

量子信令中继器模型及性能仿真*

薛乐[†] 聂敏 刘晓慧

(西安邮电大学, 通信与信息工程学院, 西安 710061)

(2013年4月7日收到; 2013年5月9日收到修改稿)

为了解决量子信令远程传输损伤问题, 提出了一种量子信令中继器模型. 在该模型中, 首先对接收到的信令量子态进行纠缠纯化和纠缠分发, 这样就可收发双方之间建立纠缠信道. 其次, 通过纠缠交换, 传送所要发送的量子信令, 从而完成量子信令的中继. 仿真结果表明, 在保真度为 0.98、纠缠对成功建立概率为 0.98 的条件下, 信令中继成功率可以达到 97% 以上; 在纠缠交换概率、纯化概率和纠缠对成功建立概率都为 0.98 时, 量子信令中继器的吞吐量可达到 183 kbps, 以上各项指标能够有效满足量子通信对信令中继的要求.

关键词: 量子通信, 量子信令, 纠缠纯化, 纠缠分发

PACS: 03.67.Hk, 01.20.+X, 03.67.Pp, 03.67.Mn

DOI: 10.7498/aps.62.170305

1 引言

在实际的量子信道传输中, 量子纠缠系统必然会与环境相互作用, 从而造成退相干^[1-3]. 无论在自由空间信道还是光纤信道, 信道的损失都会限制量子通信效率^[4-7]. 由于量子纠缠系统的退相干会降低量子通信的成功率, 从而威胁到量子通信的安全^[8-10]. 同样, 量子信令如果采用直接传输, 纠缠态的品质也会随着传送距离的增加而变得越来越差, 只能在很有限的范围内传输^[11,12]. 为了在实际通信网络中实现量子信令的自由传输, 需要解决不受距离限制的量子信令传输问题, 必然要采取中继的模式来保证量子信令一定品质并在其距离上进行延伸, 从而完成远程量子信令的传输^[10-12]. 对于这个问题在经典通信中同样存在, 一般情况采用中继技术可通过能量的变化来实现编码, 可使得表示的信息比特和信号的传输紧密联系在一起, 也就是中继器通过补充能量的方式来实现对信号的中继^[13]. 在量子信息的中继中, 不仅要补充量子信号的能量来实现量子信号的稳定传输, 而且要保证量子信号携带的量子比特不发生变化^[14]. 根据以上

情况, 本文提出了一种量子信令中继器模型, 并对此进行分析仿真.

2 量子信令中继器分层模型

参考经典通信的中继器^[15,16], 结合量子信令传输的要求, 本文提出了一个量子信令中继器的分层模型, 如图 1 所示. 在该图中, 模型由中继控制层、中继功能层和中继传输层三部分组成.



图 1 量子信令中继器的基本模型

1) 中继控制层: 用于控制管理中继器中其他模

* 国家自然科学基金 (批准号: 61172071)、陕西省自然科学基金 (批准号: 2010JM8021) 和陕西省教育厅自然科学基金项目 (批准号: 2010JK834, 2011JK1017) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: xuelehao@163.com

块正常工作, 实现与中继功能层、中继传输层面的连接, 定时检测中继功能层与传输层是否能正常工作. 负责给量子信令中继器提供控制信号, 信令的检测、维持和拆除连接的控制; 负责管理系统资源, 主要是量子信令信道资源的管理.

2) 中继功能层: 由纠缠交换、纠缠纯化、量子制备、量子存储、纠缠分发五部分来实现量子信令的中继功能.

3) 中继传输层: 由输入检测、输出发送来实现信令输入和输出功能, 能正确接收和转发所需要中继的信令.

3 量子信令中继功能层的流程

在该量子信令中继器中功能层是该中继器的核心部分, 也就是具体实现中继功能的部分. 首先, 在量子制备中产生所需要的量子纠缠对. 根据通信的需要, 制备出单量子态, 双量子态和多量子态纠缠. 其次, 对接收到的量子信令进行纠缠纯化, 提高其纠缠度和保真度. 最后, 通过纠缠分发建立起通往下一个接收者的信道, 在这个信道中进行纠缠交换完成量子信令的中继任务.

4 中继过程

4.1 量子信令的纠缠纯化

根据文献 [11] 中关于单光子纠缠纯化方案对本文中纠缠混合态进行纯化 [17,18].

在纯化之前, Alice 和 Bob 共享一对最大纠缠态 [13], 可表示如下:

$$|\psi_{ab}^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_a |V\rangle_b + |V\rangle_a |H\rangle_b). \quad (1)$$

经过噪声信道后, 使得 (1) 式变成混合态后的约化密度算符为

$$\rho_{ab} = F |\psi_{ab}^+\rangle \langle \psi_{ab}^+| + (1-F) |\psi_{ab}^-\rangle \langle \psi_{ab}^-|, \quad (2)$$

其中 F 为保真度, $\frac{1}{2} < F < 1$.

$$|\psi_{ab}^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_a |V\rangle_b - |V\rangle_a |H\rangle_b). \quad (3)$$

通过纠缠纯化后可得到新的概率密度算符

$$\rho'_{ab} = F' |\psi_{ab}^+\rangle \langle \psi_{ab}^+| + (1-F') |\psi_{ab}^-\rangle \langle \psi_{ab}^-|. \quad (4)$$

经过纯化后的保真度 F' 为

$$F' = \frac{F^2 + F}{1 + F^2 + (1-F)^2}. \quad (5)$$

且在 $\frac{1}{2} < F < 1$ 时, $F' > F$ 从而满足了纯化的条件.

根据文献 [11] 中对成功率的计算, 可得到该纯化方案成功率为

$$P_p = \frac{1 + F^2 + (1-F)^2}{4}. \quad (6)$$

通过以上可以看出, 量子信令通过方式可以达到的纯化目的.

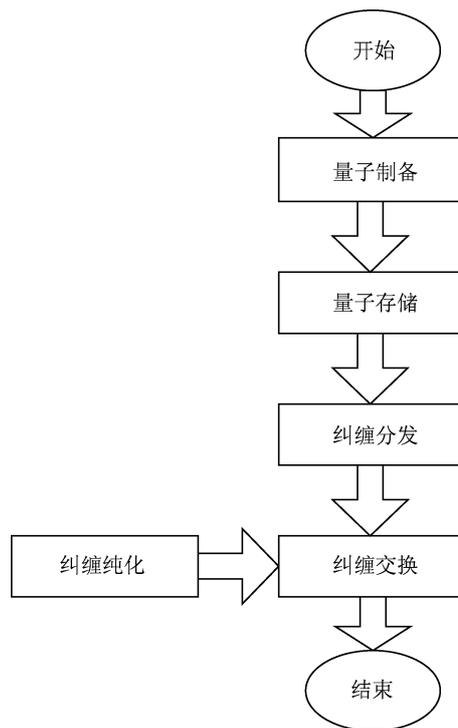


图2 中继功能层实现流程

4.2 量子对的纠缠分发

如图 3 所示, 提出了量子信令中继器之间纠缠分发的原理图 [7,19]. Alice 和 Bob 分别为两个量子信令中继器, 在中继器 Alice 准备向下一个中继器 Bob 发送信令时, 需要建立量子信道才能传递量子信令, 只有通过量子对的纠缠分发才能建立起纠缠信道.

首先, Alice 中继器在纠缠源中提取出两粒子纠缠对, 使其处于最大纠缠态, 即

$$|\phi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 |H\rangle_2 + |V\rangle_1 |V\rangle_2). \quad (7)$$

在纠缠分发中, 把粒子 1 留给 Alice 自己, 此时粒子 1 的态为

$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_1 + |V\rangle_1). \quad (8)$$

把粒子 2 通过自有空间分发给 Bob, Bob 可通过探测器对粒子 2 进行探测. 由于自由空间中环境因素

的影响, 粒子 2 将会与自由空间中的粒子 3 相互作用而发生变化, 探测器不可能只探测到粒子 2, 会探测到一个未知的纠缠态. 假设在探测器中探测到粒子 2, 3 纠缠态为

$$|\varphi_{23}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_2|H\rangle_3 + |V\rangle_2|V\rangle_3). \quad (9)$$

此时 1, 2, 3 三个粒子之间会产生纠缠, 形成一个三粒子纠缠态

$$|\varphi_{123}\rangle = |\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_{23}\rangle. \quad (10)$$

在粒子处理部分, 我们将引入一个粒子 4, 令其态为

$$|\varphi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_4 + |V\rangle_4). \quad (11)$$

通过加入一个新的粒子 4, 使得 1, 2, 3, 4 四个粒子形成一个四粒子的纠缠态

$$|\varphi_{1234}\rangle = |\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_{23}\rangle \otimes |\varphi_4\rangle. \quad (12)$$

对粒子 3, 4 进行 Bell 态测量, 选取测量基为

$$|\varphi_{34}\rangle = \sqrt{\frac{1}{8}}(|H\rangle_3|H\rangle_4 + |V\rangle_3|V\rangle_4). \quad (13)$$

最终可得到粒子 1, 2 新的纠缠态

$$\begin{aligned} |\varphi_{12}\rangle &= \langle\varphi_{34}||\varphi_{1234}\rangle \\ &= \langle\varphi_{34}||[\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_{23}\rangle \otimes |\varphi_4\rangle] \\ &= \sqrt{\frac{1}{8}}(|H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2). \end{aligned} \quad (14)$$

这样, Alice 和 Bob 就建立起了纠缠信道 $|\varphi_{12}\rangle$, 量子信令就可通过 $|\varphi_{12}\rangle$ 进行传递.

同理, 在探测器中测量出粒子 2, 3 的纠缠态为 $|\varphi_{23}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_2|V\rangle_3 + |V\rangle_2|H\rangle_3)$, Bell 态测量时可选取测量基为 $|\varphi_{34}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_3|V\rangle_4 + |V\rangle_3|H\rangle_4)$, 最终可得到粒子 1, 2 新的纠缠态

$$|\varphi_{12}\rangle = \sqrt{\frac{1}{8}}(|V\rangle_1|H\rangle_2 + |H\rangle_1|V\rangle_2).$$

通过以上可以看出, 量子信令中继器 Alice 和 Bob 成功的建立起纠缠信道, 最终可通过该信道传递量子信令.

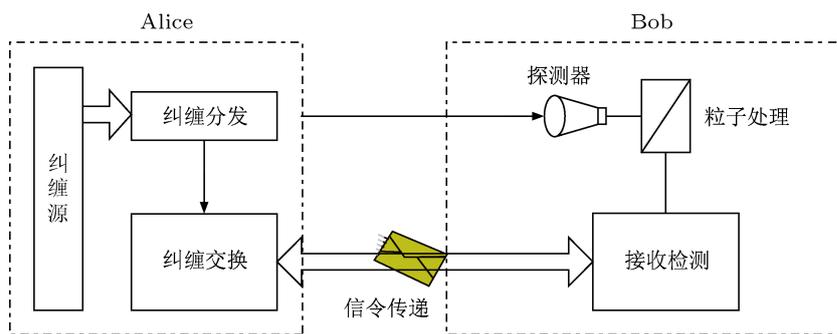


图 3 中继器之间纠缠分发原理

5 量子信令中继器性能仿真分析

5.1 成功率仿真

在理论中, 以最大纠缠态作为量子信道来传送量子态, 纠缠交换和纠缠纯化的成功概率可达到了 100%. 但在实际应用中, 由于量子态在制备、传输等过程中会受到外界环境的影响, 成功率就不能达到理想值. 所以, 在实际应用中信令中继器对量子态成功中继的概率也不能达到 100%.

假设在一个量子信令在中继器的传递过程中, 成功建立纠缠光子对的概率为 P_e , 成功进行纠缠交换的概率为 P_x , 成功进行纠缠纯化的概率为 P_p , 正确对信令进行输入检测的概率为 P_i , 对该信令正确的输出发送概率为 P_o , 且五个事件相互独立, 这样

可以得到量子中继器的成功率 P 为

$$P = P_e \cdot P_x \cdot P_p \cdot P_i \cdot P_o. \quad (15)$$

由 (6) 式可知

$$P_p = \frac{1 + F^2 + (1 - F)^2}{4}. \quad (16)$$

由文献 [20] 中可得, $P_x = 2|d|^2$, $|d|$ 为量子信道系数, 取值范围为 $0 < |d| < \sqrt{2}/2$, $P_i = P_o = 1 - \sin^2 a$, a 为中继器的制备基和测量基方向之间的角度偏差. 则由 (15) 式可得

$$\begin{aligned} P &= \frac{1 + F^2 + (1 - F)^2}{2} P_e \\ &\quad \times |d|^2 \cdot (1 - \sin^2 a)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

5.1.1 量子信令中继器传输成功率与量子信道系数的关系

根据 (17) 式得到在测量基偏差角 a 一定下信令中继器的中继成功率 P 随量子信道系数 $|d|$ 的变化情况如图 4 所示. 图 4 中设置 $F = 0.98$, $a = 10^{-6}$, 横坐标是量子信道系数 $|d|$, 纵坐标是中继器的成功率 P . 三条线由上至下分别表示 $P_e = 0.98$, $P_e = 0.9$, $P_e = 0.8$ 时的中继成功率. 由图可知, 在成功建立纠缠光子对的概率一定下, 该中继器的成功率随量子信道系数 $|d|$ 的增大而增大. 当量子信道系数一定时, 中继成功率则随着成功建立纠缠光子对概率的增加而增加. 在成功建立纠缠光子对概率不同时, 中继成功率的最大值也不同, $P_e = 0.98$ 时成功率可达到 0.9797. 故要保证中继成功率很高, 必须使量子信道系数在取值范围的最大值处.

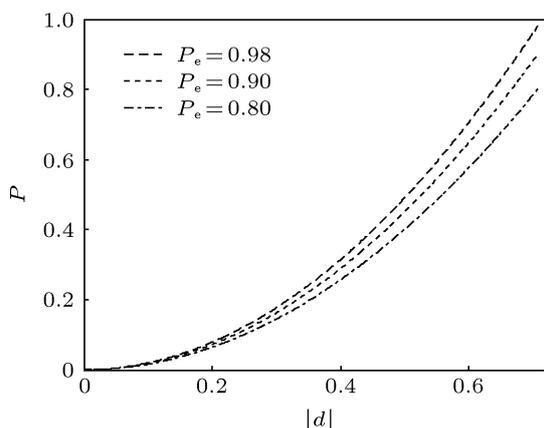


图 4 中继传输成功率与量子信道系数的关系

5.1.2 量子信令中继器传输成功率与制备基和测量基偏差角的关系

同理根据 (17) 式得到量子信令中继器的中继成功率与制备基和测量基方向之间的角度偏差的仿真结果如图 5. 图 5 中横坐标为测量基偏差角 a , 纵坐标是中继器的成功率 P . 由上至下三条线分别表示 $|d| = \sqrt{2}/2 - 10^{-3}$, $|d| = \sqrt{2}/2 - 10^{-2}$, $|d| = \sqrt{2}/2 - 10^{-1}$, 可见中继成功率随着测量基偏差角的增大而显著下降. 在偏差角接近 0 时, 中继成功率接近于 1, 即在此时完全可以满足在实际中的应用. 故在实际的信令中继应用中为达到可靠的成功率, 在量子信道系数一定下, 必须减小制备基和测量基方向之间的角度偏差.

5.2 吞吐量的仿真

在量子信令通过中继器的传输过程中, 假设在

一个量子信令的传递过程中, 进入中继器到离开中继器的时间为 T , 控制中心通知接收检测模块的时间为 u , 控制中心在存储模块中查询的时间为 r , 成功建立纠缠光子对的概率为 P_e , 成功进行纠缠交换的概率为 P_x , 成功进行纠缠纯化的概率为 P_p , 正确对信令进行输入检测的概率为 P_i , 对该信令正确的输出发送概率为 P_o , 且五个事件相互独立, 这样可以得到量子中继器的吞吐量为

$$T_p = P_e \cdot P_x \cdot P_p \cdot P_i \cdot P_o / T, \quad (18)$$

$$T = r + u + t_e/p_e + t_x/p_x + t_p/p_p + t_i/p_i + t_o/p_o. \quad (19)$$

5.2.1 量子中继器传输量子信令的吞吐量与成功建立纠缠光子对概率的关系

根据 (18) 式, 计算在一定的情况下, 量子中继器传输量子信令的吞吐量与成功建立纠缠光子对概率的关系的仿真结果, 在计算中参数设置为: $t_e = 5 \text{ ns}$, $t_x = 3 \text{ ns}$, $t_p = 3 \text{ ns}$, $t_i = 5 \text{ ns}$, $t_o = 5 \text{ ns}$, $r = 10 \text{ ns}$, $P_x = 0.98$, $P_p = 0.98$, $P_i = 0.98$, $P_o = 0.98$.

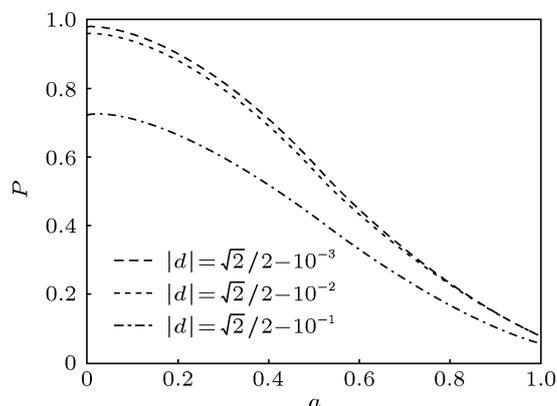


图 5 中继传输成功率与制备基和测量基偏差角的关系

图 6 中, 横坐标为量子信令中继器中成功建立纠缠光子对的概率, 纵坐标为信令中继器的吞吐量, 由上至下三条曲线分别 $u = 0.1 \mu\text{s}$, $u = 1 \mu\text{s}$ 和 $u = 5 \mu\text{s}$. 从图中可以看出, 量子信令中继器传输量子信令的吞吐率随着成功建立纠缠光子对概率的增大而明显增加. 随着增大控制中心通知接收检测模块的时间 u , 量子信令中继器的吞吐量也明显减小. 所以, 要想达到一个高的吞吐率, 不仅要提高纠缠光子对建立的效率, 而且要提高中继器的检测时间.

5.2.2 中继器的输入检测成功率与吞吐量

同理根据 (18) 式得到在一定情况下量子信令中继器的输入检测成功率与吞吐量的仿真结果, 参

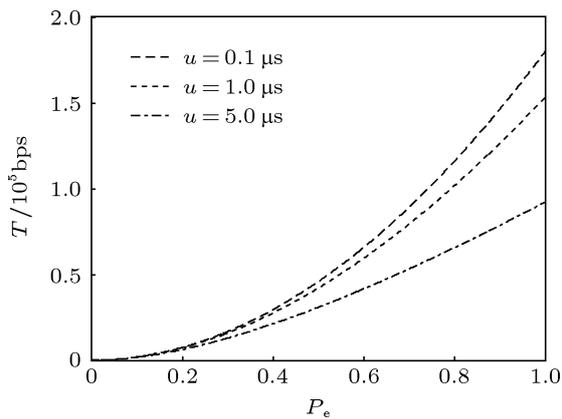


图6 吞吐率随建立纠缠概率的变化关系

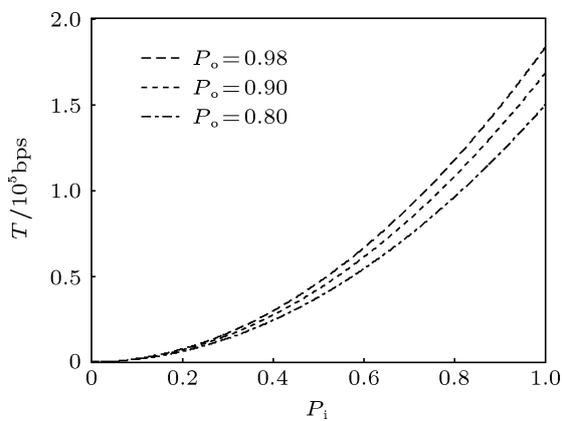


图7 吞吐率随输入检测概率的变化关系

数设置为: $u = 10$, $t_e = 5$ ns, $t_x = 3$ ns, $t_p = 3$ ns, $t_i = 5$ ns, $t_o = 5$ ns, $r = 10$ ns, $P_x = 0.98$, $P_p = 0.98$, $P_e = 0.98$. 如图7所示,横坐标表示量子信令中继器

中输入检测模块的成功率,纵坐标表示该量子信令中继器的吞吐量,三条曲线由上至下发送输出的成功率分别为 $P_o = 0.98$, $P_o = 0.9$, $P_o = 0.8$. 可见,输入检测成功率的提高可使得量子信令中继器的吞吐量增加.

该中继器在一定情况下的吞吐量可以达到一个比较高的量,这样我们在实际应用时在一定的范围内就可以加入少量的中继器可以完成必要的中继任务.

6 结论

针对量子信令的远程传输问题,本文提出了一种量子信令中继模型. 文章给出量子信令中继器的结构,核心部分的流程,并对中继过程中的纠缠纯化和纠缠分发作了简单分析. 最后对量子中继器的性能进行仿真分析,分析了成功率与信道系数、与制备基和测量基偏差角的关系,分析了量子中继器的吞吐量. 通过对模型的吞吐量和成功率进行仿真分析,在保真度 $F = 0.98$, 测量基偏差角 $a = 10^{-6}$, 信道参数 $|d| = \sqrt{2}/2 - 10^{-1}$ 和纠缠对成功建立概率为 0.98 的条件下,该中继器成功率可达到 0.9797, 吞吐量可达到 183 kbps. 综上所述,本文提出的量子信令中继器随着数量的增加,量子信令的传输距离可不断增加,最终可用于构建全球量子信令网,为量子信令网的标准提供理论基础.

[1] Pei C X, Yan Y, Liu D, Han B B, Zhao N 2008 *Acta Photonica Sinica* **37** 2422 (in Chinese) [裴昌幸, 阎毅, 刘丹, 韩宝彬, 赵楠 2008 光子学报 **37** 2422]

[2] Song H C, Gong L H, Zhou N R 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 0154206 (in Chinese) [宋汉冲, 龚黎华, 周南润 2012 物理学报 **61** 0154206]

[3] Yang X L, Zhou X Q, Zhao H, Wang P P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020303 (in Chinese) [杨小琳, 周小清, 赵晗, 王朋朋 2012 物理学报 **61** 020303]

[4] He R, Bing He 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060302 (in Chinese) [何锐, Bing He 2011 物理学报 **60** 060302]

[5] Hu X Y, Fan H, Zhou D L 2012 *Physical Review A* **85** 032102

[6] Yi Y H, Nie M, Pei C X 2012 *Journal of Northwest University (Natural Science Edition)* **42** 207 (in Chinese) [易运晖, 聂敏, 裴昌幸 2012 西北大学学报 **42** 207]

[7] Yin J, Qian Y, Li X Q, Bao X H, Peng C Z, Yang T, Pang G S 2011 *Acta Phys. Sin.* **61** 0154206 (in Chinese) [印娟, 钱勇, 李晓强, 包小辉, 彭承志, 杨涛, 潘阁生 2011 物理学报 **60** 060308]

[8] Han Y H, Yang S, Ma H Q 2010 *Journal of Applied Optics* **31** 322 (in Chinese) [韩宇宏, 杨树, 马海强 2010 应用光学 **31** 322]

[9] Zhou X Q, Wu Y W, Zhao H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 040304 (in Chinese) [周小清, 邬云文, 赵晗 2011 物理学报 **60** 040304]

[10] Lian T, Nie M 2012 *Acta Photonica Sinica* **41** 1251 (in Chinese) [连涛, 聂敏 2012 光子学报 **41** 1251]

[11] Long G L, Deng F G, Zeng J Y 2011 *Recent Progress in Quantum Mechanics Fifth Volume* (Beijing: Peking University Press) p254–293 (in Chinese) [龙桂鲁, 邓富国, 曾谨言 2011 量子力学新进展 (北京: 北京大学出版社) 第 254—293 页]

[12] Nie M, Jiang J Y, Liu X H 2011 *Acta Photonica Sinica* **40** 774 (in Chinese) [聂敏, 姜劲雅, 刘晓慧 2011 光子学报 **40** 774]

[13] Miao Q Y 2010 *Ph. D. Dissertation* (Beijing University of Posts and Telecommunications) (in Chinese) [缪庆育 2010 博士学位论文 (北京: 北京邮电大学)]

[14] Yi H, Han Y 2013 *Quantum communication principles and techniques* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p202–203 (in Chinese) [尹浩, 韩阳 2013 量子通信原理与技术 (北京: 电子工业出版社) 第 202—203 页]

[15] Xing Y C 2011 *Data communications and computer networks* (Beijing: People's Posts and Telecommunications Press) p86 (in Chinese) [邢彦辰 2011 数据通信与计算机网络 (北京: 人民邮电出版社) 第 86 页]

- [16] Wu H T, Wang Y, Wang W 2008 *Science Technology and Engineering* **8** 15 (in Chinese) [吴海涛, 汪洋, 王伟 2008 科学技术与工程 **8** 15]
[17] Sheng Y B, Zhou L, Cheng W W, Gong L Y, Zhao S M, Zheng B Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 3
[18] Xu Y Y, Feng X L, Zhang Z M 2012 *Chinese Optics Letters* **10** 4
[19] Cai H, Chen J 2011 *Acta Photonica Sinica* **40** 4
[20] Zhang T P 2009 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology) (in Chinese) [张天鹏 2009 博士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]

A model of quantum signaling repeater and its parameters simulation*

Xue Le[†] Nie Min Liu Xiao-Hui

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

(Received 7 April 2013; revised manuscript received 9 May 2013)

Abstract

In order to solve the damage problem during remote transmission of quantum signaling, a repeater model of signaling quantum is proposed. In this model, firstly purifying and distributing entanglement of the received signaling quantum state is carried out, to establish entangled channels between the signed sending and receiving. Secondly, through quantum entanglement swapping the quantum signaling is transmitted, for completing the quantum signaling relay. Simulation results show that the success rate of signaling relay can reach more than 97% under the condition that the fidelity is 0.98 and the entangled pairs successful establishing rate is 0.98; the throughput of quantum signaling relay is up to 183 kbps when the probability of entanglement swapping, purification, and entangled pairs successful establishing is 0.98.

Keywords: quantum communications, quantum signaling, entanglement purification, entanglement distributing

PACS: 03.67.Hk, 01.20.+X, 03.67.Pp, 03.67.Mn

DOI: 10.7498/aps.62.170305

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61172071), the Natural Science Foundation Research Project of Shaanxi Province, China (Grant Nos. 2010JM8021), and the Natural Science Research Projects of Shaanxi Provincial Department of Education, China (Grant Nos. 2010JK834, 2011JK1017).

[†] Corresponding author. E-mail: xuelehao@163.com