

## 半覆盖锥束 CT 中扁平物体的高效反投影滤波重建\*

张峰 闫镔<sup>†</sup> 汪先超 江桦 魏星

(国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002)

(2013年3月17日收到; 2013年5月2日收到修改稿)

全覆盖圆轨迹扫描的成像视野受探测器宽度限制, 对于大物体的成像效率较低. 半覆盖扫描可以将成像视野扩展近 1 倍, 图像重建首推使用反投影滤波型算法. 反投影滤波型算法按 PI 线重建, 各 PI 线积分区间的非一致性导致通信和计算消耗大, 影响重建效率. 针对半覆盖成像中扁平形状物体的重建问题, 提出了一种改进的反投影滤波型算法, 且证明了当扁平物体的厚度小于  $2R \sin(2\pi/N_p)$  ( $R$  为扫描半径,  $N_p$  为圆扫描一周均匀采集的投影数量) 时, PI 线积分区间的非一致性在数值计算过程中的误差是可以忽略的. 改进后的算法相比原半覆盖反投影滤波算法具有两个明显的优势: 一是数值计算过程中角度循环移至 PI 线循环之外, 算法的通信需求显著降低; 二是投影数据求导、反投影和沿 PI 线滤波三个步骤均能够并行计算, 算法的并行性得到增强. 数值仿真与实际数据的实验结果表明, 本文算法与原半覆盖反投影滤波算法的重建精度相当, 但计算效率提高了 4.6 倍.

关键词: 锥束 CT, 半覆盖成像, 反投影滤波, PI 线

PACS: 87.59.-e, 87.59.bd

DOI: 10.7498/aps.62.168702

## 1 引言

近年来, 图像重建算法在长物体重建<sup>[1,2]</sup>、感兴趣区域重建<sup>[3-6]</sup>、低剂量重建<sup>[7]</sup>、超视野重建<sup>[8,9]</sup>等方面都取得了巨大进步, CT 在实际生活中也发挥着越来越重要的作用. 圆轨迹全覆盖成像因其机械结构简单、重建速度快, 仍然是应用中的主流<sup>[10]</sup>. 但是, 圆轨迹全覆盖成像获取的投影数据存在 1 倍冗余, 降低了射线源与探测器的使用效率. 圆轨迹半覆盖成像技术能在全覆盖成像条件的基础上将横向视野扩展近 1 倍, 提高了射线源与探测器的使用效率, 是使用小面积探测器检测大物体的有效途径<sup>[11-13]</sup>. 但是半覆盖扫描获取的投影数据存在横向截断, 因此, 研究相应的图像重建算法是其实用化的关键技术之一. 解析法中的滤波反投影 (filtered back-projection, FBP) 算法沿探测器横向滤波, 滤波函数的非局域性会导致重建图像出现严重的数据截断伪影. Guo 等<sup>[14]</sup>对 FBP 算法中的滤波函数进行了改进, 但仍然无法完全去除数据截断带

来的伪影. 虽然可以根据几何对称性将截断的投影数据补齐, 然后再采用 FBP 算法重建, 但这不仅会增加额外的计算量, 而且重建结果的精度较差. 反投影滤波 (back-projection filtration, BPF) 算法基于 PI 线的概念<sup>[15]</sup>, 首先将差分后的投影数据反投影到 PI 线上, 然后沿 PI 线进行 Hilbert 滤波. 在圆轨迹半覆盖成像中, 尽管 PI 线在单个角度下的投影存在截断, 但截断的数据可以在反投影时得到补全, 从而实现中心平面的精确重建、非中心平面的近似重建<sup>[13]</sup>.

扁平物体是锥束 CT 成像中的一类特殊问题, 针对其在圆轨迹全覆盖成像中的高效重建问题, Wang 等<sup>[16]</sup>推导了当均匀采集 360 个投影、扁平物体的厚度小于  $0.0349R$  ( $R$  为扫描半径) 时, 所有 PI 线的积分区间可以固定为  $[0, \pi]$ , 从而可以将原 MD-FBP 算法<sup>[2,17]</sup>数值计算过程中的角度循环与 PI 线循环交换顺序, 计算效率提高了近 1 倍. 由于半覆盖扫描获取的投影数据存在横向截断, 因此, Wang 等的方法无法直接应用. Li 等<sup>[13]</sup>提出的基于 BPF 型的半覆盖重建算法可以处理投影数据的

\* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2012AA011603) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: ybpace@yahoo.com.cn

横向截断问题,但算法中反投影的积分区间与PI线的位置有关,使得PI线的积分区间不一致,重建效率较低.

为提高半覆盖锥束CT成像中扁平物体的重建速度,本文提出了一种改进的反投影滤波型算法,推导了扁平物体厚度与扫描半径和角度采样数的关系,证明了当扁平物体的厚度小于 $2R\sin(2\pi/N_p)$ 时( $N_p$ 为圆扫描一周均匀采集的投影数量),所有PI线积分区的一个端点可以固定下来;接下来,通过将积分区间进行适当放大,使得所有PI线的积分区间得到统一.与Li等的算法相比,改进后的算法在重建扁平物体时具有两个明显的优势:一是数值计算过程中的外层为角度循环,内层为PI线循环,通信消耗显著减少;二是投影数据求导、反投影和沿PI线滤波三个步骤均可并行计算,算法的并行性得到显著增强.

## 2 半覆盖反投影滤波(HC-BPF)算法的原理

将圆轨迹全覆盖成像系统中探测器沿垂直于中心射线的方向平移一半宽度即得到半覆盖成像系统,俯视图如图1所示.在该系统中,射线源到旋转中心的距离为 $R$ ,射线源到探测器的距离为 $D$ ;扫描过程中,射线源与探测器围绕旋转中心做圆周运动,运动轨迹可描述为 $\mathbf{r}_0(\lambda) = (R\cos\lambda, R\sin\lambda, 0)^T$ , $\lambda$ 为射线源的方位角;在 $\lambda$ 角度下采集的投影数据定义为 $P(u, v, \lambda)$ ,其中 $(u, v)$ 为探测器上像素的坐标.

根据PI线的定义<sup>[15]</sup>,圆轨迹仅在中心平面存在PI线.为了在圆轨迹中使用BPF算法,需要在非中心平面引入“虚拟PI线”<sup>[13,18]</sup>.由于圆轨迹锥束CT不满足精确重建的充分条件<sup>[19]</sup>,因此无法精确重建“虚拟PI线”.本文对Li等<sup>[13]</sup>算法中的投影数据求导步骤进行修改,将其中关于角度的求导运算移至反投影中,从而减少算法的计算量.改进后的半覆盖BPF算法(以下简称HC-BPF算法)包含以下步骤.

### 步骤1 投影数据求导

$$G(u, v, \lambda) = \frac{u^2 + D^2}{D} \frac{\partial P(u, v, \lambda)}{\partial u}. \quad (1)$$

### 步骤2 确定PI线

$$\begin{cases} \lambda_1 = \sin^{-1}(y/R), \\ \lambda_2 = \pi - \sin^{-1}(y/R) & (y \geq 0), \\ \lambda_1 = \pi - \sin^{-1}(y/R), \\ \lambda_2 = 2\pi + \sin^{-1}(y/R) & (y < 0), \end{cases} \quad (2)$$

其中 $y$ 为PI线到X轴的距离, $\lambda_1, \lambda_2$ 为该PI线与扫描轨迹交点的方位角.

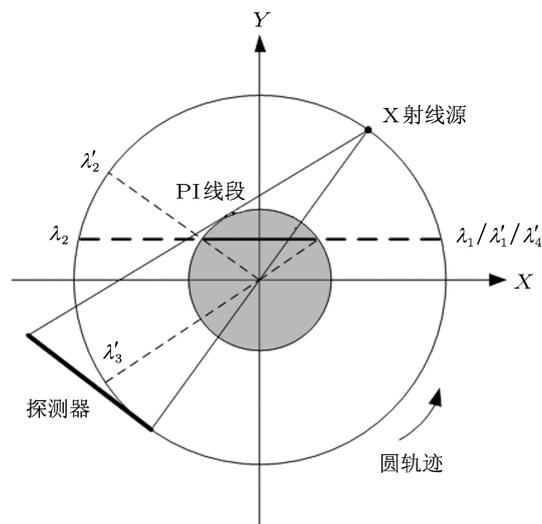


图1 圆轨迹半覆盖扫描示意图

### 步骤3 加权反投影

$$\begin{aligned} g_{\pi}(\mathbf{r}) &= \int_{\lambda'_1}^{\lambda'_2} \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} d\lambda + \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} \Big|_{\lambda'_1}^{\lambda'_2} \\ &\quad - \int_{\lambda'_3}^{\lambda'_4} \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} d\lambda - \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} \Big|_{\lambda'_3}^{\lambda'_4}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中,积分区间 $\lambda'_1 - \lambda'_4$ 为

$$\begin{cases} \lambda'_1 = \lambda_1, \lambda'_2 = \pi - \tan^{-1}(2y/L), \\ \lambda'_3 = 2\pi - \lambda'_2, \lambda'_4 = \lambda'_1 + 2\pi & (y \geq 0), \\ \lambda'_1 = -\tan^{-1}(2y/L), \lambda'_2 = \lambda_1, \\ \lambda'_3 = \lambda'_2, \lambda'_4 = 2\pi - \lambda'_1 & (y < 0), \end{cases} \quad (4)$$

$L$ 为位于FOV(field-of-view)内的PI线的长度.

### 步骤4 逆Hilbert变换

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(x_2 - x)(x - x_1)}}$$

$$\times \left[ \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{(x_2-x')(x'-x_1)}}{\pi(x-x')} g_{\pi}(x', \lambda_1, \lambda_2) dx' + C \right], \quad (5)$$

其中  $x_1, x_2$  为 PI 线与 FOV 边界的交点, 常数项  $C = 2P(\lambda_1, \lambda_2)$ .

由 (3) 式可知, 反投影中的积分区间不仅与 PI 线所在的位置有关, 而且还与 FOV 内 PI 线的长度有关, 因此不同 PI 线的积分区间不一致. 在数值计算过程中, 这种不一致性表现为外层为 PI 线循环, 内层为角度循环. HC-BPF 算法的伪代码如下:

for  $i = 1, N_{PI}$  ( $N_{PI}$  为 PI 线的数量)

Determination of integral interval of the PI-line  $\lambda'_1 - \lambda'_4$ .

for  $j = P_{start}^i, P_{end}^i$  ( $P_{start}^i$  与  $P_{end}^i$  为第  $i$  条 PI 线对应的起始与终止投影的编号)

Load projection  $P^j$ .

Derivative of projection.

Weighted back-projection.

end

Inverse Hilbert transform along the PI-line.

end

文献 [20] 将硬件资源分为计算、通信和存储三个部分, 其实一种算法对计算机硬件的需求也表现为这三个方面, 只有算法的需求与硬件资源达到最优匹配, 其计算效率才能达到最高. 为定量分析算法的效率, 本文设从存储器中读取一个投影的时间为  $T_C$ , 施加在一个投影上的求导时间为  $T_D$ , 沿一条 PI 线的加权反投影时间为  $T_B$ , 沿一条 PI 线的逆 Hilbert 变换时间为  $T_F$ . 分析上述伪代码可得 HC-BPF 算法的总时间为  $\sum_{i=1}^{N_{PI}} [N_{PI}^{iPI} (T_C + T_D)] + N_{PI} (T_B + T_F)$ , 式中  $N_{PI}^{iPI}$  为第  $i$  条 PI 线对应的投影个数. 上述结果表明: 由于相邻 PI 线的积分区间存在交叠, 相邻 PI 线的内层循环中必然存在同一投影数据的反复读取与求导运算的反复执行, 这将带来极大的通信消耗和计算消耗, 从而降低算法的计算效率. 为提高算法的计算效率, 可以将外存 (如电脑的硬盘) 中的投影数据全部存储于内存中, 从而在一定程度上缓解通信消耗, 但由于实际应用中采集的 X 射线投影的数据量巨大, 这对内存提出了更高的要求, 一般的计算机很难满足该存储要求. 因此, 上述算法尽管在理论上可行, 但在实际应用中却存在一定的局限性.

### 3 针对扁平物体的高效 HC-BPF 算法

扁平物体的显著特点是厚度比另外两个方向的尺寸小得多 [21], 如图 2 所示.

若扁平物体的厚度  $l$  满足

$$\lambda_1 = \arcsin \frac{l}{2R} < \frac{2\pi}{N_p}, \quad (6)$$

则对于离散采集的投影  $P(u, v, 2\pi i/N_p)$  (其中  $i = 0, \dots, N_p - 1$ ),  $\lambda_1$  对应投影  $P(u, v, \lambda_1)$  的编号为 0, 因此 (4) 式中的  $\lambda'_1$  (或  $\lambda'_2$ ) 就可以被固定为 0. (6) 式建立了扁平物体厚度与扫描半径和角度采样数的关系, 如图 3 所示, 其中扁平物体的最大厚度  $l_{max} = 2R \sin(2\pi/N_p)$ . 该式表明, 当  $N_p$  一定时, 适用于上述结论的扁平物体的最大厚度与扫描半径  $R$  成正比, 即当实际的扁平物体厚度大于  $l_{max}$  时, 可以适当增大  $R$  后仍然使用上述结论. 为便于讨论, 下面仅讨论  $l < l_{max}$  的情况.

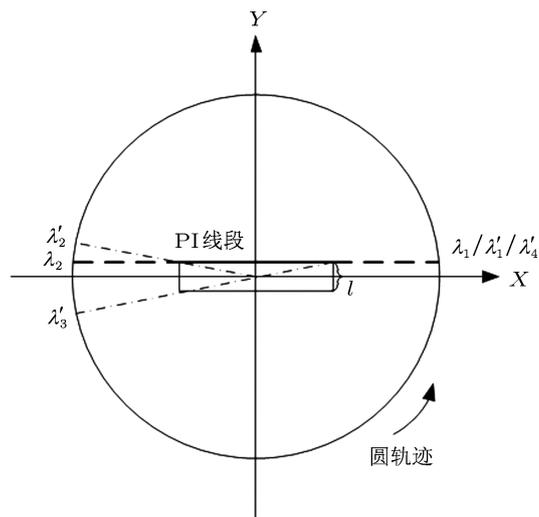


图 2 扁平物体中 PI 线的积分区间

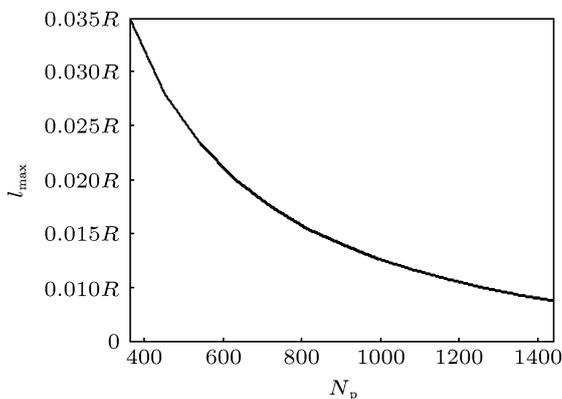


图 3 扁平物体厚度与角度采样数的关系

当  $l < l_{\max}$  时, (4) 式可写为

$$\begin{cases} \lambda'_1 = 0, \lambda'_2 = \pi - \tan^{-1}(2y/L), \\ \lambda'_3 = 2\pi - \lambda'_2, \lambda'_4 = 2\pi, y \geq 0, \\ \lambda'_1 = -\tan^{-1}(2y/L), \lambda'_2 = \pi, \\ \lambda'_3 = \lambda'_2, \lambda'_4 = 2\pi - \lambda'_1, y < 0. \end{cases} \quad (7)$$

显然, (7) 式中的积分区间仅与 FOV 内 PI 线的长度有关. 为减少算法的通信需求, 本文将积分区间适当放大, 使 (7) 式变为

$$\begin{cases} \lambda'_1 = 0, \lambda'_2 = \pi, \\ \lambda'_3 = \pi, \lambda'_4 = 2\pi, y \geq 0, \\ \lambda'_1 = 0, \lambda'_2 = \pi, \\ \lambda'_3 = \pi, \lambda'_4 = 2\pi, y < 0. \end{cases} \quad (8)$$

此时, (3) 式可重写为

$$g_{\pi}(\mathbf{r}) = \int_0^{\pi} \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} d\lambda + \left. \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} \right|_0^{\pi} - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} d\lambda - \left. \frac{G(u, v, \lambda)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(\lambda)|} \right|_{\pi}^{2\pi}. \quad (9)$$

尽管放大后的积分区间相比之前增加了  $2|\tan^{-1}(l/L)|$ , 但通过分析几何关系可知, 增加的积分区间对 PI 线上的反投影数据没有任何贡献, 从而不会引入误差. 对比 (3) 式与 (9) 式, 不难发现, 所有 PI 线的积分区间得到了统一. 因此, 改进后算法的伪代码如下:

for  $i = 1, N_p$  ( $N_p$  为  $2\pi$  范围内均匀采集的投影数量)

    Load projection  $P^i$ .

    Derivative of projection.

    for  $j = 1, N_{PI}$  ( $N_{PI}$  为 PI 线的数量)

        Weighted backprojection.

    end

end

for  $j = 1, N_{PI}$

    Inverse Hilbert transform along the PI-line.

end

采用第 2 节中相同的方法分析上述伪代码, 可以得到改进后算法的总时间为  $N_p(T_C + T_D) + N_{PI}(T_B + T_F)$ . 对比改进前算法的总时间可以发现, 对于扁平物体, 本文算法在用于读取投影数据和求导方面的时间减少为原来的近  $1/N_{PI}$ , 算法的效率得到了明显提升. 另外, 由于投影数据求导、反投

影和沿 PI 线的逆 Hilbert 变换均可以进行并行计算, 因此算法的并行性也得到了显著提高.

## 4 实验结果

对于改进后的算法, 本文通过数值仿真和实际数据实验来验证其有效性, 并通过与 Wang<sup>[11]</sup> 的算法 (以下简称 HC-FDK 算法) 和 HC-BPF 算法的比较来分析改进后算法的计算效率. 在数值仿真实验中, 首先采用解析法获得 3D Shepp-Logan 体模<sup>[22]</sup> 在圆轨迹半覆盖成像系统中的投影数据, 具体的仿真参数为  $R = 300$  mm;  $D = 600$  mm;  $N_p = 540$ ; 探测器的宽度为 50 mm, 高度为 100 mm, 像素尺寸为  $0.2$  mm  $\times$   $0.2$  mm. 然后采用 C 语言编写 HC-FDK, HC-BPF 和本文算法的数值计算代码. 用于实验的计算机配置为: Intel(R) Xeon(R) E5520@2.27 GHz; 8 GB 内存. 根据 (6) 式可以计算该实验参数下满足本文算法的扁平物体的最大厚度为 6.98 mm, 因此设定重建矩阵为  $384 \times 64 \times 384$ , 体素尺寸为  $0.1$  mm  $\times$   $0.1$  mm  $\times$   $0.1$  mm. 分别采用上述三种算法进行图像重建, 重建结果如图 4 所示, 数值显示范围为  $[0, 1]$ , 重建时间如表 1 所示.

表 1 重建时间比较

算法	重建尺寸	重建时间/s
HC-BPF 算法		1404
仿真实验 HC-FDK 算法	$384 \times 64 \times 384$	1127
本文算法		1069
HC-BPF 算法		32808
实际实验 HC-FDK 算法	$1024 \times 128 \times 1024$	6414
本文算法		5839

取图 4(a)—(d) 中  $z = 0$  mm 的切片中  $y = 0$  mm 所在行的数据做剖面, 如图 5 所示. 在图 5 的剖线上, HC-FDK 算法, HC-BPF 算法和本文算法的均方误差分别为 0.0684, 0.0031, 0.0031. 数值仿真实验结果表明, HC-FDK 算法中滤波函数的非局域性会产生严重的数据截断伪影; HC-BPF 算法和本文的算法均能获得令人满意的重建图像, 误差分析说明本文的算法未引入任何误差, 与理论分析一致. 考虑到数值仿真中投影数据量小, 在 HC-BPF 算法的数值计算过程中, 本文将所有投影数据全部读入到内存中, 从而减少了一定的通信开销, 但是本文算法仍然比 HC-BPF 算法的重建时间节省了约 1/4.

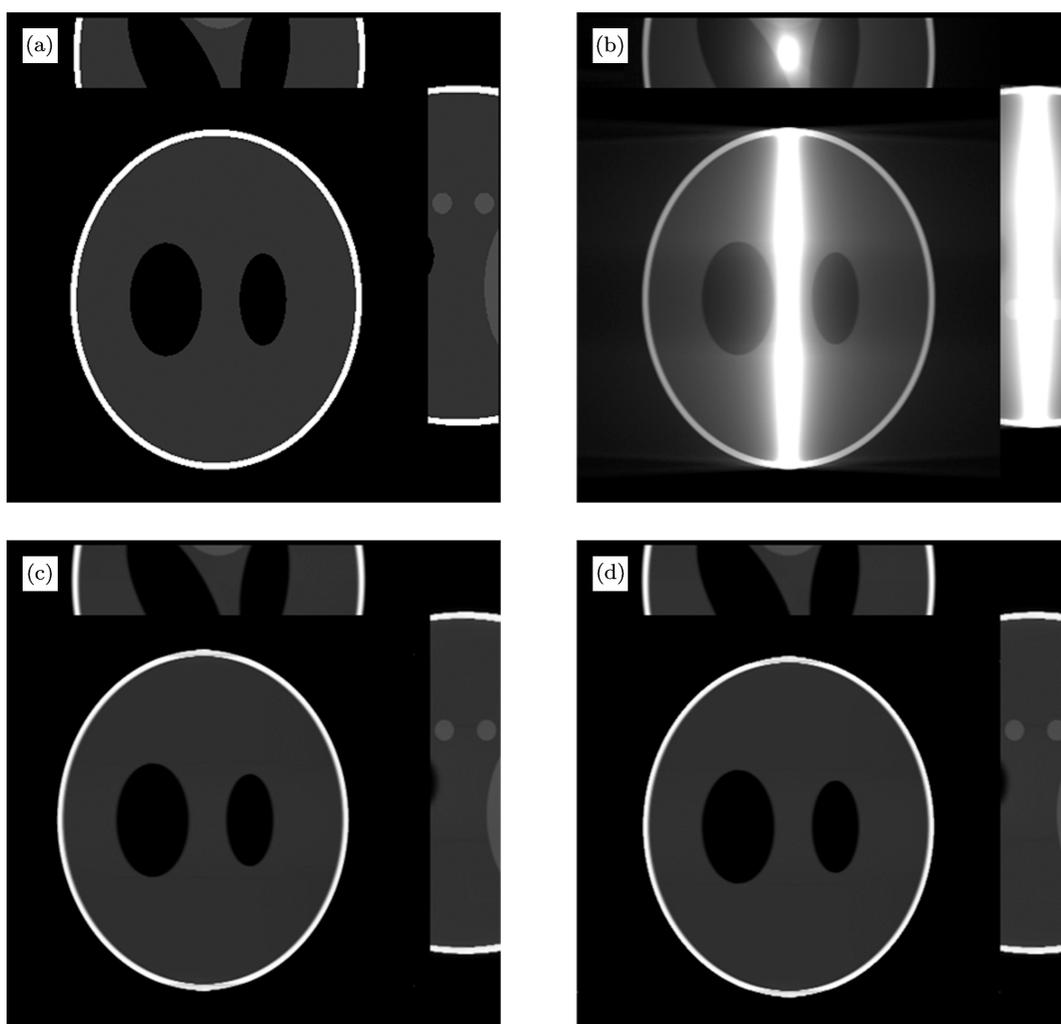


图4 3D Shepp-Logan 体模的重建图像, (a)—(d) 中均有三个视图, 分别表示:  $z = 0$  mm 处的切片 (左上边),  $y = 0$  mm 处的切片 (左下),  $x = 0$  mm 处的切片 (右边) (a) 体模; (b) HC-FDK 算法; (c) HC-BPF 算法; (d) 本文算法

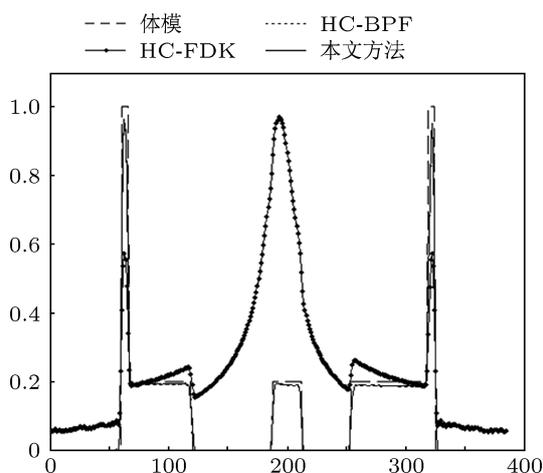


图5 重建图像的剖面比较

为验证本文方法处理实际数据的能力, 对一块 2 mm 厚的六层印刷电路板进行圆轨迹半

覆盖成像, 实验条件设定为:  $R = 248$  mm;  $D = 1432$  mm;  $N_p = 540$ ; 探测器的宽度为 400 mm, 高度为 300 mm, 像素尺寸为  $0.127$  mm  $\times$   $0.127$  mm. 根据 (6) 式可以计算该实验参数下满足本文算法的扁平物体的最大厚度为 5.77 mm, 因此设定重建矩阵为  $1024 \times 128 \times 1024$ , 体素尺寸为  $0.04$  mm  $\times$   $0.04$  mm  $\times$   $0.04$  mm. 分别采用上述三种算法进行图像重建, 重建结果如图 6 所示, 数据显示范围为  $[-0.2, 0.5]$ , 重建时间如表 1 所示.

实际数据的实验结果表明, 由于滤波函数的非局域性, HC-FDK 算法会带来数据截断伪影; HC-BPF 算法与本文算法的重建图像质量相当, 误差几乎为 0. 由于实际实验中 PCB 投影数据的数据量为 7.4 GB, 无法存储于内存中, 所以 HC-BPF 算法的重建时间是本文算法的 5.6 倍, 这也说明本文算法具有较高的实用价值.

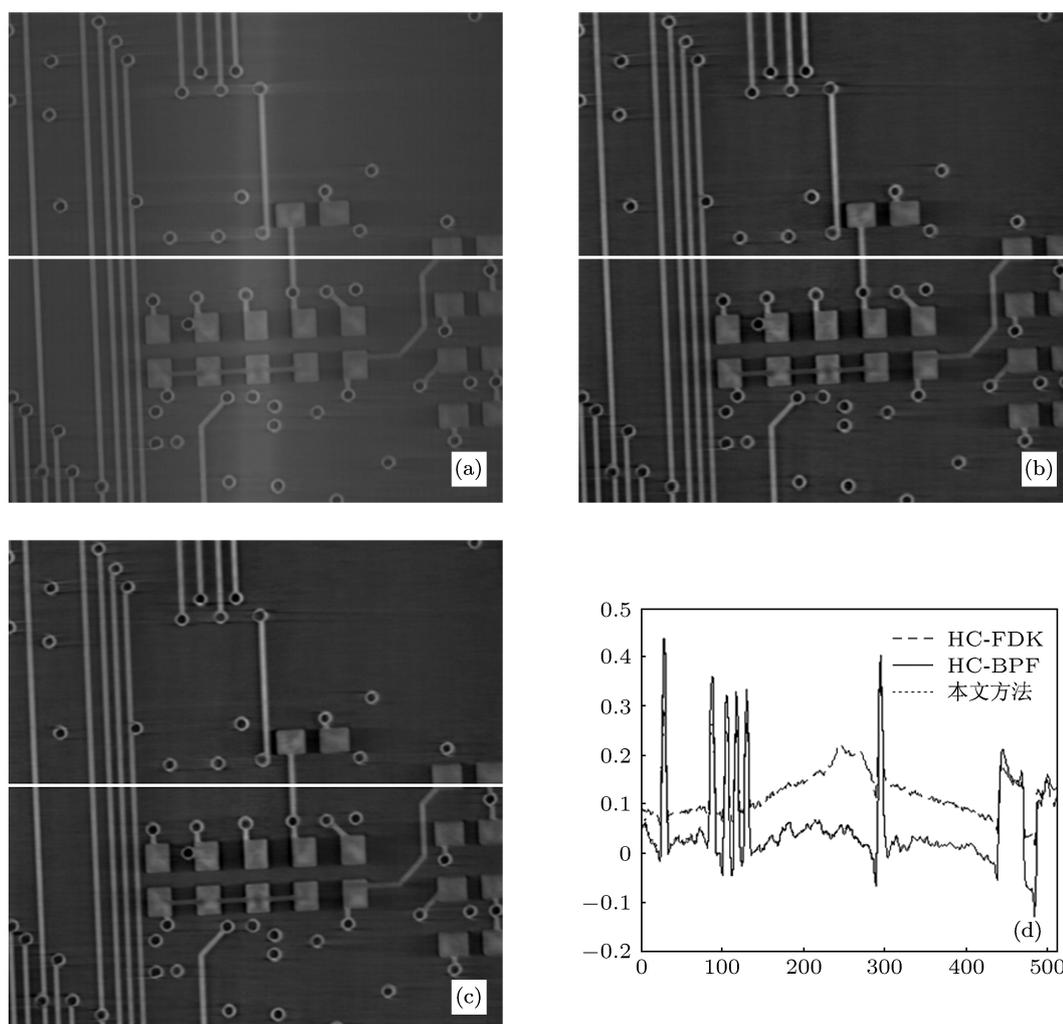


图 6 印刷电路板的重建图像 (a) HC-FDK 算法; (b) HC-BPF 算法; (c) 本文算法; (d) 沿 (a)—(c) 中白线所在行的重建曲线

## 5 结论

本文针对圆轨迹锥束 CT 半覆盖成像中扁平物体的重建问题, 提出了一种高效的 BPF 型重建算法. 当扁平物体的厚度小于  $2R \sin(2\pi/N_p)$  时, 所有 PI 线的积分区间的一个端点可以固定下来, 接下来通过将积分区间适当放大, 使所有 PI 线的两个积分区间分别限定为  $[0, \pi]$  和  $[\pi, 2\pi]$ . 与 HC-BPF 算法

相比, 本文算法在数值计算过程中具有两个明显的优势: 一是角度循环移至外层, 减少了算法的通信消耗; 二是投影数据求导、反投影和沿 PI 线的滤波运算均可并行计算. 数值仿真和实际数据的实验结果表明, 与 HC-BPF 算法相比, 本文算法在不损失重建质量的前提下, 计算效率分别提高了约 1/4 和 4.6 倍, 略高于 HC-FDK 算法.

[1] Katsevich A 2003 *Int. J. Math.* **21** 1305  
 [2] Zou Y, Pan X, Sidky E Y 2005 *J. Opt. Soc. Am. A* **22** 2732  
 [3] Yu H Y, Ye Y B, Wang G 2008 *J. X-ray Sci. Technol.* **16** 243  
 [4] Zeng L, Liu B D, Liu L H, Xiang C B 2010 *J. X-ray Sci. Technol.* **18** 266  
 [5] Wang X C, Yan B, Li L, Hu G E 2012 *Chin. Phys. B* **21** 118702  
 [6] Wang X C, Hu G E, Yan B, Han Y, Li L, Bao S L 2013 *IEEE Trans.*

*Nucl. Sci.* **60** 174  
 [7] Xu Q, Yu H Y, Mou X Q, Zhang L 2012 *IEEE Trans. Med. Imaging* **31** 1682  
 [8] Zou X B, Zeng L, Li Z J 2009 *J. X-ray Sci. Technol.* **17** 233  
 [9] Han Y, Yan B, Li L, Yu C Q, Li J X, Bao S L 2012 *Chin. Phys. B* **21** 068701  
 [10] Jia P X, Zhang F, Yan B, Bao S L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 087802

- [11] Wang G 2002 *Med. Phys.* **29** 1634  
 [12] Zou Y, Pan X C, Sidky E Y 2005 *Phys. Med. Biol.* **50** 13  
 [13] Li L, Chen Z Q, Zhang L, Xing Y X, Kang K J 2007 *Appl. Radiat. Isot.* **65** 1041  
 [14] Guo J Q, Zeng L, Zou X B 2011 *J. X-ray Sci. Technol.* **19** 293  
 [15] Danielsson P E, Edholm P, Seger M 1997 *International Meeting On Fully Three-dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine* Pennsylvania, USA, June 25–28, 1997 p141  
 [16] Wang X C, Li L, Yu C Q, Yan B, Bao S L 2012 *J. X-ray Sci. Technol.* **20** 69  
 [17] Pan X C, Xia D, Zou Y Yu L F 2004 *Phys. Med. Biol.* **49** 4349  
 [18] Yu L F, Zou Y, Sidky E Y, Pelizzari C A, Munro P, Pan X C 2006 *IEEE Trans. Med. Imaging* **25** 869  
 [19] Tuy H K 1983 *SIAM J. Appl. Math.* **43** 546  
 [20] Kuen H T, Wayne L 2010 *Proceedings of the 18th Annual ACM/SIGDA International Symposium on Field Programmable Gate Arrays* New York, USA, February 20–27, 2010 p115  
 [21] Zhang F, Lu L Z, Li Q L, Yan B, Li L 2012 *2nd World Congress on Computer Science and Information Engineering* Changchun, China, June 17–19, 2012 p687  
 [22] Peter T 1996 *Ph. D. Dissertation* (Lyngby: Technical University of Denmark)

# An efficient reconstruction algorithm for flat object based on backprojection filtration method in circular half-cover computed tomography \*

Zhang Feng Yan Bin<sup>†</sup> Wang Xian-Chao Jiang Hua Wei Xing

(National Digital Switching System Engineering and Technological Research Center, Zhengzhou 450002, China)

(Received 17 March 2013; revised manuscript received 2 May 2013)

## Abstract

In circular full-cover cone-beam computed tomography (CT), the field-of-view (FOV) is limited by the width of planar detector, resulting in low imaging efficiency for large object. The FOV can be doubled by half-cover scanning, in which the back-projection filtration (BPF) algorithm based on the concept of PI-line is the best choice for image reconstruction. However, the integral intervals of different PI-lines are unequal in the BPF algorithm, leading to heavy communication consuming and calculation. As a result, the reconstruction efficiency by use of the BPF algorithm is low. In this paper, an efficient image reconstruction strategy based on the BPF algorithm for flat object is proposed. With the method, we demonstrate that the inequality of integral interval of PI-line can be ignored in the discrete implementation of the BPF algorithm when the thickness of flat object is less than  $2R\sin(2\pi/N_p)$  ( $R$  is the scanning radius and  $N_p$  is the number of uniform sampled projections in a full circle). Compared with the original BPF algorithm for half-cover scanning, our method has two major advantages: the first one is that the outer loop is the sample angle while the inner loop is the PI-line, which reduces the communication consuming for computer significantly; the second one is that the derivative of projection, back-projection and inverse Hilbert transform along the PI-line can be computed using parallel computing techniques readily. The results of numerical simulation and real data experiment indicate that the computational efficiency of the proposed method is 5.6 times that for original BPF algorithm and the reconstruction errors of the two methods are comparable.

**Keywords:** cone-beam CT, half-cover scanning, back-projection filtration, PI-line

**PACS:** 87.59.–e, 87.59.bd

**DOI:** 10.7498/aps.62.168702

\* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA011603).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: ybspace@yahoo.com.cn