

一类关联混沌系统及其切换与内同步机理研究*

周小勇[†] 乔晓华 朱雷 刘素芬

(江苏理工学院电气信息工程学院, 常州 213001)

(2013年5月27日收到; 2013年7月1日收到修改稿)

提出了一类新的具有切换与内同步特性的关联混沌系统, 该系统即可在同维系统间切换, 也可在不同维系统间切换, 当系统切换为四维系统后, 还可实现系统变量间的同步. 通过理论推导、数值仿真、Lyapunov 维数、Lyapunov 指数谱研究了其基本动力学特性与内同步机理. 最后, 设计了该切换混沌系统的硬件电路并运用 Multisim 软件对该混沌系统及其内同步特性进行了仿真实验, 数值仿真和电路仿真实证了该切换混沌系统物理可实现, 系统具有丰富的动力学特性.

关键词: 关联混沌系统, Lyapunov 指数, 切换, 内同步

PACS: 05.45.-a, 05.45.Xt, 05.45.Gg

DOI: 10.7498/aps.62.190504

1 引言

由于混沌控制与同步在信息科学、通信、生物工程及医学等领域应用的巨大潜力和发展前途^[1-4], 引起了国内外众多学者的关注, 成为当前混沌理论研究的热点之一. 另外, 因切换混沌系统包括多个子系统, 可在系统间切换变化, 赋予了系统选择的多样性及变化灵活性的特点^[5,6], 增强了混沌系统的动力学行为的复杂性, 提高了保密通信的安全性能^[7-10], 所以自切换混沌系统提出以来, 对于切换混沌系统的研究也备受关注. 因此, 研究切换混沌系统及其同步技术对于混沌保密通信等领域来说具有重要的实际意义. 如要实现切换系统用于工程实际, 关键是要构建足够多且又能相互切换的混沌系统^[5,11-15]. 为此, 本文构建了一类新的关联可切换混沌系统, 该切换混沌系统的特点是: 整个系统可实现多个子系统间的切换, 整个子系统包括一个三维系统和三个四维系统, 系统切换可在同维或不同维子系统间实现, 当系统为四维时, 还可通过系统参数的调节实现内部变量间的同步. 首先通过理论推导、数值仿真、Lyapunov 维数、LE (Lyapunov exponent) 谱研究了该切换系统的基本动

力学特性, 同时还研究了该切换混沌系统在四维状态时的内部不同变量之间的同步特性. 最后, 设计了该切换混沌系统的电路原理图, 并进行了电路仿真实验. 电路仿真结果表明, 通过键控选择器的控制可实现多个混沌系统间切换, 当系统切换成四维系统时, 可通过系统参数的调节控制, 实现系统变量间的同步.

2 切换混沌系统构成与动力学特性分析

2.1 切换混沌系统构成

本文在文献 [16] 所提系统的基础上, 构建了一类新的可切换混沌系统, 其数学模型描述为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - by + yz, & \dot{y} &= cx - yz + u, \\ \dot{z} &= -20xy - dz + u, & \dot{u} &= f(F(x, y, z) - u). \end{aligned} \quad (1)$$

对于系统 (1) 来说, 式中 a, b, c, d, f 是实常数, 当分别取 $F(x, y, z) = x$, $F(x, y, z) = y$, 和 $F(x, y, z) = z$, 可构成三个四维系统, 但对于系统 (1) 还可把系统中第四个变量 u 及其微分方程去除, 系统 (1) 可构成一个三维系统. 因此, 系统 (1) 实际上含有三个四

* 江苏省自然科学基金 (批准号: BK2012583) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: zhouxy99@sohu.com

维系统和一个三维系统,就是说通过 $F(x,y,z)$ 实现混沌系统的切换. 在构建切换混沌系统时,为了系统电路切换方便且容易实现,需要考虑的是: 1) 当系统切换时,系统参数应保持不变,发生改变的是系统函数变量或系统的维数; 2) 系统参数的取值要保证所有系统均处于混沌状态. 需要指出的是 $F(x,y,z)$ 是变量 x, y, z 的函数,就是说 $F(x,y,z)$ 可有多种函数形式,因而系统 (1) 可构成多个混沌系统,系统的切换实质就是改变函数 $F(x,y,z)$,为了便于讨论,可将 $F(x,y,z)$ 称为切换函数. 因篇幅所限,本文仅讨论上述四种情况.

2.2 系统动力学特性分析

对于系统 (1), 由于

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} = a - d - f, \quad (2)$$

当 $d + f > a$ 时, 则系统 (1) 是耗散的, 且以如下的指数形式收敛:

$$\frac{dV}{dt} = e^{-(a+d+f)t}, \quad (3)$$

即体积元 V_0 在 t 时刻收缩为体积元 $V_0 e^{-(a+d+f)t}$. 这表明, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 包含系统轨线的每个体积元将以指数率收缩到零. 因此, 所有系统轨线最终会被限制在一个体积为零的集合上, 且它渐进运动固定在一个吸引子上, 说明吸引子的存在性.

若分别令系统 (1) 切换后所得系统方程的右边等于零, 对所得到的方程进行求解, 可分别获得三维系统的平衡点

$$s_0 = (0, 0, 0),$$

$$s_{1,2} = \left(\pm \frac{b}{a+c} \sqrt{cd/20}, \pm \sqrt{cd/20}, \frac{bc}{a+c} \right),$$

及三个四维系统的平衡点, 三个四维系统均仅有一个平衡点 $s_0 = (0, 0, 0, 0)$. 为了获得系统在平衡点处的稳定性特性, 在平衡点处将四个系统线性化, 得 Jacobi 矩阵分别为: 三维系统的 Jacobi 矩阵

$$J_1 = \begin{bmatrix} a & -b+z & y \\ c & -z & -y \\ -20y & -20x & -d \end{bmatrix}, \quad (4)$$

四维系统的 Jacobi 矩阵

$$J_2 = \begin{bmatrix} a & -b+z & y & 0 \\ c & -z & -y & 1 \\ -20y & -20x & -d & 1 \\ f \frac{\partial F(x,y,z)}{\partial x} & f \frac{\partial F(x,y,z)}{\partial y} & f \frac{\partial F(x,y,z)}{\partial z} & -f \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由于 $F(x,y,z)$ 分别可取为 x, y, z , 系统 (1) 在各子系统平衡点处线性化, 得到的 Jacobi 矩阵各不相同, 它们在平衡点的特征值也不同. 当系统的参数固定为 $a = 25.5, b = 35, c = 30, d = 35, f = 100$ (四维系统) 时, 通过理论分析及仿真计算分别得三维系统和三个四维系统的平衡点特征值、Lyapunov 指数及 Lyapunov 分形维数如表 1 所示. 混沌系统的 Lyapunov 分形维数的计算可由下式求出:

$$D_L = j + \frac{1}{|\text{LE}_{j+1}|} \sum_{i=1}^j \text{LE}_i. \quad (6)$$

Lyapunov 指数 (Lyapunov exponent, LE) 是定量描述轨线相互排斥和相互吸引的量, 特别是系统的最大 Lyapunov 指数是判断混沌系统的重要特征^[3,4]. 由表 1 可以发现, 四个系统的最大 Lyapunov 指数均大于 0, 且都有一个 LE 大于 0, 一个 LE 近似

等于 0, 其他的 LE 小于 0, 因此四个系统均处于混沌状态, 系统之间能够实现切换而不影响系统的混沌状态特性. 另外, 表 1 的各系统的 Lyapunov 维数为分数维数, 也说明了各系统为混沌系统. 值得指出的是, 该系统的三维子系统, 其两个非零平衡点对应相同的特征值, 表明二平衡点具有相同的动力学特性.

当 $a = 25.5, c = 30, d = 35, f = 100$ (三个四维系统) 时, 四个系统的随系统参数 b 变化的 Lyapunov 指数如图 1 所示. 由图 1 可以发现, 当 b 变化时, 四个系统都存在着混沌状态, 并都表现出复杂的动力学特性. 由图 1 不难发现, 当 $a = 25.5, b = 35, c = 30, d = 35, f = 100$ (对于四维系统) 时, 四个系统均处于混沌状态, 因而四个系统进行切换是能够实现的, 且切换后不需要调整系统参数, 不影响系统的混沌状态.

表 1 切换系统的各子系统的特性分析

系统	特征值	Lyapunov 指数	分形维数
三维系统	$12.75 \pm 29.79i, -35$ $11.94 \pm 35.56i, -52.3$	$(8.3576 \ 0.1095 \ -49.28168)$	2.1718
$F(x,y,z) = x$	$-35, 12.66 \pm 30.27i, -100.26$	$(7.6079 \ 0.1479 \ -49.4609 \ -99.8989)$	2.1568
$F(x,y,z) = y$	$-35, 13.21 \pm 29.85i, -100.92$	$(8.5547 \ 0.1600 \ -47.4709 \ -101.6913)$	2.1836
$F(x,y,z) = z$	$12.75 \pm 29.79i, -33.5, -101.5$	$(7.6626 \ 0.1102 \ -51.7663 \ -100.1881)$	2.1502

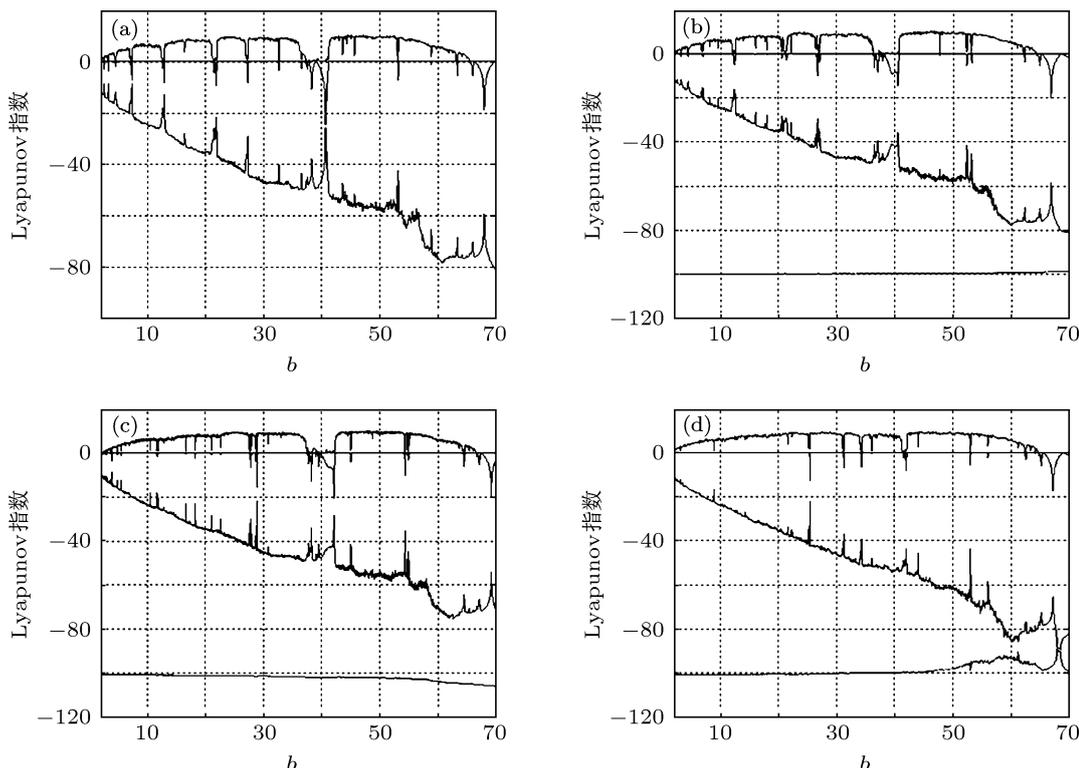


图 1 b 变化时四个系统的 LE 谱 (a) 三维系统 LE 谱图; (b) $F(x,y,z) = x$ 时系统的 LE 谱图; (c) $F(x,y,z) = y$ 时系统的 LE 谱图; (d) $F(x,y,z) = z$ 时系统的 LE 谱图

3 混沌系统切换及系统变量间的内同步研究

由方程 (1) 不难发现, 如要实现本文所讨论的混沌系统切换, 只要令函数 $F(x,y,z)$ 分别等于 x, y, z 即可得三个不同四维系统. 切换后, 如何实现系统变量间的同步, 下面就系统内同步的方案进行讨论.

定理 1 对于混沌系统 (1) 中的 $\dot{u} = f(F(x,y,z) - u)$, $F(x,y,z)$ 为 x, y, z 的函数, 存在 f , 当 $f \rightarrow \infty$ 时, $F(x,y,z) = u$, 若 $F(x,y,z)$ 分别等于 x, y, z 时, 那么 u 分别与 x, y, z 相等, 即实现了系统内部变量间的同步.

证明 对 $\dot{u} = f(F(x,y,z) - u)$ 进行拉变拉斯变

换, 得

$$sU(s) - u(0) = f(F(X(s), Y(s), Z(s)) - U(s)), \quad (7)$$

其中 $X(s), Y(s), Z(s), U(s)$ 为 x, y, z, u 的拉氏变换, $u(0)$ 是系统变量 u 的初值, 初值一般取得较小, $u(0)/f$ 近似为 0, 进一步化简可得

$$(s + f)U(s) = fF(X(s), Y(s), Z(s)),$$

即

$$U(s) = \frac{fF(X(s), Y(s), Z(s))}{f + s} = \frac{F(X(s), Y(s), Z(s))}{1 + s/f}, \quad (8)$$

当 $f \rightarrow \infty$ 时, $U(s) = F(X(s), Y(s), Z(s))$, 拉变拉斯反

变换得

$$F(x, y, z) = u. \quad (9)$$

当 $F(x, y, z)$ 分别取 x, y, z 时, 即 x, y, z 分别与 u 相等, 实现了系统内部变量间的同步. 定理得证.

讨论 因系统变量间的同步是通过调节 f 实

现的, f 调节对系统的动力学特性的影响需要加以分析, 现由四维系统的 Jacobi 矩阵 $J_2(5)$ 式, 得系统的特征方程

$$|J_2 - \lambda I| = 0, \quad (10)$$

即

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & -b + z & y & 0 \\ c & -z - \lambda & -y & 1 \\ -20y & -20x & -d - \lambda & 1 \\ f \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial x} & f \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial y} & f \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial z} & -f - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

因系统变量 $f \neq 0$, (11) 式中 f 可以提出来并约去得下式:

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & -b + z & y & 0 \\ c & -z - \lambda & -y & 1 \\ -20y & -20x & -d - \lambda & 1 \\ \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial z} & -1 - \lambda/f \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

由 (12) 式不难发现, 当 f 增大到一定程度时, $1/f$ 变得较小可忽略, (12) 式相当于不含 f , 也就是说当 f 足够大时, f 变化不影响系统的平衡点的稳定性, 所以系统切换后, 调节 f 实现系统变量间的内同步时不会影响系统的混沌状态.

虽然定理 1 要求 $f \rightarrow \infty$ 才可实现 $F(x, y, z) = u$, 但在实际中, f 只可取一确定值, 只要 f 取值能够满足一定的同步误差要求即可. 系统切换后, 由定理 1 可知, 通过调节系统参数 f , 可使 $F(x, y, z) = u$, 即实现了 u 与不同变量 x, y 和 z 间的切换同步. 因考虑这些变量间的同步是在一个系统内部实现的, 所以本文称此同步为内同步. 下面就系统切换及内同步的动力学特性分别进行仿真研究.

1) 系统 (1) 为三维系统时的数值仿真研究.

当去除系统 (1) 中的状态变量 u 及其微分方程时, 系统 (1) 为一个三维系统, 当系统参数 $a = 25.5, b = 35, c = 30, d = 35$ 时 (注: 这四个参数在随后的切换系统中均保持不变), 由图 1 的 LE 谱或表 1 的 Lyapunov 指数可知, 系统存在一个 Lyapunov 指数大于 0, 系统为混沌状态, 系统的相图如图 2 所示, 由相图可以发现其为奇异吸引子, 吸引子的轨线在特定的吸引域内具有遍历性. 这个混沌吸引子与现有的典型混沌系统的吸引形状并不同, 是一个新的混沌吸引子.

2) $F(x, y, z) = x$ 时, 系统 (1) 的数值仿真研究.

当 $F(x, y, z) = x$ 时, 在 a, b, c, d 固定的情况下, 当 $f = 100$ 时, 系统状态变量 u 与 x, y, z 的相图如图 3 所示, 由相图可以发现其呈现出明显的奇怪吸引子结构, 其轨线在特定的吸引域内具有遍历性, 表明系统为混沌状态. 需要说明的是, 因当前系统变量 x, y, z 间所形成的吸引子结构特点与图 2 所示的系统 (1) 为三维系统时的吸引子结构基本相同, 因考虑篇幅的原因, 这里仅给出变量 u 与 x, y, z 的相图, 后面两种切换情况也是如此.

当 a, b, c, d 固定时, 随着系统参数 f 不断增大, 由定理 1 可知, 系统变量 u 会逐渐地和 x 趋于一致, 也就是 u 与 x 实现了同步. 图 4 (a) 为当 $f = 100$ 时两变量 u, x 的时域波形图, 从图中可以看出二者在相位上已基本一致, 只是幅度上还存在着差异; 图 4(b) 为两变量 u, x 在 f 为不同值时同步的误差绝对值最大值 $e_{\max} = \max\{|x - u|\}$, 从图中可以看出随着 f 的增大, $e_{\max} \rightarrow 0$, 表明二状态变量逐渐趋于一致, 当 $f = 1000$ 时 e_{\max} 接近于 0, 说明 u, x 实现了同步; 图 4(c) 为当 $f = 1000$ 时, 两系统变量 u, x 之间的相图, 整个相图为一 条直线, 说明二者处于同步状态.

3) $F(x, y, z) = y$ 时, 系统 (1) 的仿真研究.

当 a, b, c, d 固定, $f = 100, F(x, y, z) = y$ 时, 系统实现了切换, 由图 1 的 LE 谱或表 1 的 Lyapunov 指数可知切换后的系统仍为混沌状态. 系统状态变

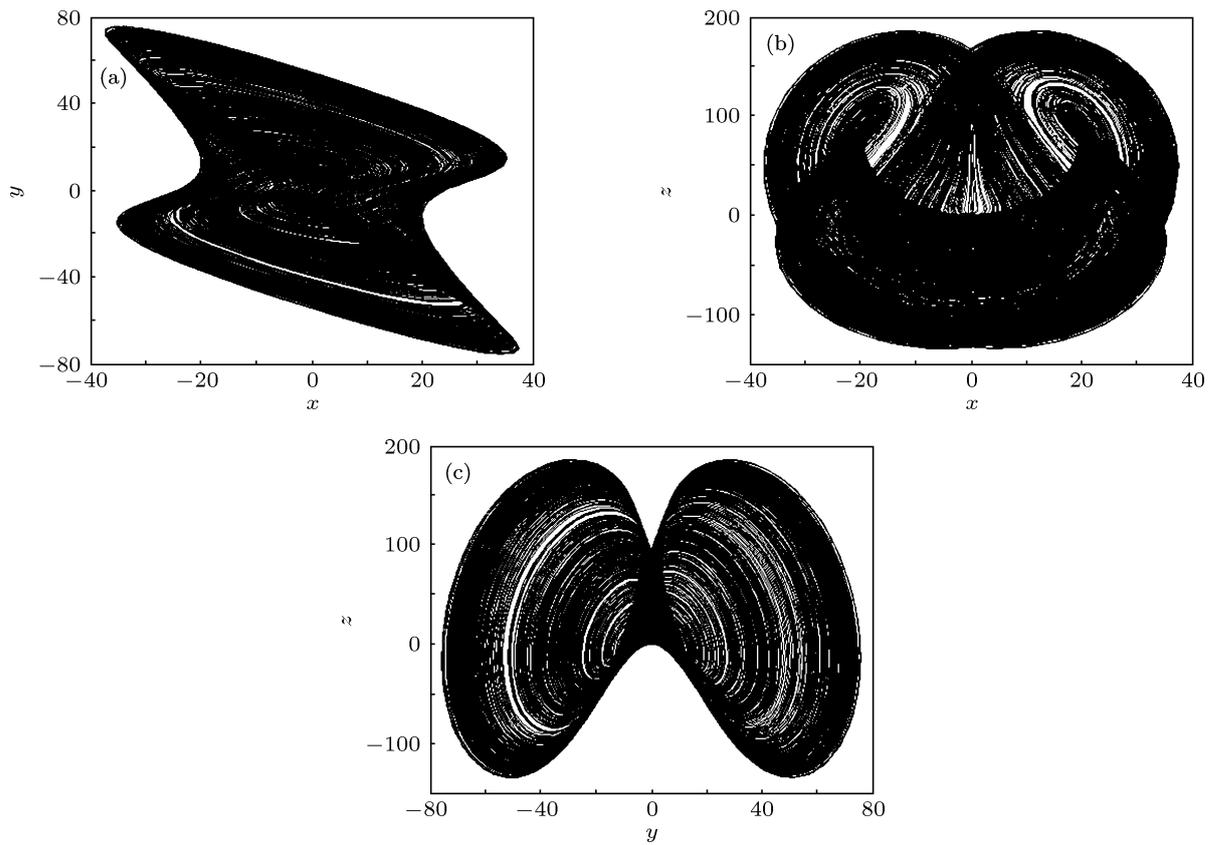


图2 系统(1)为三维系统时的仿真相图 (a) x - y 平面相图; (b) x - z 平面相图; (c) y - z 平面相图

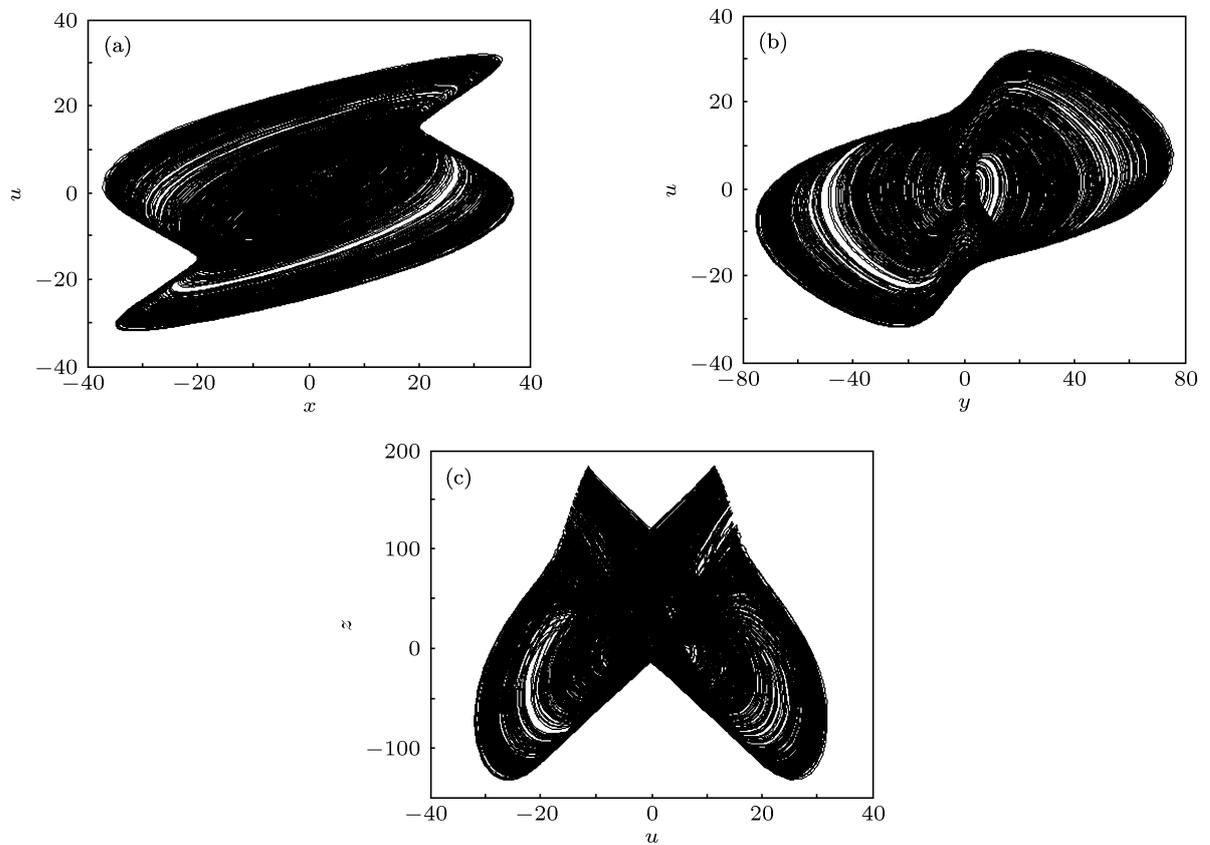


图3 系统(1) $F(x,y,z) = x$ 的相图 (a) x - u 平面相图; (b) y - u 平面相图; (c) u - z 平面相图

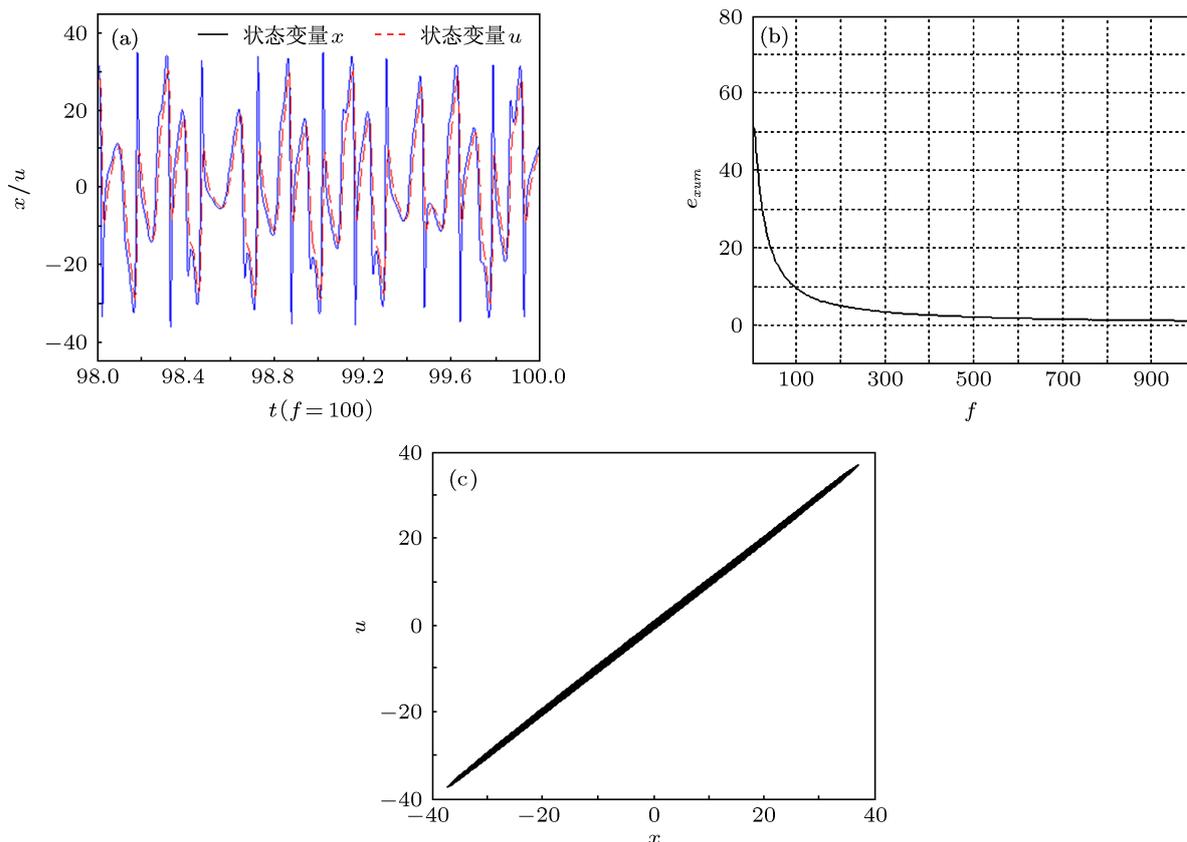


图4 系统(1)变量 u, x 随 f 变化的同步图 (a) $f = 100$ 时 u, x 时域图; (b) u, x 同步的最大误差绝对值随 f 变化情况 (c) $x-u$ 同步时平面相图

量 u 与 x, y, z 的相图如图 5 所示, 这些相图具有明显的吸引子结构特点. 此时两系统变量 u, y 的时域波形图如图 6(a) 所示; 图 6(b) 为两变量同步误差绝对值最大值 $e_{\max} = \max\{|y - u|\}$ 随 f 变化情况, 从图中可心看出随着 f 的增大, $e_{\max} \rightarrow 0$, 表明 u, y 逐渐趋于一致, 当 $f = 1000$ 时, e_{\max} 接近于 0, 说明 u, y 实现了同步; 图 6(c) 为当 $f = 1000$ 时系统两变量 u, y 之间的相图, 整个相图为一 条直线, 说明二者处于同步状态.

4) $F(x, y, z) = z$ 时, 系统 (1) 的仿真研究.

当 $F(x, y, z) = z$ 时, a, b, c, d 固定, $f = 100$ 时, 由图 1 或表 1 可知系统切换后仍为混沌状态, 系统状态变量 u 与 x, y, z 的相图如图 7 所示, 这些相图的吸引子结构特点明显. 此时两系统变量 z, u 的时域波形图如图 8(a) 所示, 从图中可以看出二者在相位上已基本一致; 图 8(b) 为两变量 u, z 在 f 为不同值时同步的误差绝对值最大值 $e_{\max} = \max\{|z - u|\}$, 从图中可以看出随着 f 的增大, $e_{\max} \rightarrow 0$, 表明二者逐渐趋于一致, 当 $f = 1000$ 时 e_{\max} 接近于 0, 说明 u, z 实现了同步; 图 8(c) 为当 $f = 1000$ 时, 系统两变量 u, z 之间的相图, 整个相图为一 条直线, 说明二者处于同步状态.

由以上的分析可知, 系统 (1) 的参数 a, b, c, d, f 固定时, 当 $F(x, y, z)$ 取不同变量 x, y, z 时, 系统均可处于混沌状态, 说明系统可以实现混沌切换, 且切换不需要调节系统参数. 仿真研究还表明, 当 f 取不同值时, 系统变量 u 与 $F(x, y, z)$ 呈现不同的一致程度, 使系统呈现出更加丰富的动力学特性, 同时需要指出的是, 本系统中的 $F(x, y, z)$ 并没有特别的限制, 它可以是系统变量 x, y, z 所构成的各种函数表达式, 只需要保证系统处于混沌状态即可, 这使本系统的切换具有更大的选择性和灵活性, 更增添了系统的动力学复杂性. 同时, 研究也表明, 本系统可实现在不同维数的混沌系统间切换.

4 系统电路设计与仿真实验

从系统 (1) 的数学模型可以发现, 系统 (1) 中的各个子系统之间虽存在一定的差异, 但也存在一定的联系. 根据系统 (1) 的动力学模型设计出能够实现混沌系统切换功能的实际电路, 系统 (1) 的电路如图 9 所示, 即采用线性电阻、电容、运算放大器、模拟乘法器及开关构成系统的物理电路. 运算

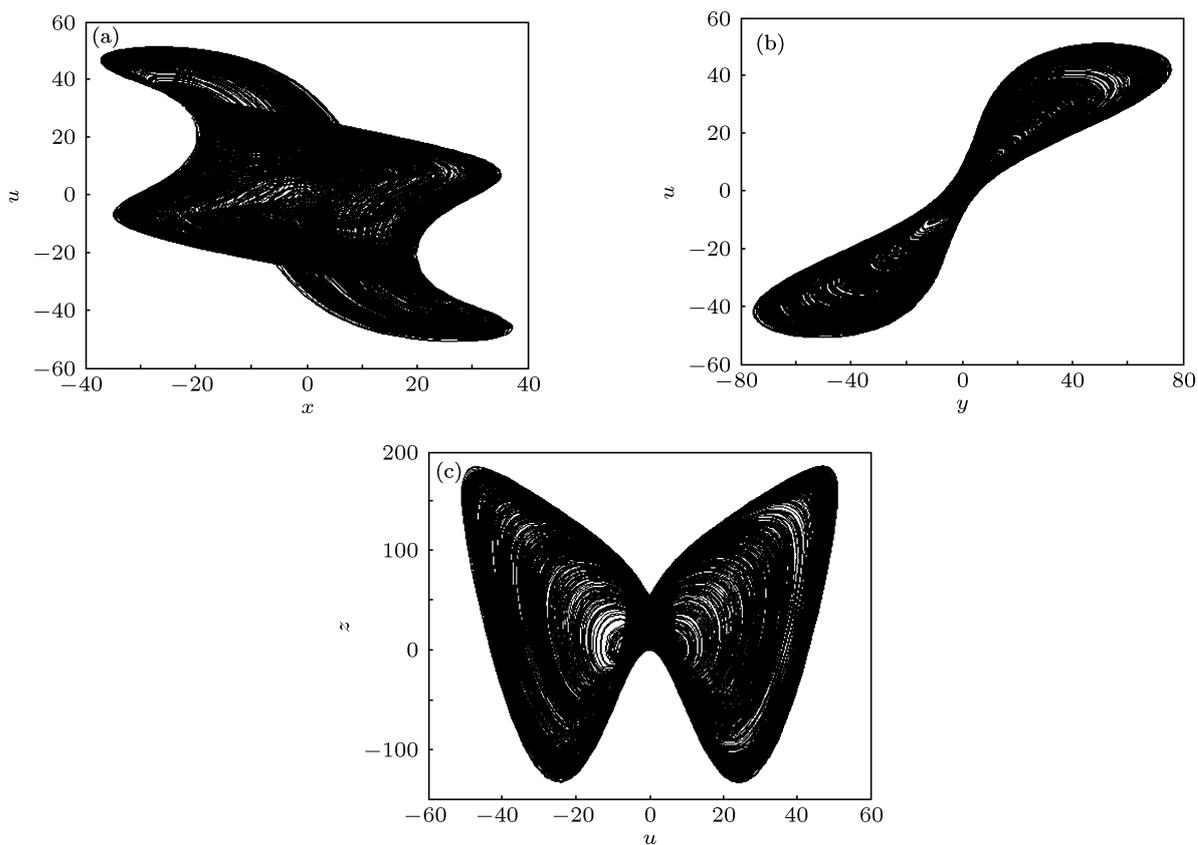


图5 系统(1) $F(x,y,z) = y$ 的相图 (a) $x-u$ 平面相图; (b) $y-u$ 平面相图; (c) $u-z$ 平面相图

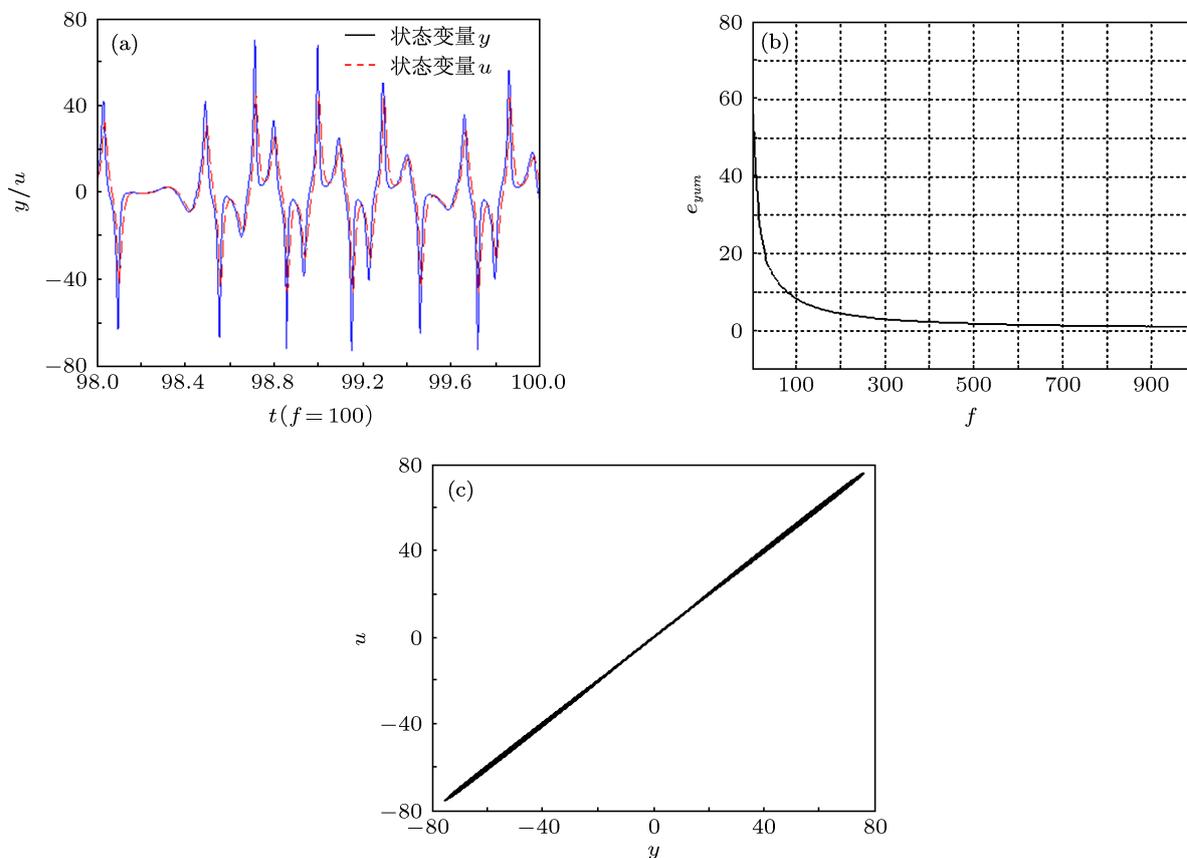


图6 系统(1) 变量 u, y 随 f 变化的同步图 (a) $f = 100$ 时 u, y 时域图; (b) u, y 同步的最大误差绝对值随 f 变化情况; (c) $y-u$ 同步时平面相图

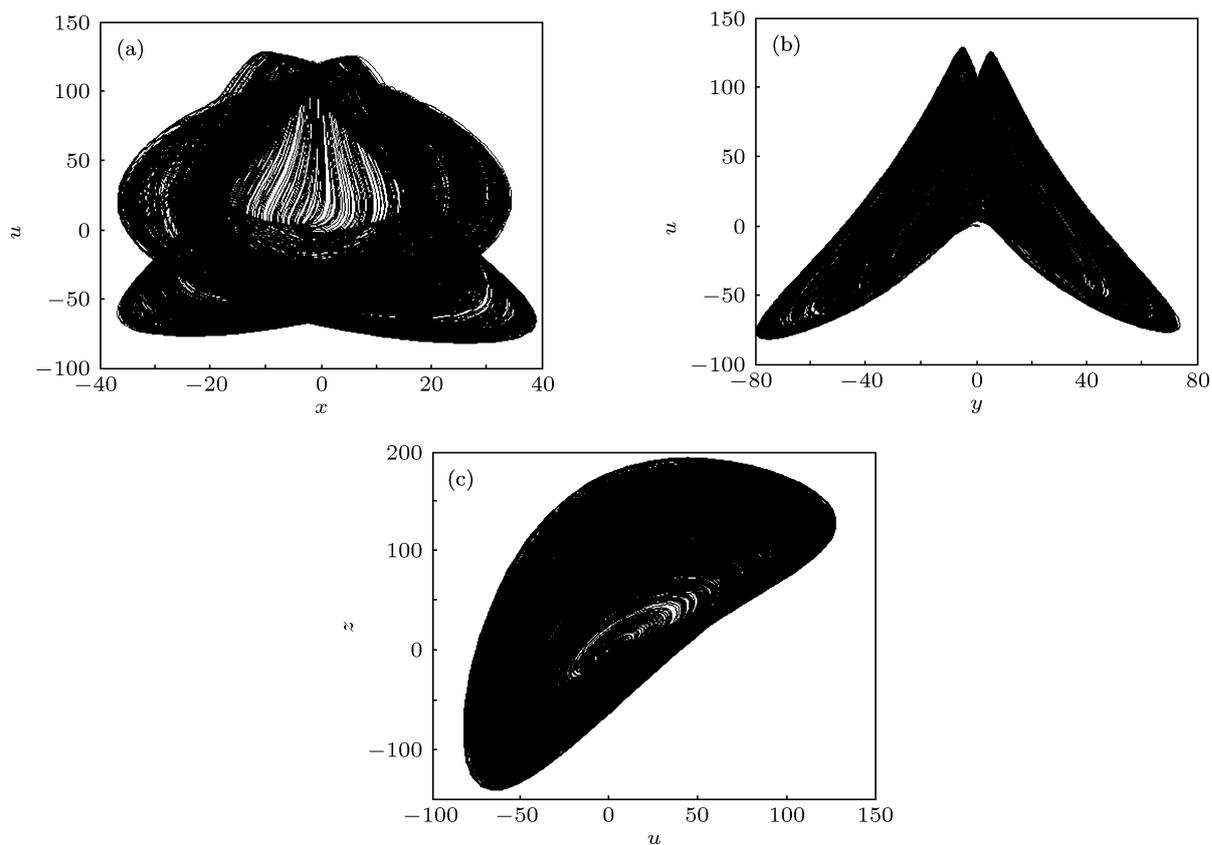


图7 系统(1) $F(x,y,z)=z$ 的相图 (a) $x-u$ 平面相图; (b) $y-u$ 平面相图; (c) $u-z$ 平面相图

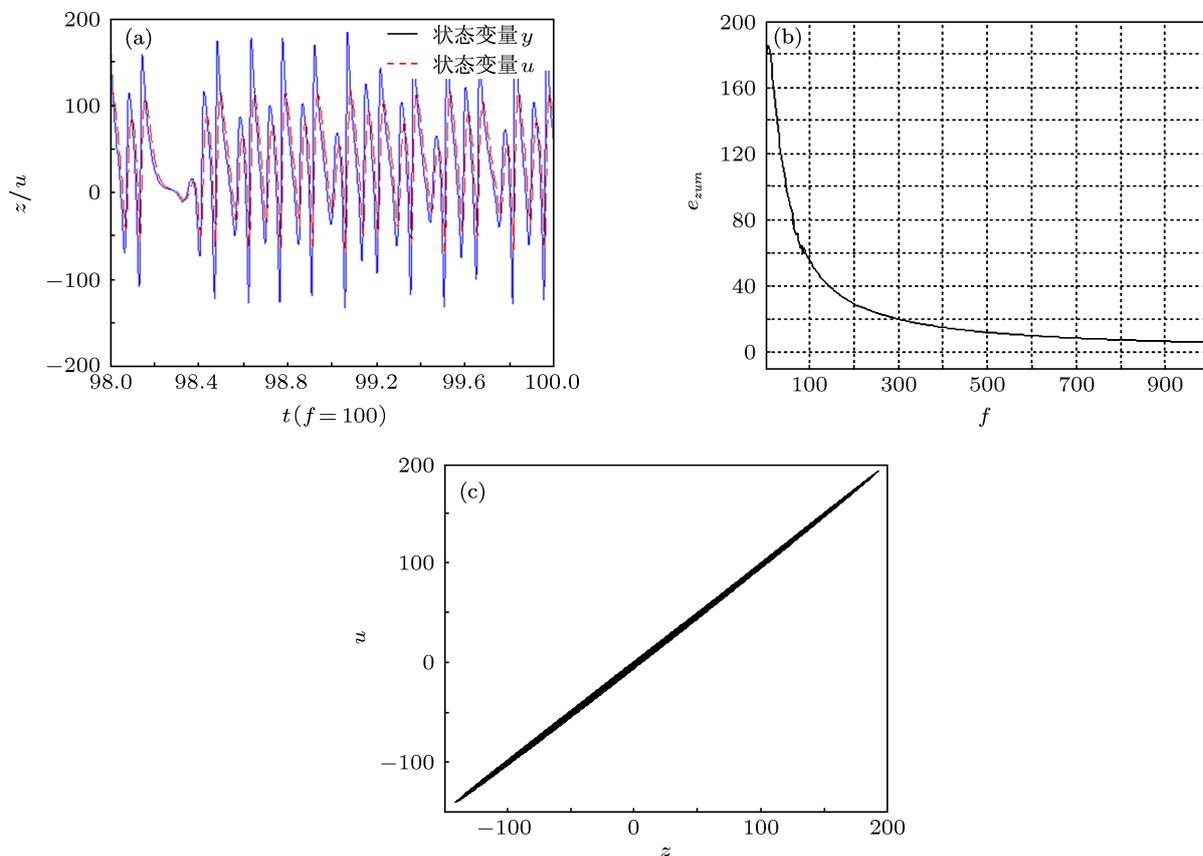


图8 系统(1) 变量 z, u 随 f 变化的同步图 (a) $f=100$ 时 z, u 时域图; (b) z, u 同步的最大误差绝对值随 f 变化情况; (c) $z-u$ 同步时平面相图

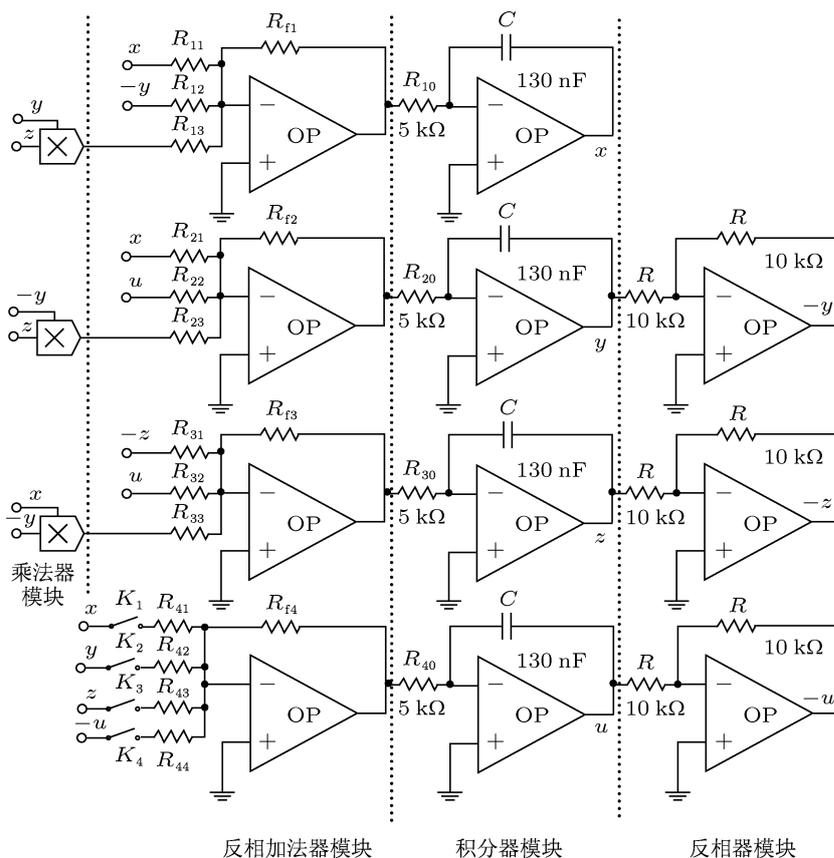


图9 系统(1)电路原理图

放大器采用 LM741, 是用来进行加、减和积分运算; 模拟乘法器采用 AD633, 实现系统中的非线性项; 开关 K_1, K_2, K_3, K_4 完成系统的切换.

由于运算放大器 LM741 的容许电压为 $\pm 18\text{ V}$, 乘法器 AD633 的容许电压仅为 $\pm 10\text{ V}$, 为了可靠地进行电路实验, 把混沌系统输出信号的电平等比例地降为原来的 $1/10$, 设

$$x = 10v_x, \quad y = 10v_y, \quad z = 10v_z, \quad u = 10v_u, \quad (13)$$

又由于系统变量的改变不影响其状态及性能, 从而令

$$x = v_x, \quad y = v_y, \quad z = v_z, \quad v_u = u, \quad (14)$$

那么系统(1)则变为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - by + 10yz, & \dot{y} &= cx - 10yz + u, \\ \dot{z} &= -200xy - dz + u, & \dot{u} &= f(F(x, y, z) - u). \end{aligned} \quad (15)$$

据系统的电路图及电路理论, 可得系统电路方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{R_{f1}}{R_{11}R_{10}C}x - \frac{R_{f1}}{R_{12}R_{10}C}y + \frac{R_{f1}}{R_{13}R_{10}C}yz, \\ \dot{y} &= \frac{R_{f2}}{R_{21}R_{20}C}x - \frac{R_{f2}}{R_{23}R_{20}C}yz + \frac{R_{f2}}{R_{22}R_{20}C}u, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -\frac{R_{f3}}{R_{33}R_{30}C}xy - \frac{R_{f3}}{R_{31}R_{30}C}z + \frac{R_{f3}}{R_{32}R_{30}C}u, \\ \dot{u} &= \frac{R_{f4}}{R_{4i}R_{40}C}(F(x, y, z) - u). \end{aligned} \quad (16)$$

将方程(15)与(16)相比较, 可得

$$\begin{aligned} a &= \frac{R_{f1}}{R_{11}R_{10}C}, & b &= \frac{R_{f1}}{R_{12}R_{10}C}, \\ c &= \frac{R_{f2}}{R_{21}R_{20}C}, & d &= \frac{R_{f3}}{R_{32}R_{30}C}, & f &= \frac{R_{f4}}{R_{41}R_{40}C}, \\ 10 &= \frac{R_{f1}}{R_{13}R_{10}C} = \frac{R_{f2}}{R_{22}R_{20}C}, \\ 1 &= \frac{R_{f2}}{R_{22}R_{20}C} = \frac{R_{f3}}{R_{32}R_{30}C}, & 200 &= \frac{R_{f3}}{R_{33}R_{30}C}. \end{aligned}$$

由上式可得到系统元件的参数, 但在参数的确定上, 为了便于参数的选定, 需要根据系统电路的结构特点及元件标称值的特点综合考虑. 由于系统电路主要由反相求和电路、积分电路及反相电路构成, 考虑反相电路主要完成变量的取反, 而积分电路的电容标称值相对于电阻标称值而言较少, 因此可以先选定积分电路的电阻和电容参数及反相电路的电阻值, 其相关参数值已在系统电路图中标出, 至于其他元件参数值可根据上述系统对应关系式进行计算匹配. 当

取 $R_{f1} = 6 \text{ k}\Omega$, $R_{f2} = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{f3} = 383 \Omega$ 时, 可对应取 $R_{11} = 360 \text{ k}\Omega$, $R_{12} = 267 \text{ k}\Omega$, $R_{13} = 931 \text{ k}\Omega$, $R_{21} = 51.1 \text{ k}\Omega$, $R_{22} = 1.54 \text{ M}\Omega$, $R_{23} = 154 \text{ k}\Omega$, $R_{31} = 16.9 \text{ k}\Omega$, $R_{32} = 590 \text{ k}\Omega$, $R_{33} = 2.49 \text{ k}\Omega$.

对于第四维电路, (15) 式中的 R_{f4} 是根据需要进行调节的电阻来控制变量间的同步状态, 而 R_{4i} 相当于电路中的 $R_{41}, R_{42}, R_{43}, R_{44}$, 因考虑参数调节的方便性, 可取 $R_{41}, R_{42}, R_{43}, R_{44}$ 为 $10 \text{ k}\Omega$. 下面分别针对不同切换状态进行电路仿真研究, 仿真软件采用 Multisim 软件.

1) 系统 (1) 为三维系统时的电路仿真研究.

当系统电路中的 K_1, K_2, K_3, K_4 全断开时, 整个电路就构成了与系统 (1) 为三维系统相一致的电路. 系统电路仿真所得的系统变量 x, y, z 的相图如

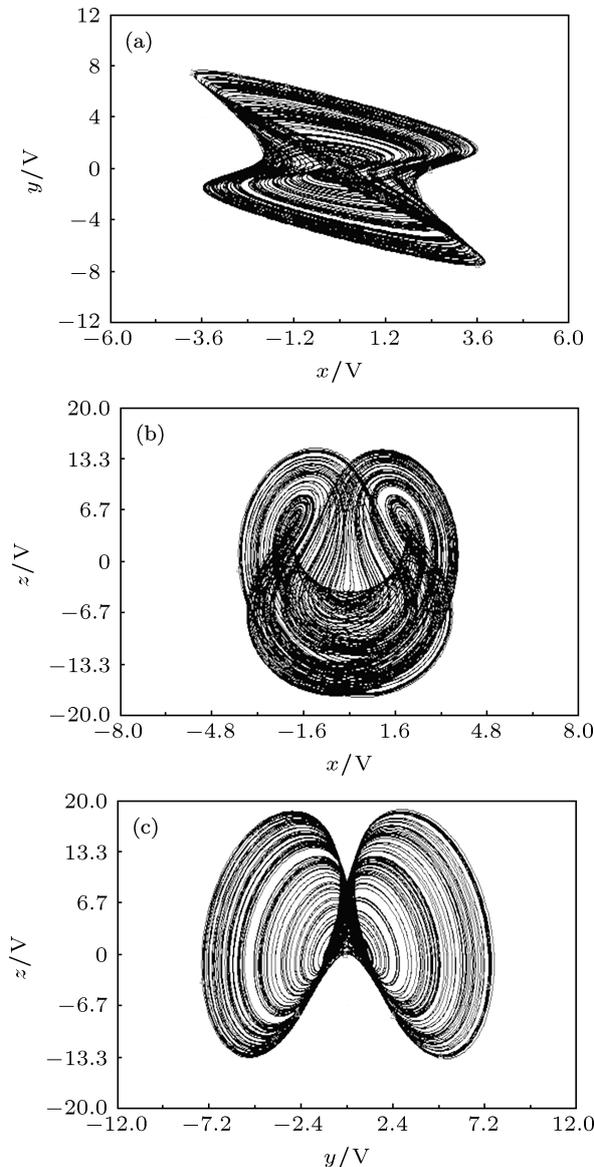


图 10 系统 (1) 为三维系统时的电路仿真相图 (a) x - y 平面相图; (b) x - z 平面相图; (c) y - z 平面相图

图 10 所示. 可以发现, 电路仿真结果与图 2 的数值仿真相图的吸引子结构符合度非常高.

2) $F(x, y, z) = x$ 时, 系统 (1) 的电路仿真结果.

当系统电路中的 K_1, K_4 闭合, 而 K_2, K_3 断开时, 整个电路就构成了与系统 (1) $F(x, y, z) = x$ 时相一致的电路. 当调节系统电路电阻 $R_{f4} = 3 \text{ k}\Omega$ 时, 系统电路仿真所得的对应系统变量 u 与 x, y, z 的相图如图 11 所示. 可以发现, 电路仿真结果与图 3 的数值仿真相图的吸引子结构符合度非常高.

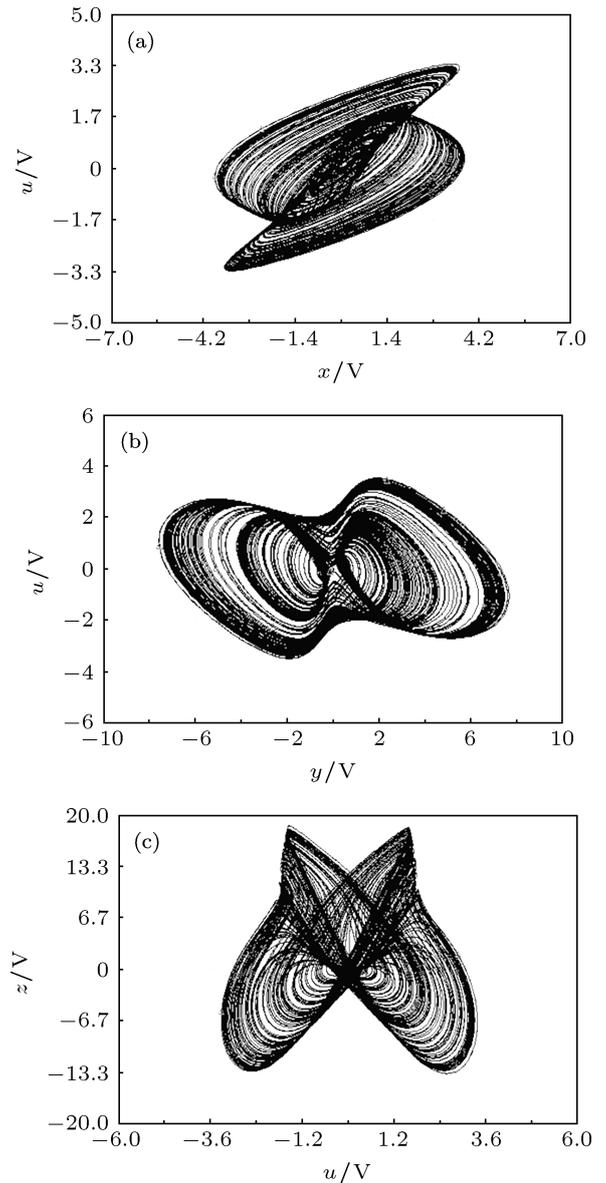


图 11 系统 (1) $F(x, y, z) = x$ 电路仿真相图 (a) x - u 平面相图; (b) y - u 平面相图; (c) u - z 平面相图

3) $F(x, y, z) = y$ 时, 系统 (1) 的电路仿真结果.

当系统电路中的 K_2, K_4 闭合, 而 K_1, K_3 断开时, 整个系统电路实质构成了系统 (1) 的 $F(x, y, z) = y$ 时的电路, 也就完成了混沌系统的切换. 此时, 保持

系统电路的电阻 $R_{f4} = 3 \text{ k}\Omega$, 系统电路仿真所得的对应系统变量 u 与 x, y, z 的相图如图 12 所示, 能够

发现, 电路仿真相图与图 5 中的数值仿真相图的吸引子结构相似程度较高.

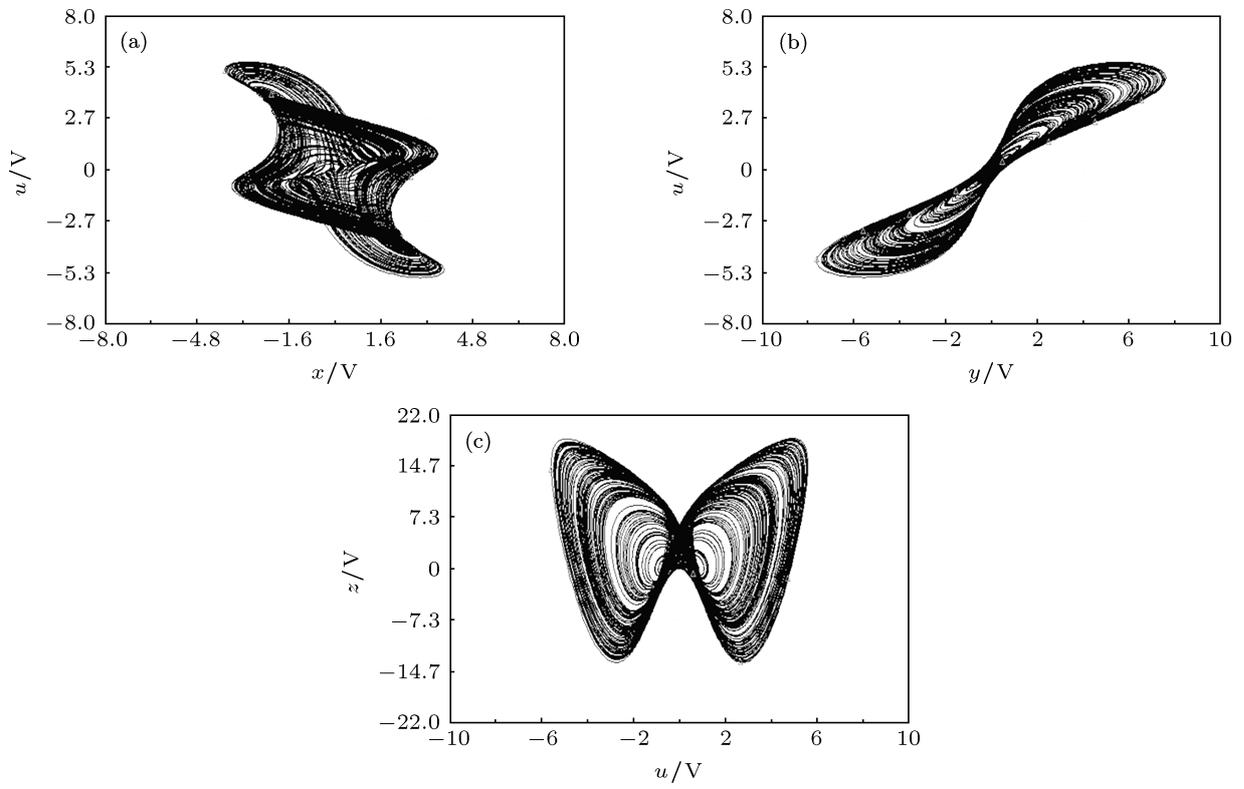


图 12 系统 (1) $F(x,y,z) = y$ 电路仿真相图 (a) $x-u$ 平面相图; (b) $y-u$ 平面相图; (c) $u-z$ 平面相图

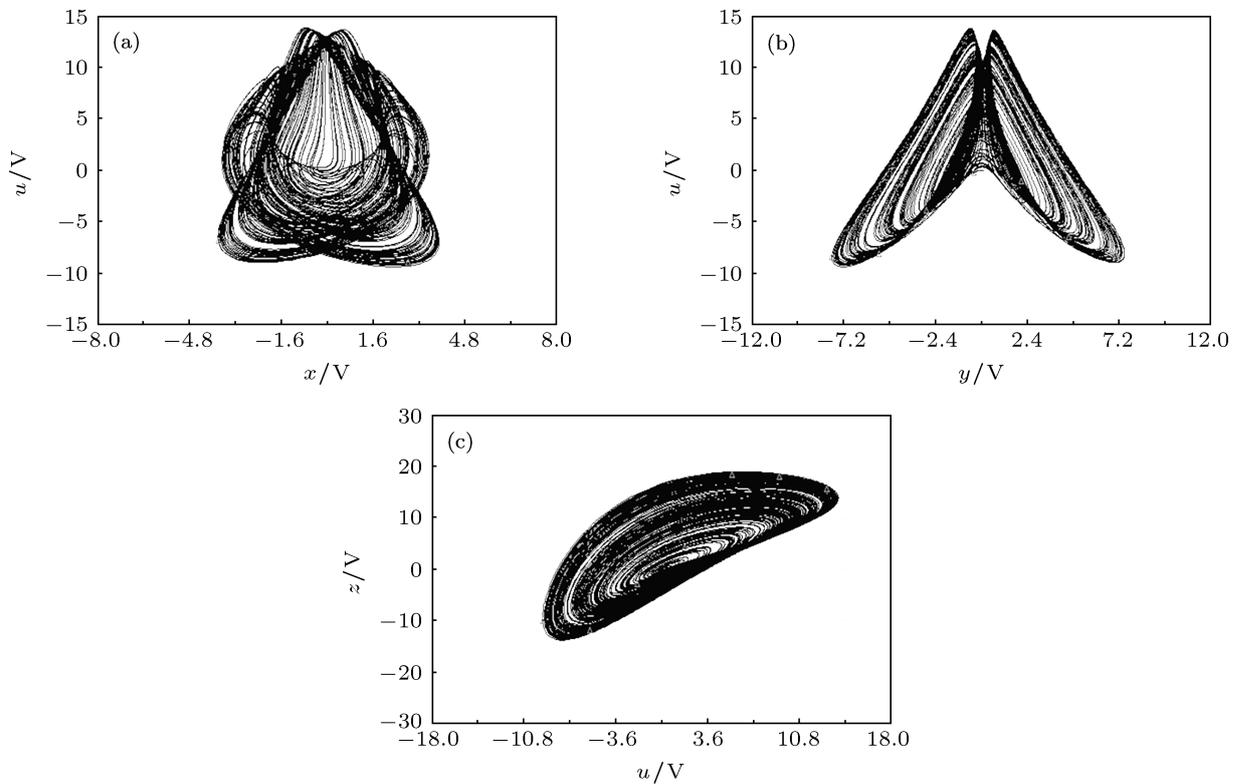


图 13 系统 (1) $F(x,y,z) = z$ 电路仿真相图 (a) $x-u$ 平面相图; (b) $y-u$ 平面相图; (c) $u-z$ 平面相图

4) $F(x,y,z) = z$ 时, 系统 (1) 的电路仿真结果.

当系统电路中的 K_3, K_4 闭合时, 而 K_1, K_2 断开时, 整个系统电路构成了与系统 (1) $F(x,y,z) = z$ 这一情况相一致的电路, 再一次完成了混沌系统的切换, 仍保持系统电阻 $R_{f4} = 3 \text{ k}\Omega$, 系统电路仿真所得的对应系统变量 u 与 x, y, z 的相图如图 13 所示. 电路仿真相图与图 7 中的数值仿真相图相似程度非常高.

5) 系统 (1) 的变量间同步仿真结果.

当系统电路通过 K_1, K_2, K_3, K_4 的选择, 可完

成 $F(x,y,z)$ 分别取 x, y 和 z 的选择, 即实现系统的切换. 当调节系统电阻 $R_{f4} = 100 \text{ k}\Omega$ 时, 可实现 $F(x,y,z)$ 与 u 的同步, 系统电路仿真所得的对应系统变量 u 与 x, y, z 的同步仿真结果如图 14 所示. 电路仿真相图, 即图 14 的 (a), (c), (e), 与图 4(c), 图 6(c), 图 8(c) 中的数值仿真相图相一致, 说明了系统 u 分别与 x, y, z 实现了同步.

由上述的电路的仿真结果可见, 电路仿真实验结果与数值仿真结果是一致的, 说明本文所提出的切换系统是可以物理实现的.

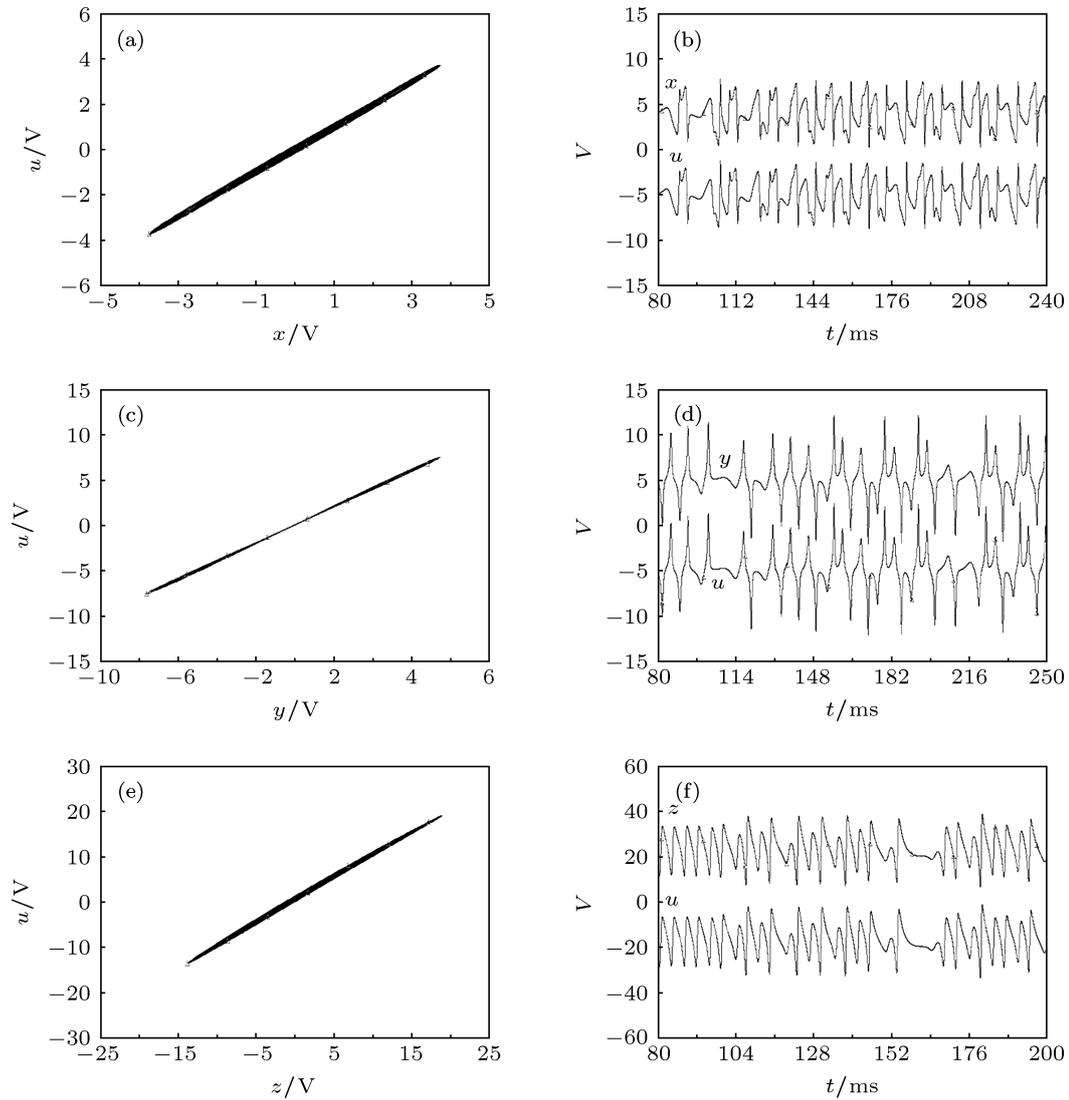


图 14 系统 (1) 变量同步电路仿真图 (a) $x-u$ 平面相图; (b) x, u 时域波形图; (c) $y-u$ 平面相图; (d) y, u 时域波形图; (e) $z-u$ 平面相图; (f) z, u 时域波形图

5 结论

本文提出了一类具有切换与内同步功能的关联混沌系统, 通过理论分析、数值仿真、Lyapunov

指数谱及分形维数等, 证实了该切换混沌系统的存在. 该系统不仅可在具有相同维数系统间切换, 还可在不同维数系统间切换, 系统切换后不需要调节系统参数. 另外, 当系统切换为四维系统时, 其第四

维状态变量能够与切换函数所对应系统变量进行同步,且其同步程度可由系统参数线性调节,通过这一调节,进一步地增强了系统的动力学复杂性,如其用于保密通信,可有利于保密通信的安全性.研究中,还给出了系统随系统参数变化的LE谱和系统变量同步误差图,研究了系统参数对系统状态变量同步的影响.最后,设计了该切换混沌系统的电子电路,并进行了电路的EWB仿真实验,仿真实

验与数值仿真结果高度符合,证实了该混沌系统的物理可实现.系统电路的切换是以键控方式实现,操作方便,变化多样,具有很强的实用性,所以该系统在保密通信和信息加密等领域中有着潜在的应用价值.需要说明的是,因篇幅限制,论文仅研究了切换函数 $F(x,y,z)$ 为 x,y 和 z 的情况,但在理论上,只要 $F(x,y,z)$ 为变量 x,y 和 z 的函数即可,因此,该切换系统的动力学特性还有待进一步地深入研究.

- [1] Kolumban G, Kennedy M P, Chua L O 1997 *IEEE Trans. Circuits and Systems I* **44** 927
- [2] Kolumban G, Kennedy M P, Chua L O 1998 *IEEE Trans. Circuits and Systems* **45** 1129
- [3] Lü J, Chen G 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 659
- [4] Lü J, Chen G, Zhang S 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 1001
- [5] Liu Y Z, Lin C S, Wang Z L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8407 (in Chinese) [刘扬正, 林长圣, 王忠林 2010 物理学报 **59** 8407]
- [6] Lü J, Chen G, Cheng D 2004 *Int. J. Bifur. Chaos* **14** 1507
- [7] Zhou W, Xu Y, Lu H 2008 *J. Phys. Lett. A* **372** 5773
- [8] Liu C X, Liu T, Liu L 2004 *Chaos Solitons Fract.* **22** 1031
- [9] Lü J, Zhou T, Zhang S 2002 *Chaos Solitons Fract.* **14** 529
- [10] Zhang Y, Chen T Q, Chen B 2005 *J. UEST China* **34** 29 (in Chinese) [张勇, 陈天麒, 陈滨 2005 电子科技大学学报 **34** 29]
- [11] Gai R, Xia X, Chen G 2006 *IEEE Trans. Auto. Contr.* **51** 1888
- [12] Zhong G Q, Tang K S 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 1423
- [13] Li Y, Chen G, Wks T 2005 *IEEE Trans. Circuits and Systems II* **52** 204
- [14] Ma X D, Bi Q S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 240506 (in Chinese) [马新东, 毕勤胜 2012 物理学报 **61** 240506]
- [15] Luo M W, Luo X H, Li H Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 020512 (in Chinese) [罗明伟, 罗小华, 李华青 2013 物理学报 **62** 020512]
- [16] Zhou X Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 030504 (in Chinese) [周小勇 2012 物理学报 **61** 030504]

A class of associated chaotic system, its switching and internal synchronization mechanism*

Zhou Xiao-Yong[†] Qiao Xiao-Hua Zhu Lei Liu Su-Fen

(Department of Electric and Information Engineering, Jiangsu University of Technology 213001, China)

(Received 27 May 2013; revised manuscript received 1 July 2013)

Abstract

A novel class of the associated chaotic systems with switching and synchronization features is proposed in this paper. The system can be switched between the same-dimensional systems, can also be switched between different-dimensional systems, when the system is switched to a four-dimensional system, the synchronization between the system variables can be realized. Basic dynamic properties and the internal synchronization mechanism of the new system are investigated via theoretical analysis, numerical simulation, Lyapunov dimension and Lyapunov exponent spectrum. Finally, the hardware for circuit of the switching chaotic system is designed and realized by using Multisim software; the chaotic system and its synchronization characteristics are simulated and achieved at the same time. The numerical simulation and circuit simulation confirm that the switching chaotic system can be realized physically, and the system has shown rich dynamic properties.

Keywords: associated chaotic system, lyapunov exponent, switching, internal synchronization

PACS: 05.45.-a, 05.45.Xt, 05.45.Gg

DOI: 10.7498/aps.62.190504

* Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2012583).

[†] Corresponding author. E-mail: zhouxy99@sohu.com