

# 宏观场与环境作用过程中的纠缠突然死亡与突然产生\*

罗成立<sup>1)†</sup> 沈利托<sup>2)</sup> 刘文武<sup>1)</sup>

1) (福州大学阳光学院电子信息工程系, 福州 350002)

2) (福州大学物理系, 量子光学实验室, 福州 350002)

(2013年5月4日收到; 2013年5月24日收到修改稿)

研究了两个初始处于纠缠相干态上的宏观场各自独立地与一个环境相互作用的系统, 环境对腔场的影响只体现在腔场光子数的泄漏上. 采用共生纠缠 (concurrency) 度量两个宏观场间的纠缠, 并给出宏观场纠缠的解析解, 以分析这种系统中宏观场纠缠的动力学特性. 研究表明当场的初始平均光子数较大时, 即使很小的光子泄漏率也会导致腔场间出现纠缠突然死亡现象. 同时研究结果也表明光子从腔场泄漏到环境后会导致两环境间的纠缠突然产生, 而这种纠缠产生的时机直接与腔场的初始光子数相关. 本文还进一步发现在大光子数的情况下, 在任何时刻任意一个腔场与任意一个环境间都不会产生纠缠.

**关键词:** 纠缠相干态, 环境, 纠缠突然死亡, 纠缠突然产生

**PACS:** 03.65.Ud, 42.50.Dv

**DOI:** 10.7498/aps.62.190301

## 1 引言

量子纠缠是一种只存在于量子系统中特殊的非定域性关联. 纠缠具有高度的非定域性, 处在纠缠态上的两个粒子, 不管它们相隔多远, 仍然相互影响着彼此. 量子纠缠是当前量子信息发展过程中最为重要的资源, 它之于量子信息的意义可类比为声音之于交流的意义. 人们将其应用于通信或者计算领域, 用于提高计算速度和通信保密性<sup>[1-5]</sup>. 然而众所周知纠缠是一个脆弱的资源, 与环境作用后就会很轻易地被破坏掉. 这就是消相干现象, 是将纠缠付诸于实践的最大拦路虎. 因此十分有必要研究各种纠缠的纠缠动力学, 以便能准确获知纠缠在各种系统中的变化规律并加以利用.

Karol 等人在 2001 年时, 考虑了一个两粒子量子态的纠缠离散动力学模型<sup>[6]</sup>. 对于那些初始为纯态的量子态, 纠缠的衰减伴随着系统冯诺依曼熵的增加. 他们观察并讨论了由于对子系统的么正作用

而产生的纠缠的复原. 而对于那些有不同临界熵的子系统的混合态, 他们发现了一个在纠缠衰减速度上的不对称. 2003 年 Yu 等人在研究由消相噪声导致的量子比特消纠缠和消相干时<sup>[7]</sup>, 发现了一种特殊的消相干现象, 即纠缠与环境作用后会在有限的时间内完全消失, 这与人们的常识相悖, 人们一般认为纠缠与环境作用后会慢慢减弱而不是在非常短暂的时间内突然消失, 这种反常识现象被称为纠缠突然死亡. 2006 年他们又研究了“X”形的两粒子混合态从纠缠到消相干的演化<sup>[8]</sup>. 2008 年 López 等人发现纠缠不仅会突然消失也会突然产生<sup>[9]</sup>, 他们的研究表明, 虽然处于纠缠的量子态在与环境作用后会产生纠缠突然死亡, 但是却使两个原本并无任何关联的环境产生纠缠, 同时也激发出原子与环境间的纠缠. 随后 Ficek 等人发现了一些更有趣的现象, 就是不可逆的自发辐射衰减会导致原先已经消失掉的纠缠的复原. 他们的研究表明这个现象与原子间偶极-偶极相干作用没有关系, 但却完全取决于集合阻尼衰减效应的出现与否<sup>[10]</sup>. 2010

\* 国家重点基础研究发展计划 (973 计划)(批准号: 2012CB921601) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: chengli-luo@hotmail.com

年 Dijkstra 等人研究一个考虑耗散的二能级系统的纠缠动力学,证实了一个系统与库不能完全分离的事实. 他们的结果还表明系统不同态的叠加对于两个与独立环境耦合的量子比特的纠缠动力学具有重要影响 [11].

与上述集中于两体系统中纠缠动力学的研究不同的是,也有一些人研究多体的情况. 例如, Simon 等人研究每个子系统都与一个部分去极化通道独立作用模型中多粒子纠缠的鲁棒性 [12]; Dür 等人则着手考虑宏观场中情况,他们研究在消相干的影响下宏观纠缠的存活时间 [13]; Carvalho 等研究在消相干的影响下多粒子纠缠的演化 [14]; Man 等人研究了腔 QED 中六个量子比特模型的纠缠动力学,该模型包括了初始时被制备在类 Greenberger-Horne-Zeilinger(GHZ) 态的三个两能级原子,每个原子分别与一个独立的腔定域耦合 [15]; Aolita 等做了些总结的工作,他们从系统与多种不同环境作用的结果中推导出多粒子纠缠的衰减的比例定律 [16]; Gordon 等则从保护纠缠的角度研究了多粒子纠缠的动力学,他们主要通过加入定域的受控扰动来实现防止消纠缠的目的 [17]. 最近,也有文献报道宏观系统的纠缠动力学 [18,19], 其中文献 [19] 研究了处于纠缠相干态的腔场与原子作用后 Bell 非定域性的演化,发现了宏观场非定域性的崩塌与复原现象.

本文研究两个初始处于纠缠相干态的宏观场各自与环境相互作用过程中的纠缠突然死亡与产生现象. 这个系统纠缠动力学和消相干过程的研究对于探索量子与经典的边界具有重要的意义. 我们考虑两个初始处于纠缠相干态的腔场各自独立地与一个特殊环境作用,这些环境的特殊之处在于它对腔的影响只表现在场的光子泄漏上,没有消相的影响. 环境的影响在物理上可以等同于腔的一个壁是部分透射部分反射,类似于分束镜的作用 [20]. 结果我们发现虽然纠缠相干态的纠缠度与场平均光子数无关,但是本文中两个初始处在纠缠相干态的腔场间的纠缠度却与光子泄漏率有极大的关系. 特别是在大光子数的情况下,当腔场的光子数只损失了很小一部分时,两个宏观腔场就出现纠缠突然死亡现象;然而直到腔场的光子数只剩很小一部分时,原本无关联的两个环境间才开始产生纠缠,即两个环境间出现纠缠突然产生现象. 当平均光子数较小时,腔场纠缠的减弱伴随着腔场与环境间纠缠的产生;这种纠缠随着场初始平均光子数的增加而减小.

## 2 理论模型

我们考虑两个宏观场分别与一个特殊的环境作用,要强调的是两个腔场之间及两个环境之间都无任何相互作用,每个腔场只与它直接接触的环境相互作用. 环境的影响在物理上可以等同于腔的一个壁是部分透部分反射,类似于分束镜的作用 [20]. 假设两个宏观场的初态为:  $|ECS\rangle = N(|\alpha\rangle|-\alpha\rangle - |-\alpha\rangle|\alpha\rangle)$ , 其中  $N = 1/\sqrt{2(1 - \exp(-4\alpha\alpha^*))}$ , 外界的环境初始处于真空态上. 我们将环境的作用用  $U$  来表示 [20], 这样相干态  $|\alpha\rangle_S$  在环境的作用下,就有如下变化:

$$U|\alpha\rangle_S|0\rangle_E \rightarrow |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_S|\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_E, \quad (1)$$

其中的第二个态指的是环境的内态,而  $1-\eta$  表示场光子数的泄漏率,  $1-\eta=1$  表示场内的光子完全泄漏到环境中去,  $1-\eta=0$  表示场内的光子完全没有泄漏. 或许我们会认为这个噪声模型的处理过于简单,因为真实的环境应该是多模的而不是单模的;但实际上求迹掉环境后,其结果等同于多模的更复杂的情况:

$$U|\alpha\rangle_S \prod_i |0\rangle_{E_i} \rightarrow |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_S \prod_i |\varepsilon_i\alpha\rangle_{E_i}, \\ \sum_i |\varepsilon_i|^2 + \eta = 1. \quad (2)$$

因为在常温下光波波段的场模平均热光子几乎为 0,所以我们可以用 (1) 式所代表的模型来描绘光波腔场的真实噪声情况.

如此就可以得到纠缠相干态在耗散环境下,整个系统态的表达式为

$$|\Psi_{\text{tot}}(\eta)\rangle \\ = N \left[ |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_1} |\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_2} |-\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_2} - |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_1} |-\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_2} |\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} \right], \quad (3)$$

求迹掉环境的部分后,可得到两个腔场内态的密度矩阵为

$$\rho_{c_1 c_2} = N^2 \left[ |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_1} |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_2} \langle -\sqrt{\eta}\alpha|_{c_1} \langle \sqrt{\eta}\alpha|_{c_2} - e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2} |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_1} |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_2} \right. \\ \times \langle \sqrt{\eta}\alpha|_{c_1} \langle -\sqrt{\eta}\alpha|_{c_2} - e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2} \\ \left. \times |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_1} |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_2} \langle -\sqrt{\eta}\alpha|_{c_1} \langle \sqrt{\eta}\alpha|_{c_2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_1} |\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{c_2} \langle\sqrt{\eta}\alpha|_{c_1} \\
 & \times \langle-\sqrt{\eta}\alpha|. \quad (4)
 \end{aligned}$$

同理求迹掉场的部分, 可得到两个环境内态的密度矩阵为

$$\begin{aligned}
 \rho_{e_1 e_2} = & N^2 \left[ |\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} \right. \\
 & \times |-\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_2} \langle-\sqrt{1-\eta}\alpha|_{e_1} \langle\sqrt{1-\eta}\alpha| \\
 & - e^{-4|\alpha|^2} |\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} \\
 & \times |-\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_2} \langle\sqrt{1-\eta}\alpha|_{e_1} \\
 & \times \langle-\sqrt{1-\eta}\alpha| - e^{-4|\alpha|^2} \\
 & \times |-\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} |\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_2} \\
 & \times \langle-\sqrt{1-\eta}\alpha|_{e_1} \langle\sqrt{1-\eta}\alpha| \\
 & + |-\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_1} |\sqrt{1-\eta}\alpha\rangle_{e_2} \\
 & \left. \times \langle\sqrt{1-\eta}\alpha|_{e_1} \langle-\sqrt{1-\eta}\alpha|. \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

### 3 腔场纠缠动力学

庆幸的是根据 (4) 和 (5) 式, 在本系统中腔场纠缠始终是两体纠缠. 而两体纠缠的度量工具有许多种, 本文采用的是 Woottter 等人在 1998 年提出的两个量子比特纠缠的度量工具——共生纠缠 concurrence<sup>[21]</sup>, 相比其他两体纠缠的度量工具而言, concurrence 的适用范围更广也更便利.

对于两比特纯态  $|\phi_{AB}\rangle$ , 它的 concurrence 为

$$C(|\phi_{AB}\rangle) = \langle\phi_{AB}^* | \sigma_y^A \otimes \sigma_y^B | \phi_{AB}\rangle, \quad (6)$$

其中  $\sigma_y$  为泡利矩阵, \* 表示在  $\sigma_z$  本征基下的复数共轭.

对于一个普通的两比特混态  $\rho$ , 引入一个时间反演矩阵

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y). \quad (7)$$

将正定厄米矩阵  $\zeta = \rho(\sigma_y \otimes \sigma_y) \tilde{\rho}^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$  的本征值的平方根按降序排列为  $\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \sqrt{\lambda_3} \geq \sqrt{\lambda_4}$ . 那么这个混合态的 concurrence 为

$$C(\rho) = \max\{0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\}. \quad (8)$$

采用 concurrence 来度量本系统中腔场态的纠缠, 所遇见的第一个困难就是腔场态是非正交态. 所以需要重新定义新的正交基, 才能计算腔场态的 concurrence. 可以采用文献 [22] 的思想来定义新

的正交基,

$$|0\rangle = |\sqrt{\eta}\alpha\rangle, \quad (9)$$

$$|1\rangle = (|-\sqrt{\eta}\alpha\rangle - P|0\rangle) / \sqrt{1 - |P|^2}, \quad (10)$$

$$P = \exp(-2\eta|\alpha|^2). \quad (11)$$

在这种基失之上, 两个腔场内态的密度矩阵可以重新表示为

$$\rho_{c_1 c_2} = \begin{pmatrix} a & b & b & 0 \\ b & c & d & 0 \\ b & d & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned}
 a &= 2N^2 P^2 (1 - e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}), \\
 b &= N^2 P \sqrt{1 - P^2} (1 - e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}), \\
 c &= N^2 (1 - P^2), \quad d = -N^2 (1 - P^2) e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}, \\
 P &= \exp(-2\eta|\alpha|^2).
 \end{aligned}$$

同理可得到在正交基失表示之下的两个环境内态间的密度矩阵为

$$\rho_{e_1 e_2} = \begin{pmatrix} a & b & b & 0 \\ b & c & d & 0 \\ b & d & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned}
 a &= 2N^2 P^2 (1 - e^{-4\eta|\alpha|^2}), \\
 b &= N^2 P \sqrt{1 - P^2} (1 - e^{-4\eta|\alpha|^2}), \\
 c &= N^2 (1 - P^2), \quad d = -N^2 (1 - P^2) e^{-4\eta|\alpha|^2}, \\
 P &= \exp(-2(1-\eta)|\alpha|^2).
 \end{aligned}$$

对于约化密度矩阵  $\rho_{c_1 c_2}$  和  $\rho_{e_1 e_2}$ , 可求出它们的 concurrence 分别为

$$C_{c_1 c_2} = 2N^2 (1 - e^{-4\eta|\alpha|^2}) e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}, \quad (14)$$

$$C_{e_1 e_2} = 2N^2 (1 - e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}) e^{-4\eta|\alpha|^2}. \quad (15)$$

图 1 给出两个腔场间的纠缠  $C_{c_1 c_2}$  (实线和点线) 以及两个环境间纠缠  $C_{e_1 e_2}$  (点划线和划线) 在场的不同平均光子数条件下关于场光子数泄漏率  $(1-\eta)$  的演化曲线. 图 1 中实线部分表明当光子数比较大时, 腔场的光子数刚损失了 2.9% 左右时, 两个腔场之间就完全消纠缠, 即两个宏观腔场间

出现纠缠突然死亡现象; 点划线部分表明当光子数比较大时, 腔场的光子数只剩 2.9%左右时, 原本无关联的两个环境间开始产生纠缠, 即两个环境间出现纠缠突然产生现象. 值得注意的是此时原本存在于腔-腔子系统中的纠缠被转移到两体的环境子系统中.

整个现象中首先需要留意的是, 当腔场的光子数刚损失了 2.9%左右时, 两个宏观腔场就出现纠缠突然死亡现象. 对于这个结果, 物理上可做如下解释: 当场的光子数很大时, 只要泄漏出来一小部分, 就会对环境的态产生很大的影响, 即造成环境与场的很大的纠缠. 那么, 当把环境求迹后, 场就是基本上处于混合态, 场的纠缠当然就基本消失了. 为了对这个结果做定量分析, 我们对比  $|ECS\rangle = N(|\alpha\rangle|-\alpha\rangle - |-\alpha\rangle|\alpha\rangle)$  的密度矩阵和本系统中腔场的密度矩阵.  $|ECS\rangle = N(|\alpha\rangle|-\alpha\rangle - |-\alpha\rangle|\alpha\rangle)$  的密度矩阵为

$$\begin{aligned} \rho = & N^2 [|\alpha\rangle_1|-\alpha\rangle_2 \langle -\alpha|_1 \langle \alpha| - |\alpha\rangle_1|-\alpha\rangle_2 \\ & \times \langle \alpha|_1 \langle -\alpha| - |-\alpha\rangle_1|\alpha\rangle_2 \langle -\alpha|_1 \langle \alpha| \\ & + |-\alpha\rangle_1|\alpha\rangle_2 \langle \alpha|_1 \langle -\alpha|]. \end{aligned} \quad (16)$$

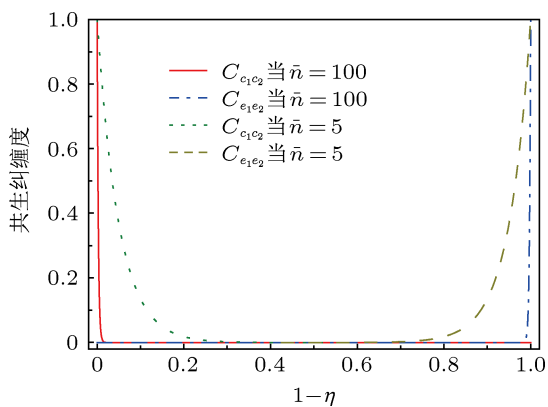


图1 在不同的场初始平均光子数 ( $\bar{n} = |\alpha|^2$ ) 下, 两个腔场间的纠缠  $C_{c_1c_2}$  (实线和点线) 以及两个环境间的纠缠  $C_{e_1e_2}$  (点划线和划线) 随场光子数泄露率  $1-\eta$  的变化曲线

对比 (4) 式和 (16) 式, 不难发现它们的差别在于交叉项上的系数, 本系统中腔场的密度矩阵的交叉项的系数是纠缠相干态的  $e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}$  倍. 可以定量的考虑这项带来的影响, 考虑光子数比较大的情况, 例如  $|\alpha|^2 = 100$ , 当  $1-\eta = 0.029$ ,  $e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2} = 9.16609 \times 10^{-6}$ , 也就是接近 0, 此时腔场的密度矩阵只剩下两项

$$\begin{aligned} \rho_{\text{field}} = & N^2 [|\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{f_1}|-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{f_2} \langle -\sqrt{\eta}\alpha|_{f_1} \langle \sqrt{\eta}\alpha| \\ & + |-\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{f_1}|\sqrt{\eta}\alpha\rangle_{f_2} \langle \sqrt{\eta}\alpha|_{f_1} \end{aligned}$$

$$\times \langle -\sqrt{\eta}\alpha|]. \quad (17)$$

重新计算它的纠缠, 很显然等于 0.

由于纠缠相干态的制备比较容易, 所以人们将纠缠相干态应用于许多领域 [20,23], 如隐形传输等. 但是从本文的结果来看, 应用的前提是腔场要尽量避免光子数的泄漏, 否则这些纠缠通道在使用之前就消耗殆尽.

当然图 1 中呈现出的另一个结果也让人无法忽略: 随着腔场的初始平均光子数的减少, 两个腔场间的纠缠信息对于场光子的泄露率越来越不敏感. 这个结果让人稍显意外, 按照直觉似乎腔场的初始平均光子数越少, 两个腔场间的纠缠信息对场光子的泄露率理应越敏感. 对于这个结果的解释依然可以从交叉项的系数  $e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}$  入手, 对于同样的  $1-\eta$  值, 平均光子数 (即  $|\alpha|^2$ ) 越小,  $e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}$  的值也接近 1, 也就意味着 (4) 式所描绘的腔场内态的密度矩阵越接近最大纠缠相干态的,

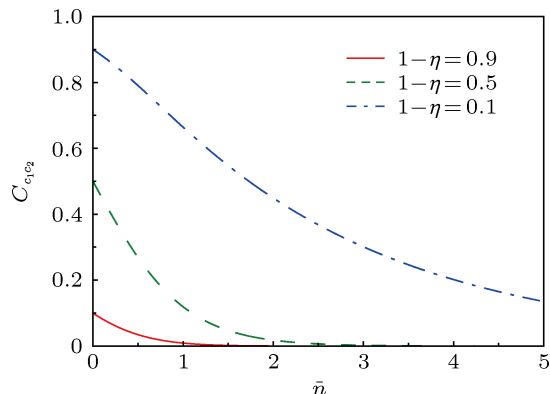


图2 在不同泄露率 ( $1-\eta$ ) 下, 两个腔场间的纠缠随场初始平均光子数  $\bar{n}$  的变化曲线, 需要注意的是本文中的场初始平均光子数  $\bar{n}$  不能为 0, 否则腔场就不处在纠缠相干态上, 本图中  $\bar{n}$  的取值范围 {0.0025,5}

即两个腔场的纠缠值越接近 1. 其原因在于对于同样的  $1-\eta$  值, 腔场的平均光子数越小, 所泄漏出来的光子数也越少, 所能对环境的态产生的影响也就越小, 即无法造成环境与场的很大的纠缠. 那么, 当把环境求迹后, 场的纠缠自然仍然存在. 图 2 中给出不同泄露率的情况下, 腔场的初始平均光子数对腔场间纠缠信息的影响. 从中可以看到泄露率和腔场的初始平均光子数对腔场间纠缠的影响都是接近指数型的.

#### 4 不同子系统间的纠缠

图 1 中蕴含的另一个有趣的现象是当场的初始平均光子数比较大时, 腔场间的纠缠完全消失之

时, 环境间仍未产生纠缠. 场的初始平均光子数越大, 这个现象越明显. 为了弄清在这段时间内整个系统的纠缠行为, 需要研究系统中不同子系统间的纠缠. 我们把本系统中所可能出现的四种两体系统标记为  $c_1 \otimes c_2$ ,  $e_1 \otimes e_2$ ,  $c_1 \otimes e_2$  和  $c_1 \otimes e_1$ . 前两种两体系统的 concurrence 分别由 (14) 和 (15) 式给出, 后两种子系统的求法跟前两种类似. 重复第 3 小节的步骤可得  $c_1 \otimes e_2$  在正交基失表示下的约化密度矩阵

$$\rho_{c_1 e_2} = \begin{pmatrix} a & b & c & 0 \\ b & d & e & 0 \\ c & e & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= N^2(P_1^2 + P_2^2) - 2N^2 e^{-4|\alpha|^2}, \\ b &= N^2 P_1 \sqrt{1 - P_1^2} - N^2 e^{-2|\alpha|^2} P_2 \sqrt{1 - P_1^2}, \\ c &= N^2 P_2 \sqrt{1 - P_2^2} - N^2 e^{-2|\alpha|^2} P_1 \sqrt{1 - P_2^2}, \\ d &= N^2(1 - P_1^2), \quad e = -N^2 e^{-2|\alpha|^2} \sqrt{1 - P_1^2} \sqrt{1 - P_2^2}, \\ f &= N^2(1 - P_2^2), \quad P_1 = \exp(-2(1 - \eta)|\alpha|^2), \\ P_2 &= \exp(-2\eta|\alpha|^2). \end{aligned}$$

求得 (18) 式的 concurrence 为

$$C_{c_1 e_2} = 2e^{-2|\alpha|^2} N^2 \sqrt{1 - e^{-4\eta|\alpha|^2}} \times \sqrt{1 - e^{-4(1-\eta)|\alpha|^2}}. \quad (19)$$

同理可得  $c_1 \otimes e_1$  在正交基失表示下的约化密

度矩阵

$$\rho_{c_1 e_1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c \\ 0 & b & d & e \\ 0 & c & e & f \end{pmatrix}, \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= N^2(1 - P_1^2)P_2^2, \quad b = N^2 P_1 P_2 \sqrt{1 - P_1^2} \sqrt{1 - P_2^2}, \\ c &= N^2(1 - P_1^2)P_2 \sqrt{1 - P_2^2}, \quad d = N^2 P_1^2(1 - P_2^2), \\ e &= N^2(1 - P_2^2) \sqrt{1 - P_1^2} P_1, \\ f &= N^2(1 - P_1^2)(1 - P_2^2), \quad P_1 = \exp(-2\eta|\alpha|^2), \\ P_2 &= \exp(-2(1 - \eta)|\alpha|^2). \end{aligned}$$

然而很难得出 (20) 式的 concurrence 的解析解, 但可以得出其数值解, 标记为  $C_{c_1 e_1}$ .

图 3 中画出了  $C_{c_1 c_2}$ (点划线)、 $C_{e_1 e_2}$ (划线)、 $C_{c_1 e_2}$ (点线) 和  $C_{c_1 e_1}$ (实线) 在场的不同初始平均光子数条件下关于场光子数泄露率  $(1 - \eta)$  的演化曲线. 从图中我们不难发现当两个腔场间纠缠开始减小之时, 不仅两个环境产生纠缠, 甚至腔场与之直接作用的环境之间以及腔场与未有直接作用的环境之间都将产生纠缠. 当两腔场间完全消纠缠之时, 腔场与环境间的纠缠也将消失.

对比图 3 中两幅图, 可以发现一个明显的现象是当场的初始平均光子数增大时, 腔场与环境间的纠缠将锐减. 当场的初始平均光子数达到一定值时, 在整个光子的泄露过程中, 任意一个腔场与任意一个环境间都不会产生纠缠. 这与腔场初始处于纠缠光子数态的情形完全不同文献 [9]. 文献 [9] 发现在

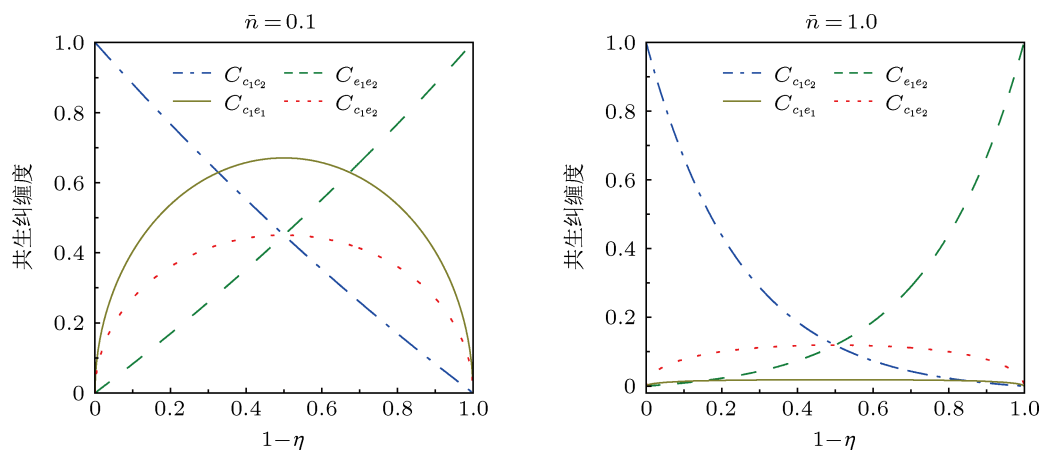


图 3 不同的场初始平均光子数 ( $\bar{n} = |\alpha|^2$ ) 下,  $C_{c_1 c_2}$ (点划线)、 $C_{e_1 e_2}$ (划线)、 $C_{c_1 e_2}$ (点线) 和  $C_{c_1 e_1}$ (实线) 随场光子数泄露率  $1 - \eta$  的变化曲线

腔场初始处于纠缠光子数态时,在腔场间的纠缠已经消失而环境间的纠缠还没有产生的间隔内,任意一个腔场都会与相应的环境发生显著的纠缠.这可作如下解释,当系统的初始平均光子数很大时,在演化过程中任意一个腔场与任意一个环境所构成系统中至少有一个子系统含有很多光子,从而与另外的腔场与环境所构成系统形成最大的纠缠.当我们对任意一个腔场与任意一个环境求迹后,剩下的腔场与环境就处于最大的混合态.

## 5 结论

在本文中我们考虑了两个初始处于纠缠相干态上的宏观场各自独立地与一个环境相互作用的系统,环境对腔场的影响只体现在腔场光子数的泄漏上.我们研究了这种系统中宏观场纠缠的演化,

发现虽然两个腔场间的初始纠缠值与初始光子数无关,但是在光子泄漏过程中其剩余纠缠值却与初始光子数有很大的关系.腔场光子数越大,泄漏率对腔场间的纠缠的影响就越大.特别是在大光子数的情况下,腔场的光子数只损失了很小一部分时,两个宏观腔场就出现纠缠突然死亡现象.其原因在于当场的光子数很大时,只要泄露出来一小部分,就会对环境的态产生很大的影响,即造成环境与场的很大的纠缠.当把环境求迹后,场就是基本上处于混合态了,场的纠缠就基本消失了.同时研究结果也表明光子从腔场泄漏到环境后会导致两环境间的纠缠突然产生,而这种纠缠产生的时机与腔场的初始光子数直接相关.最后,我们进一步研究了其中一个腔场与不同环境间的纠缠,发现在大光子数的情况下,对任意一个腔场与任意一个环境求迹后,剩下的腔场与环境在任何时刻都不会产生纠缠.

- 
- [1] Bennett C H, DiVincenzo D P 2000 *Nature* **404** 247  
 [2] Dodd P J, Halliwell J J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052105  
 [3] Zheng S B 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 080502  
 [4] Zheng S B, Guo G C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 032329  
 [5] Zheng S B 2010 *Chin. Phys. B* **19** 044204  
 [6] Życzkowski K, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki R 2001 *Phys. Rev. A* **65** 012101  
 [7] Yu T, Eberly J H 2003 *Phys. Rev. B* **68** 165322  
 [8] Yu T, Eberly J H 2007 *Quantum Information and Computation* **7** 459  
 [9] López C E, Romero G, Lastra F, Solano E, Retamal J C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 080503  
 [10] Ficek Z, Tanaš R 2006 *Phys. Rev. A* **74** 024304  
 [11] Dijkstra A G, Tanimura Y 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 250401  
 [12] Sainz I, Björk G 2007 *Phys. Rev. A* **76** 042313  
 [13] Dür W, Briegel H J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 155501  
 [14] Carvalho A R R, Mintert F, Buchleitner A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 230501  
 [15] Man Z X, Xia Y J, Nguyen B A 2008 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41** 155501  
 [16] Aolita L, Chaves R, Cavalcanti D, Acin A, Davidovich L 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 080501  
 [17] Gordon G, Kurizki G 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 110503  
 [18] Liao C G, Chen Z H, Luo C L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8526 (in Chinese) [廖长庚, 陈子翎, 罗成立 2010 物理学报 **59** 8526]  
 [19] Luo C L, Liao C G, Chen Z H 2010 *Opt. Commun.* **283** 3168  
 [20] van Enk S J, Hirota O 2001 *Phys. Rev. A* **64** 022313  
 [21] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245  
 [22] Wang X G 2002 *J. Phys. A: Math. Gen* **35** 165  
 [23] Liu C L, Zheng Y Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6222 (in Chinese) [刘传荣, 郑亦庄 2006 物理学报 **55** 6222]

# Sudden birth versus sudden death of entanglement during the interaction of macroscopic fields with environments\*

Luo Cheng-Li<sup>1)†</sup> Shen Li-Tuo<sup>2)</sup> Liu Wen-Wu<sup>1)</sup>

1) (*Institute of Electronic Information Engineering, Sunshine College Fuzhou University, Fuzhou 350002, China*)

2) (*Lab of Quantum Optics, Department of Physics, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China*)

(Received 4 May 2013; revised manuscript received 24 May 2013)

## Abstract

Decoherence of two initially entangled macroscopic fields each interacting with a loss environment is investigated; environment only have an effect on the leakage of field's photons. The cavity-cavity entanglement is characterized by concurrence. The results obtained by resolvable values show a surprising result: the two entangled macroscopic fields become completely disentangled even though the leakage rate of the cavities fields is very tiny. Then we find that when the cavity entanglement disappears, the environment entanglement appears. Finally, we present an explanatory study of other entanglement partitions.

**Keywords:** entangled coherent state, environment, entanglement sudden death, entanglement sudden birth

**PACS:** 03.65.Ud, 42.50.Dv

**DOI:** 10.7498/aps.62.190301

---

\* Project supported by the National Basic Research Program of China(Grant No. 2012CB921601).

† Corresponding author. E-mail: chengli-luo@hotmail.com