

# 高聚焦高斯光束对左手性材料球轴向力的 光线模型计算

赖晓磊<sup>†</sup>

(郑州科技学院基础部, 郑州 450064)

(2012年11月23日收到; 2013年6月10日收到修改稿)

采用几何光线模型, 将基模高聚焦高斯光束对微米量级介电球和左手性材料球的轴向作用力进行了理论推导和数值模拟, 并对介电球和左手性小球的受力进行了比较. 对于介电球, 可以实现单光束陷阱捕陷介电球; 在右手性材料环境中的左手性材料小球, 受到的轴向作用力总是沿光传播的方向, 激光和左手性材料球的参数共同决定轴向力的最大值出现在光轴上的位置. 而在相对折射率较小时, 左手性材料小球的受力是介电球的百倍.

**关键词:** 基模高斯光束, 几何光线模型, 轴向作用力, 左手性材料

**PACS:** 42.15.-i, 42.55.-f, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.62.184201

## 1 引言

1970年 Ashkin 等<sup>[1]</sup>第一次利用两束相向传播的激光实现了对粒子的捕陷. 1986年 Ashkin 等<sup>[2]</sup>发现激光束对粒子的负辐射压力, 第一次利用单束高聚焦激光束实现了对介质球的捕陷, 粒子尺寸范围从 10  $\mu\text{m}$  到 25  $\mu\text{m}$ , 这就是我们现在所熟悉的光镊. 20世纪90年代, 作为控制微小粒子的一种新兴工具, 光镊技术已经被用来控制不同性质的微小粒子, 比如介质球体<sup>[1]</sup>、单细胞<sup>[2,3]</sup>、原子<sup>[4]</sup>、病毒<sup>[5]</sup>、金属球体<sup>[6]</sup>等. 光镊的形成在本质上是光和粒子动量和角动量的交换, 那么可从光源和粒子两方面来研究其规律. 研究光源对粒子捕获的影响时, 主要集中于使用各种连续激光、脉冲激光、列阵激光束, 比如高斯光束<sup>[7,8]</sup>、空心高斯光束<sup>[9]</sup>、贝塞尔光束<sup>[10-13]</sup>、平顶高斯光束<sup>[14]</sup>、部分相干光束<sup>[14,15]</sup>、高斯脉冲光束<sup>[16-18]</sup>、全息光镊<sup>[19]</sup>和脉冲激光光源. Wang 等<sup>[14]</sup>研究了脉冲高斯光束对瑞利粒子的动态辐射力, 结果表明脉冲辐射力随着脉宽的减小而增大, 同时长脉宽 (1 ps) 可以实现 3D 光镊, 短脉宽 (0.01 ps) 只能实现 2D 光

镊. 用于理论分析光镊系统中的粒子受力主要是适用于大粒子的光线光学模型和适用于小粒子的瑞利模型. 当粒子的直径远大于光波长时, 用光线光学模型来解释光与物质的相互作用. 此时光与物质的相互作用遵守光的反射、折射原理以及光和粒子的动量交换守恒原理. 由于生物学上的粒子尺寸较大, 所以光的射线模型非常适用<sup>[20]</sup>. 1968年 Veselago<sup>[21]</sup>首次在理论上提出左手性材料. 第一块左手性材料是由 Smith 等<sup>[22]</sup>在 2001年结合金属线和开口环共同实现的, 这个著名的实验证实了负折射现象. 受实验证实的激发, 负折射率材料吸引了越来越多的研究者在理论和实验上开展研究, 包括完美透镜、光纳米电路以及隐形斗篷等<sup>[23,24]</sup>. 最近几年, 实现负折射率的频段由最初的微波波段向光波段延伸<sup>[25,26]</sup>. 随着纳米微型制造技术的发展, 构造出微米量级左手性材料球在不久的将来就会成为现实.

由于左手性材料的奇异特性, 这种材料的小粒子在激光束作用下的表现引起了我们的兴趣. 而在以往文献中, 研究光镊技术只限于右手性材料介质小粒子, 对左手性材料小粒子的光镊技术研究尚属空白. 本文从光线模型理论出发, 将基模高斯光束

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: laixiaolei@126.com

对左手性材料小球的作用力做了研究,在不同的光学参数和粒子参数下,对左手性材料球和介电球的受力进行了比较.发现两者受力有很大的区别,在相对折射率较小的情况下,左手性小球是介电质小球的百倍.

## 2 介电球和左手性材料球轴向力的几何光线模型

如图 1 所示,有一束高聚焦基模高斯光束入射到左手性材料小球上.  $A$  是球面上的点,将  $Z$  轴建在高斯光束的光轴上.把高斯光束看成是由  $Z$  上发出的一条条虚拟光线构成,光线  $Z_C A$  是其中一条.设球面形状等相位面  $P$  与  $Z$  轴的交点为  $Z_0$ ,  $A$  和  $Z_0$  点在  $P$  面上.设小球的半径为  $r$ ,球心  $O'$  的坐标为  $(0, 0, Z_M)$ ,设  $\angle Z_C O' A = \theta$ .为区别于图 1 所示的  $\theta$ ,球坐标单位设为  $\theta', \varphi'$ .则球面上的  $A$  点在  $XYZ$  坐标系中的坐标为  $(r \sin \theta' \sin \varphi', r \sin \theta' \cos \varphi', Z_M - r \cos \theta')$ .

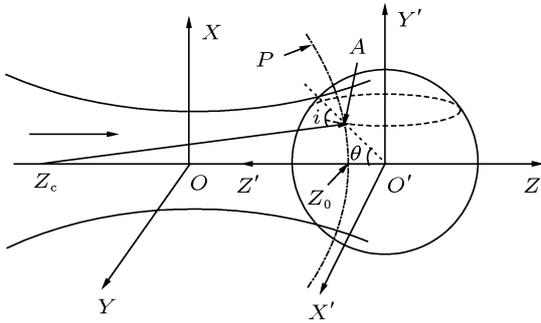


图 1 基模高斯光束的一条虚拟光线  $Z_C A$  入射到左手性材料球上

设基模高斯光束束腰半径为  $w_0$ , 那么:

$$f = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (1)$$

$$R(Z_0) = Z_0 + \frac{f^2}{Z_0} = Z_0 - Z_C, \quad (2)$$

其中,  $f$  为高斯光束的共焦腔参数.

由  $Z_C Z_0 = Z_C A$ :

$$R(Z_0) = [(Z_C - Z_M + r \cos \theta')^2 + (r \sin \theta' \cos \varphi')^2 + (r \sin \theta' \sin \varphi')^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

将 (1), (2), (3) 式联立消去  $Z_0$  即可得到关于  $Z_C$  的方程式:

$$2(Z_M - r \cos \theta') Z_C^3 + (2f^2 - Z_M^2 - r^2$$

$$+ 2r Z_M \cos \theta') Z_C^2 + f^4 = 0, \quad (4)$$

即对于小球上的每一光线的入射点都可以计算出该光线发出的虚拟位置  $Z_C$ .

设光线  $Z_C A$  在球面上的入射角为  $i$ , 在  $\Delta Z_C Z_M A$  中利用三角知识得出  $i$  的表达式:

$$i = \arccos \left\{ [(Z_M - Z_C) \cos \theta - r] [r^2 + (Z_C - Z_M)^2 + 2r(Z_C - Z_M) \cos \theta]^{-\frac{1}{2}} \right\}. \quad (5)$$

图 2 是处于右手性材料介质环境中的单根光线入射到左手性材料球上发生反射和折射的示意图. 光线  $L$  及其反射光线是在右手性材料中, 若选定的电磁波的频率适当, 可以使左手性材料对电磁波的吸收很少, 射入到球内的折射光线对小球的合力为零. 小球所受辐射压力是  $L$  入射辐射压力及其反射光和透射光辐射压力的矢量和. 光线从右手性材料入射到左手性材料界面时, 仍然遵循菲涅耳定律. 设  $n_1$  是右手性材料的折射率, 左手性材料的折射率的绝对值大小为  $n_2$ , 入射角和折射角的大小分别是  $i, \tau$ .

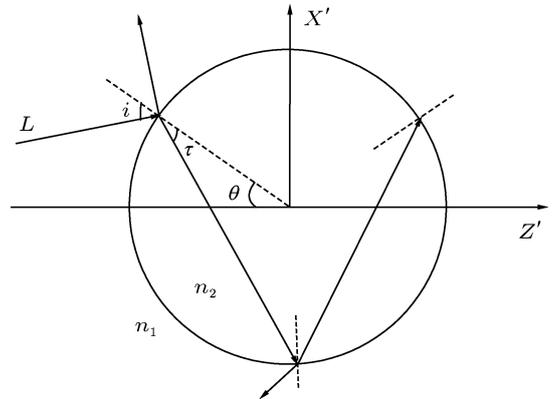


图 2 单根光线入射到左手性材料球上发生反射和折射

右手性材料中单根光线对介电球沿  $Z'$  方向的作用力 [20]:

$$f = \frac{n_1 I \cos i}{c} \left\{ \cos(i - \theta) + R \cos(i + \theta) - \frac{T^2 [\cos(i + \theta - 2\tau) + R \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau} \right\}, \quad (6)$$

类比上式, 经一系列的数学运算, 可算出右手性材料中的单根光线对左手性材料小球沿  $Z'$  方向的作用力:

$$f' = \frac{n_1 I \cos i}{c} \left\{ \cos(i - \theta) + R \cos(i + \theta) - \frac{T^2 [\cos(i + \theta + 2\tau) + R \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau} \right\}, \quad (7)$$

其中  $I$  是光在入射点的光强,  $R, T$  分别为光在入射点的反射率和透射率,  $c$  是真空中光速.

单根光线对小球沿  $Z'$  方向的平均作用力是指介电小球在入射点单位面积上受到的辐射力的  $Z'$  分量, 且此力是在光线和球心所决定的平面内. 若球心不在  $Z'$  轴上, 而将如图 2 所示的  $\theta$  和球坐标单位  $\theta'$  相混淆就会得出错误的结论. 对积分的处理是对球面上激光照射部分积分.

根据折射定律:

$$\frac{\sin \tau}{\sin i} = \frac{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}}. \quad (8)$$

对于非偏振光, 光的反射系数和透射系数分别为

$$R = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos i - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \tau}{\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \tau} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos i - \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \tau}{\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos i + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \tau} \right)^2 \right], \quad (9)$$

$$T = 1 - R. \quad (10)$$

为便于理论说明, 在介电质小球和左手性材料小球的磁导率大小相等时, 两种情况下的反射和折射系数可以取相同的形式. 以下内容提到介电小球和左手性材料小球的折射率绝对值相等的情况时均是指两者具有绝对值相等的磁导率.

高斯光束在  $z_0$  处的束腰半径:

$$w(z_0) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z_0}{\pi w_0^2} \right)^2}, \quad (11)$$

$w_0$  是高斯光束的束腰半径,  $z_0$  可用  $A$  的坐标表示出来.

基模高斯光束横向光强分布:

$$I(\rho, z_0) = \frac{2P}{\pi w(z_0)^2} \exp \left[ \frac{-2\rho^2}{w(z_0)^2} \right], \quad (12)$$

$P$  是高斯光束的总功率,  $\rho$  是入射点距光轴的垂直距离:

$$\rho = r \sin \theta. \quad (13)$$

将 (12) 式代入 (6), (7) 式, (6), (7) 式可以改写为

$$f = \frac{2Pn_1 \cos i}{\pi w(z_0)^2 c} \exp \left[ \frac{-2\rho^2}{w(z_0)^2} \right]$$

$$\times \left\{ \cos(i - \theta) + R \cos(i + \theta) - \frac{T^2 [\cos(i + \theta - 2\tau) + R \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau} \right\},$$

$$f' = \frac{2Pn_1 \cos i}{\pi w(z_0)^2 c} \exp \left[ \frac{-2\rho^2}{w(z_0)^2} \right] \times \left\{ \cos(i - \theta) + R \cos(i + \theta) - \frac{T^2 [\cos(i + \theta + 2\tau) + R \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau} \right\}.$$

介电球和左手性材料球所受轴向力分别为

$$F_Z = r^2 \int_0^{\theta'_{\text{MAX}}} \int_0^{2\pi} f \sin \theta' d\theta' d\phi',$$

$$F'_Z = r^2 \int_0^{\theta'_{\text{MAX}}} \int_0^{2\pi} f' \sin \theta' d\theta' d\phi'.$$

作者利用上述式子用 c++ 编出一套程序, 此程序可以计算不同的外界环境、小球和基模高斯光束参数条件下小球受到的轴向力. 对小球球面进行积分时, 存在一个关于  $\theta'$  积分区间的上限的问题, 利用 c++ 编程进行数值积分, 在程序中加限制条件  $i \leq \pi/2$  便可以保证对入射点积分的准确性.

### 3 数值分析

#### 3.1 束腰半径对轴向力大小的影响

数值模拟激光束腰半径的变化对轴向力的影响, 所取参数为: 激光功率  $P = 100 \text{ mW}$ , 外界折射率取真空  $n_1 = 1.0$ , 激光在真空中的波长  $\lambda = 1.45 \text{ }\mu\text{m}$ , 介质球半径  $r = 10.0 \text{ }\mu\text{m}$ , 介电球折射率为  $n_2 = 2.0$ , 激光束腰  $w_0$  分别取  $6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0 \text{ }\mu\text{m}$ . 对折射率  $n'_2 = -2.0$  左手性材料小球取相同的参数. 轴向力随球心位置的变化如图 3 所示. 横轴是球心位置坐标, 单位是  $\mu\text{m}$ ; 纵轴是轴向力, 单位是  $\text{pN}$ . 图 3(a) 是介电球的受力情况, 高斯光束束腰半径较大时轴向力的最大值就会出现在  $Z = 0$  附近, 此处的轴向力的最大值随着束腰半径的继续增大而减小. 束腰半径较小时轴向力的最大值出现在束腰两侧. 图 3(b) 是左手性材料球的受力情况, 其受力在数值上与右手性材料球有较大差别. 总的来看, 束腰半径的变化基本对轴向力的最大值影响不大, 但束腰半径的不同会影响轴向力最大值出现的位置.

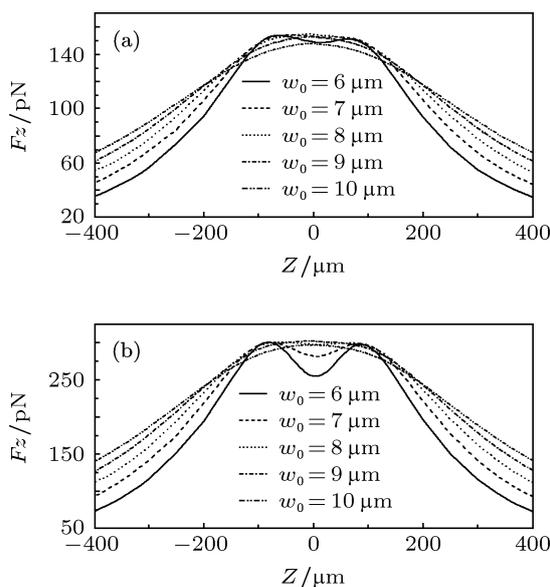


图3  $Z$  为球心坐标时小球所受轴向力 (a) 介电球所受轴向力  $F_z$  随激光束腰半径的  $w_0$  的变化曲线; (b) 左手性材料球所受轴向力  $F_z$  随激光束腰半径的  $w_0$  的变化曲线

### 3.2 相对折射率对轴向力大小的影响

数值分析相对折射率变化对轴向力的影响, 所取参数为: 激光功率  $P = 100 \text{ mW}$ , 激光在真空中的波长  $\lambda = 1.45 \text{ }\mu\text{m}$ , 小球半径  $r = 10.0 \text{ }\mu\text{m}$ , 激光束腰  $w_0$  取  $8.0 \text{ }\mu\text{m}$ , 外界折射率取真空  $n_1 = 1.0$ , 介电球折射率分别取  $n_2 = 1.1, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ . 对折射率  $n'_2 = -1.1, -1.5, -2.0, -2.5, -3.0$  的左手性材料小球取相同的参数. 从图 4 可看出, 介电球和外界的相对折射率越小, 其所受轴向力越小; 而对于左手性材料小球, 相对折射率绝对值越小, 其所受轴向力越大, 且受相对折射率的影响不大. 相对折射率较大时, 最大轴向力会出现在束腰处. 在相对折射率较小时, 最大轴向力会出现在束腰两侧, 左手性材料小球所受轴向力大小几百倍于介电球. 这是两种材料小球受力的一个很大的区别.

### 3.3 小球半径对轴向力大小的影响

研究小球半径变化对轴向力的影响, 所取参数为: 激光功率  $P = 100 \text{ mW}$ , 外界折射率  $n_1 = 1.0$ , 激光在真空中的波长  $\lambda = 1.45 \text{ }\mu\text{m}$ , 介电球折射率为  $n_2 = 2.0$ , 激光束腰半径  $w_0$  取  $8.0 \text{ }\mu\text{m}$ , 介电球半径分别取  $r = 6.0, 10.0, 15.0, 20.0, 25.0 \text{ }\mu\text{m}$ . 对折射率  $n'_2 = -2.0$  左手性材料小球取相同的参数. 从图 5 可以看出, 在半径  $r$  小于  $10.0 \text{ }\mu\text{m}$  时两种材料的小

球所受轴向力都是随着其半径的增大而增大, 但又会随着半径的继续增加辐射力减少. 所以合适的半径的选取能提高束腰半径处的辐射力, 半径较大时, 最大辐射力出现在束腰的两侧.

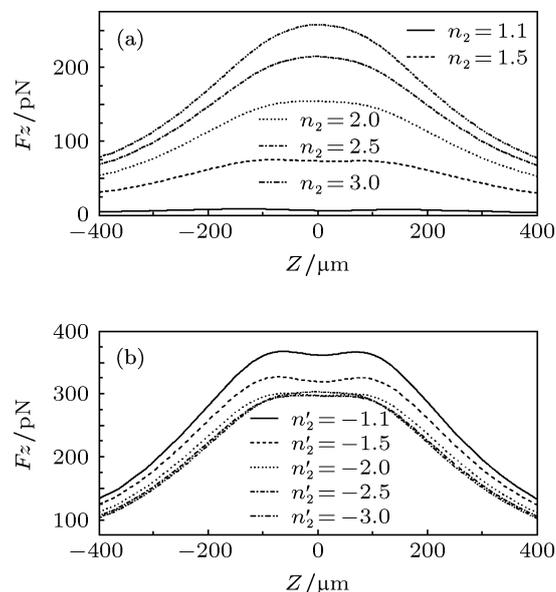


图4 外界为真空,  $Z$  为球心坐标时, 小球所受轴向力 (a) 介电球所受轴向力  $F_z$  随外界折射率  $n_2$  的变化曲线; (b) 左手性材料球所受轴向力  $F_z$  随外界折射率  $n_2$  的变化曲线

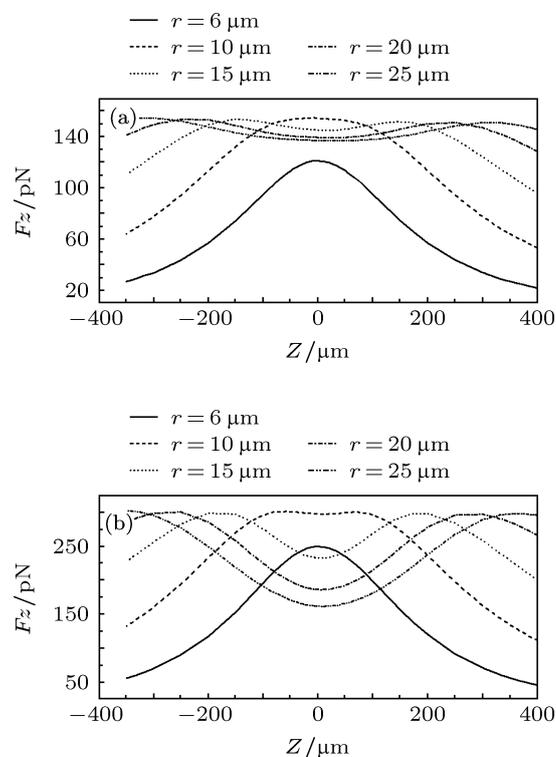


图5  $Z$  为球心坐标时, 小球所受轴向力 (a) 介电球所受轴向力  $F_z$  随小球半径  $r$  的变化曲线; (b) 左手性材料球所受轴向力  $F_z$  随小球半径  $r$  的变化曲线

## 4 结论

本文对介电球和左手性材料小球在高聚焦基模高斯光束照射下的轴向力做了数值分析. 在其他参数确定的情况下, 考察了其中一个参数变化时轴向力所受的影响. 相同参数条件下, 左手性材料小

球受到的轴向力约为介电球受力的两倍, 在相对折射率较小时, 前者是后者的几百倍. 相对折射率绝对值越小, 左手性材料小球受到的轴向力越大, 这可以作为提高激光功率的替代方法之一, 如果将左手性材料小球粘附在介电球上, 对于提高激光对介电球的操控效率很有帮助.

- 
- [1] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, Chu S 1986 *Opt. Lett.* **11** 288
- [2] Ashkin A, Dziedzic J M, Yamane T 1987 *Nature* **330** 769
- [3] Ashkin A, Dziedzic J M 1989 *Berichte der Bunsengesellschaft für Physikalische Chemie* **93** 254
- [4] Steven C, Bjorkholm J E, Ashkin A, Cable A 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 314.
- [5] Ashkin A, Dziedzic J M 1987 *Science* **235** 1517
- [6] SvodobaBlock S M 1994 *Opt. Lett.* **19** 930
- [7] Harada Y, Asakura T 1996 *Opt. Commun.* **124** 529
- [8] Omori R, Kobayashi T, Suzuki A 1997 *Opt. Lett.* **22** 816
- [9] Zhao C L, Wang L C, Lu X H 2007 *Phys. Lett. A* **363** 502
- [10] Chávez V G, Roskey D, Summers M D, Melville H, McGloin D, Wright E M, Dholakia K 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 4001
- [11] Dholakia D M 2005 *Contemporary Phys.* **46** 15
- [12] Arlt J, Chavez V G, Sibbett W, Dholakia K 2001 *Opt. Commun.* **197** 239
- [13] Milne G, Dholakia K, McGloin D, Volke-Sepulveda K, Zemánek P 2007 *Opt. Express* **15** 13972
- [14] Wang L G, Zhao C L, Wang L Q, Lu X H, Zhu S Y 2007 *Opt. Lett.* **32** 1393
- [15] Zhang Z M, Pu J X, Wang X Q 2008 *Opt. Lett.* **33** 49
- [16] Wang L G, Zhao C L 2007 *Opt. Express* **15** 10615
- [17] Little H, Brown C, Chávez V G, Sibbett W, Dholakia K 2004 *Opt. Express* **12** 2560
- [18] Curtis J E, Koss B A, Grier D G 2002 *Opt. Commun.* **207** 169
- [19] Grier D G, Roichman Y 2006 *Appl. Opt.* **45** 880
- [20] Ashkin A 1992 *Biophys. J.* **61** 569
- [21] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [22] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [23] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [24] Zou Y Z 2007 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [邹勇卓 2007 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [25] Shalaev V M, Cai W S, Chettiar U K, Yuan H K, Sarychev A K, Drachev V P, Kildishev A V 2005 *Opt. Lett.* **30** 3356
- [26] Yen T J, Padilla W J, Fang N, Vier D C, Smith D R, Pendry J B, Basov D N, Zhang X 2004 *Science* **303** 1494

# Ray optics calculation of axial force exerted by a highly focused Gaussian beam on a left-handed material sphere

Lai Xiao-Lei<sup>†</sup>

(*Depart of Basic Courses, Zhengzhou College of Science and Technology, Zhengzhou 450064, China*)

(Received 23 November 2012; revised manuscript received 10 June 2013)

## Abstract

Theoretical expressions and numerical calculations of axial forces for a left-handed material sphere, exerted by a highly focused Gaussian beam, in the ray optics regime are presented. Comparison is made between a dielectric sphere and a left-handed material sphere. The position at which the maximal magnitude of the axis force occurs is determined by the beam and the sphere parameters. A very strong axial force can be obtained from a low refractivity of a left-handed material sphere, exerted by a highly focused Gaussian beam, which is hundred times larger than that of a dielectric sphere.

**Keywords:** fundamental-mode Gaussian beam, ray optics regime, axial force, left-handed material

**PACS:** 42.15.-i, 42.55.-f, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.62.184201

---

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: laixiaolei@126.com