1 - s_f)^{5/3} \right], \quad (1)$$

其中, γ_b 和 γ_f 分别为玻色子和费米子在两阱间的最低能级差, k_b 和 k_f 分别代表玻色子和费米子的阱间耦合系数, g_{bf} 为玻色子与费米子之间的相互作用参数. s_b 和 s_f 分别为玻色子和费米子在两阱间的布居数差, φ_b 和 φ_f 分别为玻色子和费米子在两阱间的相对相位. 通过正则变换: $s_b = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_b}$, $\varphi_b = \frac{\partial H}{\partial s_b}$, $s_f = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_f}$, $\varphi_f = \frac{\partial H}{\partial s_f}$, 可以得到描述系统的方程^[11]:

$$s_b = -2k_b \sqrt{1 - s_b^2} \sin \varphi_b, \quad (2)$$

$$s_f = -2k_f \sqrt{1 - s_f^2} \sin \varphi_f, \quad (3)$$

$$\dot{\varphi}_b = \gamma_b + N_b g_b s_b + g_{bf} N_f s_f + 2k_b \frac{s_b}{\sqrt{1 - s_b^2}} \cos \varphi_b, \quad (4)$$

$$\dot{\varphi}_f = \gamma_f + \left(\frac{N_f}{2} \right)^{2/3} g_f \left[(1 + s_f)^{2/3} - (1 - s_f)^{2/3} \right] + g_{bf} N_b s_b + 2k_b \frac{s_b}{\sqrt{1 - s_b^2}} \cos \varphi_b, \quad (5)$$

在实验中, 系统参数 k_b , k_f , γ_b , γ_f 都是靠外磁场来调节的. 在本文研究中取 $k_b = k_f = 1.0$. 标记玻色子的相互作用参数 $c_b = N_b g_b$, 费米子的相互作用参数 $c_f = (N_f/2)^{2/3} g_f$.

* 国家自然科学基金 (批准号: 11275156) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: duanws@126.com

3 计算结果及分析

这一部分将研究系统的周期调制效应. 通过取两阱间的能级差 $\gamma_b = \gamma_f = \gamma = A \sin(\omega t)$, 来研究玻色-费米气体混合系统的自俘获现象.

3.1 高频调制 ($\omega \gg k$)

系统加上高频周期调制场 $\gamma = A \sin(\omega t)$ ($\omega \gg k$) 后, 对不同的相互作用强度 g_b , 数值计算布居数差随时间的演化, 可以观察到如图 1(a) 所示的临界现象. 当 $\langle s_b \rangle \neq 0$ 时, 自俘获现象发生. 在这里假设初始时刻所有粒子都处在一个阱中, $s_b(0) = s_f(0) = -0.99$, $\phi_b(0) = \phi_f(0) = 0$, 这里

取 $\omega = 100$, $A/\omega = 1.0$, $g_f = 0.001$, $g_{bf} = -0.001$, $k_b = k_f = 1.0$, $N_b = 100$. 当系统中无费米子时, $s_f(0) = \phi_f(0) = g_f = g_{bf} = k_f = 0$. 在图 1(a) 中可以看到, 当玻色子的自相互作用强度 c_b 大于所对应的临界相互作用强度 c_b^* 时自俘获现象产生. 同时, 系统中费米子数目增加时, 玻色子发生自俘获的临界值也会随之增大. 图 1(b) 展示了在费米子数目变化时, 玻色子自相互作用临界值 c_b^* 与 A/ω 的变化关系, 同样也是系统中玻色子发生自俘获变换效应的相图. 可以看到在 $(c_b^* - A/\omega)$ 平面内, 费米子数目的增加会使玻色子自俘获的临界值增大. 与此同时, 当调制频率 ω 为一常数时, 临界相互作用 c_b^* 会随着调制振幅 A 的增大而减小.

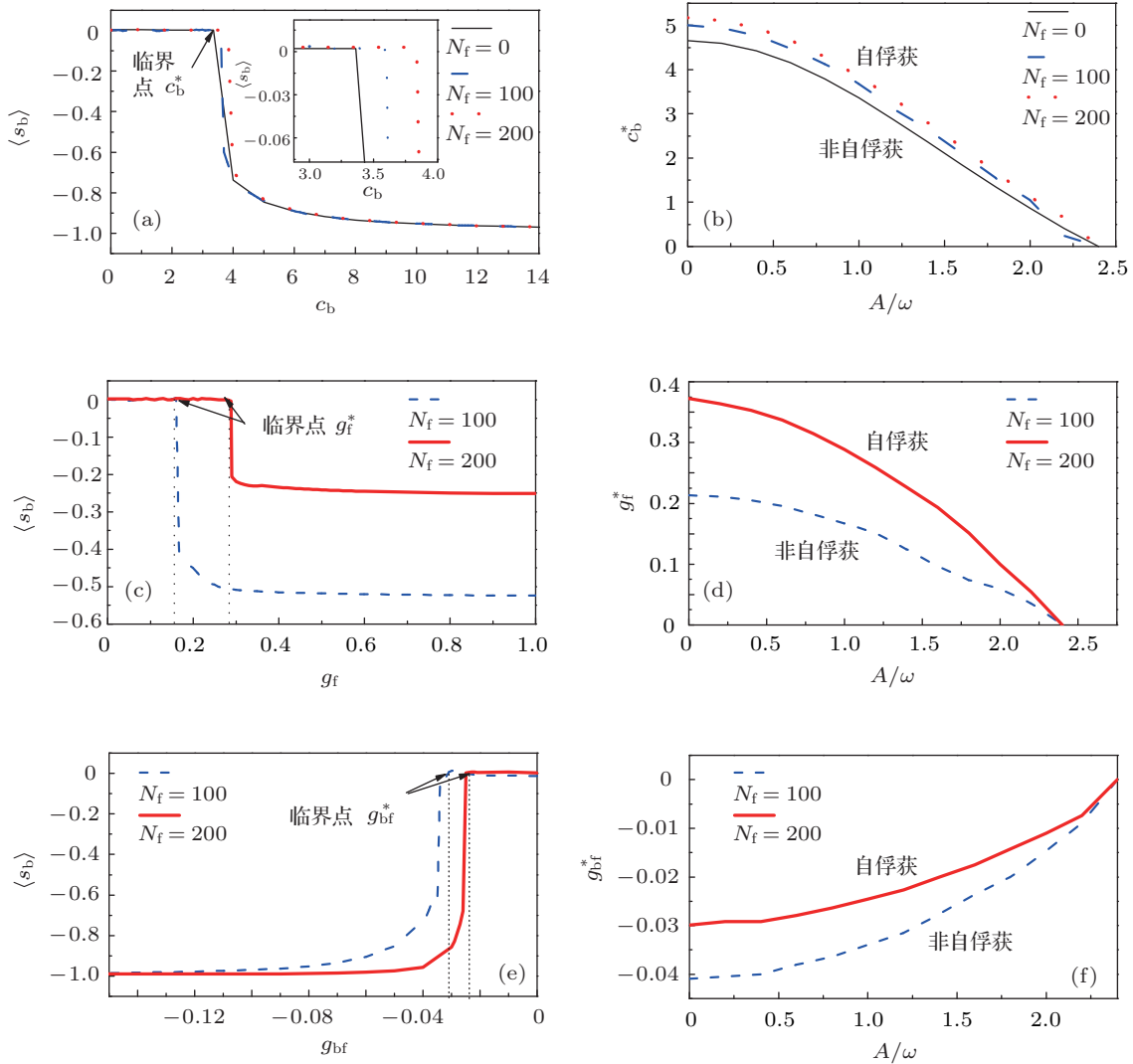


图 1 (a) $\langle s_b \rangle$ 与 c_b 的变化关系, 这里取 $g_f = 0.001$, $g_{bf} = -0.001$; (b) c_b^* 与 A/ω 的变化关系, 这里取 $g_f = 0.001$, $g_{bf} = -0.001$; (c) $\langle s_b \rangle$ 与 g_f 的变化关系, 这里取 $g_b = 0.01$, $g_{bf} = -0.01$; (d) g_f^* 与 A/ω 的变化关系, 这里取 $g_b = 0.01$, $g_{bf} = -0.01$; (e) $\langle s_b \rangle$ 与 g_{bf} 的变化关系, 这里取 $A/\omega = 1.0$, $g_b = g_f = 0.01$; (f) g_{bf}^* 与 A/ω 的变化关系, 这里取 $g_b = g_f = 0.01$

在图 1(c) 中可以看到, 费米子的自相互作用强度 g_f 变化同样会使玻色子发生自俘获现象. 费米子的自相互作用强度 g_f 大于所对应的临界相互作用强度 g_f^* 时自俘获现象产生. 同时, 当系统中费米子数目增加时, 玻色子自俘获的临界值也会随之增大. 图 1(d) 展示了在费米子数目变化时, 费米子自相互作用临界值 g_f^* 与 A/ω 的变化关系. 我们可以看到在 (g_f^*-A/ω) 平面内, 费米子数目的增加会使玻色子自俘获的临界值增大. 当调制频率 ω 为一常数时, 临界相互作用 g_f^* 会随着调制振幅 A 的增大而减小.

在图 1(e) 中可以看到, 玻色 - 费米相互作用强度 g_{bf} 变化也会使玻色子发生自俘获现象. 玻色 - 费米相互作用强度 g_{bf} 小于所对应的临界相互作用强度 g_{bf}^* 时自俘获现象产生. 同时, 当系统中费米子数目增加时玻色子发生自俘获的临界值也会随之增大. 图 1(f) 展示了在费米子数目变化时, 玻色 - 费米相互作用临界值 g_{bf}^* 与 A/ω 的变化关系. 可以看

到在 (g_{bf}^*-A/ω) 平面内, 当调制频率 ω 为一常数时, 临界相互作用 g_{bf}^* 会随着调制振幅 A 的增大而增大.

3.2 低频调制 ($\omega \ll k$)

现在来讨论低频调制的情况, 即 $\omega \ll k$. 假设初始时刻所有粒子被放在同一阱中 $s_b(0) = s_f(0) = -0.99$, $\varphi_b(0) = \varphi_f(0) = \pi$. 当系统中无费米子时, $s_f(0) = \varphi_f(0) = g_f = g_{bf} = k_f = 0$. 在图 2(a) 中看到当玻色子自相互作用 c_b 大于临界强度 c_b^* 时, 自俘获现象发生. 与此同时, c_b^* 的值会随着费米子数目的增加而增大. 在某一频率下, 对于不同的费米子数目随着振幅 A 的改变, c_b 有一系列的临界值, 图 2(b) 展示了 c_b^* 与 A 关系图, 发现只有玻色子时临界值的数值结果与 $(A^{2/3} + k_b^{2/3})^{3/2}$ 符合得很好, 且费米子数目越少符合的越好. 当系统中仅有玻色子时, 与文献 [5] 所得结果一致.

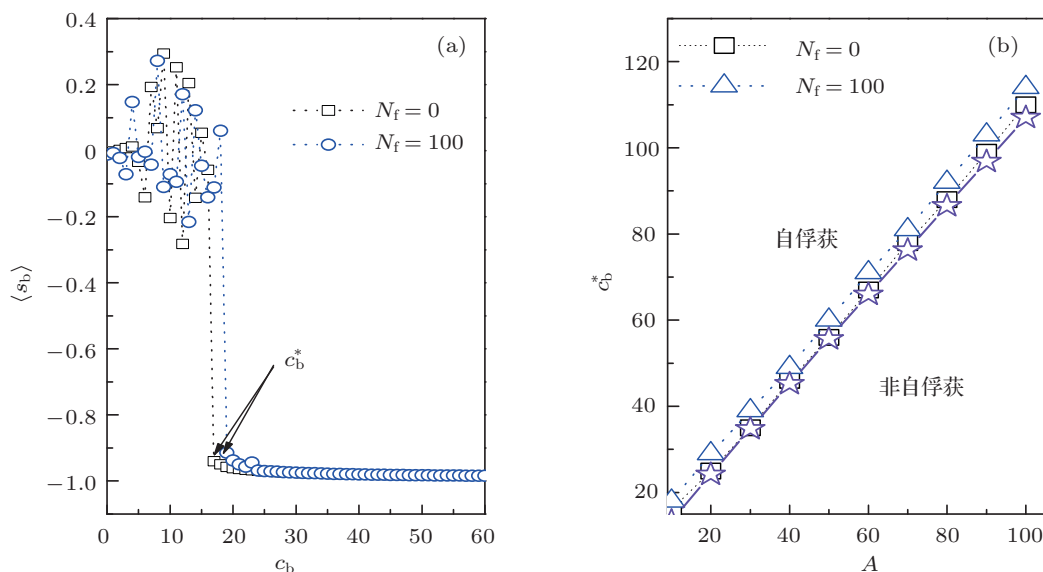


图 2 取 $s_b(0) = s_f(0) = -0.99$, $\varphi_b(0) = \varphi_f(0) = \pi$, $\omega \ll k$, $g_f = 0.01$, $g_{bf} = -0.01$, $k_b = k_f = 1.0$, $N_b = 100$ (a) $\langle s_b \rangle$ 与 c_b 的变化关系, 这里取 $s_b(0) = s_f(0) = -0.99$, $\varphi_b(0) = \varphi_f(0) = \pi$, $\omega \ll k$, $A = 10$, $g_f = 0.01$, $g_{bf} = -0.01$, $k_b = k_f = 1.0$, $N_b = 100$; (b) c_b^* 与振幅 A 的变化关系, 空心五角星对应 $c_b = (A^{2/3} + k_b^{2/3})^{3/2}$

3.3 中频调制 ($\omega \approx k$)

在中频区对于不同频率 ($\omega \approx k$), 情况比较复杂, 在这里只取一种特殊情况, $\omega = k_b = 1.0$. 在这种情况下, 对于不同费米子数目, 随着玻色子相互作用的增强, 玻色子也会出现自俘获的临界现象 (图 3(a)). 图 3(b) 展示了系统中费米子数目从无到有变化时 c_b 的临界值与 A 的关系图, 这里取 $s_b(0) = s_f(0) = -0.99$, $\varphi_b(0) = \varphi_f(0) = \pi$,

$\omega = 1.0$, $A = 10$, $N_b = 100$. 当系统中无费米子时, $s_f(0) = \varphi_f(0) = g_f = g_{bf} = k_f = 0$. 在图中可以看出, 在这一频率参数下玻色子自俘获有明显的临界范围, 费米子数目增加会使临界值增大.

4 结论

在本文中讨论了在周期调制场下玻色 - 费米混合气体在双势阱中的自俘获现象. 发现系统中费米

子的数目会明显影响玻色子的自俘获效应,并且在高频调制下,系统相互作用参数会使玻色子发生自俘获临界现象.在中、低频调制下,通过对费米子

数目及玻色子自相互作用参数的调节,同样也得到了玻色子的自俘获条件.

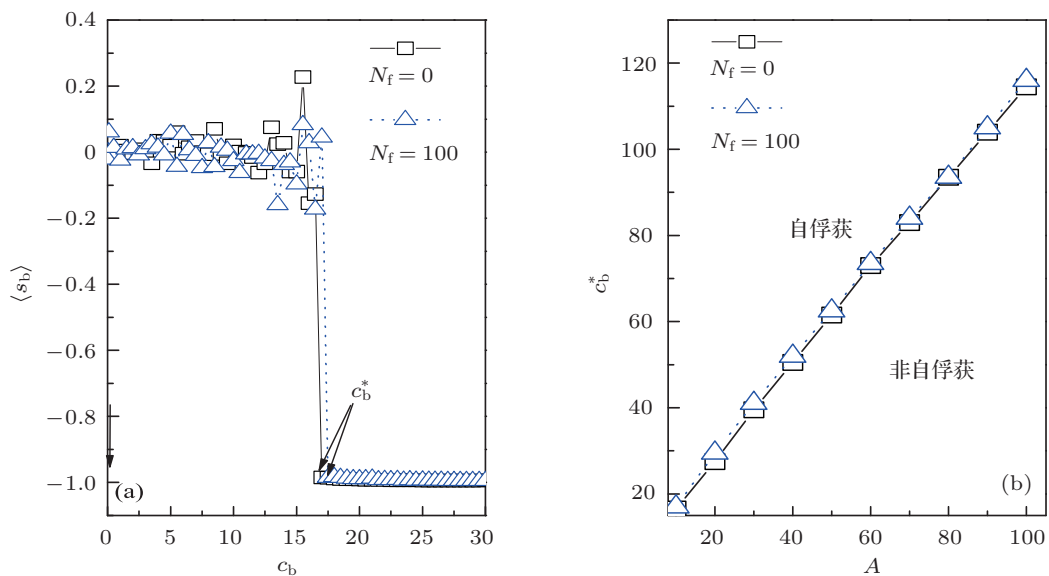


图3 取 $s_b(0) = s_f(0) = -0.99$, $\varphi_b(0) = \varphi_f(0) = \pi$, $\omega = 1.0$, $g_f = 0.01$, $g_{bf} = -0.01$, $k_b = k_f = 1.0$, $N_b = 100$ (a) 玻色子布居数差的平均值 $\langle s_b \rangle$ 与玻色子自相互作用参数 c_b 的变化关系,这里取 $A = 10$; (b) 玻色子自相互作用临界值 c_b^* 与振幅 A 的变化关系

- [1] Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023402
- [2] Ma Y, Fu L B, Yang Z A, Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5623 (in Chinese) [马云, 傅立斌, 杨志安, 刘杰 2006 物理学报 **55** 5623]
- [3] Wen W, Shen S Q, Huang G X 2010 *Phys. Rev. B* **81** 014528
- [4] Zang X F, Li J P, Tan L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4348 (in Chinese) [臧小飞, 李菊萍, 谭磊 2007 物理学报 **56** 4348]
- [5] Wang G F, Fu L B, Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 13619
- [6] Xiong H W, Lin S J, Zhang W P, Zhan M S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 120401
- [7] Men F D, Lin H, Zhu H Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3236
- [8] Qin F, Chen J S 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2654
- [9] Huang Z F, Ou C J, Chen J C 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1380
- [10] Giorgini S, Pitaevskii L, Stringari S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1215
- [11] Qi P T, Duan W S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 033627
- [12] Adhikari S K, Malomed B A, Salasnich L, Toigo F 2010 *Phys. Rev. A* **81** 053630
- [13] Cheng Y S, Adhikari S K, 2011 *Phys. Rev. A* **84** 023632
- [14] Jochin S, Bartenstein M, Altmeyer A, Hendl G, Chin C, Hecker Denschlag J, Grimm R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **91** 240402
- [15] Men F D, Liu H, Fan Z L, Zhu H Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2649
- [16] Wen W, Zhou Y, Huang G X 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033623
- [17] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033620
- [18] Zhang C, Liu J, Raizen M, Niu Q 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 054101
- [19] Wang W Y, Duan W S, Liu J 2012 *Int. J. Mod. Phys. C* **23** 1250076
- [20] Wu Y, Yang X X 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 013601
- [21] Wang G F, Fu L B, Zhao H, Liu J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5003 (in Chinese) [王冠芳, 傅立斌, 赵焱, 刘杰 2005 物理学报 **54** 5003]
- [22] Wang W Y, Duan W S, Sun J A, Yang Y 2011 *Eur. Phys. J. B* **84** 283
- [23] Qi R, Yu X L, Li Z B, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 185301
- [24] Ancilotto F, Salasnich L, Toigo F 2009 *Phys. Rev. A* **79** 033627
- [25] Pezzè L, Pitaevskii L, Smerzi A, Stringari S, Modugno G, Mirandes De E, Ferlaino F, Ott H, Roati G, Inguscio M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 120401
- [26] Wang W Y, Meng H J, Yang Y, Qi P T, Ma Y Y, Ma Y, Duan W S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 087302 (in Chinese) [王文元, 蒙红娟, 杨阳, 祁鹏堂, 马云云, 马莹, 段文山 2012 物理学报 **61** 087302]
- [27] Liu J, Wu B, Niu Q 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 140402
- [28] Fu L B, Liu J, Chen S G 2002 *Phys. Rev. A* **298** 388
- [29] Liu W M, Fan W B, Zheng W M, Liang J Q, Chui S T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 170408
- [30] Huang F, Li H B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020303 (in Chinese) [黄芳, 李海彬 2011 物理学报 **60** 020303]
- [31] Bharucha C F, Madison K W, Morrow P R, Wilkinson S R, Sundaram B, Raizen M G 1997 *Phys. Rev. A* **55** R857
- [32] Wang W Y, Duan W S, Sun J A, Yang Y 2012 *Physica B* **407** 3876
- [33] Ye D F, Fu L B, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013402
- [34] Li S C, Fu L B, Duan W S, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **78** 063621

The periodic modulation of a Bose-Fermi mixture in double-well trap^{*}

Zhang Heng Duan Wen-Shan[†]

(College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

(Received 20 March 2013; revised manuscript received 25 April 2013)

Abstract

In this paper, we study the self-trapping of a Bose-Fermi mixture in a periodic modulation field by adjusting fermionic number and interaction parameter in a double-well potential. We find that the self-trapping of bosons can be affected by interatomic self-interaction and interspecific interaction parameter. Moreover, we notice that the self-trapping of bosons gives rise to a critical phenomenon with the variation of interaction strength and fermionic number.

Keywords: Bose-Fermi mixture gases, periodic modulation, self-trapping

PACS: 03.75.Mn, 71.10.Ay, 67.10.Db

DOI: 10.7498/aps.62.160303

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11275156).

[†] Corresponding author. E-mail: duanws@126.com