

## 基于圆柱定程干涉法测量气体黏度的探索\*

安保林<sup>1)</sup> 林鸿<sup>2)</sup> 刘强<sup>1)</sup> 段远源<sup>1)†</sup>

1) (清华大学热科学与动力工程教育部重点实验室, 二氧化碳资源化利用与减排技术北京市重点实验室, 北京 100084)

2) (中国计量科学研究院热工计量科学研究所, 北京 100013)

(2013年3月19日收到; 2013年5月8日收到修改稿)

黏度是流体重要输运性质, 实验测量是获取黏度数据的基本手段. 圆柱定程干涉法是目前测量气相声速最精确的方法之一, 其测量参数为工质的声学共振频率和共振峰半宽. 共鸣腔中气相工质的黏性会导致共振频率的偏移和共振峰半宽的增加, 是声速测量中的重要非理想影响因素. 但通过对共振频率和共振峰半宽的精确测定, 并结合热边界层、进气导管、声学传感器及壳体振动等其他非理想因素的修正, 可以精确反推获得黏度. 本文从理论上探讨了应用圆柱定程干涉法测量共振频率或者共振峰半宽来得到黏度的新方法, 以氩(Ar)为例进行了实验验证, 测量结果与文献值具有较好一致性, 证实了方法的可行性.

**关键词:** 黏度, 圆柱共鸣腔, 共振频率, 共振峰半宽

**PACS:** 51.20.+d, 51.40.+p

**DOI:** 10.7498/aps.62.175101

## 1 引言

黏性反映了流体中各层相对运动时内摩擦的强弱, 即流体发生剪切变形的难度. 黏度是表征流体黏性大小的物理量, 是科学研究及石油、化工、能源动力、冶金、航空航天等工业领域必需的基础数据, 因此得到了广泛的研究<sup>[1-7]</sup>. 目前测量黏度的主要方法有毛细管法、旋转法、落体法、振动法、平板法和黏度杯法, 其中的毛细管法、振动法和落体法可用于气体黏度测量.

基于黏性导致的声学共振能量耗散测量也可获得气体黏度, Greenspan等<sup>[2]</sup>于1953年提出了声学黏度计, 其基本方法主要通过测量连接两个腔体的导管中的黏性耗散来计算黏度, 受限于当时的理论和技术水平, 其测量精度不高. 相关学者对声学黏度计进行改进并测量了几种气体的黏度, 测量方法和技术获得了发展<sup>[3-5]</sup>. 近年来, 定程干涉声学测量方法不断发展进步<sup>[8]</sup>, 特别是由于圆柱共鸣腔具有易精密加工和装配的特点, 圆柱定程干涉法的理论和实验技术获得了更多关注<sup>[9-14]</sup>, 对于各影

响因素的认识非常深入, 实验系统已能非常精确地测得共鸣腔内气体发生共振时的共振频率和共振峰半宽, 最小分辨率可达 $1 \times 10^{-6}$ . 由于非理想因素的影响, 实际测量的共振峰曲线峰值对应的频率会偏离理想共振频率, 共振峰也会出现一定的半宽. 导致共振频率出现偏移的主要因素有黏性导致的黏性边界层效应、传热导致的热边界层效应、壳体振动、进气导管以及分子弛豫. 导致共振峰曲线出现半宽的主要因素有黏性导致的黏性边界层效应和主体相内耗散、传热导致的热边界层效应和主体相内耗散、进气导管以及分子弛豫. 根据上述分析, 若可以获得共振频率的总偏移量和其他因素导致的偏移量, 或者可以获得总半宽和其他因素导致的半宽, 则可根据圆柱定程干涉法测量得到的共振曲线获得黏度.

## 2 测量技术路线

## 2.1 测量原理

圆柱定程干涉法实验中测量的主要物理量是

\* 国家自然科学基金(批准号: 51076074, 51276175)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yduan@mail.tsinghua.edu.cn

共振频率和共振峰半宽. 在尺寸固定的圆柱共鸣腔内充入一定量待测气体, 待温度与压力稳定后, 启动信号发生器产生声波并调整其频率, 使得共鸣腔中的气体发生共振, 通过信号接收系统可测得这个共振曲线. 图 1 是理想共振曲线和实际共振曲线的示意图, 实验测得的共振频率会偏离理想共振频率, 共振峰曲线会出现一定的半宽:

$$F_N = f_N + i g_N = f_0 + \sum_j (\Delta f_j + i g_j), \quad (1)$$

式中, 实部  $f_N$  表示实际测量共振频率, 虚部  $g_N$  表示测量的共振峰半宽,  $f_0$  是理想共振频率,  $\Delta f_j$  为某种非理想因素导致的共振频率偏移,  $g_j$  为某种非理想因素导致的共振峰半宽.

共振频率的总偏移量和共振峰的总半宽可如下表达:

$$\sum \Delta f_j = \Delta f_{th} + \Delta f_v + \Delta f_d + \Delta f_{sh} + \Delta f_{tr} + \Delta f_{rel}, \quad (2)$$

$$g_N = g_{th} + g_v + g_d + g_{bulk} + g_{rel}. \quad (3)$$

式中, 下标 th 和 v 分别代表热边界层和黏性边界层的影响<sup>[13]</sup>, 下标 d 和 tr 分别代表进气导管和传感器的影响<sup>[12-14]</sup>,  $g_{bulk}$  为主体相的能量耗散所带来的半宽增加<sup>[15]</sup>, 下标 sh 代表壳体振动带来的影响<sup>[12,13]</sup>, 下标 rel 代表分子弛豫的影响<sup>[15]</sup>.

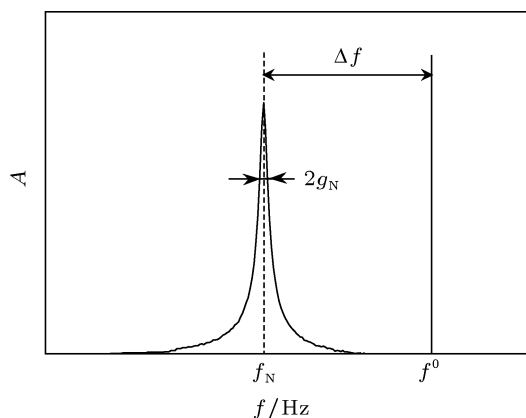


图 1 理论共振曲线和实际共振曲线

由 (1)—(3) 式可得黏性影响项为

$$\Delta f_v = f_N - f_0 - (\Delta f_{th} + \Delta f_d + \Delta f_{sh} + \Delta f_{tr} + \Delta f_{rel}), \quad (4)$$

$$g_v = g_N - (g_{th} + g_d + g_{bulk} + g_{rel}). \quad (5)$$

若采用纯轴向共振模式, 其理想共振频率可表示为

$$f_0 = W \frac{l}{2L}, \quad (6)$$

式中,  $W$  为声速,  $l = 1, 2, 3, \dots$  为轴向模式数,  $L$  为共鸣腔长度.

在圆柱定程干涉法声速测量实验中, 受流体黏性的影响, 机械波在圆柱腔体中运动时会在壁面产生速度梯度, 内摩擦作用耗散了声波能量, 使得共振峰曲线出现一定的频率偏移和共振峰半宽. 此外, 在主体相内由黏性也会引起少量的能量耗散, 这部分影响通常可忽略. 黏性边界层效应对纯轴向模式的共振频率偏移和共振峰半宽的影响可表示为<sup>[16]</sup>

$$\Delta f_v + i g_v = (-1 + i) \frac{f \delta_v}{2a}, \quad (7)$$

式中,  $a$  是共鸣腔半径,  $\delta_v$  是黏性边界层厚度, 定义为<sup>[17]</sup>

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho}}, \quad (8)$$

式中,  $\omega = 2\pi f$  是角频率,  $\rho$  是气体密度,  $\eta$  是黏度.

根据 (4) 和 (5) 式, 由共振频率偏移和共振峰半宽测量来获得黏度的表达式为

$$\eta = \pi f_0 \rho \left[ 2a \left( 1 - \frac{f_N - \Delta f_{th} - \Delta f_d - \Delta f_{sh} - \Delta f_{tr} - \Delta f_{rel}}{f_0} \right) \right]^2, \quad (9)$$

$$\eta = \pi f_0 \rho \left[ 2a \left( \frac{g_N}{f_0} - \frac{g_{th} + g_d + g_{bulk} + g_{rel}}{f_0} \right) \right]^2. \quad (10)$$

## 2.2 黏度对共振峰半宽的影响

黏性边界层导致的共振峰半宽增加量  $\Delta g_v$  越大, 由 (10) 式得到的黏度精度就越高. 图 2 以  $T = 273.16$  K 时的 Ar 为例, 给出了不同压力下热边界层、黏性边界层、进气导管和主体相耗散对共振峰半宽的影响, 分子弛豫对 Ar 等单原子气体没有影响. 从图 2 可以得出, 黏度对半宽的贡献大概占 40%.

## 2.3 双圆柱共鸣法测量黏度

黏性边界层导致的共振频率改变  $\Delta f_v$  越大, 由 (9) 式得到的黏度精度就越高. 图 3 以  $T = 273.16$  K 时的 Ar 为例, 给出了不同压力下热边界层、黏性边界层、进气导管、壳体振动和传感器对圆柱共鸣法共振频率的影响, 分子弛豫对 Ar 等单原子气

体没有影响. 从中可以得出, 黏度对频率的影响为第二位, 所占比例接近 40%.

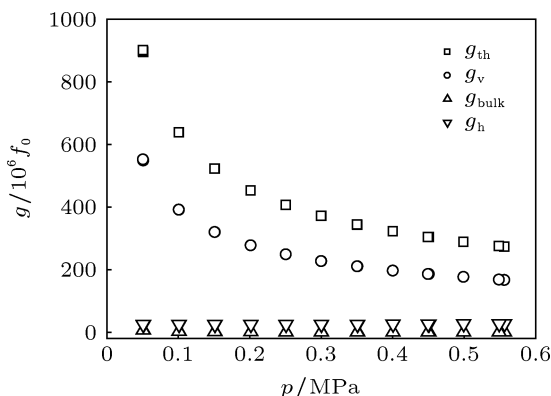


图2 各个非理想因素对半宽增加量

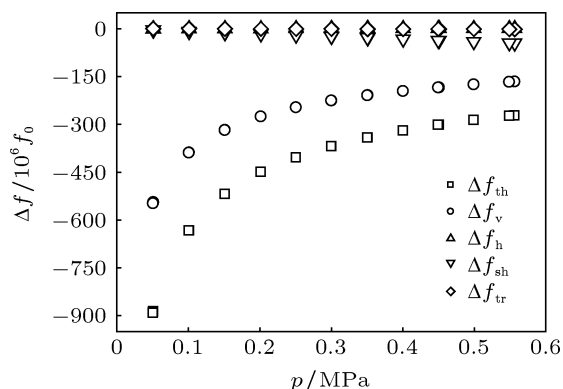


图3 各个非理想因素对理想频率偏移量

热边界层、黏性边界层、进气导管和传感器导致的频率偏移在理论上描述得非常准确<sup>[13]</sup>, 壳体振动对频率偏移影响虽然不大, 但难以准确预估<sup>[13,14]</sup>, 采用单圆柱直接测量黏度会由此引入较大不确定度.

采用如图 4 的双圆柱共鸣法可消除壳体振动的影响, 并可增加由黏性边界层导致的频率改变量的比例, 提高测量的准确性.

两个圆柱腔的半径相等, 长度相差一倍, 当腔体中的模式也相差一倍时, 腔体中的声学共振频率近似相等. 根据双圆柱法的测量原理<sup>[13]</sup> 可得

$$\frac{f_0}{f_N} = 1 - \frac{2\Delta f_2 - \Delta f_1}{f_0}, \quad (11)$$

式中, 下标 1 和 2 分别指长度为  $L$  和  $2L$  的圆柱. 壳体振动、进气导管和传感器的影响降到 1% 以下, 可以忽略, (11) 式可写为

$$\frac{f_0}{f_N} = 1 - \frac{2(\Delta f_{th} + \Delta f_v + \Delta f_{rel})_2 - (\Delta f_{th} + \Delta f_v + \Delta f_{rel})_1}{f_0}. \quad (12)$$

热边界层对频率的偏移可表示为<sup>[16]</sup>

$$\frac{\Delta f_{th}}{f_0} = -\frac{(\gamma-1)\delta_{th}}{2a} \left[ \left( 1 + 2\frac{a}{L} \right) \right], \quad (13)$$

式中,  $\delta_{th}$  是热边界层厚度, 定义为<sup>[17]</sup>

$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\omega\rho C_p}}, \quad (14)$$

式中,  $\lambda$  是热导率,  $C_p$  是比定压热容.

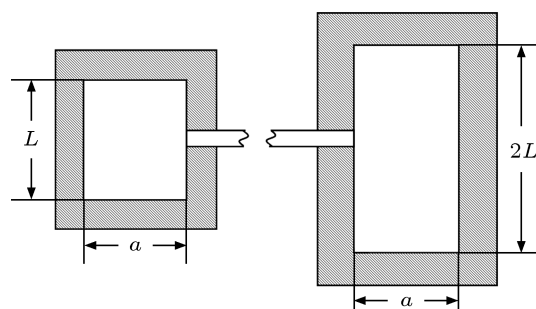


图4 双圆柱共鸣系统示意图

对于单原子气体等可忽略分子弛豫影响, 把 (8) 和 (13) 式代入 (12) 式化简可得

$$\eta = \pi f_0 \rho \left[ 2a \left( 1 - \frac{f_0}{f_N} + \frac{\gamma-1}{2a} \delta_{th} \right) \right]^2. \quad (15)$$

### 3 实验验证及测量不确定度分析

为了验证本文方法的可行性, 使用本实验室建立的圆柱共鸣法实验装置<sup>[9]</sup>, 测量了 Ar 在共鸣腔内的共振频率  $f_N$  和共振峰半宽  $g_N$ , 由 (9) 和 (10) 式分别得到了 Ar 的黏度, 测量范围  $T = 306.15$ — $333.15$  K 和  $p = 70$ — $1100$  kPa. 图 5 和图 6 给出了由共振峰的频率和半宽得到 Ar 黏度值对 Lemmon 等<sup>[18]</sup> 的相对偏差. 实验中所用到的共振模式为纯轴向模式 (300).

由图 5 可知, 由测量共振频率得到的黏度数据对 Lemmon 等<sup>[18]</sup> 的最大偏差达到  $\pm 10\%$ , 这是由于前文分析的对壳体振动的理论描述尚不完善所致. 图 6 给出的由半宽测量得到的黏度结果的相对偏差在 3% 左右, 与 Lemmon 等<sup>[18]</sup> 声称的不确定度相当, 也与 Gillis 等<sup>[19]</sup> 的精度相当; 本文的所有实验数据对 Lemmon 等<sup>[18]</sup> 的结果均呈现正偏差, 可能源于共鸣腔的光洁度不够高或端盖与壳体接触部位的能量耗散, 如采用相对法测量经标定可消除该系统偏差.

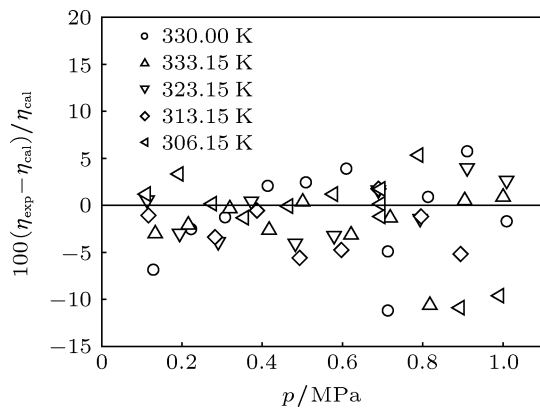


图5 由共振频率得到黏度值与文献值<sup>[18]</sup>比较

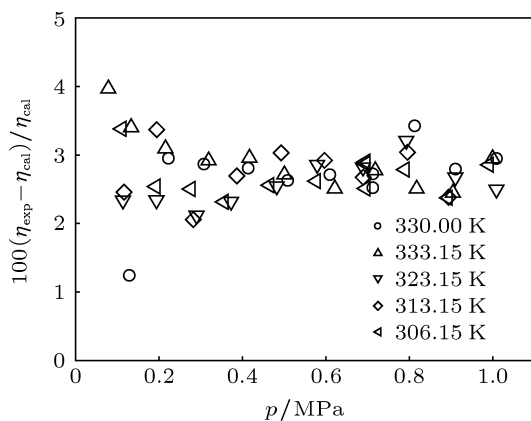


图6 由共振峰半宽得到黏度值与文献值<sup>[18]</sup>比较

双圆柱法可以提高由频率测量确定黏度的精度, 本文采用文献 [14] 测量 Boltzmann 常数的实验系统在  $T = 273.16 \text{ K}$ ,  $p = 50\text{—}550 \text{ kPa}$  下对 Ar 黏度进行了测量. 图 7 给出了实验结果的相对偏差, 均在  $\pm 2\%$  以内.

圆柱定程干涉法是一种基于平衡态的测量方法, 对气相声学共振频率和共振峰半宽的精确测量为黏度的获取提供了有力保证, 圆柱共鸣腔结构简洁, 没有运动部件, 精密加工与装配较容易实现. 根

据本文建立的模型: 对于单原子气体, 可采用单圆柱测量共振峰半宽的方法来测量其黏度, 也可采用双圆柱法测量工质共振频率的方法来测量黏度; 对于多原子气体, 双圆柱法也可以用于消除分子弛豫的影响, 因此可采用双圆柱测量工质共振频率的方法来测量其黏度.

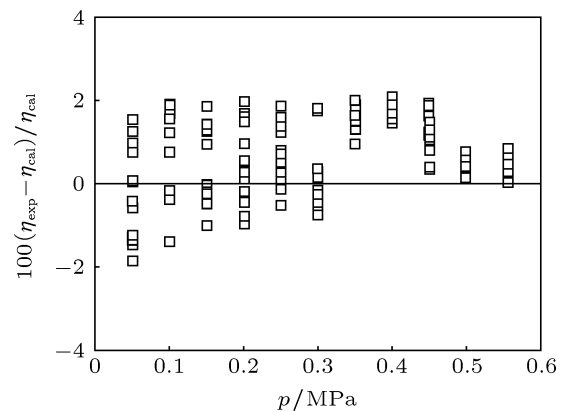


图7 由双圆柱系统共振频率测量得到的黏度数据与文献值<sup>[18]</sup>比较

## 4 结论

本文从理论上探讨了通过圆柱定程干涉法测量黏度的方法, 结合理论模型采用单圆柱和双圆柱共鸣法实验系统, 测量了 Ar 在  $T = 306.15\text{—}333.15 \text{ K}$  和  $p = 70\text{—}1100 \text{ kPa}$  范围内的黏度. 利用单圆柱共鸣法测量共振峰半宽得到的黏度值与文献值的相对偏差在 3% 以内, 呈现系统正偏差, 实际应用中应采用相对法测量, 通过标定修正提高精度; 双圆柱共鸣法测量共振频率得到的黏度结果与文献值相对偏差在  $\pm 2\%$  以内. 实验结果表明本文提出的基于圆柱定程干涉法测量黏度方法是可行的.

[1] Zhang Y, He M G, Liu Y, Guo Y 2011 *J. Eng. Thermophys* **32** 9 (in Chinese) [张颖, 何茂刚, 刘洋, 郭盈 2011 工程热物理学报 **32** 9]  
 [2] Greenspan M, Wimenitz F N 1953 *NBS Report* 2658  
 [3] Wilhelm J, Gillis K A, Mehl J B, Moldover M R 2000 *Int. J. Thermophys* **21** 983  
 [4] Gillis K A, Mehl J B, Moldover M R 2003 *Acoust. Soc. Am.* **114** 166  
 [5] Hurly J J, Gillis K A, Mehl J B, Moldover M R 2003 *Int. J. Thermophys* **24** 1441  
 [6] Wang Y Z, Yang Y S, Tong W H, Li H Q, Hu Z Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1543 (in Chinese) [王玉珍, 杨院生, 童文辉, 李会强, 胡壮麒 2007 物理学报 **56** 1543]  
 [7] Chung T H, Ajian M, Llody L L, Starling K E 1988 *Ind. Eng. Chem.*

*Res.* **27** 671

[8] He M G, Liu Z G 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1004 (in Chinese) [何茂刚, 刘志刚 2002 物理学报 **51** 1004]  
 [9] Feng X J, Lin H, Liu Q, Zhou M X, Duan Y Y. 2011 *J. Eng. Thermophys* **32** 725 (in Chinese) [冯晓娟, 林鸿, 刘强, 周梦夏, 段远源 2011 工程热物理学报 **32** 725]  
 [10] Feng X J, Liu Q, Zhou M X, Lin H, Duan Y Y. 2012 *J. Eng. Thermophys* **33** 7 (in Chinese) [冯晓娟, 刘强, 周梦夏, 林鸿, 段远源 2012 工程热物理学报 **33** 7]  
 [11] An B L, Liu Q, Duan Y Y 2012 *J. Eng. Thermophys* **33** 561 (in Chinese) [安保林, 刘强, 段远源 2012 工程热物理学报 **33** 561]  
 [12] Lin H, Feng X J, Zhang J T, Duan Y Y 2012 *J. Eng. Thermophys* **33**

- 1291 (in Chinese) [林鸿, 冯晓娟, 张金涛, 段远源 2012 工程热物理学报 **33** 1291]
- [13] Zhang J T, Lin H, Sun J P, Feng X J, Gillis K A, Moldover M R 2010 *Int. J. Thermophys* **31** 1273
- [14] Zhang J T, Lin H, Feng X J, Sun J P, Moldover M R, Duan Y Y 2011 *Int. J. Thermophys* **32** 1297
- [15] Trusler J P M 1991 *Physical Acoustics and Metrology of Fluids* (New York: Adam Hilger) p90–114
- [16] Feng X J 2010 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [冯晓娟 2010 博士学位论文 (北京: 清华大学)]
- [17] Moldover M R, Mehl J B, Greenspan M 1986 *J. Acoust. Soc. Am.* **79** 253
- [18] Lemmon E W, Jacobsen R T 2004 *Int. J. Thermophys.* **25** 21
- [19] Gillis K A, Mehl J B, Moldover M R 1996 *Rev. Sci. Instrum.* **67** 1850

# Viscosity measurements using a cylindrical resonator\*

An Bao-Lin<sup>1)</sup> Lin Hong<sup>2)</sup> Liu Qiang<sup>1)</sup> Duan Yuan-Yuan<sup>1)†</sup>

1) (Key Laboratory of Thermal Science and Power Engineering of MOE, Beijing Key Laboratory for CO<sub>2</sub> Utilization and Reduction Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

2) (Heat Division, National Institute of Metrology, Beijing 100013, China)

(Received 19 March 2013; revised manuscript received 8 May 2013)

## Abstract

Viscosity is an important fluid transport property, and the viscosity data mostly are obtained from experimental measurements. The fixed path interference method with a cylindrical resonator is one of the most precise ways to gain the gaseous sound speed by measuring the resonance frequency and the half-width of the resonance peak. The gas viscosity affects the sound speed, leading to the offset of the resonance frequency and the increase of half-width of the resonance peak. Viscosity can be accurately acquired through the measurement of the resonance frequency and the half-width of the resonance peak, together with modifications due to the effect of the thermal boundary layer, the fill duct on the resonator shell, the transducer and the resonator shell vibration. In this paper, the way to acquire viscosity by the cylindrical resonator was developed and was verified by measuring argon (Ar) viscosity, and we find the result agreeing well with the data given in the literature.

**Keywords:** viscosity, cylindrical resonator, resonance frequency, half-width of the resonance peak

**PACS:** 51.20.+d, 51.40.+p

**DOI:** 10.7498/aps.62.175101

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51076074, 51276175).

† Corresponding author. E-mail: yduan@mail.tsinghua.edu.cn