

Airy-Gaussian 光束的解析矢量结构*

邓轩兵¹⁾²⁾ 邓冬梅²⁾ 陈迟到²⁾ 刘承宜^{1)†}

1) (华南师范大学, 激光运动医学实验室, 广州 510006)

2) (华南师范大学, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广州 510006)

(2013年3月19日收到; 2013年4月23日收到修改稿)

采用矢量角谱的方法分析了 Airy-Gaussian 光束的矢量结构, 运用静态相位法得出了光束远场矢量结构的解析表达式. 根据得到的 TE 项和 TM 项的解析表达式, 分别研究了 TE 项和 TM 项及整个光束的能流分布. 更好地阐明了 Airy-Gaussian 光束的物理图像, 从而为操控光束提供潜在的新方法.

关键词: Airy-Gaussian 光束, 解析矢量结构, 矢量角谱法, 静态相位法

PACS: 42.25.Bs, 42.55.Ah

DOI: 10.7498/aps.62.174201

1 引言

无衍射 Airy 波包最初是由 Berry 和 Balazs 在量子力学的范畴内提出^[1], 该波包具有无限的能量. Siviloglou 和 Christodoulides 等^[2,3]扩展了该模型, Jia 等^[4]在实验室获得了具有有限能量的 Airy 光束. 自此以后, Airy 光束引起人们浓厚的兴趣, 这是由于 Airy 光束具有无衍射性和自弯曲(横向加速偏移)性等许多迷人的特性^[5-7], 同时也是由于它在粒子的光学清洁^[8,9]、弯曲等离子体隧道的产生^[10,11]、真空电子加速^[12-14]、非线性光学领域^[15]等方面广阔的应用前景. Airy-Gaussian (AiG) 光束具有有限的能量及在一定传播距离上近似非衍射^[16]. 虽然 AiG 光束已经获得广泛的研究, 但是对其矢量结构的研究还未见报道. 本文运用矢量角谱法^[17-19]研究 AiG 光束的矢量结构, 得出其远场的矢量解析式, 更好地阐明了 AiG 光束的物理图像, 从而为操控光束提供了潜在的新方法.

2 矢量结构分析

矢量角谱法是解麦克斯韦方程组的一种有效方法^[17-19]. 一束任意偏振的电磁波, 用矢量角谱方

法总可表示成两项: TE 项(相应的电场垂直传播方向)和 TM 项(相应的磁场垂直传播方向). 一束沿 X 轴方向偏振的 AiG 光束向 $Z \geq 0$ 的半空间传播, Z 轴为传播方向. 其 (2+1) 维 AiG 光束的初始横电场 ($Z=0$ 平面) 可表为^[20]

$$E_x(x, y, 0) = CAi\left(\frac{x}{\chi(0)}\right)Ai\left(\frac{y}{\chi(0)}\right) \times \exp\left(\frac{a_0x + b_0y}{\chi(0)}\right) \times \exp\left(-\frac{k}{2z_R}\rho^2\right), \quad (1)$$

$$E_y(x, y, 0) = 0, \quad (2)$$

其中 C 为归一化常数, $Ai(*)$ 为 Airy 函数, 而 $\chi(0) = -iaz_R\chi_0$ (其中 $z_R = kw_0^2/2$ 为瑞利长度, χ_0 为一积分常数), a_0 和 b_0 为衰减因子, k 为波数, $\rho^2 = x^2 + y^2$ 为横向距离的平方. 由矢量角谱法可得 AiG 光束传播的电场为

$$E(\mathbf{r}) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} A_x(p, q, \gamma) \left(\mathbf{e}_x - \frac{p}{\gamma} \mathbf{e}_z \right) \times \exp(iku) dp dq, \quad (3)$$

其中 $u = px + qy + \gamma z$, $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ 为位置量, $A_x(p, q, \gamma)$ 为 x 分量的矢量角谱, 由 x 分量的初

* 国家自然科学基金(批准号: 60878061)和教育部博士点基金(批准号: 20124407110013)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liutcy@scnu.edu.cn

始电场经傅里叶变换得到

$$A_x(p, q, \gamma) = \frac{1}{\lambda^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y, 0) \times \exp(-ik(px + qy)) dx dy, \quad (4)$$

其中 λ 为波长, $\gamma = \sqrt{1 - p^2 - q^2}$. 由 (1) 和 (4) 两式可得 [21]

$$A_x(p, q, 0) = B^2 \exp(-Dp^2 + Mp + F) \times \exp(-Dq^2 + M'q + F') \times \text{Ai}(Gp + N) \text{Ai}(Gq + N'), \quad (5)$$

其中

$$B = \sqrt{\frac{2\pi z_R C}{k}}, \quad D = \frac{2\pi^2 z_R}{k},$$

$$M = \frac{\pi(2a_0 a^2 \chi_0^2 z_R k - 1)}{a^3 \chi_0^3 z_R k^2},$$

$$N = \frac{1 - 4a_0 a^2 z_R \chi_0^2 k}{4a^4 z_R^2 \chi_0^4 k^2},$$

$$F = \frac{6a_0 a^2 \chi_0^2 z_R k(1 - a_0 a^2 \chi_0^2 z_R k) - 1}{12a^6 \chi_0^6 z_R^3 k^3},$$

$$G = \frac{2\pi}{a \chi_0 k},$$

而 M', F', N' 分别由 M, F, N 中的 a_0 替换成 b_0 得到.

麦克斯韦方程可以拆分成横向场方程和纵向场方程. 由矢量角谱法传输电场可以表成 TE 模和 TM 模的耦合, 即 (3) 式可写成

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\text{TM}}(\mathbf{r}), \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{p^2 + q^2} A_x(p, q, \gamma) \times (q\mathbf{e}_x - p\mathbf{e}_y) \exp(iku) dp dq, \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p}{p^2 + q^2} A_x(p, q, \gamma) \left(p\mathbf{e}_x + q\mathbf{e}_y - \frac{1}{\gamma}(p^2 + q^2)\mathbf{e}_z \right) \exp(iku) dp dq. \quad (8)$$

对电场求旋度可得

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\text{TM}}(\mathbf{r}), \quad (9)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{p^2 + q^2} A_x(p, q, \gamma) \times (p\gamma\mathbf{e}_x + q\gamma\mathbf{e}_y - (p^2 + q^2)\mathbf{e}_z) \times \exp(iku) dp dq, \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p}{\gamma(p^2 + q^2)} A_x(p, q, \gamma) \times (q\mathbf{e}_x - p\mathbf{e}_y) \exp(iku) dp dq. \quad (11)$$

当场点距源平面较远 (远场) 时, 满足 $kr = k(\rho^2 + z^2)^{1/2} \rightarrow \infty$. 由静态相位法 [22] 及 (5), (7) 和 (10) 三式可以求得电磁场的 TE 项为

$$\mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = -\frac{i2\pi z B^2}{kr^2} \frac{y}{x^2 + y^2} \text{AiG}(x, y) \times (y\mathbf{e}_x - x\mathbf{e}_y) e^{ikr}, \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{i2\pi z B^2}{kr^3} \frac{y}{x^2 + y^2} \text{AiG}(x, y) \times (z\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_y - (x^2 + y^2)\mathbf{e}_z) e^{ikr}, \quad (13)$$

其中

$$\text{AiG}(x, y) = \left[\exp\left(-D\frac{x^2}{r^2} + M\frac{x}{r} + F\right) \times \exp\left(-D\frac{y^2}{r^2} + M'\frac{y}{r} + F'\right) \times \text{Ai}\left(G\frac{x}{r} + N\right) \text{Ai}\left(G\frac{y}{r} + N'\right) \right].$$

类似的, 由静态相位方法及 (5), (8) 和 (11) 三式可以求得电磁场的 TM 项为

$$\mathbf{E}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = -\frac{i2\pi B^2}{kr^2} \frac{x}{x^2 + y^2} \text{AiG}(x, y) \times (z\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_y - (x^2 + y^2)\mathbf{e}_z) e^{ikr}, \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{i2\pi B^2}{kr} \frac{x}{x^2 + y^2} \text{AiG}(x, y) \times (y\mathbf{e}_x - x\mathbf{e}_y) e^{ikr}. \quad (15)$$

显然, TE 和 TM 项是相互正交的, 解析式 (12)—(15) 是本文得到的基本结论, 为研究 AiG 光束提供了基本的工具; 此处得到的 TE 和 TM 项的解析式不但适用于傍轴情形, 也适用于非傍轴情形.

3 能流密度

通过 $z = \text{常数}$ 的平面的能流密度为坡印亭矢量 \mathbf{S} 的 z 分量, 其对时间的平均为

$$\langle \mathbf{S}_z \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}(\mathbf{r})]_z = \langle \mathbf{S}_z \rangle_{\text{TE}} + \langle \mathbf{S}_z \rangle_{\text{TM}}, \quad (16)$$

其中 Re 表示取实部, 星号表示共轭复矢量. 由 (12) 和 (13) 两式可得

$$\langle \mathbf{S}_z \rangle_{\text{TE}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{2\pi^2 z^3 B^4}{k^2 r^5} \frac{y^2}{x^2 + y^2} [\text{AiG}(x, y)]^2. \quad (17)$$

由 (14) 和 (15) 两式可得

$$\langle \mathbf{S}_z \rangle_{\text{TM}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{2\pi^2 z B^4}{k^2 r^3} \frac{x^2}{x^2 + y^2} [\text{AiG}(x, y)]^2. \quad (18)$$

故, 总的能流密度为

$$\langle S_z \rangle = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{2\pi^2 z B^4}{k^2 r^3 (x^2 + y^2)} \left(\frac{z^2}{r^2} y^2 + x^2 \right) \times [\text{AiG}(x, y)]^2. \quad (19)$$

图 1 显示了在 $z = 100\lambda$ 平面上的能流分布. 为简化运算取 $a_0 = b_0 = 0$, 其他参数分别为: $a = 500$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, $\chi_0 = 1$, $w_0 = 100\lambda$. 从图中可以看出 TE 项的能流分布区域平行 x 轴, 而 TM 项的能流

分布区域平行 y 轴; 并且都由对称的两叶组成. 图 2 显示了光束在不同 Z 平面上的总能流分布 (其他参数的取值同图 1), 可以看出 AiG 光束具有较好的近似非衍射性 (中心亮斑部分).

图 3 是 TM 项在 $z = 100\lambda$ 平面上, 参数 χ_0 取不同值时的能流分布 (其他参数的取值同图 1), 由图可以看出能流分布几乎不受 χ_0 影响; 同样分析可得出 (图像不一列出): 参数 χ_0, a, w_0 几乎不影响 Z 平面上的能流 (包括 TE 项能流和总能流) 分布.

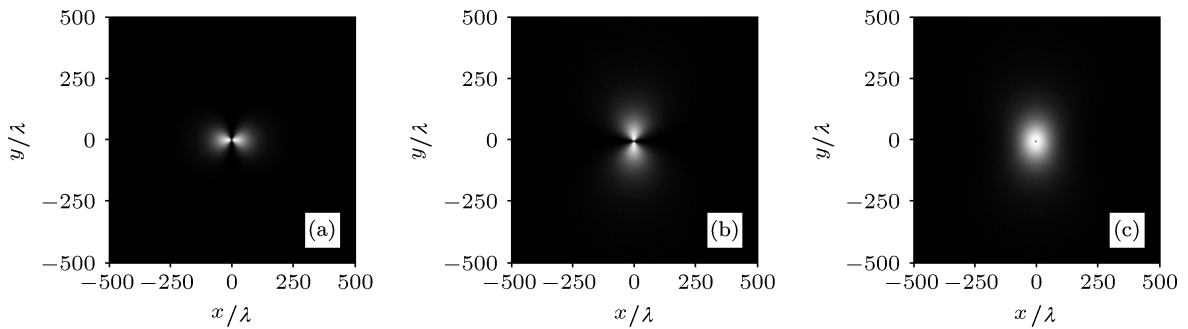


图 1 AiG 光束在 $z = 100\lambda$ 平面上的能流分布 (a) TE 项; (b) TM 项; (c) 整个光束

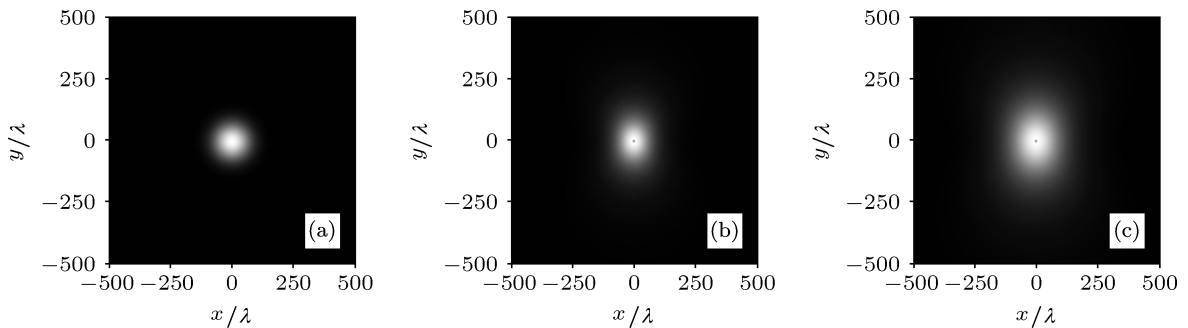


图 2 AiG 光束在不同 z 平面上的总能流分布 (a) $z = 0$; (b) $z = 100\lambda$; (c) $z = 150\lambda$ 平面

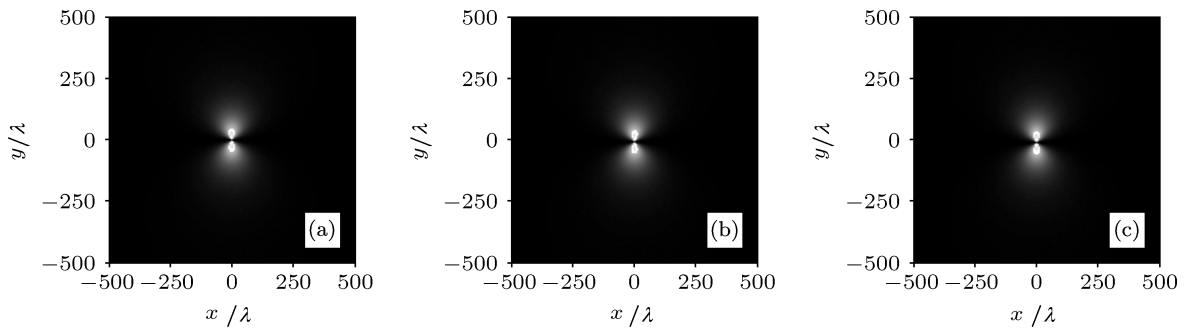


图 3 TM 项在 $z = 100\lambda$ 平面能流分布 (a) $\chi_0 = 1$; (b) $\chi_0 = 100$; (c) $\chi_0 = 1000$

4 结论

本文采用矢量角谱的方法研究了 AiG 光束的矢量结构, 运用静态相位法进一步得出了光束远场矢量结构的解析表达式. 根据得到的 TE 项和 TM

项的解析表达式, 分别研究了 TE 项和 TM 项及整个光束的能量分布, 验证了 AiG 光束的近似非衍射性, 得出各参量对光束能量分布的影响. AiG 光束的物理图像得到了更好的阐明, 从而为操控光束提供潜在的新方法.

-
- [1] Berry M V, Berry, Balazs N L 1979 *Am. J. Phys.* **47** 264
- [2] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 213901
- [3] Siviloglou G A, Christodoulides D N 2007 *OptLett* **32** 979
- [4] Jia S, Lee J, Fleischer J W, Siviloglou G A, Christodoulides D N 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 253904
- [5] Wu F T, Jiang X G, Liu B, Qiu Z X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3125 (in Chinese) [吴逢铁, 江新光, 刘彬, 邱振兴 2009 物理学报 **58** 3125]
- [6] Cottrell D M, Davis J A, Hazard T M 2009 *OptLett* **34** 2634
- [7] Zheng W T, Wu F T, Zhang Q A, Cheng Z M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 144201 (in Chinese) [郑维涛, 吴逢铁, 张前安, 程治明 2012 物理学报 **61** 144201]
- [8] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K 2008 *Nat. Photonics* **2** 675
- [9] Baumgartl J, Hannappel G M, Stevenson D J, Day D, Gu M, Dholakia K 2009 *Lab. Chip.* **9** 1334
- [10] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, Siviloglou G A, Christodoulides D N 2009 *Science* **324** 22
- [11] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 123902
- [12] Li J X, Zang W P, Tian J G 2010 *Opt. Express* **18** 7300
- [13] Wang G H, Wang X F, Dong K G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 165201 (in Chinese) [王广辉, 王晓方, 董克攻 2012 物理学报 **61** 165201]
- [14] Guo C S, Wang S Z, Rong Z, Yu S B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084201 (in Chinese) [国承山, 王淑贞, 荣振, 宇沙贝 2013 物理学报 **62** 084201]
- [15] Ren Z J, Wu Q, Zhou W D, Wu G Z, Shi Y L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 174207 (in Chinese) [任志君, 吴琼, 周卫东, 吴根柱, 施逸乐 2012 物理学报 **61** 174207]
- [16] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C 2007 *Opt. Express* **15** 16719
- [17] Martínez-Herrero R, Mejías P M, Bosch S, Carnicer A 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 1678
- [18] Deng D M, Guo Q 2007 *Opt. Lett.* **32** 2711
- [19] Guo H M, Chen J B, Zhuang S L 2006 *Opt. Express* **14** 2095
- [20] Deng D M 2011 *Eur. Phys. J. D* **65** 553
- [21] Vallée O, Soares M 2004 *Airy functions and applications to physics* (London: Imperial College Press) p9–88
- [22] Lou Q H, Zhou J 2008 *Opt. Express* **16** 6417

Analytical vectorial structure of Airy-Gaussian beam*

Deng Xuan-Bing¹⁾²⁾ Deng Dong-Mei²⁾ Chen Chi-Dao²⁾ Liu Cheng-Yi^{1)†}

1) (Laboratory of Laser Sports Medicine, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

2) (Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

(Received 19 March 2013; revised manuscript received 23 April 2013)

Abstract

Based on the vector angular spectrum of the electromagnetic beam and the method of stationary phase, the analytical vectorial structure of the Airy-Gaussian beam in the far field has been presented. According to the analytical electromagnetic representations of the TE and TM terms, the energy flux distributions of the TE term, the TM term, and the whole beam in the far field are investigated respectively. The formulas obtained are applicable not only in the paraxial case, but also in the nonparaxial case. The physical pictures of Airy-Gaussian beams are well illustrated from the vectorial structure, which may provide a new approach to manipulate laser beams.

Keywords: Airy-Gaussian beam, analytical vectorial structure, method of vector angular spectrum, method of stationary phase

PACS: 42.25.Bs, 42.55.Ah

DOI: 10.7498/aps.62.174201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60878061), and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20124407110013).

† Corresponding author. E-mail: liutcy@scnu.edu.cn