

# 电流控制二次型 Boost 变换器的动力学研究\*

杨平<sup>1)</sup> 许建平<sup>1)</sup> 何圣仲<sup>1)</sup> 包伯成<sup>2)†</sup>

1) (磁浮技术与磁浮列车教育部重点实验室, 西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

2) (常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164)

(2013年4月9日收到; 2013年4月28日收到修改稿)

通过对二次型 Boost 变换器开关状态的完整描述, 推导了两个电感电流边界, 建立了电流控制二次型 Boost 变换器的分段光滑迭代映射模型. 对比分析了以输入电感电流或储能电感电流作为电流反馈量的非线性分岔行为. 通过稳定性和工作模式分析, 得到了电流控制二次型 Boost 变换器从稳定的周期 1 工作状态到次谐波振荡状态转移以及从电感电流不连续导电模式到连续导电模式转移的条件, 并采用参数空间映射图, 对二次型 Boost 变换器的工作状态域进行了估计. 设计了实验电路, 由实验结果证明了不同的参数变化有着不同的分岔路由, 存在工作模式转移现象, 电流控制二次型 Boost 变换器呈现复杂的动力学行为, 实验结果验证了理论分析的正确性.

**关键词:** 二次型 Boost 变换器, 开关状态, 模式转移, 边界碰撞分岔

**PACS:** 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.62.160501

## 1 引言

二次型 Boost 变换器仅使用一个开关管即可实现与占空比成平方关系的直流电压变换, 拓宽了 DC-DC 变换器的输入电压变化范围, 使其在太阳能光伏发电系统和燃料电池系统等新能源应用领域具有广泛的应用前景<sup>[1,2]</sup>. 二次型 Boost 变换器为单开关级联变换器, 亦属于非线性时变动力学系统, 会产生各种类型的分岔和混沌等物理现象<sup>[3-9]</sup>, 这些现象限制了开关变换器性能的提高. 近几年来, 利用非线性动力学理论研究开关变换器的非线性行为已成为人们关注的焦点<sup>[3-19]</sup>.

电路参数变化时开关 DC-DC 变换器存在两种工作模式: 连续导电模式 (CCM) 和断续导电模式 (DCM)<sup>[10]</sup>. 当仅有一个电感的传统开关变换器工作于 CCM 时, 开关变换器只存在两种电路拓扑; 而当其工作于 DCM 时, 开关变换器存在三种电路拓扑<sup>[5-11]</sup>. 通过建立离散时间模型和判断其边界条件, 可以系统分析开关变换器的稳定性和工作模式转移现象<sup>[8-19]</sup>. 二次型 Boost 变换器存在两个电感: 输入电感和储能电感, 在电流控制回路中如何

选取电流反馈量, 以及电路参数宽范围变化时, 二次型 Boost 变换器具有什么样的动力学行为等, 目前还没有相关研究成果报道. 为此, 本文系统地研究电流控制二次型 Boost 变换器的动力学特性.

本文首先通过对电流控制二次型 Boost 变换器的开关状态进行完整描述, 以输入电感电流为电流反馈量, 推演出具有两个电感电流边界的离散时间模型. 对比分析了输入电压变化时, 以输入电感电流和储能电感电流为电流反馈量的分岔行为, 并研究了参考电流变化时二次型 Boost 变换器的分岔行为. 在此基础上, 讨论和绘制了电流控制二次型 Boost 变换器从稳定状态到次谐波振荡状态, 以及从 DCM 到 CCM 的转移条件和临界曲线, 并将其临界曲线与不同电路参数时的工作状态域进行对比分析. 最后通过实验电路的实验结果验证了理论分析结果的正确性.

## 2 电流控制二次型 Boost 变换器动力学建模

图 1 所示为电流控制二次型 Boost 变换器电路原理图, 它的主电路拓扑是一个由输入电压源  $v_{in}$ ,

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51177140) 和中央高校基本科研业务费 (批准号: 2682013ZT20) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: mervinbao@126.com

开关管  $S$ , 输入电感  $L_1$ , 储能电感  $L_2$ , 续流二极管  $D_1, D_2, D_3$ , 中间电容  $C_1$ , 输出电容  $C_2$  和负载电阻  $R$  组成的四阶电路; 控制电路由比较器和 RS 触发器构成. 从图 1 可以看出, 电流控制二次型 Boost 变换器有两个电感, 电感电流反馈量既可以是输入电感  $L_1$  的电感电流  $i_1$ , 也可以是储能电感  $L_2$  的电感电流  $i_2$ . 为了简化分析, 本文以电感电流  $i_1$  作为电流反馈量设计控制电路. 电感电流  $i_1$  与参考电流  $I_{\text{ref}}$  进行比较后, 通过与 RS 触发器构成的反馈电路控制开关管  $S$  的导通和关断.

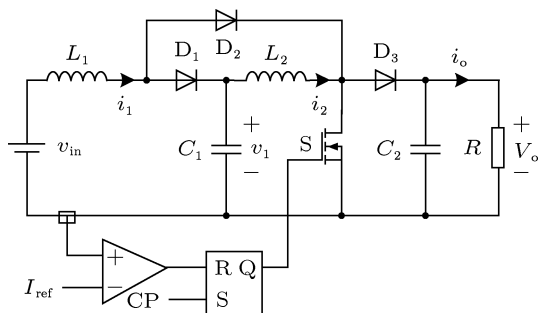


图 1 电流控制二次型 Boost 变换器

## 2.1 开关状态描述

在输入电压和参考电流等电路参数变化时, 二次型 Boost 变换器的两个电感既可以工作于 CCM

模式, 也可以工作于 DCM 模式. 因此在一个开关周期内, 二次型 Boost 变换器最多可以存在如图 2 所示的五种不同的开关状态, 并具有五种不同的电路拓扑. 五种开关状态简述如下.

1) 开关状态一: 开关管  $S$  导通, 输入电压给电感  $L_1$  充电, 电感电流  $i_1$  线性上升, 中间电容  $C_1$  向储能电感  $L_2$  放电, 电感电流  $i_2$  线性上升, 二极管  $D_2$  承受正向电压导通, 二极管  $D_1$  因并联在电感  $L_2$  两端承受反向电压关断, 输出电容  $C_2$  向负载放电.

2) 开关状态二: 开关管  $S$  关断, 电感  $L_2$  向电容  $C_2$  及负载放电, 电感电流  $i_1$  向电容  $C_1$  及电感  $L_2$  放电, 电感电流  $i_1$  线性减小, 二极管  $D_2$  因并联在电感  $L_2$  两端承受反向电压关断.

3) 开关状态三: 开关管  $S$  关断, 电感电流  $i_2$  下降到零并保持到下一个开关周期开始, 二极管  $D_3$  关断, 电感电流  $i_1$  向电容  $C_1$  放电, 输出电容  $C_2$  向负载放电.

4) 开关状态四: 开关管  $S$  关断, 电感电流  $i_1$  下降到零并保持到下一个开关周期开始, 二极管  $D_1$  关断, 电容  $C_1$  和电感  $L_2$  向负载放电.

5) 开关状态五: 开关管  $S$  关断, 电感电流  $i_1$  和  $i_2$  均下降到零并保持到下一个开关周期开始, 输出电容  $C_2$  向负载放电.

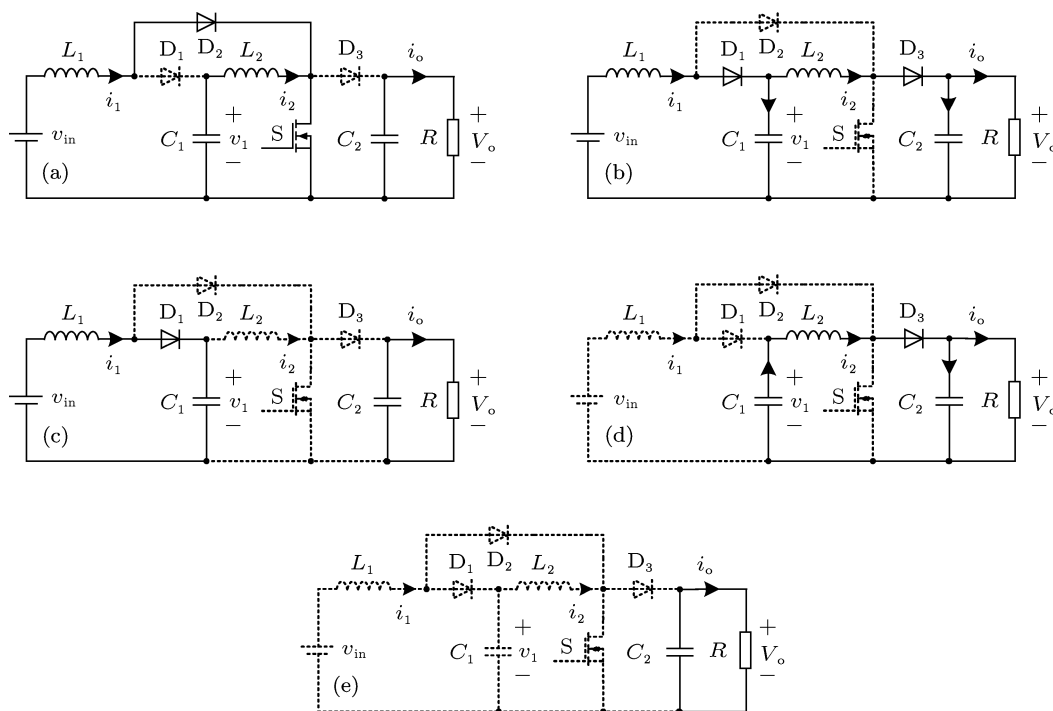


图 2 不同开关状态对应的电路拓扑 (a) 开关状态一; (b) 开关状态二; (c) 开关状态三; (d) 开关状态四; (e) 开关状态五

## 2.2 两个电感电流边界

图 3 所示为电流控制二次型 Boost 变换器的电感电流  $i_1$  波形. 定义第一个电感电流边界  $I_{b1}$  为电感电流  $i_1$  在开关周期开始时刻的值, 这时在开关周期结束时电感电流刚好到达补偿后的参考电流  $I_{ref}$ , 如图 3(a) 所示; 定义第二个电感电流边界  $I_{b2}$  为电感电流在开关周期开始时的值, 这时在开关周期结束时电感电流刚好下降到零, 如图 3(b) 所示. 同时, 定义  $\tau_1$  为电感电流  $i_1$  从开关管导通时刻上升到  $I_{ref}$  的时间, 定义  $\tau_2$  为电感电流  $i_1$  从开关管截止时刻下降到零的时间.

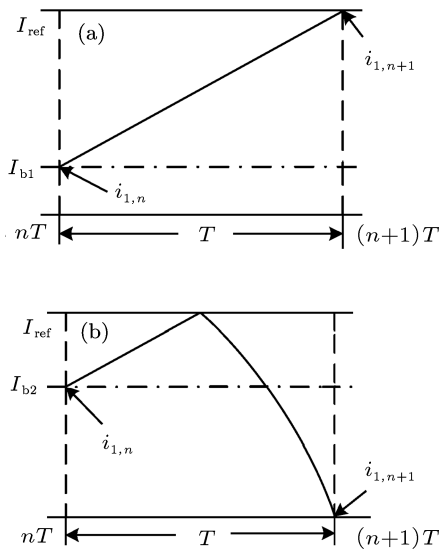


图 3 两个电感电流边界的电感电流波形示意图 (a)  $i_{1,n} = I_{b1}$ ,  $i_{1,n+1} = I_{ref}$ ; (b)  $i_{1,n} = I_{b2}$ ,  $i_{1,n+1} = 0$

按照两个电感电流边界  $I_{b1}$  和  $I_{b2}$  的定义, 存在以下关系式:

$$I_{b1} = I_{ref} - \frac{v_{in}T}{L}, \quad (1)$$

$$I_{b2} = I_{ref} - \frac{v_{in}}{L}(T - \tau_2). \quad (2)$$

## 2.3 二维离散时间模型

如果时钟周期与  $RC_2$  时间常数相比足够小, 可以认为在一个开关周期内输出电容电压恒定不变, 此时, 可以用直流电压源  $V_o$  等效输出部分; 同理, 如果中间电容  $C_1$  的容量足够大, 可以认为在不同工作模式时电容电压分别保持恒定不变. 在这样的情况下, 电流控制二次型 Boost 变换器变为二维系统, 输入和储能电感电流波形变为分段线性波形. 设  $\mathbf{x}_n = [i_{1,n}, i_{2,n}]$  为状态变量在时钟  $nT$  时刻的采样值, 则  $\mathbf{x}_{n+1} = [i_{1,n+1}, i_{2,n+1}]$  是状态变量在下一个时

钟  $(n+1)T$  时刻的采样值. 在两个相邻时钟  $nT$  和  $(n+1)T$  时刻, 依据两个电感电流边界, 可推导出电流控制二次型 Boost 变换器在各个边界条件下的二维分段离散时间模型.

当  $i_{1,n} \leq I_{b1}$  时, 在整个时钟周期内, 开关管保持在导通状态, 对应开关状态一, 此时有

$$\mathbf{x}_{n+1} = f_1(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} i_{1,n} + \frac{v_{in}}{L_1}T \\ i_{2,n} + \frac{v_1}{L_2}T \end{cases}, \quad (3)$$

当  $I_{b1} < i_{1,n} < I_{b2}$  时, 输入电感电流上升到  $I_{ref}$ , 开关状态发生切换, 开关管从导通状态进入关断状态, 输入电感电流下降, 直到这个时钟周期结束, 对应开关状态二, 因此有

$$\mathbf{x}_{n+1} = f_2(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} I_{ref} + \frac{v_{in} - v_1}{L_1}(T - \tau_1) \\ i_2(\tau_1) + \frac{v_1 - V_o}{L_2}(T - \tau_1) \end{cases}, \quad (4)$$

其中,  $\tau_1 = \frac{(I_{ref} - i_{1,n})L_1}{v_{in}}$ ,  $i_2(\tau_1) = i_{2,n} + \frac{v_1}{L_2}\tau_1$ . 在  $I_{b1} < i_{1,n} < I_{b2}$  期间, 如果  $i_{2,n+1}$  下降至 0, 将会进入开关状态三, 变换器进入 DCM.

当  $i_{1,n} \geq I_{b2}$  时, 输入电感电流下降到 0, 即变换器进入 DCM, 对应开关状态四, 有

$$\mathbf{x}_{n+1} = f_3(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} 0 \\ i_2(\tau_2) + \frac{v_1 - V_o}{L_2}(T - \tau_1 - \tau_2) \end{cases}, \quad (5)$$

其中,  $\tau_2 = \frac{I_{ref}L_1}{v_1 - v_{in}}$ ,  $i_2(\tau_2) = i_2(\tau_1) + \frac{v_1 - V_o}{L_2}\tau_2$ . 在  $i_{1,n} \geq I_{b2}$  期间, 如果  $i_{2,n+1}$  下降至 0, 将会进入开关状态五, 即二次型 Boost 变换器的两个电感均工作于 DCM.

当电流控制二次型 Boost 变换器的两个电感均工作于 CCM, 由输入电感的伏秒平衡原理<sup>[20]</sup> 可得:

$$v_{in}D = (v_1 - v_{in})(1 - D). \quad (6)$$

由 (6) 式和电流控制二次型 Boost 变换器两个电感均工作于 CCM 的电压增益<sup>[21]</sup> 可得中间电容  $C_1$  的电容电压为

$$v_1 = \sqrt{v_{in}V_o}. \quad (7)$$

同理, 当电流控制二次型 Boost 变换器工作于 DCM, 即输入电感或储能电感工作于 DCM, 以及输入电感和储能电感均工作于 DCM, 由储能电感的伏秒平衡原理以及电压增益特性<sup>[20,21]</sup> 可得:

$$v_1 = V_o \left\{ 1 - \frac{(V_o - v_{in})\tau_2}{v_{in}T + V_o\tau_2} \right\}. \quad (8)$$

结合 (6)—(8) 式, 可以把 (3)—(5) 式所描述的电流控制二次型 Boost 变换器的二维离散时间模型重写为如下形式:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{bmatrix} i_{1,n+1} \\ i_{2,n+1} \end{bmatrix} = \begin{cases} f_1(\mathbf{x}_n) & i_{1,n} \leq I_{b1} \\ f_2(\mathbf{x}_n) & I_{b1} < i_{1,n} < I_{b2} \\ f_3(\mathbf{x}_n) & i_{1,n} \geq I_{b2} \end{cases} \quad (9)$$

### 3 电流控制二次型 Boost 变换器的动力学行为分析

#### 3.1 不同电流反馈量的分岔行为分析

设计电流控制二次型 Boost 变换器的电路参数为:  $L_1 = 95 \mu\text{H}$ ,  $L_2 = 390 \mu\text{H}$ ,  $V_o = 35 \text{ V}$ ,  $T = 200 \mu\text{s}$ . 当电流反馈量为输入电感电流时, 设计  $I_{\text{ref}} = 1.6 \text{ A}$ ; 当电流反馈量为储能电感电流时, 设计  $I_{\text{ref}} = 1 \text{ A}$ . 以输入电压  $v_{\text{in}}$  为可变参数. 当  $v_{\text{in}}$  在 2—12 V 范围内变化时, 基于 (9) 式, 采用 Matlab 数值仿真软件, 可得到如图 4 所示的电流控制二次型 Boost 变换器输入电感电流和储能电感电流的分岔图, 其中图

4(a) 和 (b) 为输入电感电流作为电流反馈量时的电感电流分岔图, 图 4(c) 和 (d) 为储能电感电流作为电流反馈量时的电感电流分岔图; 图中虚线表示电感电流边界  $I_{b1}$ , 点画线表示电感电流边界  $I_{b2}$ .

从图 4(a) 和 (b) 可以看到, 当输入电感电流作为电流反馈量时, 输入电感电流和储能电感电流的分岔图均呈现有周期态和混沌态. 由于反馈信号为输入电感电流, 储能电感电流不可控, 在  $v_{\text{in}} = 3.5 \text{ V}$  时, 储能电感电流呈现较大幅度波动, 最高为  $4.8 \text{ A}$ . 而当储能电感电流作为电流反馈量时, 如图 4(c) 和 (d) 所示, 输入电感电流和储能电感电流的分岔图亦呈现有周期态和混沌态. 同理, 由于输入电感电流不可控, 在  $v_{\text{in}} = 3—6.8 \text{ V}$  范围时, 输入电感电流均呈现较大幅度波动, 最高为  $6 \text{ A}$ . 同时从图 1 可以看出, 输入电感电流采样装置简单可靠, 只需要在回路串联一个电阻即可实现; 而储能电感电流采样装置需要电流传感器, 系统成本高. 此外, 由于二次型 Boost 变换器具有宽输入和高增益特性 [21], 输入电感电流的可控性非常重要. 基于以上分析, 下面将以输入电感电流作为电流反馈量研究电流控制二次型 Boost 变换器的动力学行为和特性.

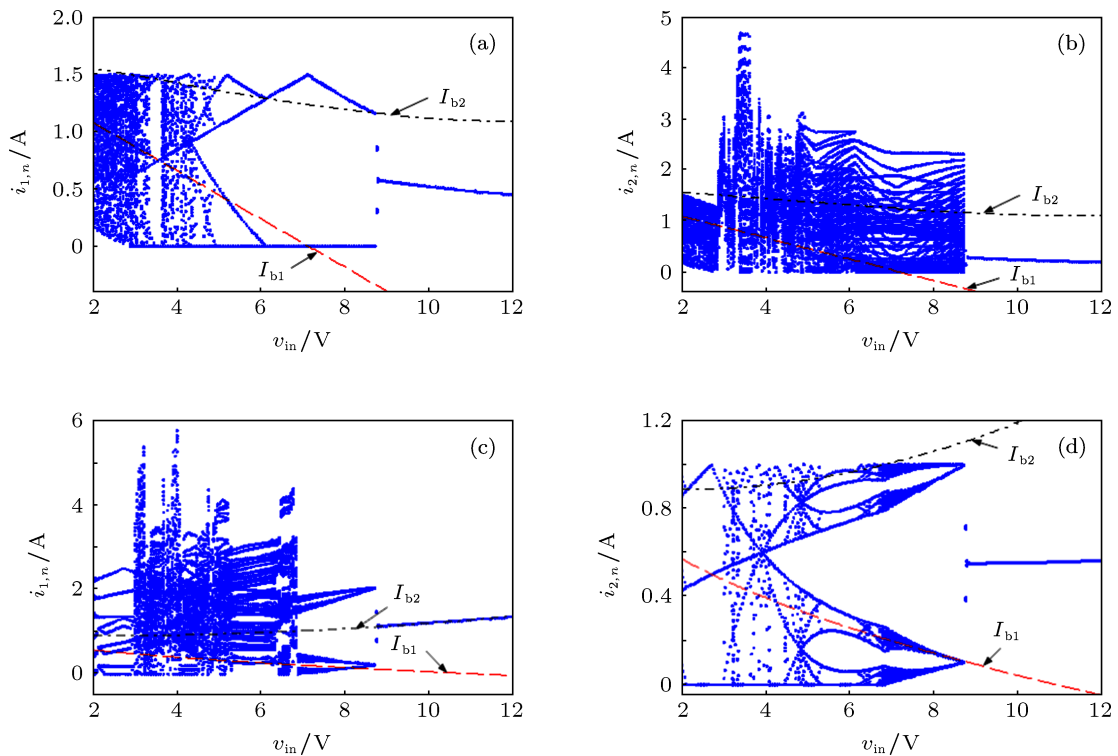


图 4 电流控制二次型 Boost 变换器输入电压变化时分岔图 (a)  $i_1$  作为电流反馈量的输入电感电流; (b)  $i_1$  作为电流反馈量的储能电感电流; (c)  $i_2$  作为电流反馈量的输入电感电流; (d)  $i_2$  作为电流反馈量的储能电感电流

### 3.2 倍周期分岔与边界碰撞分岔

从图 4(a) 不难看出,  $v_{in} = 2\text{--}12\text{ V}$ . 随着输入电压的减小, 在  $v_{in} = 8.84\text{ V}$  处, 二次型 Boost 变换器的运行轨道从稳定的周期 1 发生倍周期分岔形成周期 2, 不稳定的周期 2 运行轨道与电流边界  $I_{b2}$  发生边界碰撞分岔后, 二次型 Boost 变换器直接进入 DCM. 在  $v_{in}$  约为  $7.13\text{ V}$  处, 周期 2 运行轨道与边界  $I_{b1}$  发生边界碰撞分岔后, 产生折叠; 周期 2 运行轨道在  $v_{in}$  约为  $6.1\text{ V}$  处再次与边界  $I_{b2}$  发生边界碰撞分岔后, 进入周期 4; 在  $v_{in}$  约为  $5.18\text{ V}$  处, 周期 4 运行轨道与边界  $I_{b1}$  发生边界碰撞分岔后, 再次产生折叠; 随着输入电压  $v_{in}$  的进一步减小, 运行轨道与两个边界不断碰撞并发生边界碰撞分岔, 直至进入 DCM 阵发混沌状态<sup>[18,19]</sup>, 在  $v_{in} = 2.88\text{ V}$  处, DCM 阵发混沌状态与边界  $I_{b2}$  发生边界碰撞分岔后, 进入 CCM 鲁棒混沌状态<sup>[22]</sup>.

固定输入电压  $v_{in} = 3\text{ V}$ , 选择参考电流  $I_{ref}$  为分岔参数, 其变化范围为  $I_{ref} = 0\text{--}2.5\text{ A}$ , 其他参数保持不变, 电流控制二次型 Boost 变换器电感电流的分岔图如图 5 所示. 需要说明的是, 由于电流反馈量为输入电感电流, 电流的两个边界  $I_{b1}$  和  $I_{b2}$  仅与输入电感电流有关, 因此主要分析电感电流  $i_1$  随参考电流变化的分岔行为.

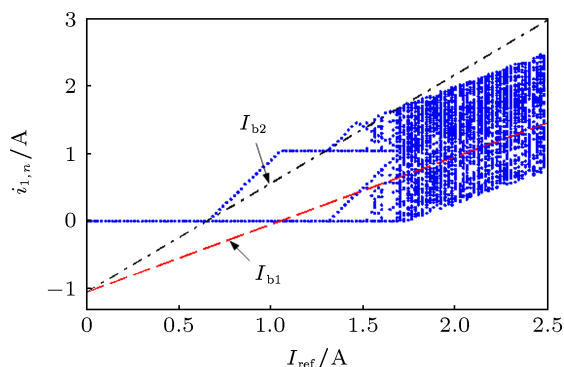


图 5 电流控制二次型 Boost 变换器参考电流变化时分岔图

图 5 中, 随着参考电流的增大, 当  $I_{ref} = 0.45\text{ A}$  时, 二次型 Boost 变换器的运行轨道与电流边界  $I_{b2}$  发生边界碰撞分岔后, 二次型 Boost 变换器从稳定的 DCM 周期 1 进入 DCM 周期 2; 当  $I_{ref} = 0.63\text{ A}$  时, DCM 周期 2 运行轨道与  $I_{b1}$  发生边界碰撞分岔后, 产生折叠; 当  $I_{ref} = 0.89\text{ A}$  时, DCM 周期 2 运行轨道再次与电流边界  $I_{b2}$  发生边界碰撞分岔后, 进入 DCM 周期 4; 随着  $I_{ref}$  的进一步增加, 运行轨道与两个边界不断碰撞并发生边界碰撞分岔, 并最终

进入 DCM 阵发混沌状态; 当  $I_{ref}$  增加至约  $1.52\text{ A}$  处, 运行轨道与电流边界  $I_{b2}$  发生边界碰撞, 二次型 Boost 变换器进入 CCM 鲁棒混沌状态.

因此, 当电路参数发生变化时, 电流控制二次型 Boost 变换器的运行轨道历经了倍周期分岔和边界碰撞分岔两种分岔路由, 其工作状态存在稳定周期态、CCM 鲁棒混沌态和 DCM 阵发混沌态三种状态. 电流控制二次型 Boost 变换器的运行轨道与两个电感电流边界相遇引起边界碰撞分岔后, 其工作状态会有以下两种情形的转移:

- 1) 周期轨道经与边界  $I_{b2}$  发生碰撞分岔后, 其工作状态转移至 DCM 阵发混沌态;
- 2) 在 DCM 阵发混沌态的混沌轨道经与边界  $I_{b2}$  发生碰撞分岔后, 其工作状态则转移至 CCM 鲁棒混沌态.

## 4 工作状态分析与工作域估计

### 4.1 工作状态分析

在电路参数变化过程中, 电流控制二次型 Boost 变换器既可能发生从稳定到不稳定状态的工作状态转移, 也可能发生从 DCM 到 CCM 的工作模式转移.

只有当  $I_{b1} < i_{1,n} < I_{b2}$  时, 电流控制二次型 Boost 变换器才能工作在稳定的周期 1 状态, 根据 (4) 式, 电流控制二次型 Boost 变换器的特征值方程为

$$\lambda = (v_{in} - v_1)/v_{in}. \quad (10)$$

当电流控制二次型 Boost 变换器工作于稳定的周期 1 状态时, 必须满足  $|\lambda| < 1$ . 当  $\lambda$  从  $-1$  穿出单位圆时, 表明二次型 Boost 变换器发生了倍周期分岔, 即产生次谐波振荡现象. 因此, 由 (7) 和 (10) 式, 可以得出从稳定运行的周期 1 轨道到次谐波振荡的临界条件为

$$V_o = 4v_{in}. \quad (11)$$

DCM 至 CCM 的工作模式转移是由边界碰撞分岔行为引起的. 工作模式转移时, 混沌轨道与电感电流边界  $I_{b2}$  相遇, 此时电感电流  $i_{1,n+1}$  处于最大值  $i_{1,max}$ , 即满足

$$I_{b2} = i_{1,max}, \quad (12)$$

其中,  $i_{1,max} = I_{ref}$ .

因此,由(2)和(12)式,可以得出 DCM 至 CCM 的工作模式转移的临界条件为

$$I_{\text{ref}} = T(v_1 - v_{\text{in}})/L_1, \quad (13)$$

(13) 式表明,电流控制二次型 Boost 变换器从 DCM 模式到 CCM 模式转移的临界条件与输入电压、参考电压、输出电压、电感以及开关周期  $T$  有关。(13) 式也可表示为

$$L_1 = T(v_1 - v_{\text{in}})/I_{\text{ref}}, \quad (14)$$

(14) 式描述了输入电感在 DCM-CCM 临界模式时的设计参数值。

## 4.2 工作状态域估计

利用电流控制二次型 Boost 变换器的参数空间映射图划分不同参数区域所对应的工作状态区域,即利用基于(9)式所描述的二次型 Boost 变换器的离散时间模型,研究在  $v_{\text{in}}-I_{\text{ref}}$  的参数空间上的分岔模式。当电路参数的变化范围为:  $v_{\text{in}} = 2-12 \text{ V}$ ,  $I_{\text{ref}} = 0-2.5 \text{ A}$ , 而其他电路参数与图 4 所选取的相同时,可得到如图 6(a) 所示的二次型 Boost 变换器的参数空间映射图。在图 6(a) 中,白色区域代表低周期轨道,黑色区域代表混沌轨道,周期数越大则灰度越深。为了图示清晰,图中采用虚线以区分不同周期数轨道的分界线。图 6(b) 所示为由(11)

和(13)式的临界条件得到的以  $v_{\text{in}}-I_{\text{ref}}$  为参数空间的参数域。

从图 6(a) 中可以看到,在参数空间中二次型 Boost 变换器主要存在四种工作状态区域: CCM 和 DCM 周期 1 区域, CCM 鲁棒混沌区域, DCM 周期区域和 DCM 阵发混沌区域,其中 DCM 周期区域特指周期大于 1 的周期区域。图 6(b) 中所示 CCM 至 DCM 的工作模式转移分界线以及周期 1 区域分界线与图 6(a) 中的状态域相符。

## 5 实验验证

电流控制二次型 Boost 变换器实验电路的参数设计为: 电感  $L_1$  为  $95 \mu\text{H}$ , 电感  $L_2$  为  $390 \mu\text{H}$ , 电容  $C_1$  为  $110 \mu\text{H}$ , 电容  $C_2$  为  $51 \mu\text{H}$ , 开关频率为  $50 \text{ kHz}$ , 主电路选用型号 IRFZ34 的 MOSFET 开关管, 型号 MBR1560 的二极管。选取输入电感电流为电流反馈量, 采样电阻两端电压经过 LT1357 运算放大器放大后作为电感电流采样信号, 电流参考信号为  $1.6 \text{ A}$ , 电流采样信号与参考电流经比较器 LM319N 比较输出作为 RS 触发器的输入信号, 采用 HD74LS02P 或非门搭建的 RS 触发器输出 PWM 调制信号经过驱动芯片 IR2125 驱动 MOSFET 开关管。

输入电压变化时对应的输入电感电流和储能电感电流时域波形图如图 7 所示。为了保证输出电压恒定, 实验中加了电压外环, 其恒定参考电流由输出电压外环给定, 因此电感电流的峰值存在一定的波动。此外, 电感电流呈现出指数上升和下降的特性, 存在一定的弯曲度是由于实验电路中存在寄生参数(二极管和开关管的导通电阻、电感和电容的串联等效电阻等)所致。

由图 7 所示的时域波形可知, 当输入电压为  $11 \text{ V}$  时, 输入电感电流和储能电感电流均为稳定的周期 1 振荡, 周期为  $20 \mu\text{s}$ , 变换器工作在 CCM 周期 1 状态; 当  $v_{\text{in}} = 8.8 \text{ V}$  时, 输入电感电流和储能电感电流均出现次谐波振荡现象, 变换器工作在 CCM 周期 2 状态; 当  $v_{\text{in}} = 4.9 \text{ V}$  时, 输入电感电流呈现的混沌振荡波形中有着间隙性的周期现象, 储能电感电流呈现出混沌非周期振荡现象, 且此时开关变换器工作在 DCM; 而当  $v_{\text{in}} = 2.4 \text{ V}$  时, 输入电感电流和储能电感电流均呈现出非周期的混沌现象, 此时开关变换器工作在 CCM。将图 7 中的实验结果与图 4(a) 和 (b) 中不同输入电压所对应的动力学行为进行比较, 可知两者是完全一致的。

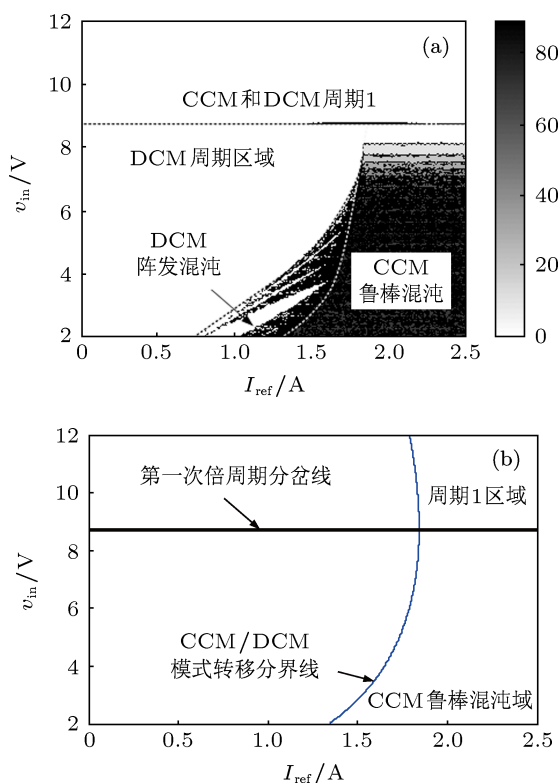
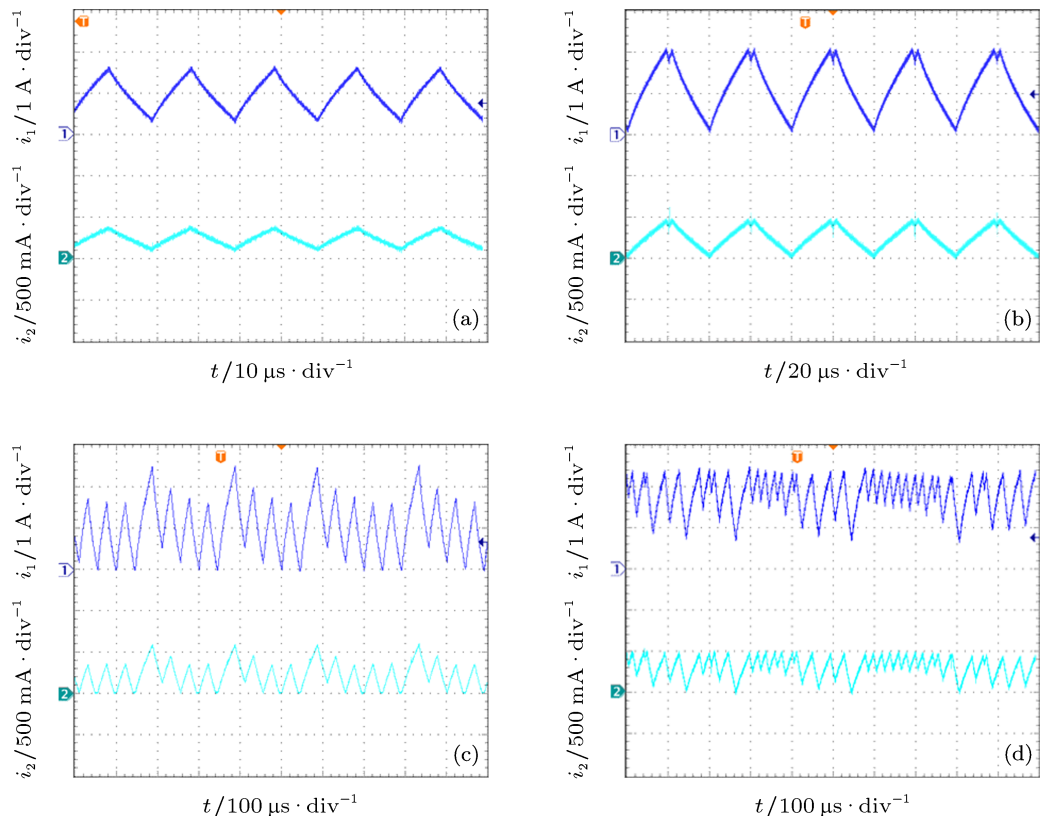


图 6 电路参数变化时状态域和参数域 (a) 状态域; (b) 参数域



图7 电感电流实验波形 (a)  $v_{in} = 11$  V; (b)  $v_{in} = 8.8$  V; (c)  $v_{in} = 4.9$  V; (d)  $v_{in} = 2.4$  V

## 6 结论

深入研究了电流控制二次型 Boost 变换器的动力学理论, 包括动力学离散迭代模型、分岔分析、稳定性分析、工作状态域估计, 以及电路实验验证等. 通过假设开关周期中输出电容电压恒定和中间电容电压分段恒定, 建立了具有两个电感电流边界的等效分段光滑迭代映射模型. 对比分析了以输入电感电流和储能电感电流作为电流反馈量的非线性分岔行为. 讨论和绘制了电流控制二次型 Boost 变换器从稳定状态到次谐波振荡状态, 以及

从 DCM 到 CCM 的转移条件和临界曲线, 并将其临界曲线与估计出不同电路参数时的工作状态域进行对比验证. 由动力学理论分析和实验结果得知, 在电路参数变化时, 电流控制二次型 Boost 变换器历经倍周期和边界碰撞两种分岔道路, 存在稳定周期 1、DCM 阵发混沌和 CCM 鲁棒混沌三种工作状态, 且不同电路参数变化时其工作状态有着两种转移情形, 电流控制二次型 Boost 变换器呈现出了复杂的动力学行为. 最后, 搭建了电路实验平台, 其实验结果与理论结果相符, 验证了理论分析的正确性.

- [1] Maksimovic D, Cuk S 1991 *IEEE Trans. Power Electron.* **6** 151
- [2] Rajagopalan J, Lee F C, Nora P 2007 *IET Electron. Power Appl.* **1** 362
- [3] Tse C K, Bernardo M D 2002 *Proc. IEEE* **90** 768
- [4] Zhao Y B, Zhang D Y, Zhang C J 2007 *Chin. Phys.* **16** 933
- [5] Dai D, Ma X K, Li X F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2729 (in Chinese) [戴栋, 马西奎, 李小峰 2003 物理学报 **52** 2729]
- [6] Zhou Y F, Chen J N, Ke D M 2005 *Acta Electron. Sin.* **33** 915 (in Chinese) [周宇飞, 陈军宁, 柯导明 2005 电子学报 **33** 915]
- [7] Zhang Y, Zhang H, Ma X K 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8432 (in Chinese) [张源, 张浩, 马西奎 2010 物理学报 **59** 8432]

- [8] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2842 (in Chinese) [王发强, 张浩, 马西奎 2008 物理学报 **57** 2842]
- [9] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2949 (in Chinese) [包伯成, 许建平, 刘中 2009 物理学报 **58** 2949]
- [10] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4742
- [11] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Acta Electron. Sin.* **37** 2787 (in Chinese) [包伯成, 许建平, 刘中 2009 电子学报 **37** 2787]
- [12] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508
- [13] Bi Y C, Wang X F, Liu L S 2010 *J. Harbin Univ. Sci. Tech. China* **15** 77 (in Chinese) [毕玉春, 汪小峰, 刘立生 2010 哈尔滨理工大学学报 **15** 77]

- 15 77]
- [14] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Du X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6275 (in Chinese) [卢伟国, 周维维, 罗全明, 杜雄 2007 物理学报 **56** 6275]
- [15] Liu F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080511
- [16] Bao B C, Zhou G H, Xu J P, Liu Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3769 (in Chinese) [包伯成, 周国华, 许建平, 刘中 2010 物理学报 **59** 3769]
- [17] Bao B C 2013 *An Introduction to Chaotic Circuits* (Beijing: Science Press) p153 (in Chinese) [包伯成 2013 混沌电路导论 (北京: 科学出版社) 第 153 页]
- [18] Bao B C, Zhang X, Xu J P, Wang J P 2013 *Electronic Lett.* **49** 287
- [19] Wang J P, Bao B C, Xu J P 2013 *IEEE Trans. Industrial Electron.* **60** 1759
- [20] Xu J P 1993 *Int. J. Electron.* **74** 465
- [21] Yang P, Xu J P, Zhang S Y, Wang J P 2011 *Trans. China Electrotech. Soc.* **26** 101 (in Chinese) [杨平, 许建平, 张士宇, 王金平 2011 电工技术学报 **26** 101]
- [22] Yang P, Bao B C, Sha J, Xu J P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010504 (in Chinese) [杨平, 包伯成, 沙金, 许建平 2013 物理学报 **62** 010504]

# Dynamics of current controlled quadratic boost converters\*

Yang Ping<sup>1)</sup> Xu Jian-Ping<sup>1)</sup> He Sheng-Zhong<sup>1)</sup> Bao Bo-Cheng<sup>2)†</sup>

1) (Key Laboratory of Magnetic Suspension Technology and Maglev Vehicle, Ministry of Education, School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

2) (School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

(Received 9 April 2013; revised manuscript received 28 April 2013)

## Abstract

The two inductor current boundaries are derived, and segmented smooth iteration mapping model of current controlled quadratic boost converter is established based on the detailed description of switching states. The comparative analyses of the nonlinear bifurcation behaviors are performed with input inductor current and the storage inductor current as current feedback respectively. Two boundary conditions for the transition from stable period-one state to sub-harmonic oscillation state and for the transition from discontinuous conduction mode to continuous conduction mode are derived by analyzing stability and operation mode. The operation-state regions corresponding to circuit parameter regions are estimated by utilizing the parameter-space maps. An experimental circuit is built and the results show that both different bifurcation routes and operation mode transition phenomenon are changed with parameter variation, the current controlled quadratic boost converter exhibits complicated dynamical behaviors. The experimental results verify the correctness of the theoretical analysis.

**Keywords:** quadratic boost converter, switching state, mode shift, border-collision bifurcation

**PACS:** 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.62.160501

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51177140) and the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 2682013ZT20).

† Corresponding author. E-mail: mervinbao@126.com