

基于梯度响应面模型的优化设计*

罗佳奇^{1)†} 刘锋¹⁾²⁾

1) (北京大学工学院, 北京 100871)

2) (加州大学 Irvine 分校机械与宇航工程系, CA 92697-3975)

(2013年4月19日收到; 2013年5月24日收到修改稿)

本文主要研究一种梯度响应面模型及其在气动优化设计中的应用. 目前应用广泛的多项式响应面模型是连续可导的, 采用梯度信息构造完全二阶多项式响应面模型, 所需样本数与设计参数个数呈线性关系. 首先通过改进实验设计方法, 快速生成满足精度要求的样本并确定梯度响应面模型. 随后通过函数实验验证梯度响应面模型的精度, 及该模型在多极值函数最值搜索中的有效性. 最后由伴随方法快速求解气动优化设计目标函数的梯度信息, 并开展基于梯度响应面模型和复合形法的叶片压力反设计和效率优化设计. 结果表明: 基于梯度响应面模型的优化方法在全局最优及提高优化效率两方面均有出色表现, 基于该优化方法的气动优化设计能够显著改善叶片的气动性能.

关键词: 气动优化设计, 响应面模型, 伴随方法, 复合形法

PACS: 02.60.Pn, 47.85.Gj, 47.40.Hg

DOI: 10.7498/aps.62.190201

1 引言

近年来, 商用大型客机及先进航空发动机的研制是我国航空工业发展的核心. 传统的工业设计方法对设计人员的经验及试验条件有较高要求, 设计周期长、成本高. 随着高性能计算机的快速发展和计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 技术的日趋成熟, 基于 CFD 的气动优化设计成为了航空工程研究的热点. 基于 CFD 的气动优化设计能够替代大量的模拟试验, 有效地缩短研制周期, 降低设计成本. 我国商用大型客机 C919 在研制过程中成功地采用了先进 CFD 技术进行气动优化设计^[1].

参数化建模、流场计算和优化方法是基于 CFD 气动优化设计的主要组成部分. 衡量优化方法性能的指标主要有两个, 全局最优和优化效率. 目前得到应用的优化方法可以分为非梯度方法和梯度方法. 遗传算法 (genetic algorithm, GA) 和响应面法 (response surface methodology, RSM) 是两种典型的非梯度方法, 其特点是全局最优. RSM 最早由

Box 和 Wilson^[2] 于 1951 年提出, 是一种实验设计和数理统计相结合的优化方法, 具有良好的鲁棒性. 在很多学科中, 把设计问题的物理模型转化为数学模型的难度比较大, 而通过构造合适的响应面模型, 很多复杂的响应关系都可以得到较好的拟合, 因而 RSM 在结构设计^[3]、概率分析^[4]、气动优化设计^[5-7] 等领域均得到了成功应用.

响应面模型是 RSM 的核心, 响应面模型的构造需要选取一定数量的样本并确定每个样本的响应. 在目前得到广泛采用的完全二阶多项式响应面模型中, 未知系数的个数近似为设计参数个数的平方. 对于多设计参数的复杂气动外形优化设计, 构造响应面模型需要大量的流场计算, 因而优化效率低, 一定程度上影响了该方法的广泛应用. 为了提高优化效率并确定全局最优解, 目前一种常用的方法是将优化设计分为两个阶段, 在第一阶段采用非梯度方法进行优化设计, 确定全局最优解的解空间, 在第二阶段采用伴随方法进行精细化设计. 该方法能够有效地实现全局最优, 在提高优化效率方面却没有本质突破.

由于多项式响应面模型是连续可导的, 如果能

* 国家自然科学基金 (批准号: 51206003, 51376009) 和中国博士后科学基金 (批准号: 2012M510267, 2013T60035) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jiaqi@pku.edu.cn

够快速确定每个原始响应的梯度信息并用来充实样本, 则能有效地减少原始样本数. 上世纪 80 年代末, Jameson 基于偏微分控制理论提出了一种全新的梯度方法——伴随方法 (adjoint method, AM)^[8]. 在基于伴随方法的气动优化设计中, 对每个目标函数只需求解一次流动控制方程和一次伴随方程, 即可确定该目标函数的所有梯度信息, 计算时间和设计参数个数基本无关. 伴随方法由于其梯度求解的精确性和高效性, 在气动优化设计中已经得到了成功应用^[9-12]. 采用伴随方法计算每个原始响应的梯度, 可以快速确定和设计参数个数相等的梯度样本. 当样本总数不变时, 构造梯度响应面 (gradient-based response surface, GBRS) 模型所需要的原始样本数将显著减少. 因而基于 GBRS 模型的优化方法不仅能够实现全局最优, 还能明显地提高优化效率.

本文将首先理论推导 GBRS 模型的构造方法, 通过改进现有的实验设计方法快速生成满足要求的样本, 并设计出合理的基于 GBRS 模型和复合形法的优化设计流程; 随后通过函数实验验证 GBRS 模型的精度, 及基于 GBRS 模型的优化方法在函数最值搜索中的全局最优; 最后开展 GBRS 模型在叶片气动优化设计中的应用研究, 比较分析本文所发展的优化方法在叶片气动优化设计中的有效性和可行性.

2 优化设计体系

2.1 梯度响应面模型

二阶多项式响应面模型因其计算量相对较小、拟合精度较高的优点在优化设计中得到了广泛采用. 完全二阶多项式响应面模型的一般形式为

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \beta_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

其中, k 为设计参数个数, x_i 和 x_j 为输入, y 为原始响应, β_i 、 β_{ii} 和 β_{ij} 均为待定系数, 其个数为 n , 且

$$n = \frac{(k+1)(k+2)}{2}. \quad (2)$$

若令 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 分别表示输入矩阵和响应向量, (1) 式可以写成如下矩阵形式:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e}, \quad (3)$$

\mathbf{e} 表示偏差向量, \mathbf{b} 表示待定系数向量, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n_s})^T, \\ \mathbf{Y} &= (y_1, y_2, \dots, y_{n_s})^T, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, \mathbf{x}_i 表示样本向量, n_s 为样本数, 且 $n_s \geq n$.

完全二阶多项式响应面模型是连续可导的, 其导数形式为

$$\begin{aligned} \bar{y}_i = \frac{dy}{dx_i} &= \beta_i + 2\beta_{ii}x_i + \sum_{j=1, j \neq i}^k \beta_{ij}x_j, \\ i &= 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (5)$$

由 (5) 式可以确定输入的梯度响应 \bar{y} . 采用原始响应和梯度响应来构造响应面模型, 原始响应面模型可以写成

$$\mathbf{W}\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{W}\bar{\mathbf{X}}\mathbf{b} + \mathbf{e}, \quad (6)$$

(6) 式即为二阶多项式 GBRS 模型, $\bar{\mathbf{X}}$ 和 $\bar{\mathbf{Y}}$ 分别表示 GBRS 模型的输入矩阵和响应向量, \mathbf{W} 为权矩阵, 分别为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}} &= (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n_g}; \bar{\mathbf{x}}_{1,i}, \dots, \bar{\mathbf{x}}_{n_g,i})^T, \\ i &= 1, \dots, k, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}} &= (y_1, \dots, y_{n_g}; \bar{y}_{1,i}, \dots, \bar{y}_{n_g,i})^T, \\ i &= 1, \dots, k, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{W}} = \text{diag}(\lambda, \lambda, \dots, 1 - \lambda, 1 - \lambda)^T, \quad (9)$$

n_g 表示构造 GBRS 模型所需的原始样本数, λ 和 $1 - \lambda$ 分别表示原始响应和梯度响应的权重, $\lambda \in (0, 1.0)$. 在构造 GBRS 模型时, 每个输入对应一个原始响应和 k 个梯度响应, 因而

$$n_g = \frac{1}{k+1}n_s \geq \frac{k+2}{2}. \quad (10)$$

由 (10) 式可知, 构造 GBRS 模型所需的原始样本数与设计参数个数满足线性关系. 采用梯度信息构造响应面模型, 能有效地改善响应面模型的构造效率, 设计参数越多, 改善越明显.

待定系数向量 \mathbf{b} 可由最小二乘法确定

$$\mathbf{b} = (\bar{\mathbf{X}}^T \mathbf{W} \bar{\mathbf{X}})^{-1} \bar{\mathbf{X}}^T \mathbf{W} \bar{\mathbf{Y}}. \quad (11)$$

确定响应面模型后, 需要判断其是否满足精度要求. 复相关系数 R^2 (coefficient of multiple determination)、修正复相关系数 Ra^2 (R -square adjusted) 和均方根误差 %RMSE (root mean square error) 是度量拟合程度的评价指标, R^2 和 Ra^2 越接近于 1, 误差影响越小^[3].

2.2 实验设计

在构造响应面模型时, 首先由实验设计 (design of experiment, DOE) 提供一系列样本. 样本包含了所要构造的响应面在不同空间位置的信息, 如果选取不合适, 响应面模型的响应精度将显著降低, 无法拟合输入和响应之间的关系. 目前得到应用的 DOE 方法主要有全因子设计、部分因子设计、中心组合设计、D-最优设计、拉丁超立方设计 (Latin hypercube design, LHD) 等. LHD 采用等概率率随机正交分布的原则, 具有空间填满性, 能够提供足够的有用信息, 目前得到了广泛采用 [3,13].

拉丁超立方抽样 (Latin hypercube sampling, LHS) 是一种多维分层抽样方法, 能够产生任何数目的样本. 然而, 由于抽样的不稳定性, 抽样结果时好时坏, 给构造高精度响应面模型带来极大不便. 为了使 LHS 具有更好的空间填满性和稳定性, 本文通过优化如下目标函数来实现样本的最均匀分布:

$$\min. \left\{ \sum_{i=1}^{n_s-1} \sum_{j=i+1}^{n_s} \frac{1}{d_{ij}^2} \right\}_k, \quad 1 \leq k \leq km, \quad (12)$$

其中, d_{ij} 表示第 i 个和第 j 个样本之间的距离, km 为样本组数. 通过随机抽样生成 km 组 LHS 样本, 再由 (12) 式搜索确定分布最均匀的样本.

D-最优设计通过最小化 (11) 式中的协方差矩阵 $(\bar{\mathbf{X}}^T \mathbf{W} \bar{\mathbf{X}})^{-1}$ 的行列式, 使响应面模型估计值的最大偏差及回归系数变化最小. 在得到一系列最均匀分布的 LHS 样本后, 采用 D-最优设计从中选择协方差矩阵行列式最小的 LHS 样本. 这种改进的实验设计方法虽然需要大规模的抽样, 但是所耗时很少, 生成的 LHS 样本往往具有较好的稳定性, 能够提高响应面模型的构造效率.

图 1 给出了两组 LHS 样本, 设计参数个数为 2, 样本数为 9, x 和 y 方向的设计空间均为 $[0, 1.0]$. 图 1(a) 是随机生成的一组样本, 图 1(b) 是优化后的样本, 比较发现, 优化后的样本均匀性得到了明显改善.

2.3 伴随方法

伴随方法是一种梯度方法, 理论上只能确定局部最优解, 但是由于其优化效率高, 目前在气动优化设计中仍得到了应用. 伴随方程及其边界条件的数学推导在文献 [8—10] 中已经详细介绍, 本文将简要介绍伴随方法的基本原理.

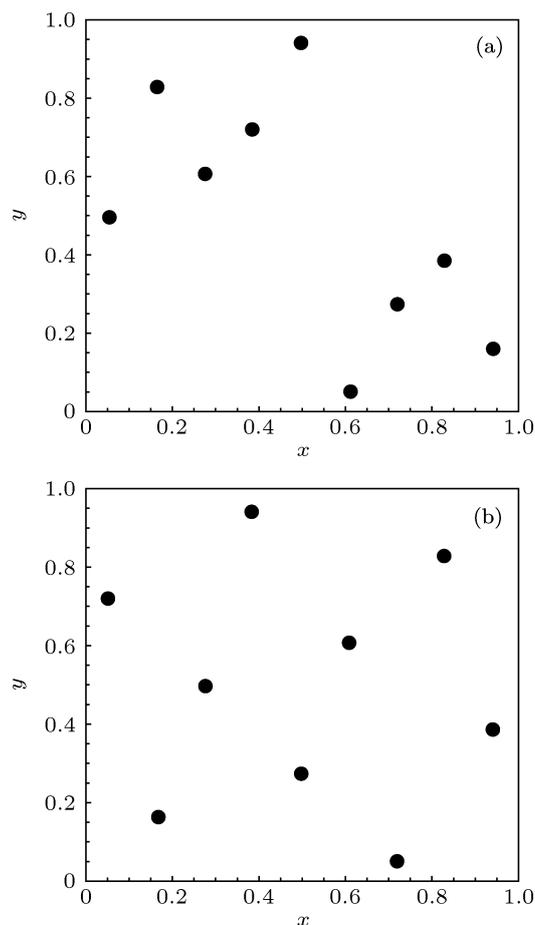


图 1 LHS 样本分布 (a) 随机样本; (b) 优化样本

在气动优化设计中, 目标函数 I 往往表示为流动变量 \mathbf{w} 和气动边界 \mathcal{F} 的函数

$$I = I(\mathbf{w}, \mathcal{F}), \quad (13)$$

$$\delta I = \frac{\partial I}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}} \delta \mathcal{F}, \quad (14)$$

(14) 式右端第一项和第二项分别表示流动变量和气动边界变化对目标函数变化的影响. 在给定流动条件下, 流动变量由气动边界唯一确定, 这两者满足如下形式的流动控制方程:

$$\mathbf{R}(\mathbf{w}, \mathcal{F}) = 0, \quad (15)$$

$$\delta \mathbf{R} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \delta \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathcal{F}} \delta \mathcal{F} = 0. \quad (16)$$

伴随方法的基本原理是将流动控制方程作为约束, 并通过引入伴随算子, 消除流场变化 $\delta \mathbf{w}$ 对梯度的影响. (16) 式乘以拉格朗日算子 Ψ , 并与 (14) 式组合, 可得

$$\delta I = \left\{ \frac{\partial I}{\partial \mathbf{w}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \right\} \delta \mathbf{w} + \left\{ \frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathcal{F}} \right\} \delta \mathcal{F}, \quad (17)$$

若令

$$\frac{\partial I}{\partial \mathbf{w}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} = 0, \quad (18)$$

则可消除流场变化对梯度的影响, 由 (17) 式可确定目标函数 I 关于气动边界变化的梯度

$$\mathbf{G} = \frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathcal{F}}. \quad (19)$$

(18) 式称为流动控制方程 (15) 的伴随方程, (19) 式称为梯度计算表达式.

伴随方程是一组与流动控制方程具有相同变量个数和相同维数的偏微分方程, 两者求解计算量相当. 当流场和伴随流场确定后, 只需扰动气动边界即可由 (19) 式计算梯度. 与流场计算相比, 气动边界扰动所耗时机很少. 因此, 对每个目标函数, 只需大约两次流场计算即可确定所有梯度信息, 计算时间与设计参数个数基本无关. 伴随方法的梯度求解精度高、效率高, 在构造 GBRS 模型时将能快速确定梯度样本.

2.4 优化流程

本文的优化方法选取为 Box 提出的复合形法^[14]. 复合形法的基本原理是在设计空间内的一系列离散点中搜索最优点, 并通过反射不断舍弃最坏点, 最终使这些离散点集中在最优解附近. 该方法简单、灵活, 具有良好的收敛性. 基于 GBRS 模型和复合形法的优化设计流程如图 2 所示, 该流程图主要由两部分组成, 基于复合形法的内循环优化设计和基于数值验证的外循环优化设计. 内循环优化设计的收敛由复合形法的收敛准则决定, 外循环优化设计的收敛由 GBRS 模型的响应误差决定.

在内循环优化设计中, 采用复合形法搜索确定全局最优解, 称为当地最优解. 在外循环优化设计中, 对当地最优解进行数值模拟, 并与响应值进行比较, 确定响应误差

$$\text{Err}_f = \left| \frac{y^p - y^c}{y^c} \right| \times 100\%, \quad (20)$$

其中, y^p 和 y^c 分别表示当地最优解的响应值和数值解. 如果响应误差很小, 且相邻两个内循环优化设计的当地最优解变化很小, 则优化终止; 如果响应误差很大, 说明该响应面模型在最优解附近响应精度低, 此时由当地最优解适当地更改设计空间, 重新构造 GBRS 模型进行内循环优化设计.

3 GBRS 模型验证

在开展基于 GBRS 模型的气动优化设计之前, 需要对 GBRS 模型的响应精度及该模型在优化设计中的有效性进行验证, 本文对下式所示的二元函数进行测试:

$$z = \frac{-0.0001}{[(x-0.3)^2 + 0.010][(y-0.3)^2 + 0.010]} + \frac{-0.0001}{[(x-0.7)^2 + 0.015][(y-0.7)^2 + 0.015]}, \quad x, y \in [0, 1.0]. \quad (21)$$

该函数有两个极值点 (0.30,0.30) 和 (0.70,0.70), 相应的极值分别为 -1.0033 和 -0.4479 .

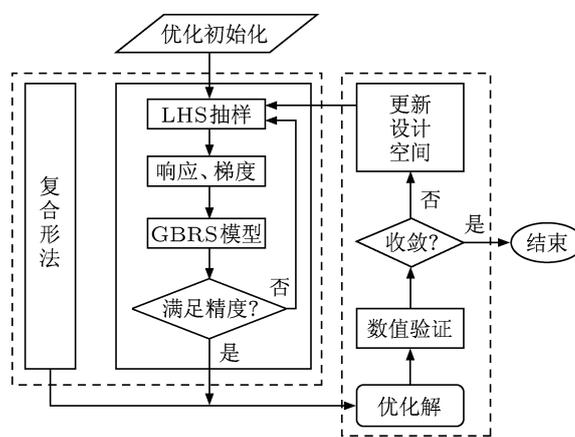


图 2 基于 GBRS 模型和复合形法的优化设计流程

3.1 精度分析

图 3 给出了不同设计空间的原始响应面模型和 GBRS 模型, 其中红色网格表示原始响应面模型, 蓝色网格表示 GBRS 模型, 黑色网格表示函数外形. 分别选取 9 个样本和 3 个样本构造原始响应面模型和 GBRS 模型. 从图 3(a) 至 (c), 设计空间依次减小.

比较发现, 设计空间较大时, GBRS 模型的响应精度不如原始响应面模型; 随着设计空间的减小, GBRS 模型的响应精度提高, 且接近于原始响应面模型. 在基于响应面模型的优化设计中, 关注的重点是响应面模型在最优解附近的响应精度. 随着优化设计的进行, 最优解的解空间逐渐减小, GBRS 模型能够满足响应精度的要求.

3.2 最值搜索

基于响应面模型的优化设计理论上能够确定

全局最优解, 接下来将采用两种不同的优化方法搜索确定该二元函数的最小值. 为了便于比较, 先采用最速下降法搜索函数最小值. 图 4 给出了目标函数和梯度的收敛曲线, Case 1 和 Case 2 分别对应不同的搜索初始点 (0.40, 0.40) 和 (0.60, 0.60). 由图可知, 当初始点为 (0.40, 0.40) 时, 最小值点趋近于 (0.30, 0.30); 当初始点为 (0.60, 0.60) 时, 最小值点趋近于 (0.70, 0.70). 梯度方法的搜索结果依赖于初始点的选取, 极易陷入局部最小值的解空间.

采用 GBRS 模型和复合形法进行最小值搜索时, 选取 3 个原始样本, 允许的最大响应误差为 1%. 在外循环优化设计中, 需要不断地对搜索空间进行

调整, 本文采取的调整方法为:

1) 如果当地最优解 x_i^* 在搜索空间的边界上, 则下一步内循环优化设计的搜索空间由上一步的当地最优解 x_{i-1}^* 和 x_i^* 确定;

2) 如果 x_i^* 在搜索空间内, 计算响应误差 Err_i 并进行收敛判断, 满足收敛条件, 退出优化; 不满足收敛条件, 以 x_i^* 为中心按一定比例收缩当前搜索空间以确定下一步内循环优化设计的搜索空间.

图 5 给出了每步内循环优化设计的当地最优解, D1 至 D5. 由图可知, 随着优化设计的进行, 当地最优解不断逼近函数最小值.

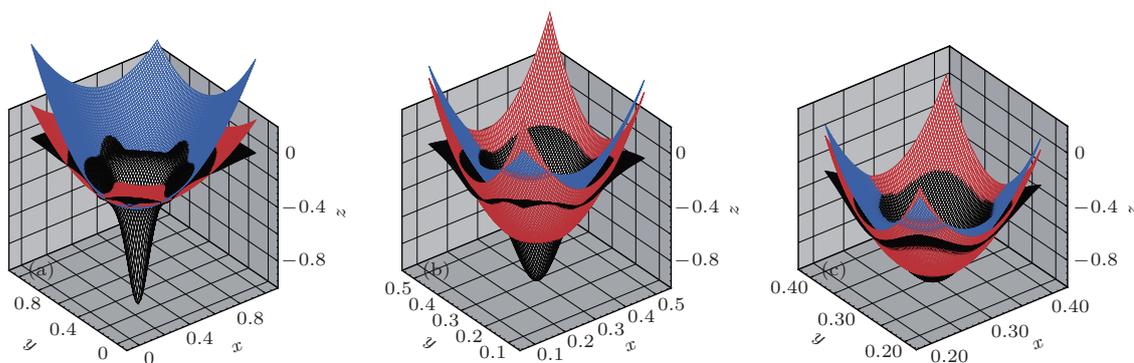


图 3 不同设计空间的响应面模型 (a) [0,1.00]; (b) [0.10,0.50]; (c) [0.20,0.40]

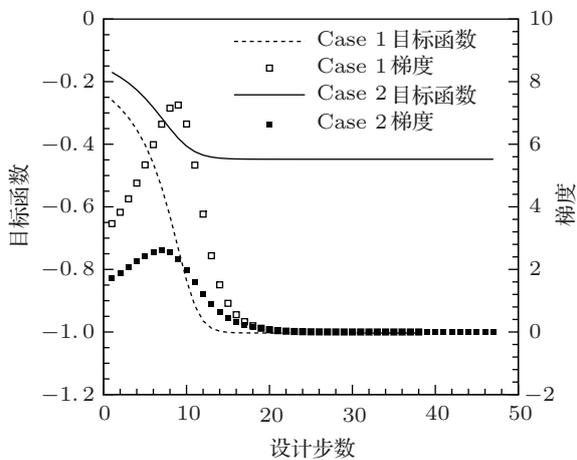


图 4 目标函数和梯度的收敛曲线

表 1 给出了每步内循环优化设计的搜索空间、GBRS 模型的响应误差及当地最优解. 由表可知, 当当地最优解位于搜索空间的边界上时, 重新构造的 GBRS 模型的响应误差较大; 随着优化的进行,

响应误差逐渐减小, 当地最优解收敛.

比较上述结果发现, 采用 GBRS 模型和复合形法能够有效地确定多极值函数的最小值, 本文所采用的搜索空间更新方法能有效地确定最小值的解空间.

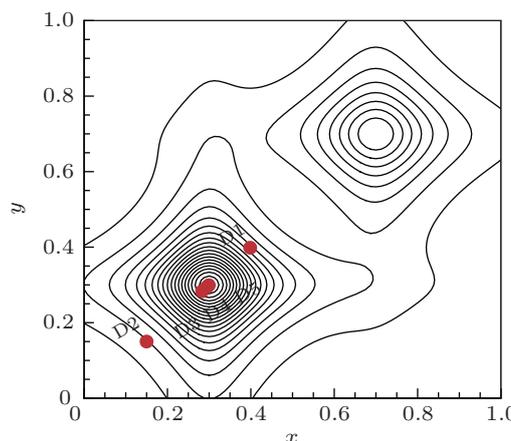


图 5 当地最优解变化

表 1 内循环优化设计及优化结果

	设计 1	设计 2	设计 3	设计 4	设计 5
搜索空间	[0, 1.00]	[0.15, 0.65]	[0.15, 0.40]	[0.22, 0.34]	[0.26, 0.32]
$Err_i/\%$	1.2802	46.8981	22.4982	5.7789	0.6506
当地最优解	(0.40, 0.40)	(0.15, 0.15)	(0.28, 0.28)	(0.29, 0.29)	(0.30, 0.30)

4 气动优化设计

在基于 GBRs 模型和复合形法的二维叶片气动优化设计中, 叶片安装角 $\gamma = 0^\circ$, 来流方向角 $\alpha = 0^\circ$, 叶间距与叶片弦长相等, 进口和出口长度均为叶片弦长的一半, 出口等熵马赫数为 0.7. 叶型扰动 δp 为

$$\delta p(x) = \sum_{i=1}^N a_i b_i(x), \quad (22)$$

其中 N 为设计参数个数, a_i 为设计参数, $b_i(x)$ 为 Hicks-Henne 型函数 [15]

$$b_i(x) = \sin^4(\pi x^{m_i}), \quad m_i = \ln(0.5)/\ln(x_{M_i}), \quad (23)$$

x_{M_i} 为第 i 个型函数的控制点. 型函数的峰值在控制点处, 通过分布控制点即可合理地分布型函数.

4.1 压力反设计

压力反设计的目的是通过改变现有叶型有效地设计出满足目标压力分布的优化叶型. 本文所研究的压力反设计以 NACA0012 作为原始叶片, 目标压力分布由 NACA0015 叶片给定. 目标函数定义如下:

$$I = \frac{1}{2} \int_{B_w} (p - p_t)^2 dB, \quad (24)$$

p 和 p_t 分别表示设计压力和目标压力. 由于 NACA0012 和 NACA0015 的叶型均具有对称性, 本算例只在一个叶片表面上分布 11 个型函数. 样本数 $n_g = 15$.

由于梯度样本直接影响 GBRs 模型的响应精度, 首先需要验证伴随梯度的精度. 图 6 比较了 L_2 范数无量纲化的伴随梯度和直接差分梯度, 由图可知, 不同扰动的直接差分梯度收敛, 且和伴随梯度基本符合. 在叶片表面激波较强处, 伴随梯度和直接差分梯度存在一定差别.

表 2 给出了 GBRs 模型的精度参数和优化结果, 包括 R^2 , Ra^2 , %RMSE, 无量纲目标函数 I_{CFD} , 响应误差 Err_f . 外循环优化设计收敛准则为 $Err_f \leq 1\%$. 由表可知, 在优化过程中, GBRs 模型的精度不断提高, 响应误差逐渐减小.

图 7 给出了原始叶型、优化叶型和目标叶型, 图 8 给出了相应的压力 C_p 的分布. 由图可知, 优化叶型及优化压力分布逐渐趋近于目标. 该算例成功

地验证了 GBRs 模型在叶片气动优化设计中的有效性和可靠性.

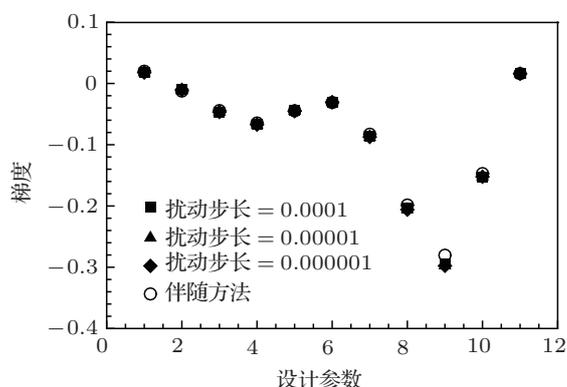


图 6 梯度比较

表 2 GBRs 模型精度及优化结果

	R^2	Ra^2	%RMSE	I_{CFD}	$Err_f/\%$
设计 1	0.9749	0.9559	0.9117	0.0818	6.7462
设计 2	0.9953	0.9917	0.2335	0.0154	3.4051
设计 3	0.9996	0.9993	0.0159	0.0040	0.9241

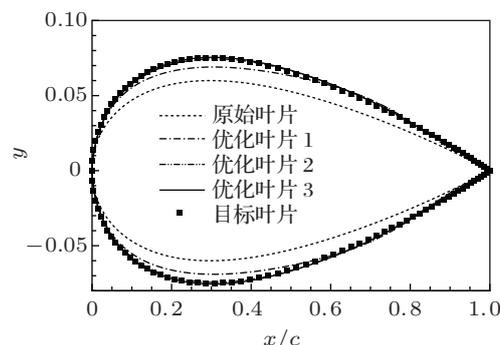


图 7 叶型比较

该压力反设计是单极值优化问题, 二阶多项式响应面模型对此类问题的响应往往足够精确. 本算例只在开始优化设计时生成一组 LHS 样本, 在后续的内循环优化设计中无需重新抽样, 因而总的流场计算次数和伴随方程求解次数均为 45 次. 大量研究 [9,16] 表明: 基于伴随方法的反设计大约需要 50—100 设计步才能得到足够精确的优化解. 由此可见, 基于 GBRs 模型的优化效率并不比基于伴随方法的优化效率低, 而远远高于基于传统响应面模型的优化效率. 对于设计参数较多的气动优化设计, 基于 GBRs 模型的优化效率将低于伴随方法的优化效率, 选用合适的参数化建模减少设计参数个数将具有重要意义.

基于 GBRs 模型的优化方法能够实现全局最优, 尤其适用于航空工程初步设计阶段的气动外形

选型. 在后续优化设计中, 可以选择性地采用伴随方法进行精细化设计以提高气动外形的精度. 接下来将采用伴随方法对优化叶片 3 进行压力反设计, 目标叶片仍为 NACA0015. 设计参数个数、型函数的分布及流动条件保持不变.

图 9 给出了基于伴随方法的压力反设计目标函数收敛曲线, 由图可知, 经过 20 步优化, 无量纲目标函数由 0.0040 下降至 0.0025. 图 10 比较了优化叶片 3、伴随优化叶片及目标叶片的局部叶型, 由图可知, 采用伴随方法进行精细化设计, 优化叶型更接近于目标叶型.

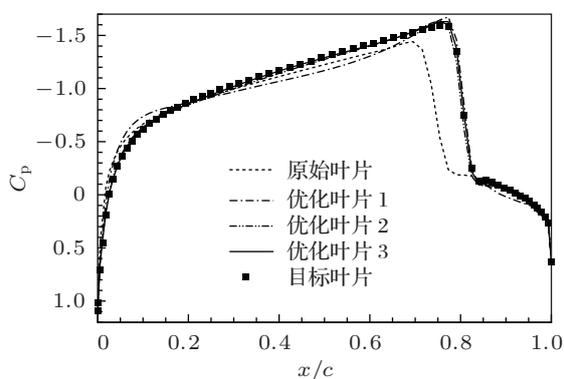


图 8 压力分布比较

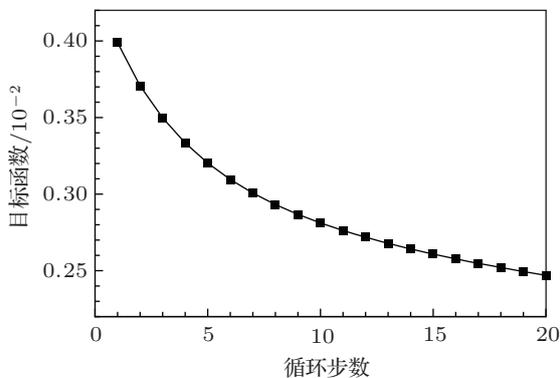


图 9 伴随优化目标函数收敛曲线

4.2 效率优化

减小流动损失能够提高叶片的效率, 对改善叶片的气动性能有重要影响. 本算例对 NACA0012 叶片进行叶型优化设计, 同时对叶片面积进行约束. 出口熵增可以用来有效地衡量叶片的流动损失 [17], 因而目标函数定义为

$$\begin{aligned} I &= s_{\text{gen}}, \\ \text{s.t. } \delta_A &= |A_d/A_r - 1| \leq \varepsilon, \end{aligned} \quad (25)$$

A_d 和 A_r 分别表示优化叶片和原始叶片的面积, δ_A 为面积约束, 本算例中 $\varepsilon = 1\%$, s_{gen} 为单位质量的

熵增, 定义为

$$\begin{aligned} s_{\text{gen}} &= \frac{\int_{B_0} n_i \rho u_j S_{ij} \Delta s dB}{\int_{B_0} n_i \rho u_j S_{ij} dB}, \\ \Delta s &= c_v \ln \frac{p}{p_r} - c_p \ln \frac{\rho}{\rho_r}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中, n_i 为出口法线方向, ρ 为密度, u_j 为速度, S_{ij} 为出口网格单元的面积, ρ_r 和 p_r 为参考密度和参考压力, c_v 和 c_p 为比热容.

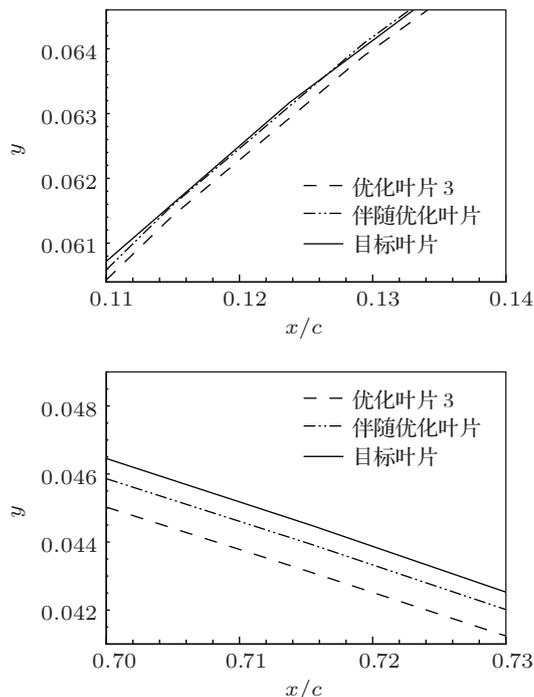


图 10 局部叶型比较

与压力反设计类似, 本算例只在一个叶片表面分布 11 个型函数. 样本数 $n_g = 15$. 表 3 给出了 GBRS 模型的精度参数和响应误差. 外循环优化设计收敛准则为 $\text{Err}_f \leq 1\%$. 由表可知, GBRS 模型的响应精度在优化中不断提高, 经过三步内循环优化设计, 外循环优化设计收敛.

表 4 给出了原始叶片和优化叶片的气动性能参数, 包括单位化熵增、出口总压 p_t 、等熵效率 η , 以及面积约束. 由表可知, 每个优化叶片的面积均满足优化约束, 同时, 叶型优化显著改善了叶片的出口总压和等熵效率, 优化叶片 3 的熵增下降了约 63.87%, 效率提高了约 4.46%.

图 11 给出了原始叶型和优化叶型, 图 12 给出了相应的压力分布. 在优化中, 叶片前缘不断变薄, 尾缘不断变厚. 与外流不同的是, 变薄的叶片前缘并没有减缓流动的加速, 这是因为变薄的叶片使喉道面积增大, 进口流量增大, 从而使进口流速升高.

在叶片中部, 叶型优化使流动减速. 在叶片尾部, 流动再次加速, 并在低压区形成激波.

表 3 GBRS 模型精度

	R^2	Ra^2	% RMSE	Err _f /%
设计 1	0.9794	0.9639	3.0607	3.0912
设计 2	0.9926	0.9870	1.7815	2.6691
设计 3	0.9987	0.9977	0.8035	0.8264

表 4 原始叶片和优化叶片性能

	s_{gen}	p_t	η	$\delta_A/\%$
原始叶片	1.0000	0.9780	0.9349	0.0000
优化叶片 1	0.6112	0.9868	0.9611	0.9533
优化叶片 2	0.3995	0.9916	0.9753	1.0000
优化叶片 3	0.3613	0.9924	0.9778	0.9813

图 13 给出了原始叶片和优化叶片 3 的等熵马赫数云图. 由图可知, 原始叶片的强激波贯穿整个通道, 而叶型优化使叶片中部流动减速, 压力升高, 因而激波强度显著减弱. 如图所示, 叶型优化使通道激波前马赫数由 1.26 下降至 1.04, 叶片气动性能得到明显改善. 另外, 叶型优化使低压区后移, 因而

优化叶片的激波位置也相应地后移.

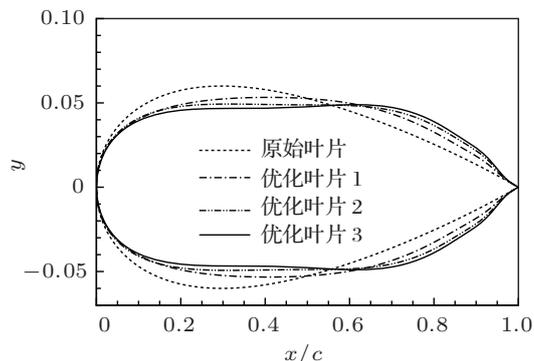


图 11 叶型比较

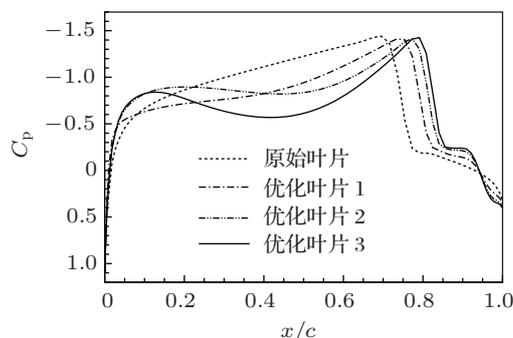


图 12 压力分布比较

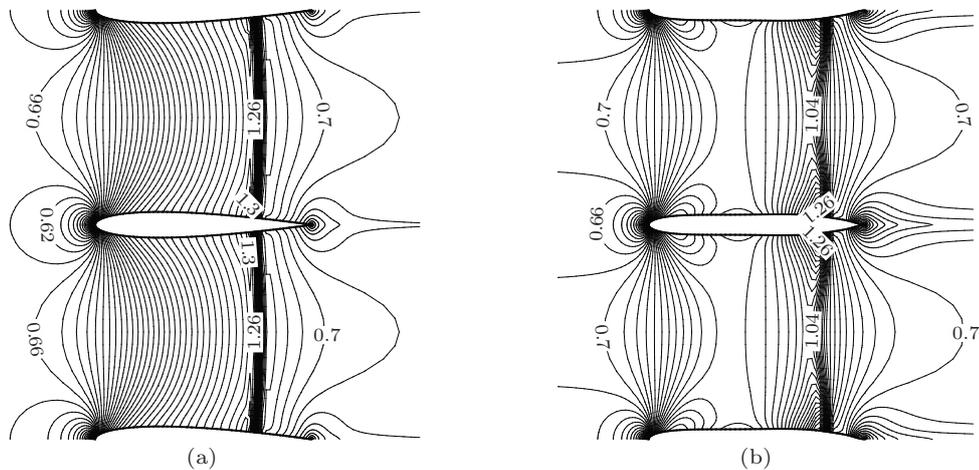


图 13 等熵马赫数云图 (a) 原始叶片; (b) 优化叶片

5 结论

本文介绍了基于梯度信息的响应面模型的构造方法, 采用改进的 LHS 方法, 显著改善了抽样的稳定性. 发展了一种基于 GBRS 模型和复合形法的优化方法, 研究比较了基于梯度方法和基于 GBRS 模型的函数最值搜索, 结果表明基于 GBRS 模型的优化方法能够高效地实现全局最优.

基于 GBRS 模型和复合形法的叶片压力反设计能够较快地确定满足目标压力分布的叶型, 在设计参数不太多时其优化效率和伴随方法相当. 之后采用伴随方法进行精细化设计, 进一步提高了优化叶型的精度. 在效率优化设计中, 通过优化叶型显著减弱了激波强度, 提高了叶片的效率, 同时成功地约束了叶片面积. 在优化过程中, GBRS 模型的响应精度随着设计空间的减小而不断提高, 响应误差

不断减小,保证了外循环优化设计的收敛.本文所发展的基于GBRS模型的气动优化设计方法具有

高效、全局最优的特点,将能应用在飞行器初步设计阶段及精细化设计阶段.

- [1] Zhang Y F 2012 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [张宇飞 2012 博士学位论文 (北京: 清华大学)]
- [2] Box G E P, Wilson K B 1951 *J. R. Stat. Soc. B* **13** 1
- [3] Yu H L, Wang Y Q, Chen H L, Cun H Y 2012 *Journal of Xi'an Jiaotong University* **46** 80 (in Chinese) [于海莲, 王永泉, 陈花玲, 寸花英 2012 西安交通大学学报 **46** 80]
- [4] Xie G F, He X H, Tong J J, Zheng Y H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3193 (in Chinese) [谢国锋, 何旭洪, 童节娟, 郑艳华 2007 物理学报 **56** 3193]
- [5] Samad A, Kim K Y, Goel T 2008 *J. Propul. Power* **24** 301
- [6] Bonaiuti D, Zangeneh M 2009 *J. Turbomach.* **131** 021014
- [7] Naylor E M J, Duenas C O, Miller R J, Hodson H P 2010 *J. Turbomach.* **132** 011011
- [8] Jameson A 1988 *J. Sci. Comput.* **3** 233
- [9] Luo J, Xiong J, Liu F, McBean I 2011 *J. Turbomach.* **133** 011026
- [10] Luo J, Xiong J, Liu F, McBean I 2010 *Proceedings of the ASME Turbo Expo* Glasgow, UK, June 14–18, 2010 p547
- [11] Luo J, Liu F, McBean I 2011 *Proceedings of the ASME Turbo Expo* Vancouver, Canada, June 6–10, 2011 p1335
- [12] Gao Y Y, He F, Shen M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 200206 (in Chinese) [高莹莹, 何枫, 沈孟育 2012 物理学报 **61** 200206]
- [13] Vavalle A, Qin N 2007 *J. Aircraft* **44** 365
- [14] Box M J 1965 *Comput. J.* **8** 42
- [15] Hicks R M, Henne P A 1978 *J. Aircraft* **15** 407
- [16] Yang S, Wu H Y, Liu F, Tsai H M 2003 *AIAA Paper* **2003** 1068
- [17] Denton J D 1993 *J. Turbomach.* **115** 621

Gradient-based response surface approximations for design optimization*

Luo Jia-Qi^{1)†} Liu Feng¹⁾²⁾

1) (College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

2) (Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of California, Irvine, CA 92697-3975, USA)

(Received 19 April 2013; revised manuscript received 24 May 2013)

Abstract

This paper presents a gradient-based response surface (GBRS) model and its applications to the aerodynamic design optimization. Since the widely used polynomial response surface model is continuous and differentiable, the gradients of the original response can be involved in constructing the quadratic polynomial response surface model. For the quadratic GBRS model, the number of the required samples depends linearly, instead of quadratically on the number of design parameters. Firstly, the samples are determined through the modified design of experiment with shortened sampling time to construct the GBRS model. Then function experiments are performed to evaluate the accuracy of GBRS model and its effectiveness in searching for the global minimum. Finally the gradients for constructing the GBRS model are calculated by the adjoint method and then an inverse design and an optimization design for improving the efficiency of a cascade are performed based on the GBRS model and the complex method. Results demonstrate that the optimization method based on the GBRS model is feasible and effective for obtaining the global optimum with high optimization efficiency; and the aerodynamic performance of the cascade can be significantly improved.

Keywords: aerodynamic design optimization, response surface model, adjoint method, complex method

PACS: 02.60.Pn, 47.85.Gj, 47.40.Hg

DOI: 10.7498/aps.62.190201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51206003, 51376009), and the China Postdoctoral Science Foundation (Grant Nos. 2012M510267, 2013T60035).

† Corresponding author. E-mail: jiaqil@pku.edu.cn