

多可激性障碍下的螺旋波动力学*

袁国勇^{1)2)†} 张焕¹⁾ 王光瑞³⁾

1) (河北师范大学物理科学与信息工程学院, 石家庄 050024)

2) (河北省新型薄膜材料实验室, 石家庄 050024)

3) (北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(2013年4月4日收到; 2013年5月2日收到修改稿)

在许多实际可激系统中局部不均匀是广泛存在的, 它们是螺旋波形成以及动力学行为改变的重要因素. 本文研究了可激性障碍对螺旋波动力学行为的影响. 研究表明, 在障碍区域内可激性参数大于区域外情况下障碍会对其附近的螺旋波波头有吸引作用, 多局部障碍共存时吸引行为不仅依赖障碍分布, 而且依赖障碍的大小以及区域内可激性参数的具体取值. 通过抑制变量小值区域的变化分析了这些行为发生的原因. 在障碍区域内可激性参数小于区域外情况下障碍对其近邻的螺旋波波头有排斥作用, 排斥后波头的运动依赖初始螺旋波是刚性旋转的还是漫游的. 多局部障碍共存时排斥作用对螺旋波动力学行为的改变依赖障碍的分布、大小与区域内可激性参数的具体取值以及初始螺旋波的类型.

关键词: 螺旋波, 时空混沌, 可激性障碍

PACS: 05.45.-a, 05.65.+b, 47.54.-r

DOI: 10.7498/aps.62.160502

1 引言

螺旋波是可激与振荡介质中典型的远离平衡态结构, 它涉及物理、化学、生物、医学以及数学等众多学科^[1]. 在心肌组织的电活动中, 螺旋波的出现通常认为是心律失常的主要原因, 而螺旋波的自发破碎被认为是室颤发生的标志. 螺旋波动力学也在其他可激与振荡系统中得到了广泛研究, 例如: Belousov-Zhabotinsky (BZ) 反应^[2]、电场与磁场作用下的液晶^[3]、充满非线性介质的光学谐振腔^[4]、自组织过程中的黏性霉菌^[5]、非洲爪蟾卵细胞^[6]、局部增强的脑皮层系统^[7]、Pt 催化表面上的 CO 氧化反应^[8] 以及介质阻挡放电系统^[9] 等.

事实上, 许多可激系统是非均匀的, 比如: 心肌组织中血管与坏死点的存在, 化学可激系统中温度或其他参数梯度的存在. 一个大的不可激障碍会使传播的波锋局部受阻, 使其破为两个波锋, 两个波

锋与不可激障碍分离后会形成两个螺旋波^[10-13]. 当行波通过不可激障碍中间的窄区域时, 在一些条件下它也能演化为螺旋波^[14,15]. 可见可激介质中不均匀障碍的出现是螺旋波形成的一个重要的方式, 这对于理解心肌系统中螺旋波的产生以及心律失常的发生是极为重要的. 另一方面, 不均匀障碍对螺旋波动力学的影响也被广泛研究, 给出了许多重要的研究结果, 比如: 一个足够大的障碍能够阻止螺旋波破碎的发生^[16-19]; 可激媒质的机械形变、参数的梯度分布能引发螺旋波的破碎、正常与反常漂移^[20-22]; 在圆形介质中边界与内部的不均匀能导致内传螺旋波的形成, 等等. 对于一些实际系统 (比如心脏), 需要消除螺旋波以及它破碎后形成的时空混沌, 人们已经发展了很多的控制、消除方案^[23,34]. 这些方案基本都是针对均匀介质提出的, 在一些条件下不可激或不可传导的障碍会固定螺旋波波头, 使波头在它的边界上运动, 讨论以前方案在这种情况下是否有效以及提出此种情况

* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 11005030)、河北省自然科学基金 (批准号: A2013205147) 和河北省教育厅科研基金 (批准号: 2009135) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: g-y-y1975@sohu.com

下螺旋波的消除方法是一个重要的研究内容. 文献[35—41]讨论了局部周期起搏方案对固定螺旋波的适用情况.

在已有的研究中, 障碍内的区域通常被设定为不可激或不可传导的, 在数值研究中它们被处理为无流或 Dirichlet 边界. 这对一些情况是合理的, 比如在心肌组织中血管所在的区域就可以看作不可激的障碍. 事实上, 有些情况是系统局部的可激性被减弱或增强, 而不是完全丧失, 比如心肌组织中疤痕组织或离子的不均匀. 本文研究可激性被减弱或增强的障碍对螺旋波动力学的影响, 研究多个障碍共存不均匀介质中的螺旋波动力学.

2 模型

采用 FitzHugh-Nagumo (FHN) 模型, 它是由描述神经元放电活动的 Hodgkin-Huxley (HH) 模型简化而来. 虽然此模型只有两个变量, 但它能描述可激系统的主要性质, 如: 激发阈值、易损期以及不应期的存在, 外电流刺激下脉冲链、靶波的产生以及可激波的传播等. 模型的数学描述如下:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}[-v - u(u-a)(u-1)] + \nabla^2 u, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\gamma v + \beta u - \delta, \quad (2)$$

式中, u 描述细胞的跨膜电位, v 描述通过细胞膜各种离子电流的综合作用; ε 为可激性参数, 它决定 u , v 随时间变化尺度的比率; a 为描述激发阈值的参数; γ , β 与 δ 为描述系统静息态的参数.

在本文中, 固定参数 $a = 0.03$, $\gamma = 1.0$, $\delta = 0$ 以及 $\beta = 2.0$. 可激性障碍出现后, ε 的取值如下:

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_{\text{obs}} & (x - x_{\text{obs}}^i)^2 + (y - y_{\text{obs}}^i)^2 < R_{\text{obs}}^2 \\ \varepsilon_{\text{ini}} & \text{在障碍以外的区域} \end{cases}, \quad (3)$$

ε_{ini} 为障碍出现前均匀介质的可激性参数; ε_{obs} 为障碍内的可激性参数; 角标 i 描述不同的局部障碍, $(x_{\text{obs}}^i, y_{\text{obs}}^i)$ 是第 i 个障碍的中心; R_{obs} 为圆形障碍的半径. 在障碍出现前, 先用行波截断法在均匀介质中生成一个螺旋波, 此螺旋波中心的位置记为 $(x_{\text{sp}}, y_{\text{sp}})$. 数值模拟采用分裂算子法, 空间被离散为 200×200 格阵, 空间步长为 $h = 0.1$, 时间步长为 $\Delta t = 0.005$, 边界为无流边界.

3 局部可激性障碍对波头的吸引与排斥

为考察局部障碍对螺旋波动力学行为的影响, 先在 $\varepsilon = \varepsilon_{\text{ini}}$ 的均匀介质中产生一个螺旋波, 待螺旋波充分发展后让一内部可激性参数为 ε_{obs} 的局部障碍出现在介质中. 图 1 给出了 $\varepsilon_{\text{ini}} = 0.003$ 时 $\varepsilon_{\text{obs}} < \varepsilon_{\text{ini}}$ 与 $\varepsilon_{\text{obs}} > \varepsilon_{\text{ini}}$ 两种情况下障碍对螺旋波波头运动的影响, 可以看到存在着两种截然不同的相互作用, 即吸引与排斥. 设螺旋波中心与障碍中心的距离为 d , 排斥与吸引作用发生在初始 d 比较小的情况下. 对于 $\varepsilon_{\text{obs}} < \varepsilon_{\text{ini}}$ 的情况, d 存在着一个临界值 d_{crit} , 障碍对螺旋波中心的不同影响取决于 d 与 d_{crit} 的比较: 若 $d < d_{\text{crit}}$, 障碍对螺旋波中心有排斥作用, 螺旋波中心会远离障碍, 当它们之间的距离达到临界值 (即 $d = d_{\text{crit}}$) 时排斥作用停止; 若 $d > d_{\text{crit}}$, 障碍对螺旋波中心有吸引作用, 螺旋波中心会靠近障碍, 当它们之间的距离达到临界值

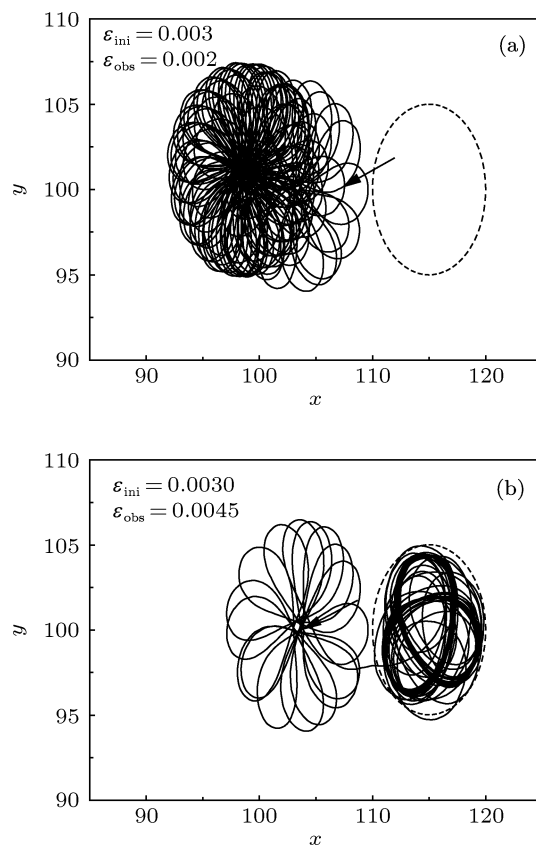


图 1 局部可激性障碍对螺旋波的吸引与排斥, 圆描述障碍所在的区域, 其中心位置为 $(x_{\text{obs}}, y_{\text{obs}}) = (115, 100)$, 半径为 $R_{\text{obs}} = 5$; 障碍出现时, 螺旋波中心的位置约为 $(x_{\text{sp}}, y_{\text{sp}}) = (103, 100)$, 见图中箭头所指的位置 (a) $\varepsilon_{\text{obs}} < \varepsilon_{\text{ini}}$ 时, 障碍有排斥作用; (b) $\varepsilon_{\text{obs}} > \varepsilon_{\text{ini}}$ 时, 障碍有吸引作用

(即 $d = d_{\text{crit}}$) 时吸引作用停止, 螺旋波中心会停留在距离障碍中心 d_{crit} 的位置处, 不会进入到障碍内部. 对于 $\varepsilon_{\text{obs}} > \varepsilon_{\text{ini}}$ 的情况, 障碍会对螺旋波中心有吸引作用, 螺旋波波头会被吸引到障碍内部, 并束缚波头在其内部运动.

障碍对螺旋波波头运动的两种不同影响与可激波在障碍内传播速度的变化有关. 理论分析与数值模拟表明, 可激波在可激媒质中的传播速度会随可激性参数 ε 的增大而减少. 下面给出在本文的参数下几个不同 ε 对应的均匀介质中螺旋波传播速度 v_{sp} (在 150, 100 附近测量获得): $\varepsilon = 0.002$, $v_{\text{sp}} = 0.525$; $\varepsilon = 0.003$, $v_{\text{sp}} = 0.491$; $\varepsilon = 0.004$, $v_{\text{sp}} = 0.465$; $\varepsilon = 0.0045$, $v_{\text{sp}} = 0.455$; $\varepsilon = 0.0049$, $v_{\text{sp}} = 0.419$. 在有局部障碍的介质中: 若 $\varepsilon_{\text{obs}} < \varepsilon_{\text{ini}}$, 则在障碍内传播的可激波部分会被加速; 相反, 若 $\varepsilon_{\text{obs}} > \varepsilon_{\text{ini}}$, 在障碍内传播的可激波部分会被减速. 它们会影响波头附近 v 的小值区域 (SV 区域), 进而影响波头的运动.

4 多吸引型障碍介质中的螺旋波动力学

4.1 多吸引型障碍对螺旋波波头运动的影响

可激性参数满足 $\varepsilon_{\text{obs}} > \varepsilon_{\text{ini}}$ 的障碍对其附近的波头有吸引作用, 这里称其为吸引型障碍; 可激性

参数满足 $\varepsilon_{\text{obs}} < \varepsilon_{\text{ini}}$ 的障碍对其近邻的波头有排斥作用, 这里称其为排斥型障碍. 为考虑多局部吸引型障碍对螺旋波动力学的影响, 先在 $\varepsilon_{\text{ini}} = 0.003$ 的均匀媒质中产生一个螺旋波, 其中心位置约为 $(x_{\text{sp}}, y_{\text{sp}}) = (103, 100)$; 待螺旋波充分发展后, 在空间 $(89, 92)$, $(117, 92)$ 与 $(103, 116)$ 处引入三个圆形的吸引型障碍 ($\varepsilon_{\text{obs}} > \varepsilon_{\text{ini}}$), 以三个障碍区域中心为顶点构成了一个正三角形, 其中心位置与螺旋波中心位置基本吻合. 三个吸引型障碍单独存在时都能将波头吸引到障碍区内, 按直觉推测它们的共存会阻碍螺旋波波头进入到某个障碍区内或使进入到某个障碍区时间延长, 然而数值模拟表明它们的共存大多数情况下能加快波头进入到相应的障碍内. 比如, 三个 $R_{\text{obs}} = 5$, $\varepsilon_{\text{obs}} = 0.0045$ 障碍共存时, 螺旋波波头会在障碍出现后 300 多个时间步内进入 $(89, 92)$ 处的障碍区内, 而 $(89, 92)$ 处的障碍单独存在时波头进入则需要 800 个时间步.

螺旋波波头进入到哪个局部障碍也不是固定的, 它依赖 R_{obs} 与 ε_{obs} 的取值. 图 2(a) 与 (b) 给出了 $\varepsilon_{\text{obs}} = 0.0045$ 固定时两个不同 R_{obs} 取值下波头的运动情况, 可以看到 $R_{\text{obs}} = 5$ 时螺旋波波头进入 $(117, 92)$ 处的局部障碍 (见图 2(a)), 而 $R_{\text{obs}} = 8$ 时螺旋波波头进入 $(89, 92)$ 处的局部障碍 (见图 2(b)). 图 2(c) 与 (d) 给出了 $R_{\text{obs}} = 8$ 固定时两个不同 ε_{obs} 取值下

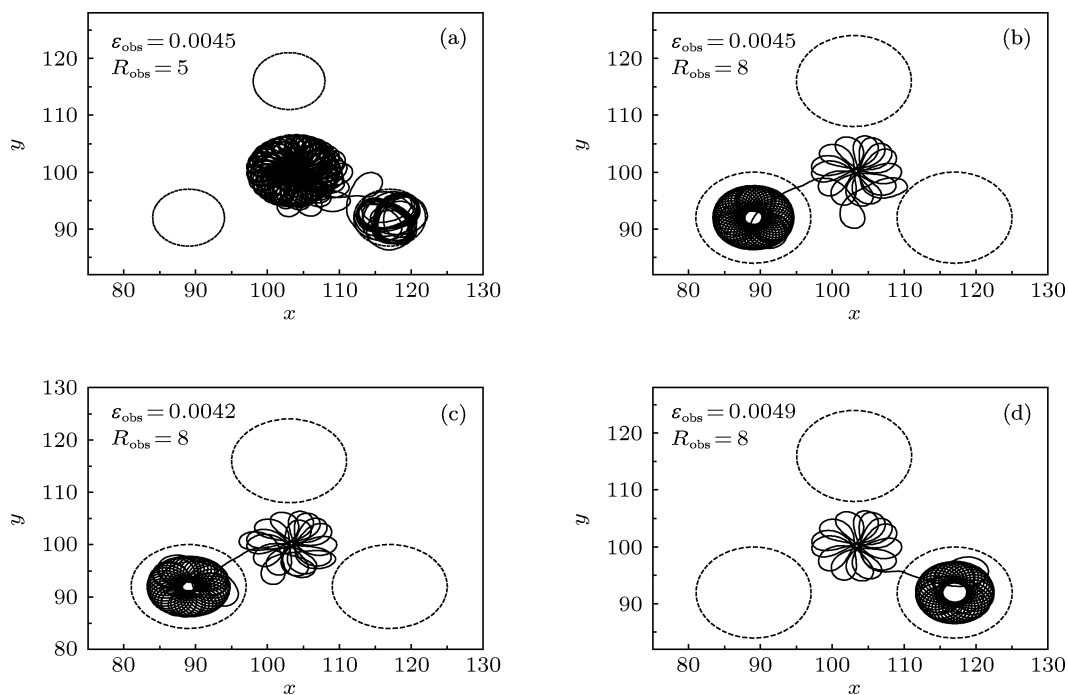


图 2 多吸引型障碍对螺旋波波头的吸引 (a), (b) $\varepsilon_{\text{obs}} = 0.0045$ 固定, $R_{\text{obs}} = 5$ 与 $R_{\text{obs}} = 8$ 两种情况下吸引行为; (c), (d) $R_{\text{obs}} = 8$ 固定, $\varepsilon_{\text{obs}} = 0.0042$ 与 $\varepsilon_{\text{obs}} = 0.0049$ 两种情况下吸引行为的对照; 这里, $\varepsilon_{\text{ini}} = 0.003$, 圆所在的位置为障碍区

波头的运动情况, 可以看到 $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0042$ 时螺旋波波头进入 (117, 92) 处的局部障碍 (见图 2(c)), 而 $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0049$ 时螺旋波波头进入 (89, 92) 处的局部障碍 (见图 2(d)). 这些行为可以通过分析 SV 区域形状和位置的变化来解释.

4.2 基于 SV 区域的解释

SV 区域通常分布在可激波波锋附近, 其分布的变化会改变可激波锋传播的情况. 在锋前有大面积 SV 区域的地方, 波锋有较大的传播速度; 相反, 在锋前 SV 区域比较小的地方, 波锋的传播速度会比较小, 若锋前没有 SV 区域, 则此处波锋向前的传播会被阻止. 锋前 SV 区域的面积受此处波锋与前方波背间距离的影响, 距离越大, SV 区域的面积越大. 分析漫游波头附近 SV 区域的变化可以解释花瓣形波头轨道的形成, 当波头前方没有 SV 区域时波头将做平滑运动, 给出一段比较直的轨道; 随着平滑运动的进行, 波头与其正前方波背间的距离也再增大; 增大到一定程度, 波头前方开始出现 SV 区域, 波头开始有向前伸展的运动, 会形成一段大曲率的弧轨道, 如此波头运动将形成花瓣形波头轨道.

为了更清楚地观测波头进入到局部障碍内的过程, 图 3 中用粗黑线标出了障碍出现后 451 个时间步内的一段波头轨道, 粗黑线上相邻圆点间的时间间隔为 10 个时间步. 从障碍出现时刻开始计时 (即 $t = 0$, 单位为时间步), 此时波头的位置在标有数字“1”的圆点处, 则标有“2”的圆点是 $t = 10$ 时波头的位置, 其他圆点对应的时刻依此类推. 在图 3 中, ϵ_{ini} 与 ϵ_{obs} 的取值分别为 0.003 与 0.0045. 图 3(a) 中障碍的半径为 $R_{\text{obs}} = 8$, 此情况下螺旋波波头被吸引到 (89, 92) 位置处的障碍圆内; 图 3(b) 中障碍的半径为 $R_{\text{obs}} = 9$, 此情况下螺旋波波头被吸引到 (117, 92) 位置处的障碍圆内. 这种吸引的不同可以通过对 SV 区域的分析来解释, 图 4 给出了 $R_{\text{obs}} = 8$ 障碍出现后螺旋波波头附近 12 个不同时刻的 SV 区域分布以及螺旋波轮廓线, 图 5 给出了 $R_{\text{obs}} = 9$ 时的相应情况. $t = 0$ 时, 波头刚经历完大曲率的弧线运动, 波头前的 SV 区域消失 (见图 4(a) 与图 5(a)), 波头向前的延伸运动被阻止, 它将沿一段比较直的线 (图 3 中圆点“1”与圆点“5”之间的部分) 做平滑运动. 在波头做平滑运动中, 波头前方的波背在向前行进, 导致波头与此波背间的距离会

逐渐变大, 当距离大到一定程度, 波头前开始出现 SV 区域 (见图 4(e) 与图 5(e)), 波头开始有向前延伸的运动, 波头轨道将不再沿比较直的线运动, 而做大曲率的弧线运动 (图 3(a) 中圆点“5”与圆点“9”之间的部分, 图 3(b) 中圆点“5”与圆点“10”之间的部分). 观察图 3 可以发现: $R_{\text{obs}} = 8$ 与 $R_{\text{obs}} = 9$ 两种情况下的弧线运动不是完全相同的, $R_{\text{obs}} = 9$ 下初始阶段的弧线运动要比 $R_{\text{obs}} = 8$ 下的相应弧线运动曲率小, 也就是说转弯的弯度小. 这一点可以通过分析两种情况下的 SV 分布情况给予解释, 波头轨道要转弯时, 可激波的局部部位刚通过 (89, 92) 位置处的吸引型障碍, 因为 $\epsilon_{\text{obs}} > \epsilon_{\text{ini}}$, 所以这部分的传播速度会变慢 (见图 4(e), (f) 与图 5(e), (f)), 波背到波头的距离会较没有障碍时小, 这会减少在此方向出现 SV 区域的面积. 传播速度变慢的程度与障碍区的面积有关, $R_{\text{obs}} = 9$ 障碍区域的面积要大一些, 通过它的局部波的传播速度更小一些, 此处波背距波头的距离也要更小一些, 从而此方向出现 SV 区域的时间会晚一些、面积会小一些, 因此波头转弯的弯度要小一些. 随着波头向前延伸运动进行, 波头与前方波背的距离开始变小, 波头前的 SV 区域开始变小并逐渐消失 (见图 4(i) 与图 5(j)). 波头开始做平滑运动, 即开始沿一段比较直的轨道运动. 此时, $R_{\text{obs}} = 8$ 与 $R_{\text{obs}} = 9$ 两种情况下的弧线运动的不同会导致这段直轨道运动更大的不同, 前者波头的运动方向近乎竖直向下 (图 3(a) 中圆点“9”与圆点“12”之间的部分), 后者波头的运动方向是右下方 (图 3(b) 中圆点“10”与圆点“16”之间的部分). 在这段直线运动中, 波的局部穿过 (117, 92) 位置处的障碍圆, 这部分的运动会减慢. 由于 $R_{\text{obs}} = 8$ 情况下的波头是沿竖直方向向下平滑的, 穿过 (117, 92) 障碍圆后波局部速度的变慢对波头前出现的 SV 区域影响较小, 从图 4 可以看到在 $t = 110$ 时刻 (对应图 3(a) 中圆点“12”处的波头位置) 波头前开始出现 SV 区域, 大曲率的弧线运动开始. 而在 $R_{\text{obs}} = 9$ 情况下, 波头向右下方运动, 运动方向朝着 (117, 92) 位置处的障碍圆, 此时波头的运动有靠近前方波背方向的分运动, 再加上穿过 (117, 92) 障碍圆后波局部速度的变慢, 且 $R_{\text{obs}} = 9$ 情况的变慢程度要比 $R_{\text{obs}} = 8$ 大, 因此在很长时间内波头前不会出现较大面积 SV 区域, 波头将保持直线运动, 直到进入到 (117, 92) 位置处的障碍区内. 进入障碍区域后, 波头近邻处可激波的传播速度会变小, 而障碍

区域外的可激波保持这相对大的传播速度, 波头与前方波背间的距离会一直保持很大, 因此波头前方会始终保持较大面积的 SV 区域 (见图 5(k), (l)), 在障碍区域内波头不会再有沿近乎直线的运动 (见图 3(b) 圆点“15”以后的轨道), 这样波头也被束缚在障碍区域内.

利用同样的分析过程, 我们也可以理解障碍区域内可激性参数对波头运动情况的影响. 从上面的分析可以看到在多局部障碍共存的媒质中螺旋波的动力学行为与局部障碍的分布、局部障碍的大小以及内部可激性参数的具体取值都有直接的关系.

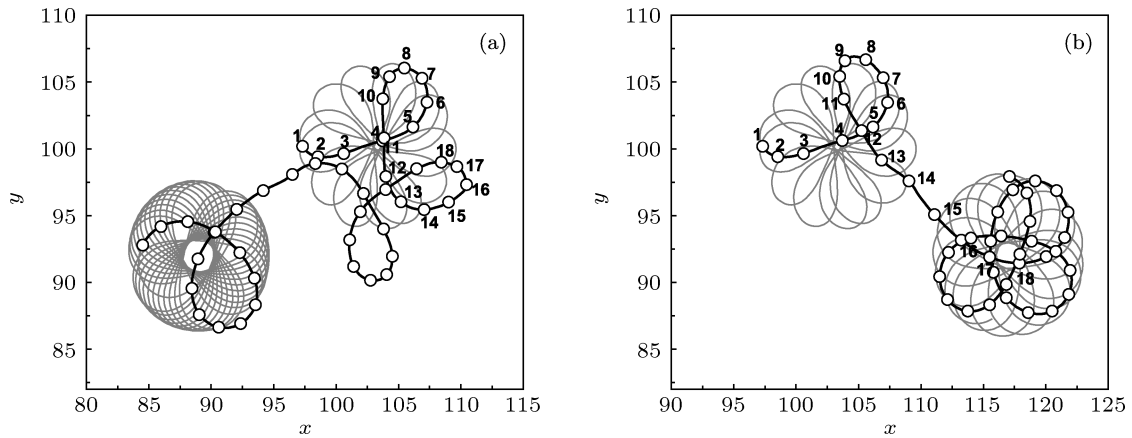


图 3 多吸引型障碍介质中, $R_{\text{obs}} = 8$ (a) 与 $R_{\text{obs}} = 9$ (b) 两种情况下波头进入障碍区路径的比较; 灰色的轨道为长时间的波头轨道, 包含障碍出现前均匀介质中 1000 个时间步长的运动轨道; 黑色粗线为障碍出现后 451 个时间步内的波头轨道, 粗黑线上相邻圆点间的时间间隔为 10 个时间步, 圆点“1”对应的时刻为障碍出现的时刻, 设为 $t = 0$; 参数 $\epsilon_{\text{mi}} = 0.003$, $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0045$

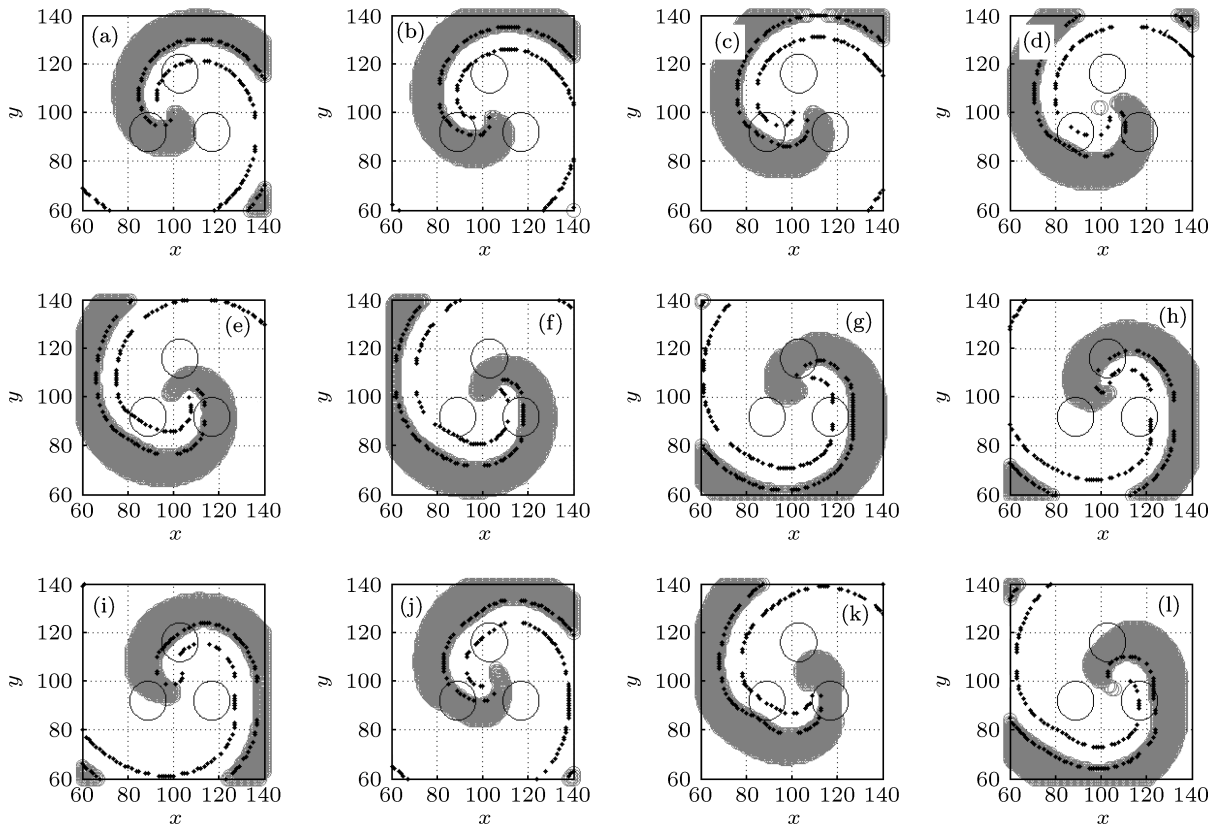


图 4 $R_{\text{obs}} = 8$ 情况下波头附近的可激波轮廓线以及 SV 区域在 12 个不同时刻的快照, 相应的时刻为 (a) $t = 0$, (b) $t = 10$; (c) $t = 20$; (d) $t = 30$; (e) $t = 40$; (f) $t = 50$; (g) $t = 70$; (h) $t = 80$; (i) $t = 90$; (j) $t = 110$; (k) $t = 140$; (l) $t = 170$; 12 个时刻处波头的相应位置位于图 3(a) 中圆点 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15 以及 18 处; 其他参数同图 3, 圆所在的位置为障碍区

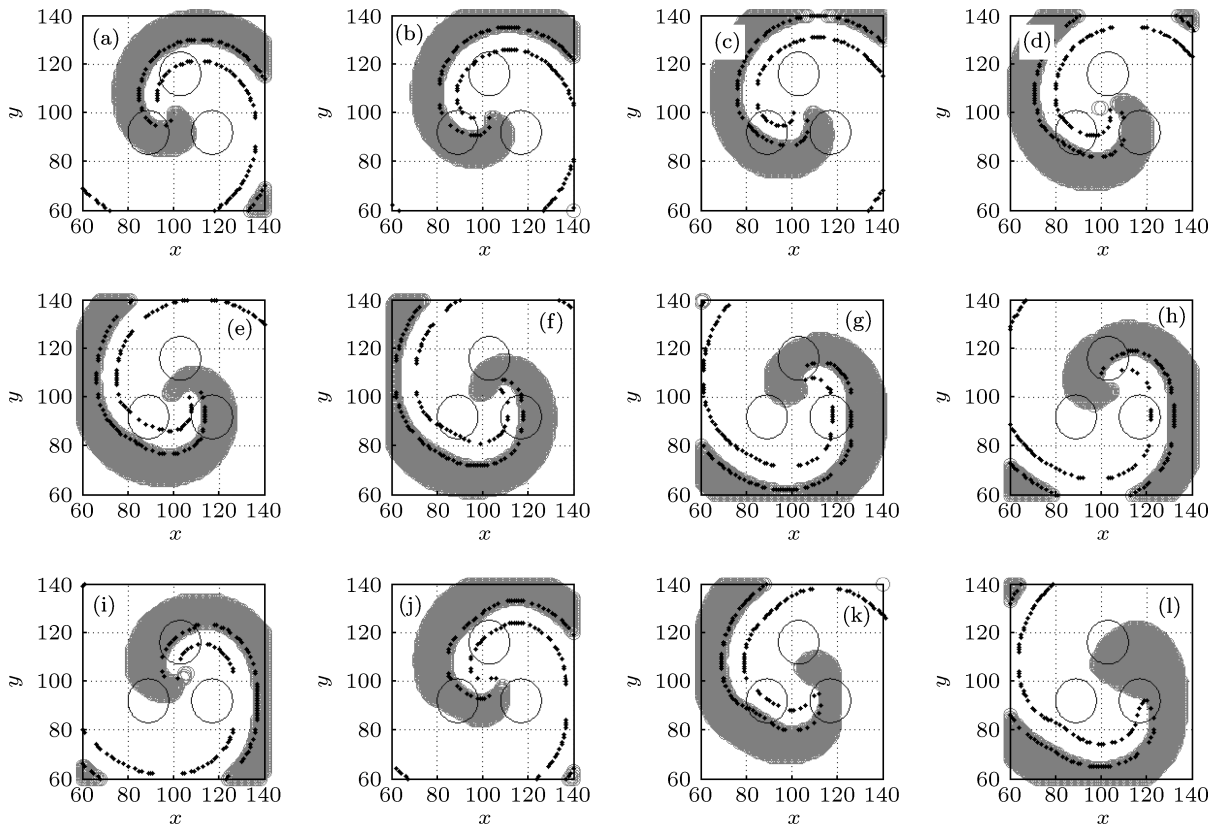


图5 $R_{\text{obs}} = 9$ 情况下波头附近的可激波轮廓线以及 SV 区域在 12 个不同时刻的快照, 相应的时刻为 (a) $t = 0$, (b) $t = 10$; (c) $t = 20$; (d) $t = 30$; (e) $t = 40$; (f) $t = 50$; (g) $t = 70$; (h) $t = 80$; (i) $t = 90$; (j) $t = 110$; (k) $t = 140$; (l) $t = 170$; 12 个时刻处波头的相应位置位于图 3(a) 中圆点 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15 以及 18 处; 其他参数同图 3, 圆所在的位置为障碍区

5 多排斥型障碍介质中的螺旋波动力学

接下来考虑多排斥型障碍对螺旋波波头运动的影响. 先在 $\epsilon_{\text{ini}} = 0.0045$ 的均匀可激介质中生成一个螺旋波, 此螺旋波波头会沿一半径很大的极限环做圆滚运动, 极限环的中心 $(x_{\text{sp}}, y_{\text{sp}}) = (83, 122)$. 待螺旋波充分发展后, 在空间 $(52, 104)$, $(114, 104)$ 与 $(83, 158)$ 处引入三个排斥型圆形障碍. 以障碍中心为顶点构成了一个正三角, 螺旋波的中心为正三角形的中心, 图 6(a) 与 (b) 描述了此分布下螺旋波波头运动随障碍半径 R_{obs} 的变化. 当 R_{obs} 比较小时, 波头轨道依然被束缚在正三角形内部, 但由于排斥型障碍的排斥作用, 波头轨道的形状会发生改变 (图 6(a)); 当 R_{obs} 比较大时, 障碍具有更大的排斥作用, 它们会把波头排斥到三角形外面的一个位置, 然后在那里做圆滚运动 (图 6(b)). 这种情况也体现在波头轨道随 ϵ_{obs} 的变化中, ϵ_{obs} 比较小时, 障碍的排斥作用比较大, 螺旋波波头会被排斥到三角形的外面 (图 6(c)), 随着 ϵ_{obs} 的变大, 障碍的排斥作用

减弱, 螺旋波波头会留在三角形内部运动 (图 6(d)).

螺旋波波头被排斥到三角形外后的运动情况也与 ϵ_{ini} 的取值有关. ϵ 是可激性参数, 在均匀介质中螺旋波的动力学行为依赖于 ϵ 的取值. 在本文的 γ, β 与 δ 取值下, $\epsilon > 0.00465$ 时螺旋波波头会沿一个圆运动, $\epsilon < 0.00465$, 圆轨道会经霍普夫分岔转变为圆滚型轨道 (漫游轨道). 前者对应的波称为刚性旋转螺旋波, 后者称为调制旋转螺旋波. 图 7 给出了 4 个不同 R_{obs} 取值下 3 个对称放置排斥型障碍对刚性旋转螺旋波的影响. R_{obs} 比较小时, 每个障碍的排斥作用比较弱, 波头依然在三角形区域内运动, 但受障碍的排斥作用, 其轨道会发生形变, 每个周期后也不再闭合 (见图 7(a)). R_{obs} 的增大会增强排斥作用, 螺旋波波头会被排斥到三角形外, 与 $\epsilon_{\text{ini}} < 0.00465$ 情况不同的是: $\epsilon_{\text{ini}} < 0.00465$ 时, 排斥到三角形外的波头会固定到一个位置做圆滚运动; 而 $\epsilon_{\text{ini}} > 0.00465$ 时, 排斥到外面的波头会沿包含三个障碍的轨道做圆滚运动 (见图 7(b) 与 (c)). R_{obs} 增加到一定程度时, 波头又会被束缚到三角形内, 而且波头的运动范围被压缩 (见图 7(d)).

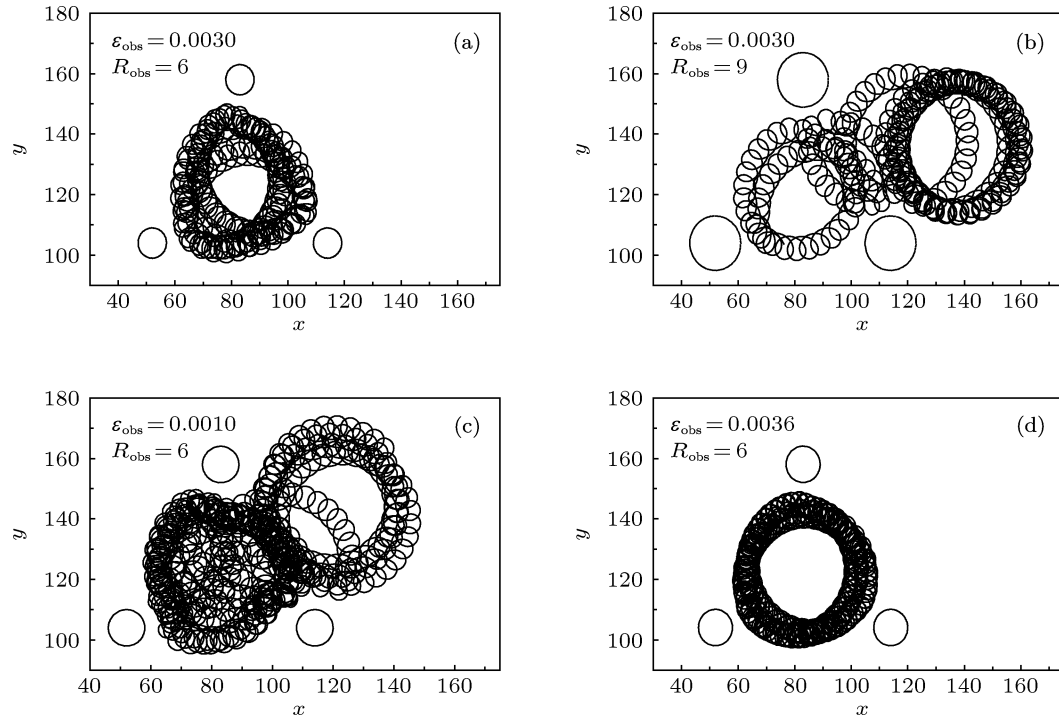


图6 多排斥型障碍对初始漫游螺旋波波头的排斥 (a), (b) $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0030$ 固定, $R_{\text{obs}} = 6$ 与 $R_{\text{obs}} = 9$ 两种情况下吸引行为的对照; (c), (d) $R_{\text{obs}} = 6$ 固定, $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0010$ 与 $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0036$ 两种情况下吸引行为的对照; 这里 $\epsilon_{\text{ini}} = 0.0045$, 圆所在的位置为障碍区

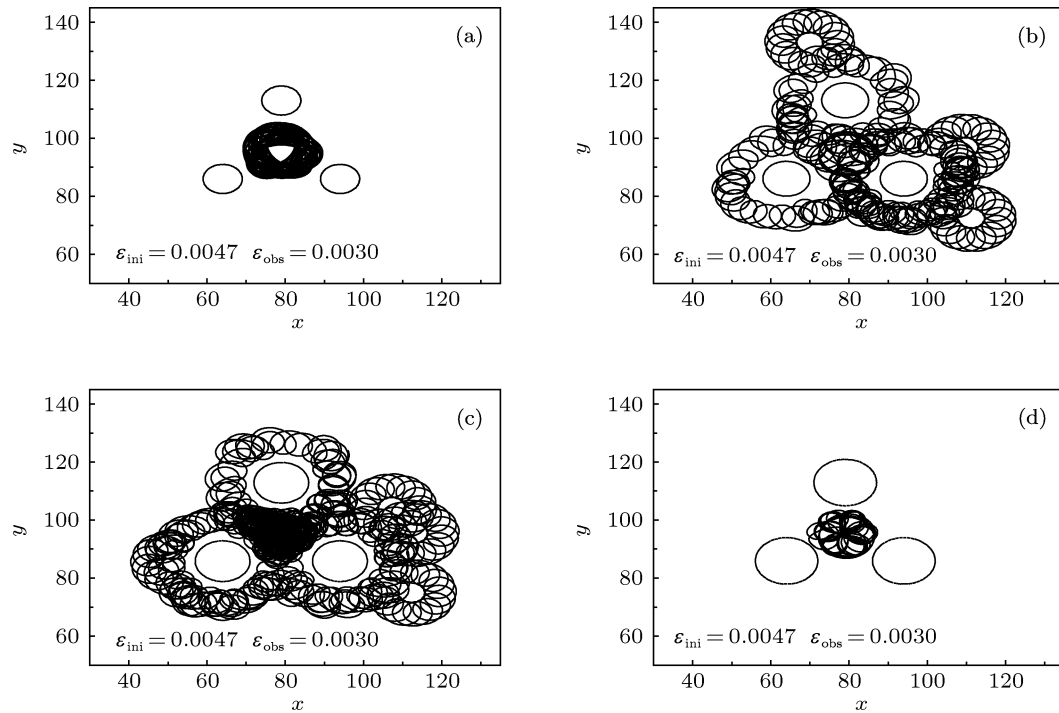


图7 多排斥型障碍对初始刚性旋转螺旋波波头的排斥 (a) $R_{\text{obs}} = 5$; (b) $R_{\text{obs}} = 6$; (c) $R_{\text{obs}} = 7$; (d) $R_{\text{obs}} = 8$; $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0030$, $\epsilon_{\text{ini}} = 0.0047$, 圆所在的位置为障碍区

图8也显示了障碍在另一种排列下 $\epsilon_{\text{ini}} < 0.00465$ 与 $\epsilon_{\text{ini}} > 0.00465$ 两种情况的不同. 在图8中, 5个 $\epsilon_{\text{obs}} = 0.0030$, $R_{\text{obs}} = 5$ 的圆形排斥型障碍被并排、等间隔地放置在初始螺旋波的右侧, 图

8(a)中的初始波为漫游螺旋波 ($\epsilon_{\text{ini}} = 0.0045$), 图8(b)中的初始波为刚性旋转螺旋波, 图9为图8(b)情况下不同时刻的螺旋波. 对于初始漫游螺旋波的情况, 受障碍的排斥作用, 螺旋波的中心会移动一

段距离, 移动距离的大小与 ϵ_{obs} , R_{obs} 的取值有关, 移动一段距离后螺旋波中心会停留到一个固定位置. 而对于初始刚性旋转螺旋波的情况, 螺旋波波头会沿一封闭路径做圆滚运动, 运动先沿障碍区的

下岸运动到系统右边界, 然后沿右边界向下, 再沿下边界向左、左边界向上、上边界向右以及右边界向下运动到障碍区的上岸, 最后沿障碍区上岸向左运动到障碍区右边, 如此周期地做圆滚运动.

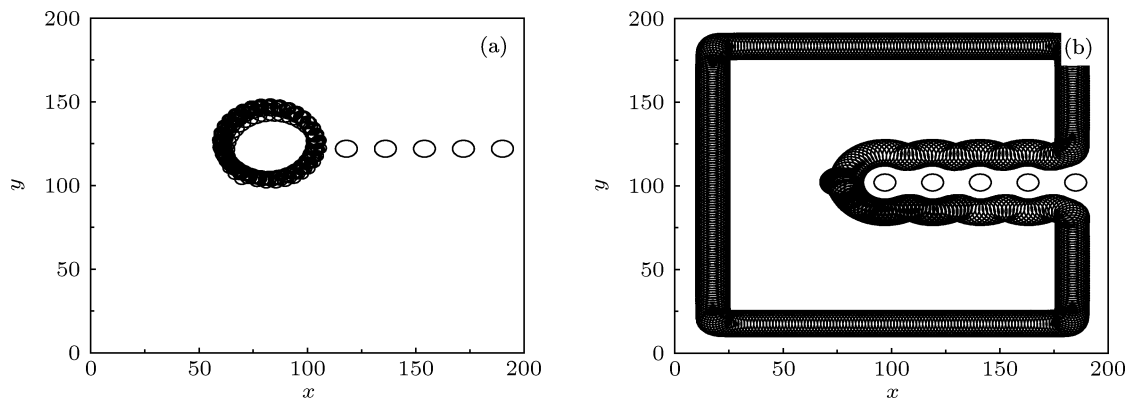


图 8 线排列多障碍对初始螺旋波的排斥 (a) $\epsilon_{\text{ini}} = 0.0045$; (b) $\epsilon_{\text{ini}} = 0.0049$; 这里 $\epsilon_{\text{obs}} = 0.003$, $R_{\text{obs}} = 5$, 圆所在的位置为障碍区

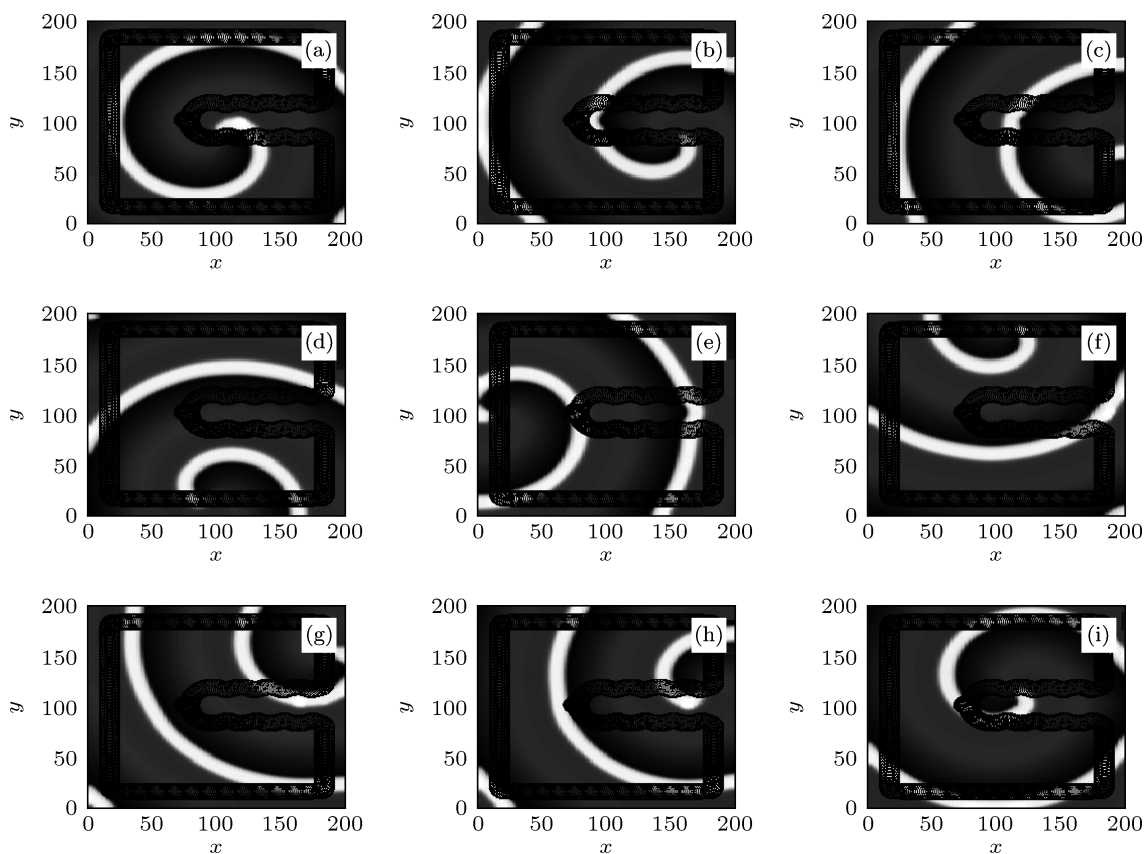


图 9 图 8(b) 情况下几个不同时刻的螺旋波斑图, 相应的时刻分别为 (a) $t = 12557$; (b) $t = 18407$; (c) $t = 25982$; (d) $t = 43585$; (e) $t = 66203$; (f) $t = 90545$; (g) $t = 105641$; (h) $t = 110656$; (i) $t = 118230$

6 结 论

介质的不均匀对可激波的传播以及螺旋波的形成有着重要的影响. 在心脏系统中, 窦房结周期

起搏发出的电活动波为靶波形式, 它通过局部不均匀区域时在一些条件下会形成折返波或游离螺旋波, 这会导致心律失常的发生. 同样, 螺旋波形成后不均匀障碍的存在会影响螺旋波的动力学行为. 对

于一些障碍,如心肌中的血管处,可激波在其内部是不可传导的;而有些障碍允许可激波在其内部传播,例如心肌中局部结构的变化引发的局部可激性不均匀,波在障碍区内传播时其速度会发生变化.本文研究了可激性障碍对螺旋波动力学的影响,以及多障碍存在时障碍分布、大小以及障碍区内可激性的具体取值对螺旋波动力学的影响.

研究表明,存在着两种截然不同的相互作用,即吸引与排斥,前者发生在 $\epsilon_{\text{obs}} > \epsilon_{\text{ini}}$ 的情况下,后者发生在 $\epsilon_{\text{obs}} < \epsilon_{\text{ini}}$ 情况下.当多个吸引型障碍对称分布在初始螺旋波周围时,在大多数情况下波头进入某个障碍内的时间会大幅度缩短,这与我们的直觉推理相反,进入到哪个障碍也依赖障碍的尺寸以及障碍内可激性参数的具体取值. SV 区域在空间的分布情况能反映可激波的传播速度,通过对 SV 区域空间分布变化的分析能够解释这些行为的发生.在另一种作用下,波头受障碍排斥后的最终

行为依赖初始螺旋波的类型.若 $\epsilon_{\text{ini}} < 0.00465$,即初始可激波为漫游螺旋波,波头会被排斥到一个固定的位置做圆滚或花瓣运动;若 $\epsilon_{\text{ini}} > 0.00465$,即初始可激波为刚性旋转螺旋波,波头被排斥到一个位置后会沿障碍外一个极限环做圆滚运动.这种情况也会体现在多障碍共存的情况下,障碍的尺寸以及障碍可激性参数的取值会影响障碍排斥作用的强度.对于障碍对称分布在初始螺旋波中心的情况,小强度与大强度的排斥能使螺旋波波头轨道发生形变,但保留在对称几何体内部,而中等的强度,障碍会被挤出对称几何体所在的区域.对于初始波为刚性旋转螺旋波的情况,多排斥型障碍的不同排列会导致螺旋波波头形成其他有趣的轨道.

总之,可激性障碍对螺旋波的动力学行为有着重要的影响,其研究结果也有利于我们更清楚地了解螺旋波在不均匀实际介质(如心脏)中的行为.

- [1] Cross M C, Hohenberg P C 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 851
- [2] Mikhailov A S, Showalter K 2006 *Phys. Report* **425** 79
- [3] Frisch T, Rica S, Coulet P, Gilli J M 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1471
- [4] Arecchi F T, Boccaletti S, Ramazza P 1999 *Phys. Report* **318** 1
- [5] Van Oss C, Panfilov A V, Hogeweg P, Siegert F, Weijer C J 1996 *J. Theor. Biol.* **181** 203
- [6] Lechleiter J, Girard S, Peralta E, Clapham D 1991 *Science* **252** 123
- [7] Huang X Y, Xu W F, Liang J M, Takagaki K, Gao X, Wu J Y 2010 *Neuron* **68** 978
- [8] Nettesheim S, Oertzen A V, Rotermund H H, Ertl G 1993 *J. Chem. Phys.* **98** 9977
- [9] Dong L F, Wang H F, Liu F C, He Y F 2007 *New. J. Phys.* **9** 330
- [10] Panfilov A V, Keener J P 1993 *J. Theor. Biol.* **163** 439
- [11] Agladze K, Keener J P, Müller S C, Panfilov A 1994 *Science* **264** 1746
- [12] Cabo C, Pertsov A M, Davidenko J M, Baxter W T, Gray R A, Jalife J 1996 *Biophys. J.* **70** 1105
- [13] Fernández-García G, Gómez-Gesteira M, Muñuzuri A P, Pérez-Muñuzuri V, Pérez-Villar V 1994 *Eur. J. Phys.* **15** 221
- [14] Cabo C, Pertsov A M, Baxter W T, Davidenko J M, Gray R A, Jalife J 1994 *Circ. Res.* **75** 1014
- [15] Fast V G, Kléber A G. 1997 *Cardiovasc. Res.* **33** 258
- [16] Xie F, Qu Z, Garfinkel A 1998 *Phys. Rev. E* **58** 6355
- [17] Valderrábano M, Kim Y H, Yashima M, Wu T J, Karagueuzian H S, Chen P S 2000 *J. Am. Coll. Cardiol.* **36** 2000
- [18] Shajahan T K, Sinha S, Pandit R 2007 *Phys. Rev. E* **75** 011929
- [19] Shajahan T K, Nayak A R, Pandit R 2009 *PLoS. ONE.* **4** e4738
- [20] Zhang H, Ruan X S, Hu B B, Ouyang Q 2004 *Phys. Rev. E* **70** 016212
- [21] Sridhar S, Sinha S, Panfilov A V 2010 *Phys. Rev. E* **82** 051908
- [22] Xu L, Qu Z, Di Z 2009 *Phys. Rev. E* **79** 036212
- [23] Wang P Y, Xie P 2000 *Phys. Rev. E* **61** 5120
- [24] Wu N J, Zhang H, Ying H P, Cao Z J, Hu G 2006 *Phys. Rev. E* **73** 060901R
- [25] Sakaguchi H, Fujimoto T 2003 *Phys. Rev. E* **67** 067202
- [26] Ma J, Wang C N, Jin W Y, Li Y L, Pu Z S 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2844
- [27] Kim M, Bertram M, Pollmann M, von Oertzen A, Mikhailov A S, Rotermund H H, Ertl G 2001 *Science* **292** 1357
- [28] Yuan G Y, Chen S G, Yang S P 2007 *Eur. Phys. J. B* **58** 331
- [29] Agladze K, Kay M W, Krinsky V, Sarvazyan N 2007 *Am. J. Physiol. Heart. Circ. Physiol.* **293** H503
- [30] Zhang H, Cao Z, Wu N J, Ying H P, Hu G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 188301
- [31] Tang G N, Deng M Y, Hu B, Hu G 2008 *Phys. Rev. E* **77** 046217
- [32] Gottwald G, Pumir A, Krinsky V 2001 *Chaos* **11** 487
- [33] Yuan G Y, Wang G R, Chen S G 2005 *Europhys. Lett.* **72** 908
- [34] Ma J, Pu Z S, Feng W J, Li W X 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 4602 (in Chinese) [马军, 蒲忠胜, 冯旺军, 李维学 2005 物理学报 **54** 4602]
- [35] Tanaka M, Isomura A, Hörning M, Kitahata H, Agladze K, Yoshikawa K 2009 *Chaos* **19** 043114
- [36] Isomura A, Hörning M, Agladze K, Yoshikawa K 2008 *Phys. Rev. E* **78** 066216
- [37] Hörning M, Isomura A, Agladze K, Yoshikawa K 2009 *Phys. Rev. E* **79** 026218
- [38] Cherubini C, Filippi S, Gizzi A 2012 *Phys. Rev. E* **85** 031915
- [39] Ávalos E, Lai P Y, Chan C K 2011 *Europhys. Lett.* **94** 60006
- [40] Csysyk J, Tung L 2008 *Biophys. J.* **94** 1533
- [41] Bittihn P, Squires A, Luther G, Bodenschatz E, Krinsky V, Parlitz U, Luther S 2010 *Philos. Transact. A: Math. Phys. Eng. Sci.* **368** 2221

Spiral-wave dynamics in an excitable medium with many excitability obstacles*

Yuan Guo-Yong^{1)2)†} Zhang Huan¹⁾ Wang Guang-Rui³⁾

1) (Department of Physics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China)

2) (Hebei Advanced Thin Films Laboratory, Shijiazhuang 050024, China)

3) (Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

(Received 4 April 2013; revised manuscript received 2 May 2013)

Abstract

Many real excitable systems can be described as inhomogeneous media, where the inhomogeneity is an important factor for the formation of spiral waves and the changing of their dynamics. In this paper, we investigate the effect of excitability obstacles on spiral-wave dynamics. For an excitability-reduced obstacle, the neighbor spiral tip is attracted into the obstacle. When more localized obstacles are placed, the attractive case depends on the distribution, size and excitability of the obstacles. On the basis of analyzing the small-value area of the inhibitor variable, we illustrate the mechanism of these behaviors occurring. For an excitability-enhanced obstacle, the nearby spiral tip is repelled. The tip motion after the repulsive effect depends on the type of the initial spiral wave, i.e. rigidly rotating spiral wave or meandering spiral wave. In the presence of more localized obstacles, there exist different behaviors for different distributions, sizes and excitabilities of the obstacles, and different types of initial waves.

Keywords: spiral wave, spatiotemporal chaos, excitability obstacle

PACS: 05.45.-a, 05.65.+b, 47.54.-r

DOI: 10.7498/aps.62.160502

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11005030), the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. A2013205147), and the Scientific Research Foundation of the Education Department of Hebei Province, China (Grant No. 2009135).

† Corresponding author. E-mail: g-y-y1975@sohu.com