

# 高分辨率合成孔径雷达图像的 Gamma 分布下 最大后验概率降斑算法\*

孙增国†

(华侨大学计算机科学与技术学院, 厦门 361021)

(2013年3月15日收到; 2013年6月12日收到修改稿)

针对传统的 Gamma 分布下最大后验概率降斑算法不能有效保留均匀区域的点目标, 不能有效保留弱边缘以及不能有效滤除强边缘区域的斑点等问题, 提出了基于第二类统计量的先验参数估计的高分辨率合成孔径雷达图像 Gamma 分布下最大后验概率降斑算法. 使用 Mellin 卷积和斑点的乘性模型, Gamma 先验分布的参数可由观察图像的前两阶对数累积量精确估计. 所提算法具有解析的滤波输出, 便于实现. 农田和城区的高分辨率合成孔径雷达图像的降斑实验表明, 与传统的 Gamma 分布下最大后验概率降斑算法相比, 所提算法既能有效保留均匀区域的点目标, 又能有效保留弱边缘, 还能有效滤除强边缘区域的斑点.

**关键词:** 高分辨率合成孔径雷达图像, Gamma 分布下最大后验概率降斑算法, 第二类统计量, 对数累积量

**PACS:** 07.05.Pj, 02.50.Cw

**DOI:** 10.7498/aps.62.180701

## 1 引言

Gamma 分布下最大后验概率 (Gamma MAP) 算法是合成孔径雷达 (SAR) 图像的经典降斑算法, 它采用最大后验概率 (MAP) 准则, 并使用 Gamma 分布描述真实图像的统计特性, 可以有效滤除均匀区域的斑点<sup>[1-3]</sup>. 但是, 传统的 Gamma MAP 算法直接从观察图像的样本区域中估计 Gamma 先验分布的参数, 当它应用于高分辨率 SAR 图像时, 往往会出现诸多缺点, 如不能有效保留均匀区域的点目标, 不能有效保留两侧灰度差异较小的弱边缘, 同时不能较为彻底地滤除两侧灰度差异较大的强边缘上的斑点<sup>[4-8]</sup>. 为了解决这些问题, 本文从第二类统计量这一新的数学工具出发, 结合 Mellin 卷积和斑点的乘性模型, 从观察图像的前两阶对数累积量精确估计 Gamma 先验分布的未知参数, 从而完成 Gamma MAP 算法的降斑过程. 高分辨率 SAR

图像的降斑实验表明, 所提算法不但具有传统的 Gamma MAP 算法有效抑制均匀区域的斑点这一特点, 而且具有传统的 Gamma MAP 算法不具有的优点, 既能有效保留均匀区域上的点目标, 又能有效保留弱边缘, 还能较为彻底地滤除强边缘区域上的斑点, 可以获得更好的降斑效果.

## 2 Gamma MAP 降斑算法

MAP 降斑算法考虑在后验条件概率密度函数最大化时真实图像的估计问题, 它具有一般形式的滤波方程如下<sup>[9,10]</sup>:

$$-\frac{1}{X} + \frac{\partial \ln f_F(F)}{\partial X} + \frac{\partial \ln f_X(X)}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}_{\text{MAP}}} = 0, \quad (1)$$

其中,  $X$  表示真实图像,  $F$  表示斑点,  $f_F$  和  $f_X$  分别表示斑点  $F$  和真实图像  $X$  的概率密度函数,  $\hat{X}_{\text{MAP}}$  表示真实图像  $X$  的 MAP 估计. 可见, MAP 降斑算法直接依赖斑点和真实图像的统计分布. 对于强度

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61102163)、福建省自然科学基金 (批准号: 2012J01271) 和华侨大学高层次人才科研启动费项目 (批准号: 11BS212) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: duffer2000@163.com

图像, 常使用 Gamma 分布描述斑点, 其概率密度函数如下 [2,11]

$$f_F(x) = \frac{L^L x^{L-1} e^{-Lx}}{\Gamma(L)}, \quad (2)$$

其中,  $L$  表示图像的视数,  $\Gamma(\cdot)$  表示 Gamma 函数. 对于真实图像, 本文使用 Gamma 分布描述其统计特性, 并采用一般形式的概率密度函数如下 [12,13]:

$$f_X(x) = \frac{x^{k-1} e^{-x/\theta}}{\Gamma(k)\theta^k}. \quad (3)$$

其中,  $k(k > 0)$  是形状参数,  $\theta(\theta > 0)$  是尺度参数. 把 (2) 式和 (3) 式代入到 (1) 式中, 并结合斑点的乘性模型 (即  $Y = FX$ ,  $Y$  表示观察图像), 经过适当化简, 可得相应的滤波方程如下:

$$\hat{X}^2 + \theta(L+1-k)\hat{X} - L\theta Y = 0, \quad (4)$$

其中,  $\hat{X}$  是真实图像  $X$  的 MAP 估计. 由此, 可得 Gamma MAP 降斑算法的滤波输出如下:

$$\hat{X} = \frac{-\theta(L+1-k) + \sqrt{\theta^2(L+1-k)^2 + 4L\theta Y}}{2}. \quad (5)$$

可见, Gamma MAP 降斑算法具有解析的输出形式, 便于在实际中应用. 但存在一个关键问题, 即如何精确估计 Gamma 先验分布的未知参数  $k$  和  $\theta$ . 传统的 Gamma MAP 算法直接从观察图像的样本区域中估计 Gamma 先验分布的参数, 而本文则根据第二类统计量理论, 从观察图像的前两阶对数累积量间接估计 Gamma 先验分布的未知参数, 从而为 Gamma MAP 降斑算法在高分辨率 SAR 图像中的精确实现提供了可能.

### 3 基于第二类统计量的 Gamma 先验分布参数估计

第二类统计量是定义在 Mellin 变换基础上的新型数学工具, 它研究随机变量的对数变换的统计特征, 能够高效处理冲激型的信号和噪声 [8,14-16]. 对于定义在正半轴上的概率密度函数  $f(x)(0 \leq x < \infty)$ , 其第二类第一特征函数  $\Phi(s)$ , 第二类第二特征函数  $\Psi(s)$  和  $r$  阶对数累积量  $\tilde{k}_r$  分别定义如下:

$$\Phi(s) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x) dx, \quad (6)$$

$$\Psi(s) = \ln \Phi(s), \quad (7)$$

$$\tilde{k}_r = \left. \frac{d^r \Psi(s)}{ds^r} \right|_{s=1}. \quad (8)$$

前两阶对数累积量  $\tilde{k}_1$  和  $\tilde{k}_2$  可由观察样本估计如下:

$$\hat{k}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln y_i, \quad (9)$$

$$\hat{k}_2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\ln y_i - \hat{k}_1)^2, \quad (10)$$

其中,  $y_i$  是观察样本,  $N$  是样本个数.

根据 Mellin 卷积的定义, 并使用斑点的乘性模型, 观察图像  $Y$  的对数累积量可以表示为相同阶次的斑点  $F$  的对数累积量与真实图像  $X$  的对数累积量之和, 即 [11,16]

$$\tilde{k}_{Y(r)} = \tilde{k}_{F(r)} + \tilde{k}_{X(r)}. \quad (11)$$

本文仅考虑前两阶对数累积量, 由 (11) 式可得

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{Y(1)} &= \tilde{k}_{F(1)} + \tilde{k}_{X(1)}, \\ \tilde{k}_{Y(2)} &= \tilde{k}_{F(2)} + \tilde{k}_{X(2)}, \end{aligned} \quad (12)$$

显然, 只要获得斑点  $F$  和真实图像  $X$  的前两阶对数累积量, 而观察图像的对数累积量可以通过样本估计得到, 就可以方便的估计出真实图像先验分布的未知参数.

对于斑点的 Gamma 分布, 其前两阶对数累积量如下 [16]:

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{F(1)} &= \psi(L) - \ln L, \\ \tilde{k}_{F(2)} &= \psi(1, L), \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\psi(\cdot)$  是 Digamma 函数,  $\psi(1, \cdot)$  是 Trigamma 函数 (即 Digamma 函数的一阶导数). 本文使用 Gamma 先验分布描述真实图像的统计特性, 其概率密度函数如 (3) 式所示. 把 (3) 式依次代入到 (6)–(8) 式中, 经过适当化简, 可得 Gamma 先验分布的前两阶对数累积量如下:

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{X(1)} &= \ln \theta + \psi(k), \\ \tilde{k}_{X(2)} &= \psi(1, k). \end{aligned} \quad (14)$$

把 (13) 式和 (14) 式代入到 (12) 式中, 最终可得 Gamma 先验分布的参数估计式如下:

$$\psi(1, \hat{k}) = \hat{k}_{Y(2)} - \psi(1, L), \quad (15)$$

$$\hat{\theta} = e^{\hat{k}_{Y(1)} - \psi(\hat{k}) - \psi(L) + \ln L}, \quad (16)$$

其中,  $\hat{k}_{Y(1)}$  和  $\hat{k}_{Y(2)}$  分别是  $Y$  的前两阶对数累积量的估计, 它们可以通过 (9) 式和 (10) 式由观察图像

的样本计算得到. 由于 Trigamma 函数  $\psi(1, \cdot)$  是严格单调函数, 因此, 使用常见的数值方法如二分法很容易获得形状参数  $k$  的精确估计值<sup>[17]</sup>. 一旦得到  $k$  估计值, 就可由 (16) 式估计出尺度参数  $\theta$ . 与传统的 Gamma MAP 算法的先验参数估计方法相比, 本文所提方法是通过观察图像的对数累积量间接估计先验分布的未知参数, 其实质是通过取对数变换改善观察图像样本的性能, 以更高精度获得先验分布参数的估计值. 特别是高分辨率 SAR 图像, 往往呈现出尖峰和厚尾的冲激型的统计特性, 使用本文所提方法估计 Gamma 先验分布的参数, 可以降低样本的冲激性对样本统计量计算的不利影响, 从而提高 Gamma MAP 降斑算法的精度.

#### 4 降斑实验

图 1 给出了高分辨率农田 SAR 图像的降斑实验, 包括本文所提的 Gamma MAP 算法和传统的 Gamma MAP 算法. 与传统的 Gamma MAP 算法相比, 本文所提算法同样可以较为彻底地滤除均匀区域的斑点. 但是, 本文所提算法对均匀区域上点目标的保留能力要强于传统的 Gamma MAP 算法. 比如, 在图 1(a) 中, 右上角较暗区域中间的点目标, 左半部偏上位置较暗区域中间的点目标, 以及下部较粗边缘右侧较亮区域上的点目标, 均在本文所提算法的降斑结果中清晰可见, 但它们在传统的 Gamma MAP 降斑结果中已经完全被模糊. 本文使用斑点图来分析降斑算法对边缘的保留以及对边缘区域斑点的滤除, 如图 2 所示. 斑点图属于降斑算法的精细评价方法, 斑点图中出现的边缘越弱, 说明降斑算法对边缘的保留能力就越强; 斑点图中边缘区域的空白越不明显, 说明降斑算法对边缘区域的斑点的滤除能力就越强<sup>[18]</sup>. 显然, 本文所提算法对弱边缘的保留能力以及对强边缘区域上斑点的抑制能力均要强于传统的 Gamma MAP 算法. 比如, 图 1(a) 左下部位位于较亮区域之间的边缘较弱, 由于左右两侧的区域灰度值较为接近, 因此这一弱边缘在传统的 Gamma MAP 降斑结果中变得非常模糊, 在相应的斑点图中出现了非常明显的边缘. 但是, 这一弱边缘在本文所提算法的降斑结果中却较为清晰地保留下来, 因此在相应的斑点图中的边缘就要弱得多. 此外, 图 1(a) 上部位于亮暗区域之间的三条边缘非常明显, 它们左右两侧的区域灰度具有明

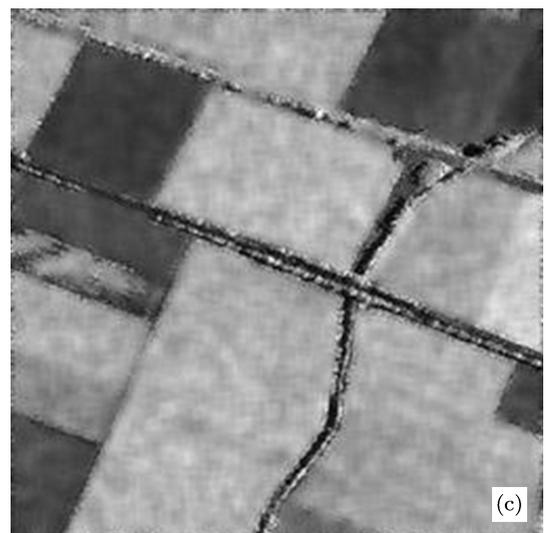
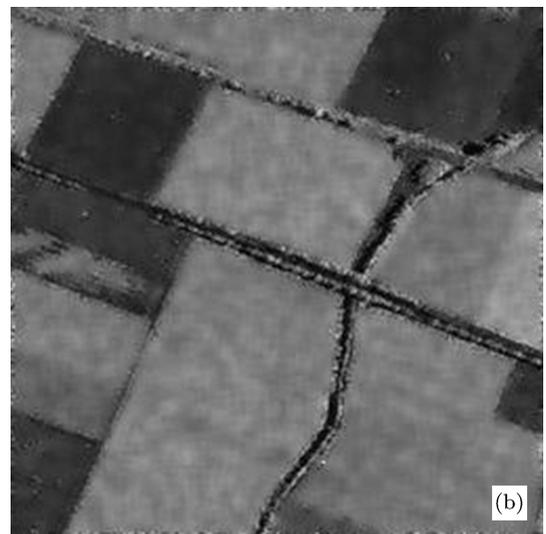
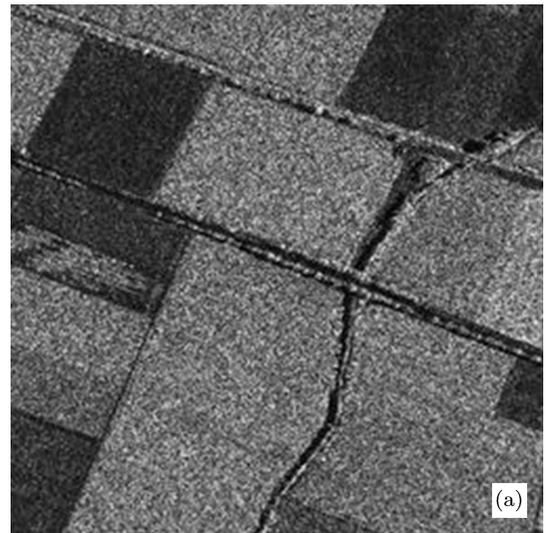


图 1 农田 SAR 图像的降斑结果 (滑动窗大小为 7) (a) 农田 SAR 图像; (b) 本文所提的 Gamma MAP 算法; (c) 传统的 Gamma MAP 算法

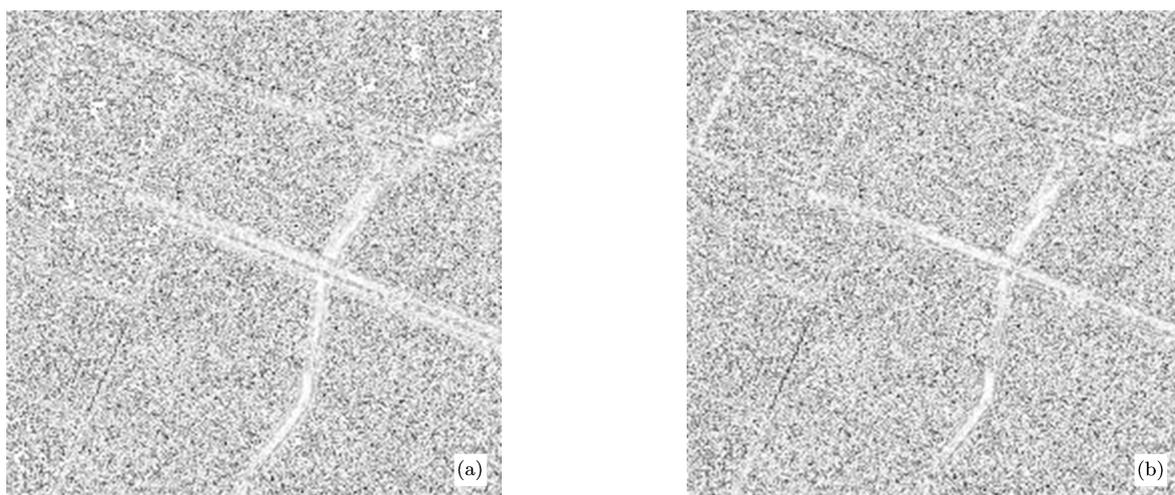


图2 图1降斑结果的斑点图 (a) 本文所提的 Gamma MAP 算法; (b) 传统的 Gamma MAP 算法

显的差异. 传统的 Gamma MAP 算法不能有效滤除这些强边缘区域的斑点, 因此在相应的斑点图中出现了明显的空白. 但是, 在本文所提算法的斑点图中, 这些强边缘区域却被颗粒状的斑点所覆盖, 这就说明本文所提算法对强边缘区域的斑点有较强的抑制作用. 图3给出了高分辨率城区 SAR 图像的降斑结果, 其中的 SAR 图像由美国 Sandia 国家实验室获得. 可见, 本文所提的 Gamma MAP 算法既能有效抑制均匀区域的斑点, 又能取得均匀区域上点目标的保留、弱边缘的保留和强边缘区域上斑

点的滤除的有效平衡. 总之, 由于采用基于第二类统计量的先验参数估计方法, 本文所提的 Gamma MAP 算法不但具有传统的 Gamma MAP 算法能够较为彻底地抑制均匀区域的斑点这一特点, 而且还具有传统的 Gamma MAP 算法不具有的优点, 既能有效保留均匀区域的点目标, 又能有效保留两侧灰度差异较小的弱边缘, 还能较为彻底地滤除两侧灰度差异较大的强边缘区域上的斑点, 因此可以取得较为理想的降斑效果.

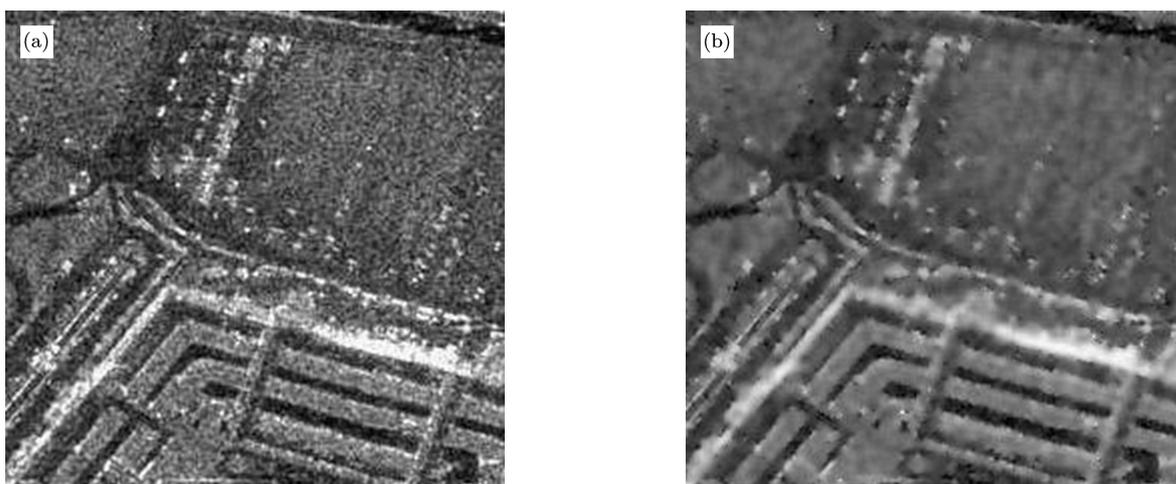


图3 城区 SAR 图像的降斑结果 (滑动窗大小为 5) (a) 城区 SAR 图像; (b) 本文所提的 Gamma MAP 算法

## 5 结论

为了解决传统的 Gamma MAP 算法应用于高分辨率 SAR 图像时出现的问题, 本文提出了改进

的 Gamma MAP 算法. 与传统的 Gamma MAP 算法相比, 所提算法最大的特色在于 Gamma 先验分布的参数估计. 使用第二类统计量这一数学工具, 并结合 Mellin 卷积和斑点的乘性模型, 所提算法从观

察图像的对数累积量间接估计 Gamma 先验分布的参数. 由于第二类统计量能够有效处理冲激型数据, 因此, 本文采用的基于第二类统计量的先验参数估计方法能够以较高精度应用于高分辨率 SAR 图像中. 农田和城区等不同类型的高分辨率 SAR 图像的降斑实验表明, 本文所提的 Gamma MAP 算法既具有传统的 Gamma MAP 算法的优点, 即有效抑制

均匀区域的斑点, 又具有自己的特色, 既能有效保留均匀区域上的点目标, 又能有效保留弱边缘, 还能较为彻底地滤除强边缘区域的斑点, 因此它是高分辨率 SAR 图像的较为理想的降斑算法.

本文进行降斑实验的部分高分辨率 SAR 图像由美国 Sandia 国家实验室获得, 在此对该实验室表示衷心的感谢.

- 
- [1] Pi Y M, Yang J Y, Fu Y S, Yang X B 2007 *Synthetic Aperture Radar Imaging Principle* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology Press) (in Chinese) [皮亦鸣, 杨建宇, 付毓生, 杨晓波 2007 合成孔径雷达成像原理 (成都: 电子科技大学出版社)]
- [2] Lopes A, Nezry E, Touzi R, Laur H 1993 *Int. J. Remote Sens.* **14** 1735
- [3] Chen Y N, Jin W Q, Zhao L, Zhao L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 264 (in Chinese) [陈翼男, 金伟其, 赵磊, 赵琳 2009 物理学报 **58** 264]
- [4] Zhao X B, Yan W, Kong Y, Han D, Liu W J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 138402 (in Chinese) [赵现斌, 严卫, 孔毅, 韩丁, 刘文俊 2013 物理学报 **62** 138402]
- [5] Ji W J, Tong C M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 020301
- [6] Anastassopoulos V, Lampropoulos G A, Drosopoulos A, Rey M 1999 *IEEE Trans. Aerospace Elect. Syst.* **35** 43
- [7] Zhang H, Wang C, Zhang B, Wu F, Yan D M 2009 *Target Recognition in High Resolution SAR Images* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [张红, 王超, 张波, 吴樊, 闫冬梅 2009 高分辨率 SAR 图像目标识别 (北京: 科学出版社)]
- [8] Sun Z G, Han C Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 998 (in Chinese) [孙增国, 韩崇昭 2010 物理学报 **59** 998]
- [9] Solbo S, Eltoft T 2004 *Int. J. Remote Sens.* **25** 1019
- [10] Sun Z G, Han C Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4565 (in Chinese) [孙增国, 韩崇昭 2007 物理学报 **56** 4565]
- [11] Xie H, Pierce L E, Ulaby F T 2002 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **40** 721
- [12] Skolnik M I 2001 *Introduction to Radar Systems* (3rd Ed.) (New York: McGraw-Hill)
- [13] Ward K D, Tough R J A, Watts S 2006 *Sea Clutter: Scattering, the K Distribution and Radar Performance* (London: The Institution of Engineering Technology)
- [14] Nicolas J M 2002 *Proceedings of European Signal Processing Conference Toulouse, France, September 3–6, 2002* p197
- [15] Tison C, Nicolas J M, Tupin F, Maitre H 2004 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **42** 2046
- [16] Achim A, Kuruoglu E E, Zerubia J 2006 *IEEE Trans. Image Process.* **15** 2686
- [17] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, Flannery B P 1994 *Numerical Recipes in C* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [18] Sun Z G, Han C Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3210 (in Chinese) [孙增国, 韩崇昭 2010 物理学报 **59** 3210]

# Gamma-distributed maximum a posteriori despeckling algorithm of high-resolution synthetic aperture radar images\*

Sun Zeng-Guo<sup>†</sup>

(College of Computer Science and Technology, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(Received 15 March 2013; revised manuscript received 12 June 2013)

## Abstract

In order to solve the problem that the traditional Gamma-distributed maximum a posteriori despeckling algorithm cannot effectively preserve the point target in the homogeneous region, nor effectively keep the weak edge, and nor efficiently suppress the speckle in the strong edge region, the Gamma-distributed maximum a posteriori despeckling algorithm with prior parameter estimation based on second-kind statistics is proposed for high-resolution synthetic aperture radar images. Using the Mellin convolution and the multiplicative model of speckle, the parameters of the Gamma prior distribution are accurately estimated from the first two log-cumulants of the observed image. The proposed algorithm has the analytical filtering output, and it is easy to implement. Despeckling experiments on high-resolution synthetic aperture radar images of agricultural field and urban region demonstrate that compared with the traditional Gamma-distributed maximum a posteriori despeckling algorithm, the proposed one can effectively preserve the point target in the homogenous region, effectively retain the weak edge, and efficiently suppress the speckle in the strong edge region.

**Keywords:** high-resolution synthetic aperture radar images, Gamma-distributed maximum a posteriori despeckling algorithm, second-kind statistics, log-cumulants

**PACS:** 07.05.Pj, 02.50.Cw

**DOI:** 10.7498/aps.62.180701

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61102163), the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2012J01271), and the High-Level Talents Starting Scientific Research Foundation of Huaqiao University, China (Grant No. 11BS212).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: duffer2000@163.com