

基于等效电流源的分层媒质目标反演研究*

张鹏^{1)2)†} 张晓娟¹⁾

1) (中国科学院电子学研究所, 电磁辐射与探测技术重点实验室, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100190)

(2013年4月7日收到; 2013年5月3日收到修改稿)

针对分层媒质目标反演问题, 提出了一种基于等效电流源的目标重建方法. 该方法首先利用散射数据重建辐射电流源, 然后将等效电流源的求解转化为最优化问题来处理, 通过共轭梯度方法搜索得到全局最优解, 进而实现对目标的反演, 该方法充分挖掘了散射数据所包含的信息, 缩小了解的搜索空间维度, 具有求解效率高的优点. 深入研究了频率、采样间隔、采样长度、噪声水平以及背景估计对反演结果的影响, 并对上述结果做了理论分析. 仿真结果表明, 该方法能够较好地实现分层媒质目标的反演, 可以应用于穿墙成像、地质勘探等领域.

关键词: 电磁散射, 分层媒质, 等效电流源

PACS: 42.25.Fx, 02.30.Zz

DOI: 10.7498/aps.62.164201

1 引言

分层媒质目标反演是通过对测量得到的散射数据进行处理来获得目标的电磁参数(介电参数)与几何参数(形状和位置), 已在穿墙成像、医学成像、地质勘探、无损检测、近地探测等领域有广泛的应用^[1-5]. 目前, 分层媒质目标反演的方法主要有波恩迭代(BIM)、变形波恩迭代(DBIM)以及对比源(CSI)方法^[6,7]. 这三种方法都是非线性方法, 其中BIM, DBIM方法适合于中等散射强度的目标, 而CSI能够处理任意散射强度的目标, 且不需要求解电磁散射问题^[8-14]. 因此, CSI在实际中有更为广泛的应用. 文献[15]使用了等效电流源方法来重建自由空间中的目标, 该方法从散射数据中直接求得辐射电流源分量, 对剩余的非辐射电流源分量通过最优化方法求解, 充分挖掘了已知测量数据所包含的信息, 缩小了解的搜索空间维度, 因而求解速度比CSI方法要快. 然而, 该方法并没有用来解决分层媒质中的目标反演问题. 因此, 开展该方法在分层媒质目标反演中的研究有重要的理论和应用价值.

本文主要围绕等效电流源方法在分层媒质中的应用展开研究. 在求得分层媒质格林函数之后, 利用矩量法获得散射数据, 再使用等效电流源方法实现目标反演. 本文详细研究了入射波频率、测量点间距、测量线长度以及噪声等因素对反演结果的影响, 并对得到的结果做了相应的理论分析. 仿真结果表明, 等效电流源方法能够很好地实现分层媒质目标反演, 因而能够应用于穿墙成像、地质勘探等领域.

2 目标反演算法概述

2.1 理论模型

考虑如图1所示的2-D分层媒质结构, 假设目标在第 n 层媒质, 发射和接收天线位于第 i 层媒质, 则分层媒质中的电场关系可由下面积分方程表示:

$$E_n^{\text{tot}}(\mathbf{r}) = E_n^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + k_n^2 \int_D G_{nn}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') E_n^{\text{tot}}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (1)$$

$$E_i^{\text{sca}}(\mathbf{r}) = k_n^2 \int_D G_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') E_n^{\text{tot}}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 61172017)和国家高技术研究发展计划(批准号: 2009AA12Z132)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: znkr@163.com

此处, $k_n^2 = \omega^2 \mu_n \epsilon_n$, $\mathbf{r} = (x, y)$ 代表测量位置, $E_n^{\text{tot}}(\mathbf{r})$, $E_n^{\text{inc}}(\mathbf{r})$, $\chi(\mathbf{r})$ 分别为目标所在区域的总场、入射波以及目标对比度函数。

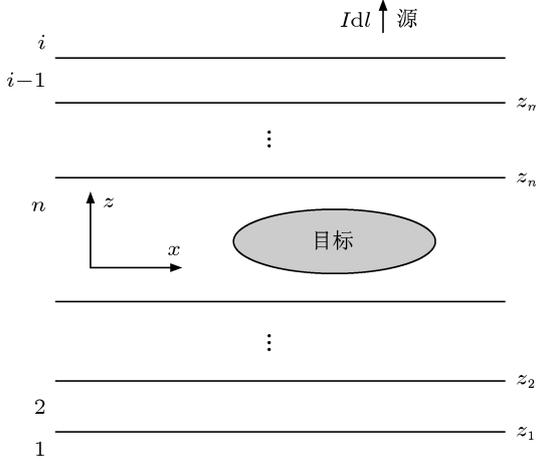


图1 2-D 分层介质结果图

上式中, 线性积分算子 $G_{S,D}$ 定义如下:

$$G_{S,D}(\cdot) = k_n^2 \int_D G_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')(\cdot) d\mathbf{r}', \quad (3)$$

其中, $G_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 表示第 n 层媒质中位于 $\mathbf{r}' = (x', y')$ 处的线源在第 i 层媒质产生的标量格林函数, $G_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 满足如下关系:

$$[\mu_i \nabla \cdot \mu_i^{-1} \nabla + k_i^2] G_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (4)$$

对 (1), (2) 式离散化, 得到如下矩阵方程:

$$\mathbf{e}_n^{\text{tot}} = \mathbf{e}_n^{\text{inc}} + \mathbf{G}_{nn} \cdot \chi \cdot \mathbf{e}_n^{\text{tot}}, \quad (5)$$

$$\mathbf{e}_i^{\text{sca}} = \mathbf{G}_{in} \cdot \chi \cdot \mathbf{e}_n^{\text{tot}}, \quad (6)$$

这里小写的黑体字母代表向量, 大写的黑体字母代表矩阵, χ 为对角矩阵, 如不做特殊说明, 下文均采用这种表示方法。

引入等效电流源, $\mathbf{i} = \chi \cdot \mathbf{e}_n^{\text{tot}}$, 同时对 (5) 式两边同乘 χ , 则 (5), (6) 式可变为

$$\mathbf{i} = \chi \cdot (\mathbf{e}_n^{\text{inc}} + \mathbf{G}_{nn} \cdot \mathbf{i}), \quad (7)$$

$$\mathbf{e}_i^{\text{sca}} = \mathbf{G}_{in} \cdot \mathbf{i}. \quad (8)$$

对散射矩阵 \mathbf{G}_{in} 进行奇异值分解有:

$$\mathbf{G}_{in} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{V}^H, \quad (9)$$

由线性代数知识可知, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M]$ 构成了等效电流源所在的线性空间的正交基, 于是有, $\mathbf{i} \in \text{span}\{\mathbf{V}\}$, 其中 $\text{span}\{\mathbf{V}\}$ 表示由 $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M]$ 构成的线性空间。

假设散射矩阵 \mathbf{G}_{in} 的奇异值有如下关系 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_L \geq \sigma_{L+1} = \dots = \sigma_M = 0$, 则构成 \mathbf{V} 的正交向量可以分为两部分 $\mathbf{V} = [\mathbf{V}^{\text{Rad}}, \mathbf{V}^{\text{Nonrad}}]$, 其中, $\mathbf{V}^{\text{Rad}} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_L]$, $\mathbf{V}^{\text{Nonrad}} = [\mathbf{v}_{L+1}, \dots, \mathbf{v}_M]$. 于是

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}^{\text{Rad}} + \mathbf{i}^{\text{Nonrad}}, \quad (10)$$

其中, $\mathbf{i}^{\text{Rad}} \in \text{span}\{\mathbf{V}^{\text{Rad}}\}$, $\mathbf{i}^{\text{Nonrad}} \in \text{span}\{\mathbf{V}^{\text{Nonrad}}\}$. 这样就有:

$$\mathbf{G}_{in} \cdot \mathbf{i}^{\text{Nonrad}} = 0, \quad (11)$$

从而,

$$\mathbf{G}_{in} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{G}_{in} \cdot \mathbf{i}^{\text{Rad}} = \mathbf{e}_i^{\text{sca}}, \quad (12)$$

这里, \mathbf{i}^{Rad} , $\mathbf{i}^{\text{Nonrad}}$ 分别称为辐射电流源和非辐射电流源。

(10), (12) 式表明, 散射数据仅由辐射电流源决定, 非辐射电流源对散射数据没有贡献, 从物理上讲, 这是非辐射电流源在目标外部进行相干叠加的结果; 辐射电流与任意非辐射电流源的线性组合都能产生相同的散射场, 因此, 利用 (12) 式无法唯一确定等效电流源。为了避免这种病态性, 需要利用 (7) 式来唯一地确定等效电流源。

由散射数据以及散射矩阵 \mathbf{G}_{in} 的奇异系统可得辐射电流源重建公式为

$$\mathbf{i}^{\text{Rad}} = \sum_{j=1}^L \frac{\mathbf{u}_j^* \cdot \mathbf{e}_i^{\text{sca}}}{\sigma_j} \mathbf{v}_j. \quad (13)$$

在求得辐射电流源之后, 非辐射电流源可以用参数化表示, 即

$$\mathbf{i}^{\text{Nonrad}} = \sum_{j=L+1}^M a_j \mathbf{v}_j = \mathbf{V}^{\text{Nonrad}} \cdot \mathbf{a}, \quad (14)$$

此时, 等效电流源为

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}^{\text{Rad}} + \mathbf{V}^{\text{Nonrad}} \cdot \mathbf{a}, \quad (15)$$

上式中, 只有 \mathbf{a} 是未知的。这样, 等效电流源的求解就转换为参数 \mathbf{a} 的求解。

2.2 最优化求解

使用共轭梯度法求解关于 \mathbf{a} 的优化问题。首先构造价格函数, 该价格函数由两部分组成, 其一为数据误差, 其二为状态误差, 即

$$\Delta = \Delta^{\text{state}} / \|\mathbf{e}_i^{\text{sca}}\|^2 + \Delta^{\text{data}} / \|\mathbf{i}^{\text{Rad}}\|^2, \quad (16)$$

其中, $\Delta^{\text{data}} = \|\mathbf{G}_i \cdot \mathbf{V}^{\text{Nonrad}} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{G}_i \cdot \mathbf{i}^{\text{Rad}} - \mathbf{e}_i^{\text{sca}}\|^2$ 为数据误差, $\Delta^{\text{state}} = \|\mathbf{A} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{b}\|^2$ 为状态误差, $\mathbf{A} =$

$$\mathbf{V}^{\text{Nonrad}} - \boldsymbol{\chi} \cdot (\mathbf{G}_{mn} \cdot \mathbf{V}^{\text{Nonrad}}), \mathbf{b} = \boldsymbol{\chi} \cdot (\mathbf{e}_n^{\text{inc}} + \mathbf{G}_{mn} \cdot \mathbf{i}^{\text{Rad}}) - \mathbf{i}^{\text{Rad}}.$$

考虑使用多组测量数据, 最后的价格函数为

$$f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{N_i}; \boldsymbol{\chi}) = \sum_{p=1}^{N_i} \left(\frac{\|\mathbf{G}_i \cdot \mathbf{V}^{\text{Nonrad}} \cdot \mathbf{a}_p + \mathbf{G}_s \cdot \mathbf{i}_p^{\text{Rad}} - \mathbf{e}_{i,p}^{\text{sca}}\|^2}{\|\mathbf{e}_{i,p}^{\text{sca}}\|^2} + \frac{\|\mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_p - \mathbf{b}_p\|^2}{\|\mathbf{i}_p^{\text{Rad}}\|^2} \right), \quad (17)$$

其中, N_i 表示测量次数.

上述价格函数为 \mathbf{a} 与目标对比度 $\boldsymbol{\chi}$ 的函数, 需要交替迭代依次求得 \mathbf{a} 与 $\boldsymbol{\chi}$.

迭代过程如下.

S.1 计算 $\mathbf{G}_i, \mathbf{G}_{mn}$, 对 \mathbf{G}_i 进行奇异值分解, 利用 (13) 式重建辐射电流源 $\mathbf{i}_p^{\text{Rad}}$.

S.2 初始化 $n=0$, 其中 $\boldsymbol{\chi}_0$ 为使用后向投影方法得到的目标对比度, $\mathbf{a}_{p,0} = 0$, 搜索方向 $\boldsymbol{\rho}_{p,0} = 0$.

S.3 $n = n + 1$

S.3.1 更新等效电流源

更新公式为 $\mathbf{a}_{p,n} = \mathbf{a}_{p,n-1} + d_{p,n} \boldsymbol{\rho}_{p,n}$ 其中

$$\boldsymbol{\rho}_{p,n} = \mathbf{g}_{p,n} + \frac{\text{Re}[(\mathbf{g}_{p,n} - \mathbf{g}_{p,n-1})^* \cdot \mathbf{g}_{p,n}]}{\|\mathbf{g}_{p,n-1}\|^2} \boldsymbol{\rho}_{p,n-1}$$

为更新方向, $d_{p,n}$ 为迭代步长, $\mathbf{g}_{p,n}$ 是价格函数在 $\mathbf{a}_{p,n-1}, \boldsymbol{\chi}_{n-1}$ 处的梯度,

$$\mathbf{g}_{p,n} = \sum_{p=1}^N \left(\frac{(\mathbf{G}_i \cdot \mathbf{V}^{\text{Nonrad}})^H (\mathbf{G}_i \cdot \mathbf{V}^{\text{Nonrad}} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{G}_s \cdot \mathbf{i}_p^{\text{Rad}} - \mathbf{e}_p^{\text{sca}})}{\|\mathbf{e}_{i,p}^{\text{sca}}\|^2} + \frac{\mathbf{A}^H (\mathbf{A} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{b}_p)}{\|\mathbf{i}_p^{\text{Rad}}\|^2} \right).$$

为了确定迭代步长 $d_{p,n}$, 需要把 $\mathbf{a}_{p,n} = \mathbf{a}_{p,n-1} + d_{p,n} \boldsymbol{\rho}_{p,n}$ 代入价格函数中. 此时, 价格函数是 $d_{p,n}$ 的二次函数, 求出该价格函数的极值点就得到 $d_{p,n}$ 的取值, 进而求得 $\mathbf{a}_{p,n}$.

S.3.2 更新目标对比度

$\mathbf{a}_{p,n}$ 确定之后, 需要对目标对比度进行更新.

首先, 需要完成目标内部等效电流源和总场的更新, 二者更新方式如下:

$$(\mathbf{i}_{p,n})_m = (\mathbf{i}_p^{\text{Rad}})_m + (\mathbf{V}^{\text{Nonrad}} \cdot \mathbf{a}_{p,n})_m, \quad (18)$$

$$(\mathbf{e}_{i,p,n}^{\text{tot}})_m = (\mathbf{e}_{i,p}^{\text{inc}})_m + (\mathbf{G}_{mn} \cdot \mathbf{i}_p^{\text{Rad}})_m. \quad (19)$$

此时, 价格函数是关于 $\boldsymbol{\chi}_{m,m}$ 的二次函数, 可由求极

值方法直接求得目标对比度函数:

$$(\boldsymbol{\chi}_n)_{m,m} = \sum_{p=1}^N \frac{(\mathbf{e}_{i,p,n}^{\text{tot}})_m^* \cdot (\mathbf{i}_{p,n})_m}{\|\mathbf{i}_p^{\text{Rad}}\|^2} / \sum_{p=1}^N \frac{|(\mathbf{e}_{i,p,n}^{\text{tot}})_m|^2}{\|\mathbf{i}_p^{\text{Rad}}\|^2}, \quad (20)$$

该公式就是目标对比度更新公式.

S.4 将得到的 $\mathbf{a}_{p,n}$ 与 $\boldsymbol{\chi}_n$ 代入 (17) 式中计算误差, 如果误差小于某个给定值, 停止迭代; 否则, 继续 S.3 的过程.

为了清晰地说明该算法的迭代过程, 图 2 给出了算法流程.

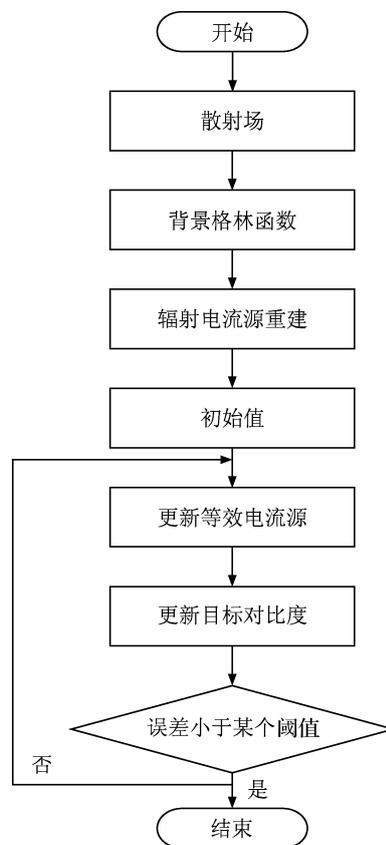


图 2 算法流程图

3 仿真结果

为了验证文中所提算法的有效性, 本节通过仿真实验来研究算法的反演性能, 同时分析入射波频率、采样间隔、测量线长度、噪声以及背景估计对反演结果的影响, 并给出相应的理论分析.

仿真实验使用的分层媒质结构和目标如图 3 所示, 该分层媒质由五层媒质构成, 第 2, 4 层为厚度 $d = 0.2 \text{ m}$, 相对介电常数为 $\epsilon_r = 4$ 的均匀媒质, 其余层为自由空间. 测量线长度为 $L = 6 \text{ m}$, 测

量间隔为 $\Delta x = 0.2 \text{ m}$, 共有 62 个测试位置, 采用多发多收模式, 共有 62×62 组数据. 目标尺寸为 $r_1 = 0.6 \text{ m}$, $r_2 = 0.3 \text{ m}$, $r_3 = 0.2 \text{ m}$, $O_1 = (0, -0.2 \text{ m})$, $O_2 = (-0.3 \text{ m}, 0.6 \text{ m})$, $O_3 = (0.3 \text{ m}, 0.6 \text{ m})$, 目标相对介电常数 $\epsilon_{\text{or}} = 2$, 成像区域为 $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ 方形区域, 离散化为 40×40 的网格.

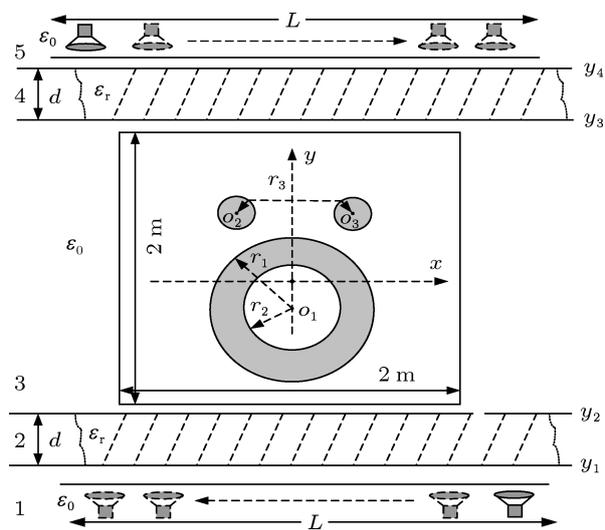


图3 五层介质与目标结构示意图

3.1 背景格林函数求解

在进行分层介质目标反演时, 需要计算分层介质格林函数, 本文采用文献 [16] 给出的计算方法, 这里只给出该方法计算结果与时域有限差分 (FDTD)^[17-19] 计算结果的比较. 考虑如图 4 所示的三层介质结构, 具体参数为 $y_1 = 20 \text{ cm}$, $y_2 = 40 \text{ cm}$, $\epsilon_r = 4$, $O_1 = (0, -20 \text{ cm})$, 测量线上等间隔分布有 20 个观测点, 采样间隔为 $\Delta x = 9 \text{ cm}$, 线源工作频率为 $f = 300 \text{ MHz}$.

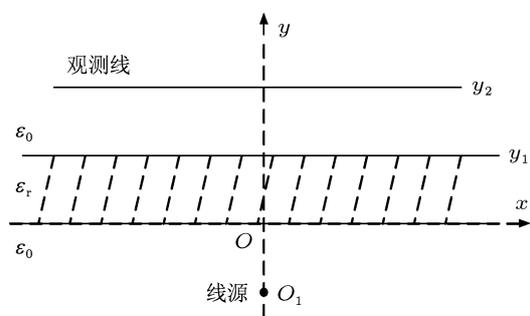


图4 三层介质结构

从图 5 的计算结果不难发现, 本文所采用的方法能够准确地计算出分层介质的格林函数, 因此,

该方法可用来计算目标反演所需要的仿真数据.

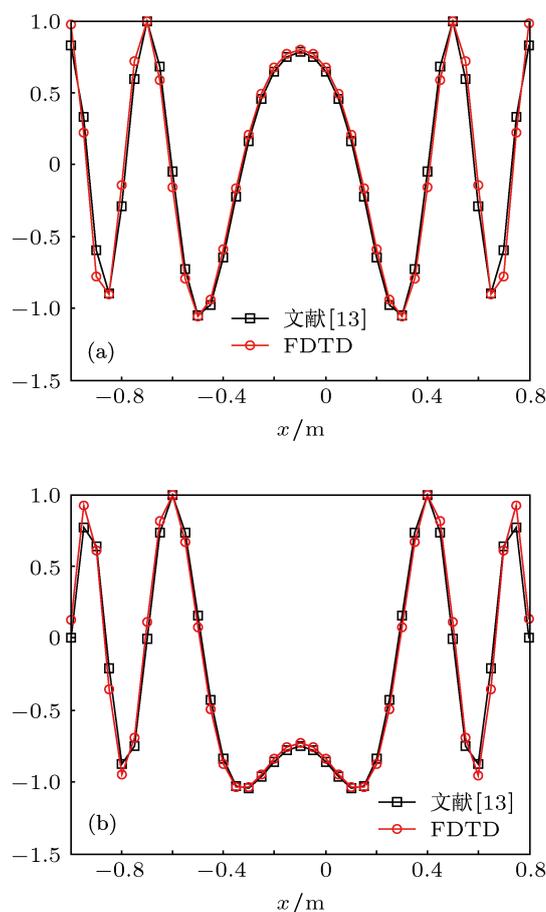


图5 两种方法计算结果比较 (a) 实部; (b) 虚部

3.2 反演结果与分析

3.2.1 入射波频率对反演结果的影响

为了研究入射波频率对反演结果的影响, 考虑如下测试条件: 测量线长度 $L = 6 \text{ m}$, 采样间隔 $\Delta x = 0.2 \text{ m}$, 频率为 100, 200, 300, 400, 500, 600 MHz. 反演结果如图 6 所示, 表 1 为相对误差, 其计算公式为 $\|I_{\text{rec}} - I\| / \|I\|$, 其中 I_{rec} 为反演得到的结果, I 为目标真实值.

表1 反演相对误差

测试频率 f/MHz	相对误差
100	0.7212
200	0.5057
300	0.4213
400	0.4196
500	0.3398
600	0.3156

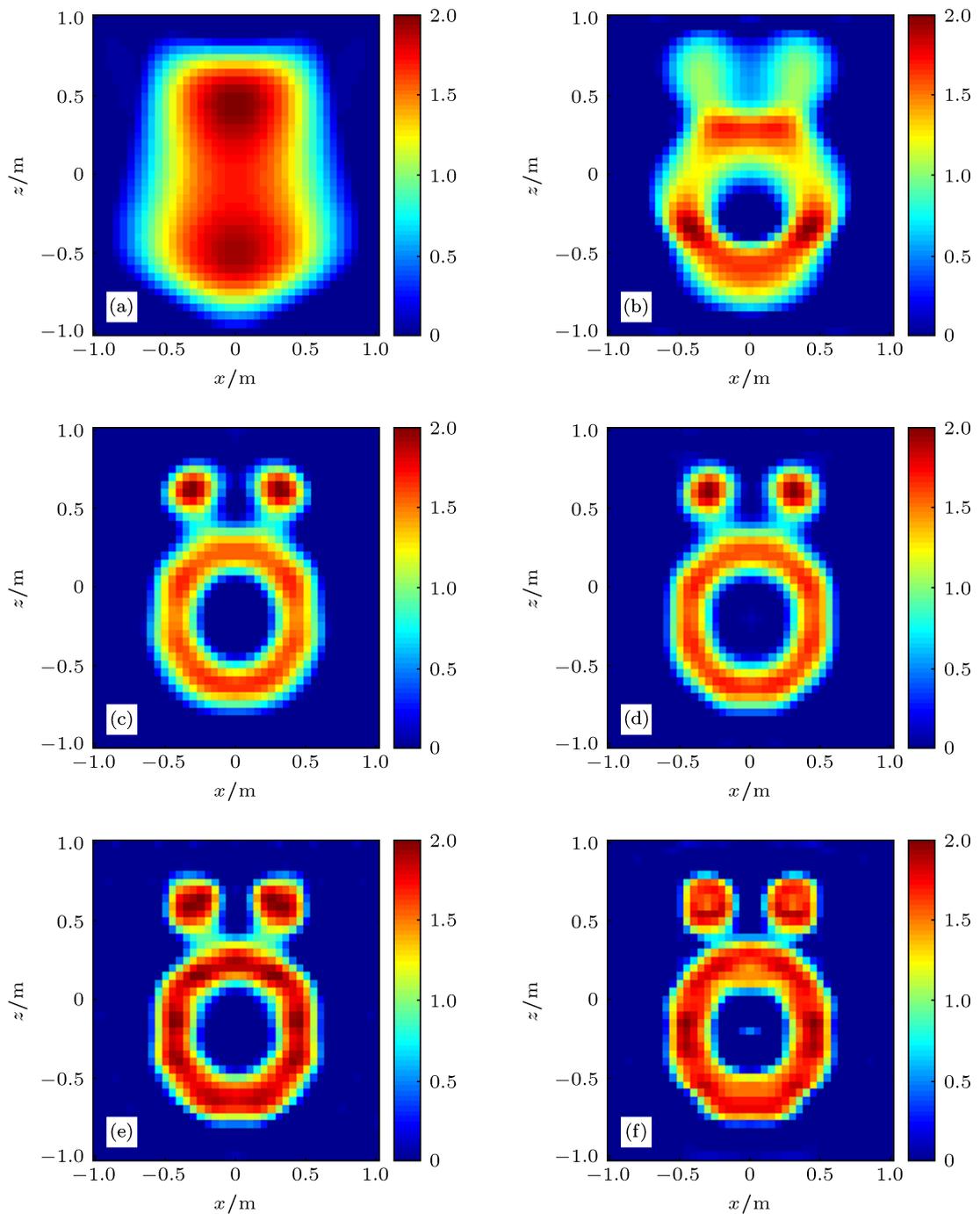


图6 不同频率下的反演结果 (a) $f = 100$ MHz; (b) $f = 200$ MHz; (c) $f = 300$ MHz; (d) $f = 400$ MHz; (e) $f = 500$ MHz; (f) $f = 600$ MHz

从图6可以看出,随着频率升高,反演结果在不断变好,频率为100 MHz的反演结果只能看到目标的大体轮廓,从300 MHz开始,反演结果逐渐清晰地展示出目标的形状与细节;表1给出的结果定量地衡量了不同频率的反演性能,从另一个角度说明了频率越高,反演结果越好这一结论;频率越高,反演结果越好的,主要原因是,对于同一个目标而言,其频谱信息是一定的,采用较高的频率能够获

取更多的目标频谱信息,尤其是高频分量,这就有效地提高了反演结果的分辨率,能够得到更加清晰的结果。

3.2.2 测量线长度对反演结果的影响

为了研究测量线长度对反演结果的影响,考虑如下测试条件:采样间隔为 $\Delta x = 0.2$ m,频率为 $f = 300$ MHz,测量线长度 L 分别为1, 2, 3, 4, 5, 6 m.反演结果如图7所示,表2为反演相对误差。

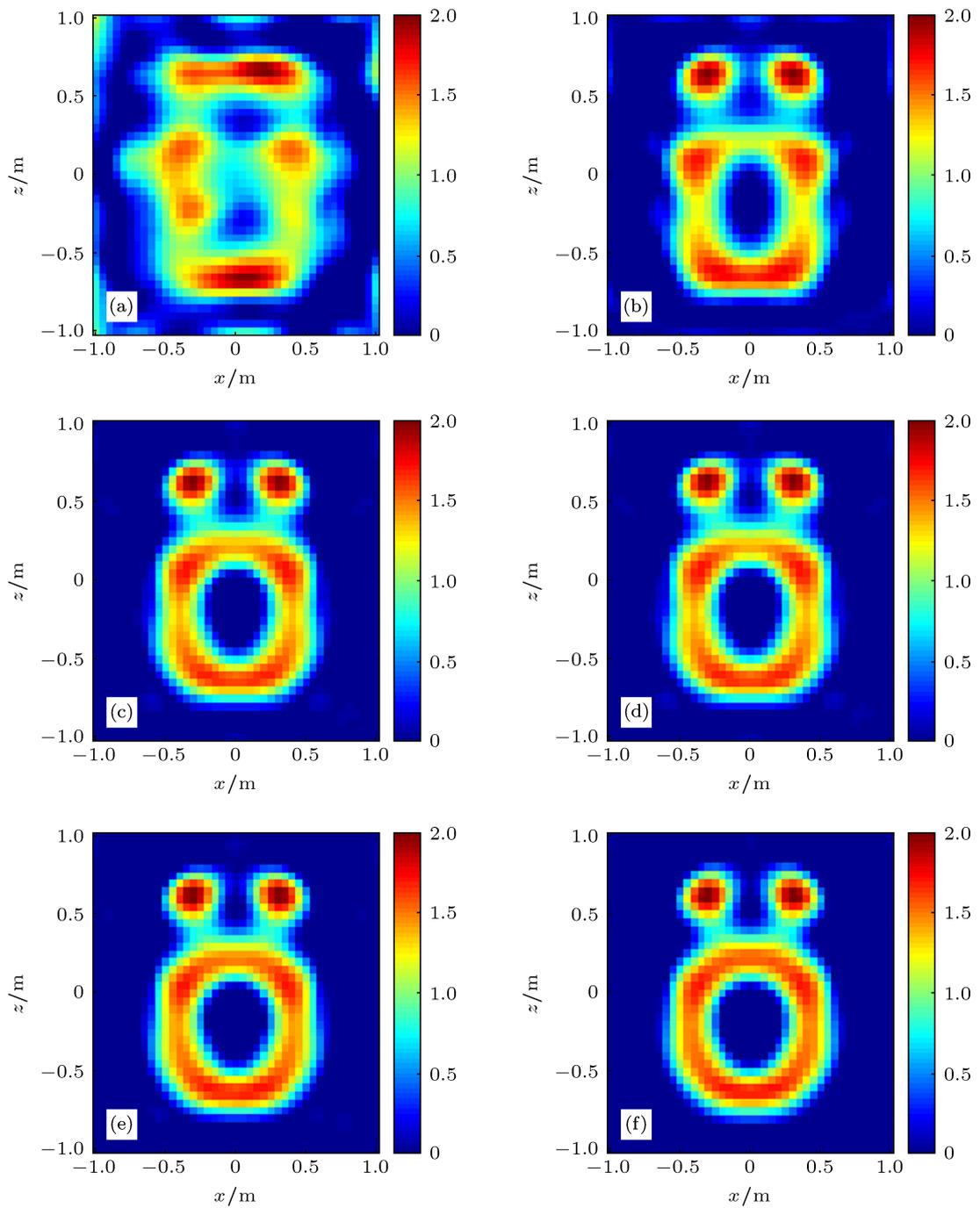


图 7 不同测量线长度下的反演结果 (a) $L = 1$ m; (b) $L = 2$ m; (c) $L = 3$ m; (d) $L = 4$ m; (e) $L = 5$ m; (f) $L = 6$ m

表 2 反演相对误差

测量线长度 L/m	相对误差
1	0.6394
2	0.4939
3	0.4596
4	0.4488
5	0.4340
6	0.4263

从图 7 可以看出, 随着测量线长度的增加, 反

演结果在逐渐变好, 表 2 给出的相对误差随测量线长度增加的变化趋势也说明了这一点; $L = 1$ m 时的反演结果最差, 此时测量线长度和目标几何尺寸非常接近, 因而只能在有限的“视角”内接收目标的散射信息, 无法完全获取目标信息; 测量线越长, 接收到目标的散射信息就越多; 从频域角度来讲, 这等同于提高频域分辨能力, 意味着接收到的数据中包含有更多的频谱分量 (频谱范围一定).

3.2.3 不同采样间隔下的反演结果

为了研究采样间隔对反演结果的影响,考虑如下测试条件: 采样间隔 Δx 分别为 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 m, 测量线长度 $L = 6$ m, 频率分别为 300 MHz 和 500 MHz. 为了节省空间,只给出 300 MHz 的反演结果,如图 8 所示,表 3 为 300 MHz 和 500 MHz 对应的反演相对误差.

表 3 反演相对误差

采样间隔 $\Delta x/m$	相对误差	
	$f = 300$ MHz	$f = 500$ MHz
1.0	0.4273	0.4403
0.8	0.4267	0.4130
0.6	0.4263	0.3550
0.4	0.4258	0.3549
0.2	0.4250	0.3524

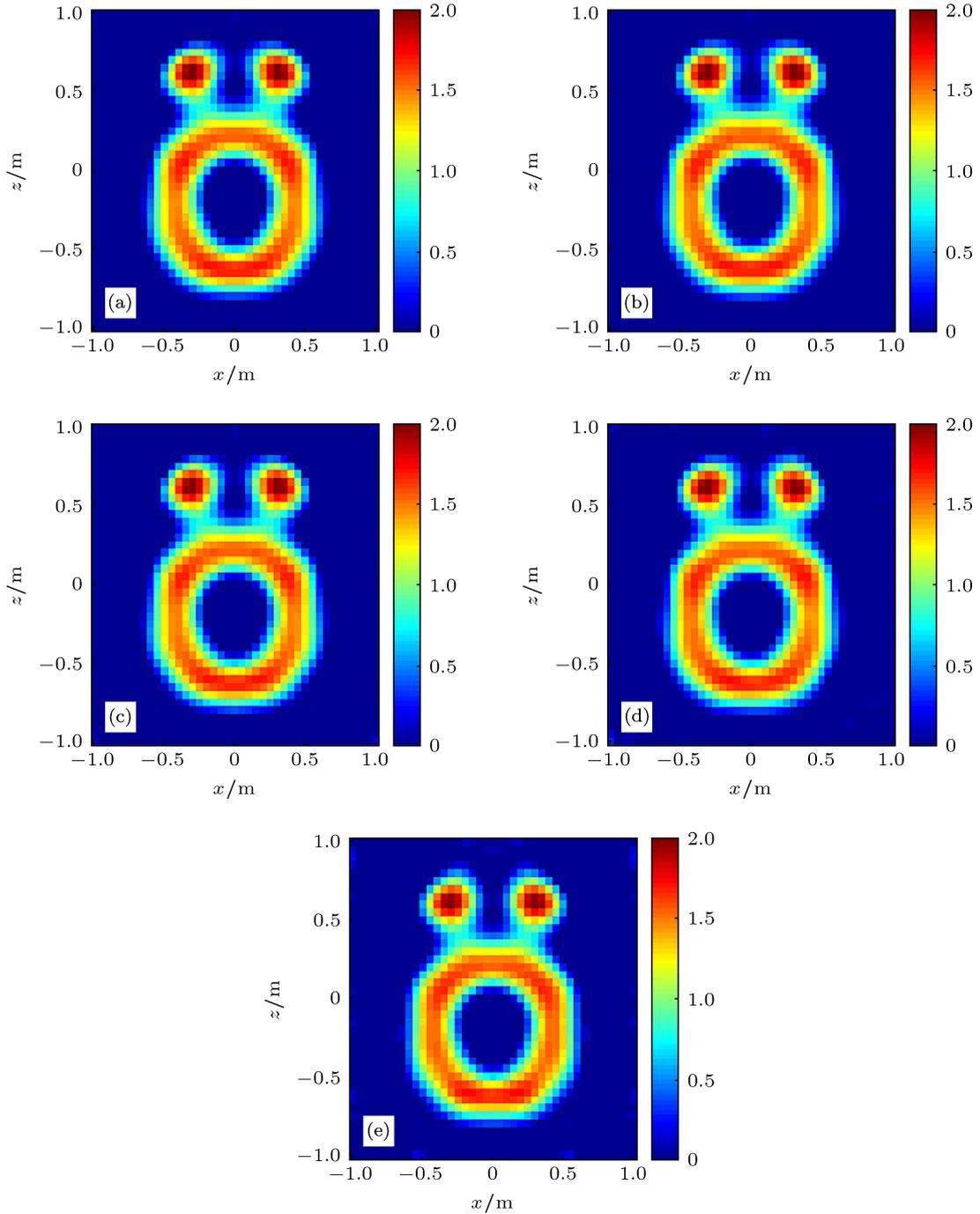


图 8 不同采样间隔下的反演结果 (a) $\Delta x = 0.2$ m; (b) $\Delta x = 0.4$ m; (c) $\Delta x = 0.6$ m; (d) $\Delta x = 0.8$ m; (e) $\Delta x = 1.0$ m

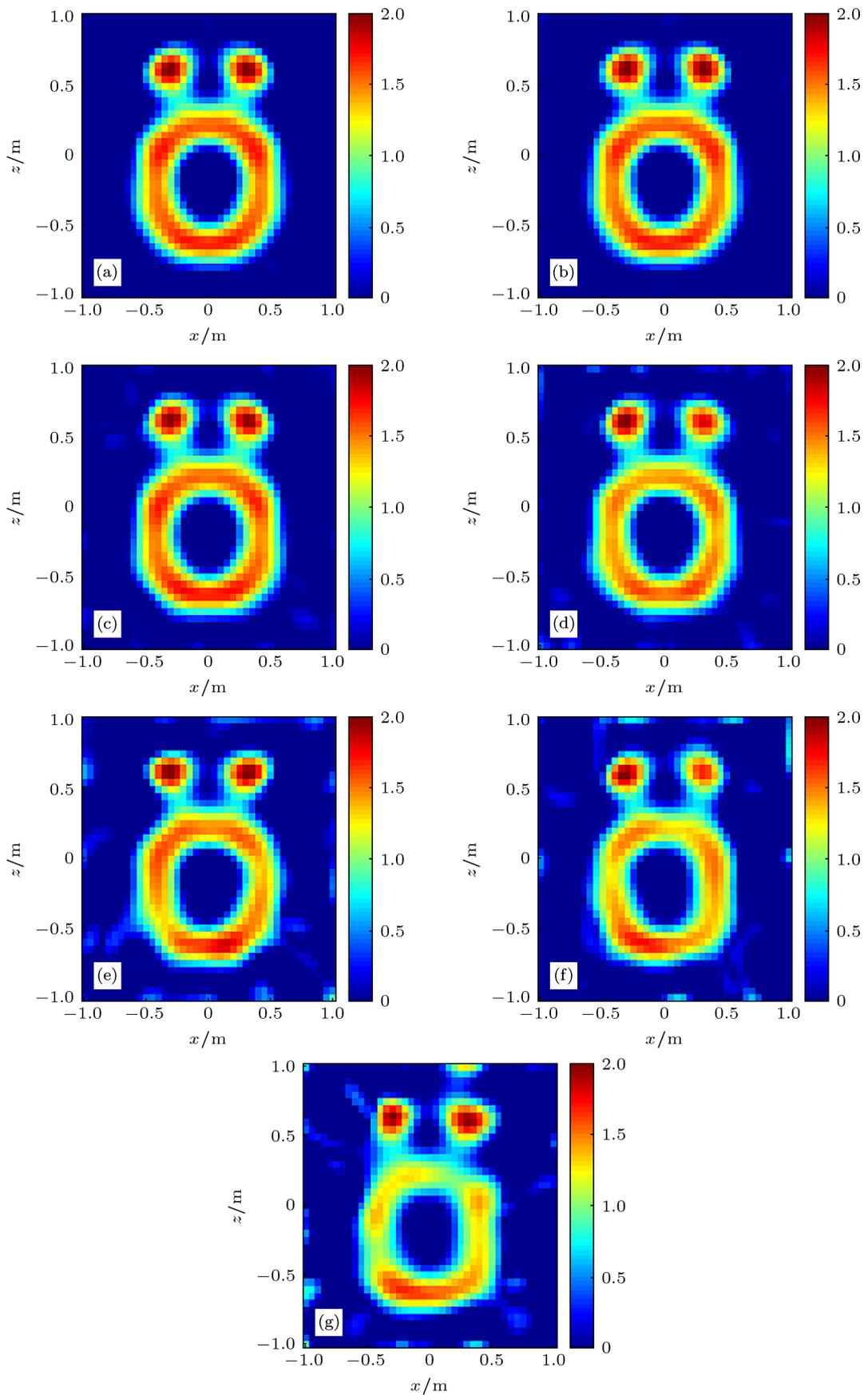


图9 不同噪声水平下的反演结果 (a) $\gamma = 0.05$; (b) $\gamma = 0.1$; (c) $\gamma = 0.5$; (d) $\gamma = 1.0$; (e) $\gamma = 1.5$; (f) $\gamma = 2.0$; (g) $\gamma = 2.5$

从图 8 可以发现, 频率为 300 MHz 的反演结果对采样间隔的变化不是很敏感, 尽管表 3 第一列的数据说明相对误差随着采样间隔的变小也在减小, 这意味着采样间隔只要在一个波长内 (波长为 1 m), 就能获得较好的反演结果.

表 3 第二列对应的是频率为 500 MHz (波长为 0.6 m) 的结果, 该结果表明, 当采样间隔满足 $\Delta x \leq 0.6$ m, 相对误差变化不是很明显; 当 $\Delta x > 0.6$ m 时, 相对误差出现明显, 这再次表明, 要想获得较好的反演结果, 采样间隔就应该在一个波长内.

3.2.4 不同噪声水平下的反演结果

假设含有一定噪声水平的散射数据为, $e_n^{sca} = e^{sca} \cdot [1 + \gamma \cdot \text{rand}(1, N)]$, 其中 e^{sca} 为某一测试条件下的无噪声数据, 这里 γ 为噪声水平, $\text{rand}(1, N)$ 为与 e^{sca} 相同长度的具有单位幅度的随机噪声. 为了研究噪声对不同测试条件下反演结果的影响, 考虑以下三种测试条件: 测量线长度和采样间隔分别为 $L = 6$ m, $\Delta x = 0.6$ m; $L = 6$ m, $\Delta x = 0.2$ m; $L = 3$ m, $\Delta x = 0.2$ m, 频率为 300 MHz, 为了节省空间, 这里只给出测试条件为 $L = 6$ m, $\Delta x = 0.2$ m, γ 分别取 0.05, 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 的反演结果, 如图 9 所示, 表 4 为三种测试条件下的反演相对误差.

表 4 反演相对误差

噪声水平 γ	相对误差		
	$L = 6$ m, $\Delta x = 0.6$ m	$L = 6$ m, $\Delta x = 0.2$ m	$L = 3$ m, $\Delta x = 0.2$ m
0.05	0.4262	0.4264	0.4593
0.1	0.4331	0.4266	0.4642
0.5	0.4648	0.4288	0.4838
1.0	0.5142	0.4468	0.5520
1.5	0.6896	0.4480	0.6365
2.0	0.6980	0.4728	0.6526
2.5	0.7074	0.4989	0.6697

从图 9 可以看出, 随着噪声水平不断提高, 反演结果也越来越差; 在噪声水平较低时 ($\gamma \leq 1.5$), 反演结果良好地保持了目标的形状, 噪声水平较高时 ($\gamma > 1.5$), 目标的形状开始发生畸变, 无法完整地看清目标的形状.

表 4 给出了三种不同测试环境下的相对误差, 经过比较不难发现, 随着噪声水平的不断提高, 三种测试环境下的相对误差都在不断变大, 这表明在测试环境一定时, 要想获得较好的反演结果, 需要

采用一定的方法来最大限度地抑制噪声的影响; 比较第一列与第二列的数据, 不难发现, 在相同测量长度下, 较小的采样间隔有利于抑制噪声, 其原因是测量数据的增加有效地抑制了噪声的干扰; 比较第三列与第二列的数据, 同样可以发现, 在采样间隔一定时, 增大测量线长度能够降低噪声干扰, 其原因也是利用数据量的增加来有效地抑制噪声的干扰.

3.2.5 背景为自由空间的反演结果

为了研究背景估计对反演结果的影响, 使用自由空间作为背景, 反演结果如图 10 所示.

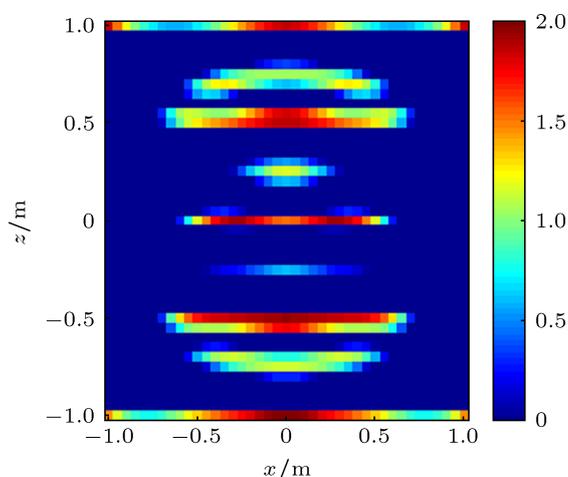


图 10 背景为自由空间的反演结果

仿真所采用是五层媒质, 其中两层的相对介电常数为 $\epsilon_r = 4$, 其余三层是自由空间 $\epsilon_r = 1$, 如果在进行目标反演中, 用自由空间作为背景, 即在反演中, 采用自由空间中的格林函数, 就会得到如图 10 所示的结果. 这表明, 反演的准确性与背景估计的精确性有关, 如果背景估计出现误差 (分层媒质电磁参数估计错误), 就无法得到正确的结果.

4 结论

本文提出了基于等效电流源的分层媒质目标反演方法, 先从散射数据中重建辐射电流源, 然后通过共轭梯度方法来重建等效电流源进而实现对目标的反演. 从仿真实验和理论推导两个方面分析了算法的有效性, 同时深入研究了入射波频率、测量线长度、采样间隔、噪声以及背景估计对反演结果的影响, 并给出了相应的分析. 主要结论有以下几点:

1) 频率越高, 反演效果越好, 只有采用较高的频率才能够更清晰地获取目标的信息;

2) 测量线越长, 反演效果越好, 测量线至少要大于目标的几何尺寸, 要尽可能地捕捉到来自目标不同方向的散射信息;

3) 采样间隔需要满足一个条件, 即不超过入射波频率的波长, 在该范围内, 都能得到较好的反演结果;

4) 噪声水平越大, 反演结果越差, 增加测量线

长度或缩小采样间隔都能起到抑制噪声, 提高反演质量的作用;

5) 准确地估计背景是实现目标反演的前提条件, 一旦背景出现错误, 就无法正确地反演出目标.

本文的研究结果为实现分层媒质目标反演提供了理论和仿真依据, 可用于穿墙成像、地质勘探等领域. 本文主要针对分层媒质中的 2-D 目标反演问题展开研究, 3-D 目标的反演将是下一阶段工作的重点.

- [1] Sullivan D M 1996 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **44** 28
- [2] Xu L J, Yuan N C 2005 *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* **15** 126
- [3] Deming R W, Devaney A J 1997 *Inverse Problem* **13** 29
- [4] Cui T J, Chew W C 2003 *Int. J. Imag. Syst. Tech.* **41** 2197
- [5] Meaney P M, Paulsen K D, Hartov A, Crane R K 1996 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **43** 878
- [6] Li F H, Liu Q H, Song L P 2004 *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* **1** 107
- [7] Song L P, Yu C, Liu Q H 2005 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **43** 2793
- [8] Yang J, Fan D Y, Wang S J, Gu Y 2000 *Chin. Phys. B* **9** 119
- [9] Guo L X, Wang Y H, Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5130 (in Chinese) [郭立新, 王运华, 吴振森 2005 物理学报 **54** 5130]
- [10] Zhu R J, Wang J, Ou D R, Zhu J, Jin G F 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1906
- [11] Li Y L, Huang J Y, Wang M J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7630 (in Chinese) [李应乐, 黄际英, 王明军 2008 物理学报 **57** 7630]
- [12] Dai S Y, Wu Z S, Xu Y B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 786 (in Chinese) [代少玉, 吴振森, 徐仰彬 2007 物理学报 **56** 786]
- [13] Guo L X, Wang Y H, Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 96 (in Chinese) [郭立新, 王运华, 吴振森 2005 物理学报 **54** 96]
- [14] Nie Z P, Wang H G 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 3035 (in Chinese) [聂在平, 王浩刚 2003 物理学报 **52** 3035]
- [15] Chen X D 2010 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **48** 42
- [16] Simsek E, Liu J G, Liu Q H 2006 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **54** 1742
- [17] Yang L X, Ge D B, Wei B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4509 (in Chinese) [杨利霞, 葛德彪, 魏兵 2007 物理学报 **56** 4509]
- [18] Yang L X, Ge D B, Wang G, Yan S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6937 (in Chinese) [杨利霞, 葛德彪, 王刚, 阎述 2007 物理学报 **56** 6937]
- [19] Tang W, Yan Y B, Li Q L, Wu Z S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4173 (in Chinese) [汤炜, 闫玉波, 李清亮, 吴振森 2004 物理学报 **53** 4173]

Investigation on the reconstruction of objects buried in layered media based on the equivalent current source*

Zhang Peng^{1)2)†} Zhang Xiao-Juan¹⁾

1) (*Key Laboratory of Electromagnetic Radiation and Sensing Technology of Chinese Academy of Sciences, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China*)

(Received 7 April 2013; revised manuscript received 3 May 2013)

Abstract

In this paper, a new algorithm based on the equivalent current source is proposed to reconstruct the objects buried in layered media. In this method the radiating current source from the scattering data is first reconstructed and the reconstruction of equivalent current source and objects are then achieved efficiently by solving an optimization problem in a lower dimensional linear space using the conjugate gradient method. The effects of the frequency of incident wave, sampling interval, length of measurement line level of noise, and the estimation of background on the reconstructed results are studied and analyzed in detail. Numerical results show that the proposed method has a high ability to reconstruct the objects buried in layered media. Therefore, the method can be used to solve the problems in the areas of through-the-wall imaging and geophysical exploration and so on.

Keywords: electromagnetic scattering, layered media, equivalent current source

PACS: 42.25.Fx, 02.30.Zz

DOI: 10.7498/aps.62.164201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61172017) and the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2009AA12Z132).

† Corresponding author. E-mail: znkr@163.com