# 二重微分散射截面中非一阶效应的理论研究\*

# 薛思敏†

(兰州交通大学数理学院,兰州 730070)

(2013年1月8日收到;2013年5月7日收到修改稿)

利用一级玻恩近似理论及 Brauner-Briggs-Klar (BBK) 理论计算了不同能量入射条件下, 电子单电离氢原子 (e, 2e) 反应中的二重微分散射截面, 把计算结果与实验数据及其他理论结果进行了比较, 对 BBK 模型和考虑动力学屏蔽的 BBK 模型在二重微分截面中的非一阶效应进行了详细的分析和探讨.

关键词:一级玻恩近似,二重微分散射截面

PACS: 34.80.Dp, 34.50.Fa

#### DOI: 10.7498/aps.62.163401

# 1引言

电子碰撞 (e, 2e) 反应<sup>[1-15]</sup> 是原子与分子物理 散射领域的基本过程之一, 是研究碰撞过程中粒子 之间相互作用的重要手段, 也是研究原子、分子结 构及其内部各种复杂作用的重要方法. 由于其在天 体物理、等离子物理、微观反应动力学、气体激 光器的设计、重离子加速器的设计、激光同位素 的分析技术、受控核聚变、化学激光等领域具有 广泛的应用, 因此引起了越来越多理论和实验物理 学家研究的兴趣.

在电子碰撞原子单电离的过程中,氢原子是人 们最早研究的对象,但由于 (e, 2e)反应中两个出 射电子之间以及碰撞后剩余离子之间的库仑长程 相互作用和离化反应中末态关联等问题,使得这个 简单问题在理论处理上面临许多困难,薛定谔方程 对于三体问题不能精确求解,只能利用各种近似方 法.实验方面,人们在不同条件下安排的测量给出 了大量的碰撞动力学信息,尤其是对三重微分散射 截面 (TDCS)的测量,为揭示电子碰撞电离内部动 力学机制提供了依据,同时也为深入理解碰撞动力 学以及靶态粒子的特性提供了宝贵的数据. 当然, 除了三重微分截面之外,电子入射单电离原子 (e, 2e)反应中的二重微分散射截面 (DDCS) 对于等离

© 2013 中国物理学会 Chinese Physical Society

子物理、天体物理和辐射物理等领域的研究也十 分重要,其在不同能量时的角分布同样带有大量 的原子电离过程的信息.此外, DDCS 还能为人们 提供详细的比较理论和实验结果符合程度的有效 方法,有力地推动着理论研究的发展.因此,对电 子入射离化原子的 DDCS 进行详细的研究同样具 有十分重要的意义. 然而, 据我们所知, 目前有关 (e, 2e)反应 DDCS 的实验和理论研究的报道相对 较少[7-12],同时理论结果与实验数据相差也较大, 其原因可能是未考虑高阶效应的贡献. 特别地, 作 为氢原子和氦原子 (e, 2e) 反应研究领域内知名的 BBK (Brauner-Briggs-Klar) 或 3C 模型和考虑动力 学屏蔽 (dynamic screening) 的 DS3C 模型, 长期以 来都被用在研究 (e, 2e) 反应的三重微分散射截面. 尽管有一些关于氢原子二重微分截面的理论计算 及高阶效应的探索<sup>[2,3]</sup>. 但是, 就我们所知, 目前尚 未见对氢原子 (e, 2e) 反应 DDCS 中所包含的非一 阶效应进行详细理论研究的报道,因此,有待于进 行这方面的深入探讨.

本文在完成了氢原子 (e, 2e) 反应中二重微分 散射截面的理论推导和程序编写的基础上,用一级 玻恩近似 (FBA) 方法和 BBK 模型及 DS3C 模型对 不同入射能情况下共面非对称几何条件下电子离 化氢原子的二重微分散射截面进行了计算,并与实

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 11164013) 资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xsm798@163.com

验数据及其他理论模型进行了比较,详细探讨和分析了 BBK 模型和 DS3C 模型在二重微分散射截面中所包含的非一阶效应.

## 2 理论计算

# 2.1 玻恩近似理论

假设入射电子的动量为 k<sub>i</sub>,与氢原子碰撞后, 散射电子和敲出电子的动量分别为 k<sub>1</sub> 和 k<sub>2</sub>.这一 过程的三重微分散射截面可写为<sup>[3]</sup>

$$TDCS(\boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2) = \frac{d^3 \boldsymbol{\sigma}}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE_2}$$
$$= (2\pi)^4 \frac{k_1 k_2}{k_0} |T_{\rm fi}|^2, \qquad (1)$$

其中 T<sub>fi</sub> 为转换矩阵元,

$$T_{\rm fi} = \left\langle \psi_{\rm f}^{-} \left| V_{\rm i} \right| \phi_{\rm i} \right\rangle, \tag{2}$$

式中 $\psi_{f}$ 和 $\phi_{i}$ 分别是系统末态和初态的波函数, $V_{i}$ 为入射电子和靶原子在初通道的相互作用势.

$$T_{\rm fi} \approx (2\pi)^{-9/2} \frac{4\pi}{K^2} \Gamma(1+\mathrm{i}\,\alpha_2) \times \exp\left(-\frac{\pi\alpha_2}{2}\right)$$
$$\times 16\sqrt{\pi} \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{k_2} \ln V(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{k}_2)\right]$$
$$\times \left\{ \boldsymbol{K} \cdot \left[\boldsymbol{K} - \boldsymbol{k}_2 \left(1 + \frac{\mathrm{i}}{k_2}\right)\right] \right\}$$
$$\times \left\{ [\boldsymbol{K}^2 - (\boldsymbol{k}_2 + \mathrm{i})^2] [(\boldsymbol{K} - \boldsymbol{k}_2)^2 + 1]^{-2} \right\}, \quad (3)$$

其中,

$$V(q, k_2) = \frac{K^2 - (k_2 + i)^2}{q^2 + 1},$$
  

$$K = k_0 - k_1, \quad q = K - k_2,$$
(4)

K 为入射电子的动量转移, q 为系统的动量转移.

## 2.2 BBK 模型和 DS3C 模型

文献 [3, 5] 中对 BBK 理论进行了详细的说明, 这里简要介绍末态的描述.

末态由两个出射电子与剩余 H<sup>+</sup> 组成,其波函数用 BBK 波函数表示:

$$\begin{aligned} \Psi_{k_{1},k_{2}}(r_{1},r_{2}) \\ = & (2\pi)^{-3} e^{ik_{1}\cdot r_{1}} e^{ik_{2}\cdot r_{2}} C(\alpha_{1},k_{1},r_{1}) C(\alpha_{2},k_{2},r_{2}) \\ & \times C(\alpha_{12},k_{12},r_{12}), \end{aligned}$$
(5)

其中

$$C(\boldsymbol{\alpha}_j, \boldsymbol{k}_j, \boldsymbol{r}_j)$$

$$= \exp\left(-\frac{\pi}{2}\alpha_{j}\right)\Gamma(1-\mathrm{i}\alpha_{j})_{1}F_{1}$$
$$\times \left[\mathrm{i}\alpha_{j};1;-\mathrm{i}(k_{j}r_{j}+k_{j}\cdot r_{j})\right], \tag{6}$$

 $_{1}F_{1}$ 为合流超几何函数,  $\alpha_{j}(j = 1, 2, 12)$ 称为索末菲 参量  $^{[5]}$ , 它可表为

$$\alpha_1 = -\frac{1}{k_1}, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{k_2}, \quad \alpha_{12} = \frac{1}{2k_{12}}, \quad (7)$$

其中,  $k_{12} = \frac{1}{2}(k_1 - k_2)$ , 由上述  $\alpha_i(i = 1, 2, 12)$  得到 的末态波函数称为 3C 波函数 <sup>[5]</sup>, 所以 BBK 模型 又被称为 3C 模型. 文献 [6] 中在 Berakdar 工作的 基础上, 从动量相关的角度入手导出了任意几何条 件下的索末菲参量, 修正后的 BBK 模型又被称为 DS3C 模型. 这种修正反映了末态波函数中的动量 相关效应. 从本质上来说, 修正后得到的 DS3C 描 述了由于第三个粒子的存在而对两体库仑波函数 所产生的影响, 从而较好地描述了三个两体库仑相 互作用彼此间的动力学屏蔽效应. 为了得到某一个 出射电子的二重微分散射截面随出射角的变化, 可 由三重微分截面对另一个电子在全部角度范围内 作积分而得到, 即

$$(\text{DDCS})_1 = \frac{\mathrm{d}^2 \sigma}{\mathrm{d}\Omega_1 \mathrm{d}E} = \int \frac{\mathrm{d}^3 \sigma}{\mathrm{d}\Omega_1 \mathrm{d}\Omega_2 \mathrm{d}E} \mathrm{d}\Omega_2, \quad (8)$$

或者

$$(\text{DDCS})_2 = \frac{\mathrm{d}^2 \sigma}{\mathrm{d}\Omega_2 \mathrm{d}E} = \int \frac{\mathrm{d}^3 \sigma}{\mathrm{d}\Omega_1 \mathrm{d}\Omega_2 \mathrm{d}E} \mathrm{d}\Omega_1. \quad (9)$$

其物理意义是: 动量和能量分别为 ( $k_i$ ,  $E_i$ ) 的电子 入射离化靶原子之后, 在立体角 d $\Omega_1$  或 d $\Omega_2$  中发 现具有动量和能量为 ( $k_1$ ,  $E_1$ ) 或 ( $k_2$ ,  $E_2$ ) 的两个连 续出射电子的概率.

# 3 结果与讨论

图 1(a), (b) 分别给出了用一级玻恩近似 (FBA) 理论计算的入射能  $E_i = 150 \text{ eV}$ ,  $\theta_1 = 4^\circ$ ,  $E_2 = 10 \text{ eV}$ 以及入射能  $E_i = 150 \text{ eV}$ ,  $\theta_1 = 17^\circ$ ,  $E_2 = 17 \text{ eV}$  在共 面非对称几何条件下电子碰撞电离氢原子的 TDCS 随出射角变化的关系曲线. 计算结果在图中标记为 FBA. 为了便于比较, 同时给出了其他文献中的理 论结果并做了相应的标记. 由于早期理论文献已有 一级玻恩近似的结果 <sup>[3]</sup>, 因此在图 1(a) 中给出的结 果与已有实验数据及其他理论模型所得曲线进行 了比较, 而在图 1(b) 中仅给出一些理论预言结果, 且所得数据在出射角  $\theta_2 = 60^\circ$ 处进行了归一化处 理. 如图 1(a) 所示, 目前的计算结果与实验数据及 其他理论结果在幅度上符合得较好,同时曲线整体 截面结构与实验数据基本一致.与文献 [3] 中 Yang 等的理论结果相比,图 1(a) 中的计算结果在曲线截 面幅度与曲线结构及峰谷角分布等方面上与其完 全重合,这也从侧面反映了我们目前计算程序的正 确性和可靠性.



图 1 电子离化氢原子的 TDCS 随  $\theta_2$  变化的关系曲线, 实心点为 实验结果 <sup>[3]</sup> (a)  $E_i = 150 \text{ eV}$ ,  $E_2 = 10 \text{ eV}$ ,  $\theta_2 = 4^\circ$ ; (b)  $E_i = 150 \text{ eV}$ ,  $E_2 = 17 \text{ eV}$ ,  $\theta_2 = 17^\circ$ 

### 3.1 BBK 模型中的非一阶效应

实验和理论的二重微分截面结果如图 2, 图 3 所示. 其中, 图 2 给出了入射能  $E_i = 15.6$ , 17.6 eV 几何条件下电子离化氢原子的 DDCS 随散射角  $\theta_1$ 变化的关系曲线; 图 3 给出了  $E_i = 25$  eV 几何条件 下电子离化氢原子的 DDCS 随  $\theta_1$  变化的关系曲线. 为了详细分析 DDCS 中的非一阶效应, 对计算结 果进行了相应的归一化处理. 在以下的讨论中, 把 FBA 理论结果称为一阶效应, 对其未包含的高阶物 理效应统称为非一阶效应.

如图 2(a) 所示, 当入射能 *E*<sub>i</sub> = 15.6 eV、散射 电子能量 *E*<sub>1</sub> = 1.2 eV 时, 实验数据呈现较为清晰的 双峰结构雏形.可以看到,在小散射角区域,实验数 据单调迅速递减,而在中间散射角区域  $\theta_1 = 60^\circ$ — 120°较为平缓,在大散射角区域,尽管没有相应的 实验测量,但整体截面呈现一些上升的趋势.BBK 模型的理论曲线给出了平滑的曲线结构,其幅度 明显低于实验数据及 ECS (exterior complex scaling) 模型和收敛密耦合 (CCC) 理论结果, 且曲线在空间 上的角分布差异较大,尤其是向前峰 θ<sub>1</sub> = 0°—60° 处与实验数据单调迅速减小的趋势明显不符.这主 要是由于在近阈值能量入射情况下, BBK 模型对 于末态的描述不准确而造成的. 相反, FBA 理论结 果给出了与实验数据及 ECS 和 CCC 理论结果在 角分布上相一致的变化趋势. 在整个散射角区域 内, FBA 理论曲线在单调迅速地递减. 但是, 在大 散射角区域内,实验数据有上升的趋势,而 FBA 理 论曲线依旧递减. 这一规律与 FBA 理论在三重微 分截面中的特点类似. 当入射能 E<sub>i</sub> = 15.6 eV, E<sub>1</sub> = 1.8 eV 时, 如图 2(b) 所示. BBK 模型给出的理论曲 线仍然呈现平滑的结构,在截面的结构上与实验 数据符合得不好,且所给出的截面幅度远低于实验 数据给出的结果,尤其是向前峰的幅度与实验数据 相差较大. 其特征及趋势与图 2(a) 基本一致. 同样, FBA 理论给出了与实验数据相符合的曲线结构,且 在角分布上与实验符合得较好. 尤其在小散射角度 区域,理论曲线与实验数据基本重合.为什么会出 现这种情况呢?经过分析后认为,在近阈值附近入 射情况下,一级玻恩近似模型较为粗糙,它仅能较 好地近似描述高能区的散射行为,而难以很好地定 量反应低能区的复杂物理效应,因此,文中 FBA 理 论与实验符合好的原因可能仅仅是一种巧合.而对 于 DS3C 模型在该能区与实验符合的不是很好, 究 其原因,这很可能是由于初通道中的较简单的平面 波波函数难以较好地描述复杂的电子相关效应及 入射电子所感受核势的扭曲效应.同时,由于电子 入射所引起靶态极化效应也会在近阈值能区起着 重要作用. 此外, 末态通道中也可能存在多种碰撞 机制或其他效应,这些效应都有可能掩盖掉一些碰 撞过程中在二重微分截面上所呈现的结构特征. 最 后,在近阈值附近能量入射电离氢的(e, 2e)反应中, ECS 和 CCC 理论给出了与实验数据基本重合的曲 线,且在大散射角区域,预言了较高的幅度,与实验 变化趋势较符合.



图 2 电子离化氢原子的 DDCS 随  $\theta_1$  变化的关系曲线, 实心点为实验结果 <sup>[10]</sup> (a)  $E_i = 15.6$  eV,  $E_1 = 1.2$  eV; (b)  $E_i = 15.6$  eV,  $E_1 = 1.8$  eV; (c)  $E_i = 17.6$  eV,  $E_1 = 2$  eV; (d)  $E_i = 17.6$  eV,  $E_1 = 3.75$  eV

图 2(c), (d) 给出了入射能量 E<sub>i</sub> = 17.6 eV, *E*<sub>1</sub> = 2, 3.75 eV 时, 用一级玻恩近似、BBK 和 DS3C 模型计算的理论曲线与实验数据及其他理论结果 的比较. 由图 2(c) 可见, 实验数据所给出的截面呈 现很弱的双峰结构, BBK 模型给出的理论曲线无论 在峰谷的角分布上还是在截面的幅度上均与实验 数据不符.尽管在小散射角度区域内,BBK 曲线给 出了递减的趋势,但其相对幅度依旧过低.当 E1 增 加到 3.75 eV 时, BBK 模型与实验数据相比的峰谷 结构类似,且在整体上有了一定的改善.相反,FBA 理论结果给出了与实验数据在角分布上相一致的 变化趋势,在整个散射角区域内,理论曲线在单调 迅速的递减.在大散射角区域内,实验数据有上升 的趋势,而FBA理论曲线依旧递减.同样,在该能量 区域, ECS 和 CCC 理论在中间散射角度区域给出 了与实验数据重合的曲线,且在大散射角区域,预 言了较高的幅度,整体所呈现的规律与图 2(a), (b) 中类似,这主要是由于这两种理论模型与普通的微 扰近似方法 (FBA 理论, BBK 模型) 不同, 而是采 用的非微扰数值求解,利用数值方法求解薛定谔方 程,得到精确的跃迁矩阵元,求解过程中并不依赖

于散射过程中相互作用势的阶数.因此,在求解低能电子入射氢原子的问题上能取得了较好的效果. 图 3(a)—(d)给出了入射能量 *E*<sub>i</sub> = 25 eV, *E*<sub>1</sub> = 5, 7, 9, 11 eV 时,二重微分截面随散射角的变化趋势.纵观图 3 可以看到, BBK 曲线大幅度提高了与实验数据的符合程度,尤其是在小散射角区域.尽管实验数据高于 BBK 理论,但 BBK 曲线得到了明显的抬升.在角分布上,目前的计算与实验之间符合得也很好,BBK给出了与实验相一致的变化趋势.对于FBA 理论,可以看到,在各种几何条件下,FBA 曲线始终给出了与实验数据相一致的描述.在小散射区域,尽管部分曲线高于实验数据,目前的结果与实验符合得较好.在大散射角区域,与 ECS 和 CCC 理论预言结果符合得非常好.

结合图 2,3 可见,在低能入射情况下,随着能量 的增大,BBK 模型在结构上整体有了明显的抬升, 显现出一定的峰谷结构,尤其是在前向散射峰处. 与实验数据及其他理论结果得到了一定的符合.而 固定能量在阈值附近时,随着散射电子能量的增加, 实验数据给出的向前峰相对幅度逐渐增加,向后峰  $\theta_1 = 100^\circ$ —180° 相对幅度呈现递减趋势. BBK 模 型始终显现出光滑的曲线,峰谷结构很少,且截面的幅度远远小于实验数据给出的结果,与实验数据 明显不符.相反,FBA 曲线给出了与实验数据符合 较好的理论预言.如:给出的向前峰相对幅度随 *E*<sub>1</sub> 的增加而逐渐递增;向后峰雏形的相对幅度随 *E*<sub>1</sub> 的增加呈现递减趋势,与实验数据呈现出相同的规 律性;且与己有的实验数据及其他理论结果之间符 合的很好.由此可见,BBK 模型中非一阶效应是非 常显著的.

# 3.2 DS3C 模型中的非一阶效应

DS3C 模型通过修改 BBK 模型中的索末菲参量,从而修正了末通道中三体之间的动力学屏蔽效应.因此,在低能入射情况下,探究 DS3C 模型中

的非一阶效应尤为必要. 如图 2(a) 所示, 当入射能  $E_i = 15.6 \text{ eV}$ 、散射电子能量  $E_1 = 1.2 \text{ eV}$ 时, DS3C 曲线给出了与实验结构相一致的结构, 尽管其幅度 低于实验数据及 ECS 与 CCC 理论结果, 但曲线在 空间上的角分布与实验数据符合得较好, 尤其是向 前峰  $\theta_1 = 0^\circ$ —60°及向后峰  $\theta_1 = 120^\circ$ —180°与实 验数据的趋势符合得很好. 相比而言, FBA 理论结 果给出了与实验数据在角分布上相一致的变化趋 势, 在整个散射角区域内, 理论曲线在单调迅速的 递减. 在大散射角区域内, FBA 理论曲线依旧递减. 如图 2(b) 所示, 在阈值附近, 随着散射电子能量的 增大, DS3C 曲线的特征及趋势明显低于实验数据 及 ECS 和 CCC 理论结果, 而 FBA 理论无论是相对 幅度还是角分布上与实验数据均符合得很好.



图 3 入射能量  $E_i = 25 \text{ eV}$ , 电子离化氢原子 DDCS 随  $\theta_1$  变化的关系曲线, 实心点为实验结果 <sup>[10]</sup> (a)  $E_1 = 5 \text{ eV}$ ; (b)  $E_1 = 7 \text{ eV}$ ; (c)  $E_1 = 9 \text{ eV}$ ; (d)  $E_1 = 11 \text{ eV}$ 

如图 2(c), (d) 可见, DS3C 模型给出的理论曲 线无论在峰谷的角分布上还是在截面的幅度上均 与实验数据及 ECC 和 CCC 理论符合得较好, 尽管 在小散射角度区域内, DS3C 曲线相对幅度依旧偏 低. 当 *E*<sub>1</sub> 增加到 3.75 eV 时, DS3C 模型与实验数据 的峰谷结构类似, 部分低于实验结果. 相反, 在各种 条件下, FBA 理论结果给出了与实验数据在角分布 上相一致的变化趋势, 在整个散射角区域内, 理论 曲线在单调迅速的递减, 且相对幅度始终高于实验 结果. 随着入射能量的增大, 由图 3 可见, DS3C 曲 线大幅度提高了与实验数据的符合程度, 尤其是在 小散射角区域, 与实验数据基本重合. 在角分布上, 目前的计算与实验数据及 ECS 和 CCC 理论之间符 合得也很好,给出了相一致的变化趋势.同样,对于 FBA 理论,可以看到,在各种几何条件下,FBA 始终 给出了与实验数据相一致的描述,尽管在小散射区 域部分曲线高于实验数据,目前的结果与实验符合 得较好.

结合图2及图3可见,在低能入射情况下,随着 能量的增大, DS3C 模型在结构上整体有较为明显 抬升,显现出的峰谷结构,尤其是在前向散射峰处, 与实验数据符合得较好.同时,在后向峰处,DS3C 曲线也能给出与实验符合的变化趋势. 当固定入 射能量不变时 (如图 3),随着散射电子能量的增加, 实验数据给出的向前峰相对幅度逐渐增加,向后峰  $\theta_1 = 120^{\circ}$ —180°相对幅度呈现递减趋势. 除部分几 何条件外, DS3C 模型始终显现出与实验符合的曲 线结构,且截面的幅度与实验数据符合得很好.与 此同时,FBA 曲线也能给出与实验数据符合较好的 理论预言,然而在小散射角区域,FBA 曲线的相对 幅度始终偏高, 究其原因, 正如 Yang 等在文献 [3] 中进行的解释: BBK 模型及 DS3C 模型与 FBA 在 对初通道的描述上是一致的,而在对末通道的描述 上则完全不同: FBA 用平面波描述散射电子, 用库 仑散射波描述敲出电子,它所反映的物理图像是敲 出电子完全屏蔽了原子核对散射电子的影响,除短

暂的碰撞外,入射电子大部分时间作自由运动,但 敲出电子却在核的库仑作用下离开原子核;BBK 模 型中末态波函数用三个两体库仑波函数的乘积来 表示,每一个库仑波函数对应于一对粒子之间的相 互作用;而 DS3C 通过对索末菲参量的修正进而表 示了三个两体库仑相互作用彼此间的动力学屏蔽, 能很好地描述低能碰撞过程.因此,相比而言,在低 能入射条件下,BBK 模型中的非一阶效应远不如 DS3C 模型描述的好.

# 4 结 论

本文在完成了氢原子 FBA 理论编程的基础上, 利用 BBK 模型与 DC3C 模型对不同入射能条件下 电子离化氢原子的二重微分截面进行了计算,与实 验数据进行了比较,详细地分析了 BBK 模型在二 重微分截面中的非一阶效应.研究表明:FBA 理论 对于二重微分散射截面能给出较好的描述,但在大 散射角度区域,与实验数据存在一定的差异.DS3C, BBK 模型中的非一阶效应主要集中在小散射角度 区域的相对幅度上,在阈值附近,随着散射电子能 量的增大,非一阶效应逐渐增大.同时,入射电子能 量越低,模型中二重微分截面上的非一阶效应越为 明显,与实验存在的差异也越大.

- Sun S Y, Jia X F, Shi W Q, Li X W 2008 Acta Phys. Sin. 57 3458 (in Chinese) [孙世艳, 贾祥富, 师文强, 李雄伟 2008 物理学报 57 3458]
- [2] Yang H, Zhang S M, Xing L L, Wu X J, Yuan H 2012 Acta Phys. Sin.
   13 133401 (in Chinese) [杨欢, 张穂萌, 刑玲玲, 吴兴举, 袁好 2012 物理学报
   13 133401]
- [3] Yang H, Gao K, Wu X J, Zhang S M 2008 Acta Phys. Sin. 57 1640 (in Chinese) [杨欢, 高矿, 吴兴举, 张穂萌 2008 物理学报 57 1640]
- [4] Yang H, Zhang S M, Wu X J 2009 Acta Phys. Sin. 58 6938 (in Chinese) [杨欢, 张穗萌, 吴兴举 2009 物理学报 58 6938]
- [5] Brauner M, Briggs J S, Klar H 1989 J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 22 2265
- [6] Zhang S M 2000 J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 33 3545
- [7] Isaacs W A, Baertschy M, Mccurdy C W, Rescigno T N 2001 Phys. Rev. A 63 030704
- [8] Childers J G, James K E, Hughes M, Bray I, Baertschy M, Khakoo M

A 2003 Phys. Rev. A 68 030702

- [9] Chen Z B, Liu L J, Dong C Z 2012 Acta Phys. Sin. 61 143401 (in Chinese) [陈展斌, 刘丽娟, 董晨钟 2012 物理学报 61 143401]
- [10] Childers J G, James K E, Bray I, Baertschy M, Khakoo M A 2004 Phys. Rev. A 69 022709
- [11] Schow E, Hazlett K, Childers J G, Medina C, Vitug G, Bray I, Fursa D V, Khakoo M A 2005 Phys. Rev. A 72 062717
- [12] Colgan J, Pindzola M S 2006 Phys. Rev. A 74 012713
- [13] Zhang W F, Jia C C, Xiao Q Z, Chen J J 2011 J. Anhui. Univ. (Nat. Sci.) 35 53 (in Chinese) [章韦芳, 贾昌春, 肖志全, 陈娇娇 2011 安徽 大学学报 (自然科学版) 35 53]
- [14] Baertschy M, Rescigno T N, McCurdy C W 2001 Phys. Rev. A 64 022709
- [15] Bray I 2002 Phys. Rev. Lett. 89 273201

# A theoretical study on non-first-order effects of double differential cross sections\*

# Xue Si-Min<sup>†</sup>

(School of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China) (Received 8 January 2013; revised manuscript received 7 May 2013)

#### Abstract

The double differential cross sections for electron impact ionization of hydrogen at different incident energies are calculated by use of the Brauner-Briggs-Klar (BBK) model and first order born approximation model. The results are compared with experimental data and other theoretical results. The non-first-order effects of the BBK model are analyzed and discussed in detail.

Keywords: first order born approximation model, double differential cross sections

PACS: 34.80.Dp, 34.50.Fa

DOI: 10.7498/aps.62.163401

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11164013).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: xsm798@163.com