

交通流量序列混沌特性分析及 DFPSOVF 预测模型*

张玉梅^{1)†} 吴晓军¹⁾ 白树林²⁾³⁾

1) (陕西师范大学计算机科学学院, 西安 710062)

2) (西安电子工程研究所, 西安 710100)

3) (西北工业大学电子信息学院, 西安 710072)

(2013年5月16日收到; 2013年6月20日收到修改稿)

以实际采集的交通流量序列作为研究对象, 分别应用互信息法和虚假邻点法确定其延迟时间和最佳嵌入维数, 完成交通流量序列的相空间重构. 通过计算交通流量序列的饱和关联维数和最大 Lyapunov 指数判定其混沌特性. 以最小均方 (LMS) 算法为基础, 构建了一种基于 Davidon-Fletcher-Powell 方法的二阶 Volterra 模型 (DFPSOVF), 其应用了一种可随输入信号变化而实时变化的基于后验误差假设的可变收敛因子技术. DFPSOVF 模型避免了在 Volterra 模型中采用 LMS 自适应算法调整系数时参数选择不当引起的问题. 将 DFPSOVF 模型应用于具有混沌特性的短时交通流量预测, 结果表明: 当模型记忆长度与交通流量序列的嵌入维数选择一致时, 模型的预测精度较高, 可以满足交通诱导和交通控制的需要, 为智能交通控制提供了新方法、新思路及工程应用参考.

关键词: 交通流量, 混沌, DFPSOVF 模型, 预测

PACS: 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.62.190509

1 引言

交通诱导和控制是智能交通系统的重要组成部分. 实时准确的交通流预测是实现交通诱导和控制的前提与关键. 交通控制的最大周期是 2.5—3 min, 交通诱导的周期一般为 5 min. 因此, 如何准确的预测 5 min 内的交通流量是实现智能交通系统的关键. 短时交通流预测一般以路段的观测数据所构成的时间序列为基础. 在短时交通流预测中, 随着观测时间的缩短, 交通流通常表现为不规则的复杂行为^[1], 其复杂行为是否存在混沌, 以及如何识别短时交通流中的混沌, 是目前关注的问题之一^[2]. 近年来国内外交通领域学者已形成了多种行之有效的交通流预测方法, 如自回归移动平均模型^[3]、神经网络模型^[4]、Kalman 滤波法^[5]以及回归分析法^[6]等. 这些方法的共同特点是并未考虑交通流序列可能具有的混沌特性. 实际交通流系统是一个

有人参与的、时变的、开放的复杂巨系统, 具有高度的非线性和不确定性. 理论上更精确的预测方法是用符合短时交通流特性的非线性动力学理论进行建模并预测, 以提高预测精度和可信度. 对于确定性混沌系统, 采用基于混沌的相关理论进行预测, 就能获得较高的短时预测精度. 因而确定交通流序列是否具有混沌特性, 是应用混沌理论进行交通流预测的前提.

近年来混沌时间序列建模及预测已成为混沌研究领域的热点. 张家树等^[7-11]创建了混沌时间序列 Volterra 自适应预测技术的框架, 提出并研究了多种非线性 Volterra 自适应预测模型. 其中, 最小均方 (least mean square, LMS) 算法在 Volterra 模型系数更新中得到了广泛应用. 但 LMS 算法有其固有缺点, 即收敛速度依赖于输入信号的频谱, 反映到 LMS 算法中就是自相关矩阵的最大特征值与最小特征值的比值^[12-14]. 同时, LMS 算法在应用中存在合理选择参数的问题, 这也增加了其在

* 教育部新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET-110674)、陕西省自然科学基金研究计划 (批准号: 2012JQ8051)、榆林市 2012 年产研合作项目 (批准号: 2012CXY3-38) 和中央高校基本科研业务费专项基金 (批准号: GK201102010) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zym0910@snnu.edu.cn

Volterra 模型应用中的困难.

基于上述分析, 本文以实际采集的交通流量序列作为研究对象, 分别应用互信息法和虚假邻点法确定序列的延迟时间和最佳嵌入维数, 实现对交通流量序列的相空间重构. 然后, 分别对序列的饱和关联维数和最大 Lyapunov 指数两个混沌特征量进行计算, 以判定交通流量序列的混沌特性. 在 LMS 算法的基础上, 研究了一种基于 DFP 方法并应用一种可随输入信号变化而实时变化的基于后验误差假设的可变收敛因子技术的二阶 Volterra 自适应预测模型 (DFP-based second of Volterra filter, DFPSOVF), 并将这一预测模型应用于短时交通流量预测, 以期获得交通流量预测的新方法、新思路, 为智能交通控制提供工程应用参考.

2 交通流量数据采集与预处理

2.1 交通流量数据采集

实验中的交通流数据实测于陕西省西安市某路段, 采样时间从 2006 年 4 月 2 日起连续观测 8 个工作日, 观测时间为每天 7:00 至 10:00, 每 3 min 记录一次数据, 共产生 480 个数据, 每个采样点的值表示上一个 3 min 内通过的车辆数. 交通流量曲线如图 1 所示.

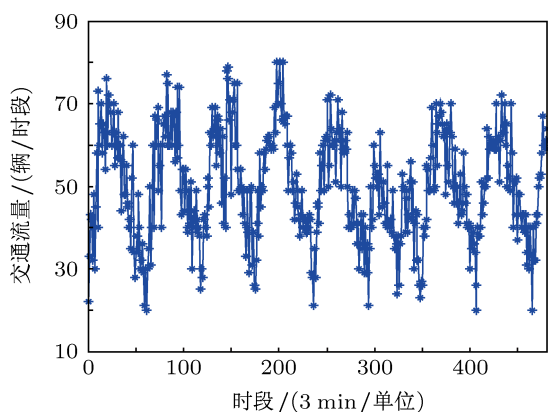


图 1 交通流量序列图

2.2 交通流量数据预处理

为讨论方便, 将所采集的数据序列记为 $\{q(n)\}_{n=1}^N$. 在进行混沌识别和预测之前, 先利用下式将交通流量序列归一化. 原时间序列重构的相空间与归一化后时间序列重构的相空间具有相同的最佳延迟时间和嵌入维数, 且它们的关联维数和

Lyapunov 指数等几何不变量也相同. 归一化公式为

$$x(n) = \frac{q(n) - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N q(n)}{\max(q(n)) - \min(q(n))},$$

其中, $\{q(n)\}_{n=1}^N$ 为原时间序列, $\{x(n)\}_{n=1}^N$ 为归一化的时间序列, N 为序列长度, $\max(q(n))$ 和 $\min(q(n))$ 分别为序列的最大值和最小值.

3 交通流量序列相空间重构

相空间重构的基本原理是 Takens^[15] 的延迟嵌入定理, 即只要适当选取嵌入维数 m 和延迟时间 τ , 原混沌动力系统的几何特征与重构的 m 维状态空间的几何特征相等价, 其具有相同的拓扑结构. 这意味着可把预测问题转化为相空间里的一个短的演化过程讨论, 从而为混沌时间序列的预测奠定坚实的理论基础.

设观测到的交通流量时间序列为

$$\{q(n)\}_{n=1}^N, \quad q(n) = q(t_0 + n\Delta t),$$

其中, t_0 为初始时间, Δt 为采样时间间隔. 选择适当的嵌入维数 m 和延迟时间 τ , 由下式重构一个 m 维的状态向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(n) = [& q(n), q(n-\tau), \dots, \\ & q(n-(m-1)\tau)]^T, \\ & n = N_0, N_0 + 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $N_0 = (m-1)\tau + 1$, $\mathbf{q}(n)$ 为相点, m 维序列 $\{\mathbf{q}(n)\}_{n=N_0}^N$ 构成一个相型, 它表示交通流系统在某一瞬间的状态. 按时间增长顺序将其相连, 即可描述交通流系统在 m 维相空间中的演化轨迹. 此时状态空间 $\mathbf{q}(n) \rightarrow \mathbf{q}(n+1)$ 的演化反映了交通系统的演化, 因此可以由历史数据进行预测.

在相空间重构中, 延迟时间 τ 和嵌入维数 m 的选取具有十分重要的意义. 文献 [16] 总结介绍了多种方法. 其中互信息法^[17] 是估计延迟时间 τ 的有效方法, 虚假邻点法^[18] 是嵌入维数 m 选取的常用方法, 在相空间重构中具有广泛应用. 因此, 本文分别采用互信息法和虚假邻点法选取延迟时间 τ 和嵌入维数 m .

3.1 互信息法选取延迟时间

设观测时间序列为 $\{x(i)\}_{i=1}^N$, i 和 $i + \tau$ 时刻观

测量之间的互信息函数^[17]为

$$I(\tau) = \sum_{i=1}^N P[x(i), x(i+\tau)] \times \log_2 \left[\frac{P[x(i), x(i+\tau)]}{P[x(i)]P[x(i+\tau)]} \right],$$

式中, $P[x(i)]$ 为点 $x(i)$ 的概率, $P[x(i), x(i+\tau)]$ 为点 $x(i)$ 和 $x(i+\tau)$ 的联合概率. 文献 [17] 建议选择 $I(\tau)$ 第一个局部最小时的 τ 为延迟时间, 因为此时产生的冗余最小, 并具有最大独立性.

利用互信息法求图 1 所示交通流量序列延迟时间 τ 的计算结果分别如图 2 和表 1 所示. 图 2 给出了交通流量序列平均互信息与延迟时间的关系曲线, 表 1 给出了交通流量序列延迟时间 τ 从 1 增加到 30 的平均互信息. 由此得到交通流量序列的互信息在 τ 为 6 时取得第一个局部最小值. 因此, 交通流量序列最佳延迟时间取 $\tau = 6$.

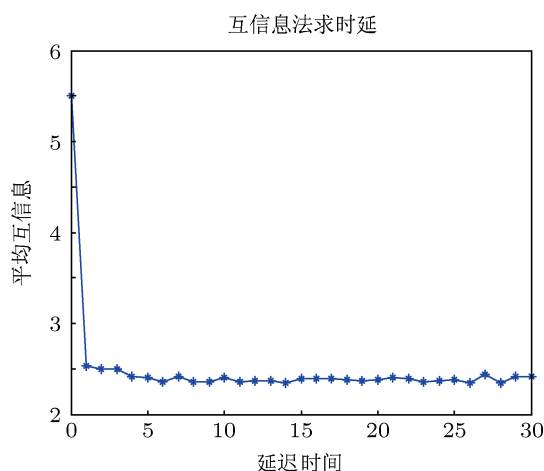


图 2 平均互信息-延迟时间关系曲线

表 1 交通流量时间序列平均互信息与延迟时间对应关系表

| 延迟时间 | 平均互信息 | 延迟时间 | 平均互信息 | 延迟时间 | 平均互信息 |
|------|--------|------|--------|------|--------|
| 1 | 5.4983 | 11 | 2.4034 | 21 | 2.3784 |
| 2 | 2.5340 | 12 | 2.3597 | 22 | 2.3984 |
| 3 | 2.4966 | 13 | 2.3675 | 23 | 2.3910 |
| 4 | 2.4930 | 14 | 2.3633 | 24 | 2.3568 |
| 5 | 2.4186 | 15 | 2.3416 | 25 | 2.3735 |
| 6 | 2.3981 | 16 | 2.3880 | 26 | 2.3807 |
| 7 | 2.4111 | 17 | 2.3912 | 27 | 2.3484 |
| 8 | 2.4088 | 18 | 2.3920 | 28 | 2.4400 |
| 9 | 2.3570 | 19 | 2.3836 | 29 | 2.3433 |
| 10 | 2.3582 | 20 | 2.3668 | 30 | 2.4173 |

3.2 虚假邻点法选取嵌入维数

虚假邻点法的基本原理是: 当嵌入维数较小

时吸引子在相空间中不能完全打开, 吸引子在嵌入空间就会产生一些投影点, 投影点与相空间中的其他点形成最邻近点. 而在原系统中, 这两个点并非真正的最近邻点. 确定最佳嵌入维数^[18]的步骤如下:

1) 在嵌入维数为 m 的嵌入空间中, 找出每个点的欧氏距离最邻近点, 任意两点 \mathbf{X}_i 与 \mathbf{X}_j 之间的欧氏距离为

$$\|\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j\| = \left[\sum_{l=0}^{m-1} (x_{i+l\tau} - x_{j+l\tau})^2 \right]^{1/2}.$$

2) 当任意一对最邻近点满足以下两条判据之一时, 即为虚假邻近点.

判据 1

$$\left[\frac{R_{m+1}^2(i, j) - R_m^2(i, j)}{R_m^2(i, j)} \right]^{1/2} = \frac{|x_{i+m\tau} - x_{j+m\tau}|}{R_m(i, j)} > R_{tol},$$

其中, $R_{m+1}^2(i, j)$, $R_m^2(i, j)$ 表示在嵌入维数分别为 $m+1$ 和 m 时任意一对最邻近点之间距离的平方; R_{tol} 为门限值, 一般可以取 [10,50], 本文取 $R_{tol} = 15$.

判据 2

$$\frac{R_{m+1}(i, j)}{R_A} > A_{tol},$$

其中

$$R_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n) - \bar{x}]^2,$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n),$$

$$A_{tol} = 2, \quad R_{m+1}(i, j)$$

定义同上.

3) m 从 1 开始, 计算虚假邻近点与相点总数的比值, 然后增加 m , 直到虚假邻近点的比例小于 5% 或虚假邻近点不再随着 m 的增加而减少时, 可认为吸引子几何结构完全打开, 此时的 m 为最佳嵌入维数. 对图 1 所示交通流量序列的嵌入维数计算结果分别如图 3 和表 2 所示, 由此得到交通流量序列的最佳嵌入维数 $m = 5$.

3.3 相空间重构

应用 3.1 和 3.2 得到的延迟时间和嵌入维数对如图 1 所示的交通流量序列按照 (1) 式进行相空间重构, 即

$$\begin{array}{cccc}
 q(N_0) & q(N_0 + 1) & \cdots & q(N) \\
 q(N_0 - \tau) & q(N_0 + 1 - \tau) & \cdots & q(N - \tau) \\
 q(N_0 - 2\tau) & q(N_0 + 1 - 2\tau) & \cdots & q(N - 2\tau) \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 q(N_0 - (m-1)\tau) & q(N_0 + 1 - (m-1)\tau) & \cdots & q(N - (m-1)\tau) \\
 q(N_0) & q(N_0 + 1) & \cdots & q(N)
 \end{array}$$

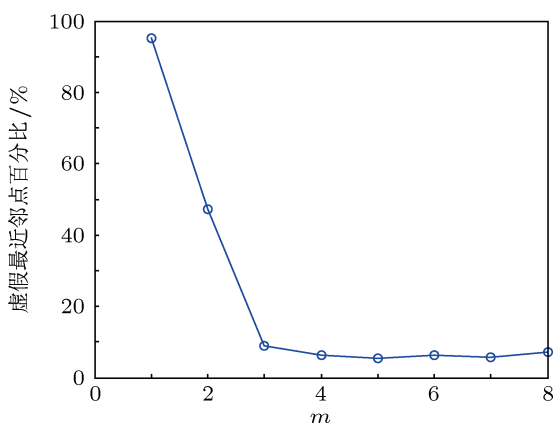


图3 虚假最近邻点 - 嵌入维数曲线

表2 交通流量虚假最近邻点百分比与嵌入维数对应关系表

| 嵌入维数 | 虚假最近邻点百分比 | 嵌入维数 | 虚假最近邻点百分比 |
|------|-----------|------|-----------|
| 1 | 95.283 | 5 | 5.4717 |
| 2 | 47.1698 | 6 | 6.2264 |
| 3 | 9.0566 | 7 | 5.6604 |
| 4 | 6.2264 | 8 | 7.1698 |

其中, $q(\cdot)$ 为交通流量序列中的某一采样值, $q(n)$ 为相空间重构获得的相点, 对于本文研究的交通流量序列: 延迟时间 $\tau = 6$, 嵌入维数 $m = 5$.

4 交通流量序列混沌特性识别

本文从两个基本特征判断交通流量序列是否具有混沌特性. 一是系统相空间中的吸引子是否具有自相似结构的分数维几何体, 二是系统对于初始条件是否敏感. 下面通过计算饱和关联维数和最大 Lyapunov 指数这两个特征量, 对交通流量序列的混沌特性进行识别.

4.1 G-P 算法计算关联维数

G-P 算法^[19] 是计算时间序列吸引子关联维数的一种常用方法. 对于随机序列, 关联维数随着嵌

入维数的增加而增大, 不会达到饱和; 而对于混沌序列, 关联维数随着嵌入维数的增加而逐渐趋于饱和. 因此, 可根据关联维数是否具有饱和现象来区别混沌序列与随机序列. G-P 算法的计算过程^[19] 如下:

从向量集 $\{\mathbf{X}_j\}_{j=1}^p$ 的 p 个向量中任选一个基准向量 \mathbf{X}_i , 计算其余 $p-1$ 个向量到 \mathbf{X}_i 的距离

$$r_{ij} = \|\mathbf{X}_{ij}\| = \sum_{l=0}^{p-1} [\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_l]. \quad (2)$$

对所有的 $\mathbf{X}_i (i = 1, 2, 3, \dots, p)$ 重复这一过程, 得到如下关联积分函数:

$$C_m(r) = \frac{2}{p(p-1)} \sum_{i,j=1}^p \theta(r - \|\mathbf{X}_{ij}\|), \quad (3)$$

其中, $\theta(u) = \{1, u \geq 0; \text{或} 0, u < 0\}$; r 为无标度观测尺度. 当 r 充分小时, (3) 式逼近下式:

$$\ln C_m(r) = \ln C + D(m) \ln r, \quad (4)$$

则相空间 \mathbf{R}^m 中奇异吸引子的关联维 D_2 可以表示为

$$D_2 = \lim_{m \rightarrow \infty, r \rightarrow 0} [\partial \ln C_m(r) / \partial \ln r]. \quad (5)$$

本文利用 G-P 算法计算交通流量序列的饱和关联维数. 图 4 给出了交通流量序列的 $\ln C(r) - \ln(r)$ 关系曲线, 其中, $C(r)$ 为相关函数, r 为以 \mathbf{X}_i 为球面中心的半径. $\ln C(r) - \ln(r)$ 曲线随嵌入维数 m 增大逐渐平行, 即关联维数逐渐达到饱和. 由 (5) 式得到交通流量序列的吸引子关联维数为 $D_2(m) = 2.2874$, 其分数维形式表明交通流量序列存在混沌特征.

4.2 小数据量法计算最大 Lyapunov 指数

小数据量法^[20] 是计算小数据量样本最大 Lyapunov 指数的一种有效方法. 它具有计算速度快、抗噪声能力强的特点. 其计算过程^[20] 如下.

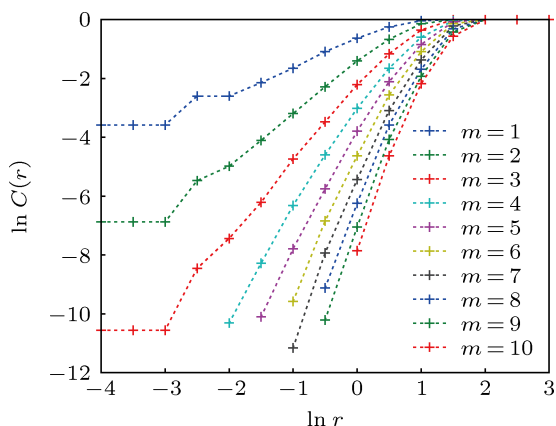


图4 交通流量序列 $\ln C(r)-\ln(r)$ 曲线

在相空间重构后, 要寻找相空间中每个点 \mathbf{X}_j 的最近邻点 $\mathbf{X}_{\hat{j}}$, 即

$$d_j(0) = \min_{\mathbf{X}_{\hat{j}}} \|\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_{\hat{j}}\|, \quad |j - \hat{j}| > P, \quad (6)$$

其中, $j = N_0, N_0 + 1, \dots, N$, $N_0 = (m - 1)\tau + 1$, $d_j(0)$ 表示到第 j 个点的最近距离, P 为时间序列的平均周期, 最大 Lyapunov 指数可通过相空间中每个点的最近邻点的平均发散速率进行估计. 最大 Lyapunov 指数估计公式为

$$\lambda_1(i) = \frac{1}{i \cdot \Delta t} \cdot \frac{1}{(N - i)} \sum_{j=N_0}^{N-i} \ln \frac{d_j(i)}{d_j(0)}, \quad (7)$$

其中, $i = N_0, N_0 + 1, \dots, N$, Δt 为样本周期, $d_j(i)$ 是第 j 个最近邻点经过 i 个离散时间步长的距离. Sato 等将估计公式改进为

$$\lambda_1(i, k) = \frac{1}{k \cdot \Delta t} \cdot \frac{1}{(N - k)} \sum_{j=N_0}^{N-k} \ln \frac{d_j(i+k)}{d_j(i)}, \quad (8)$$

其中, k 是常数. 结合 Sato 等的估计式有

$$d_j(i) \approx C_j e^{\lambda_1(i \cdot \Delta t)}, \quad C_j = d_j(0).$$

将上式两边取对数得到

$$\ln d_j(i) \approx \ln C_j + \lambda_1(i \cdot \Delta t).$$

最大 Lyapunov 指数相当于上式直线的斜率, 可通过最小二乘法逼近这组直线而得到, 即

$$y(i) = \frac{1}{q \Delta t} \sum_{j=1}^q \ln d_j(i),$$

其中, q 为非零 $d_j(i)$ 的数目, $y(i)$ 为距离 $d_j(i)$ 对 q 累积和的平均值.

本文采用上述的小数据量法计算交通流量序列的最大 Lyapunov 指数, 演化步数 i 分别取 30, 60, 90, 120, 240 和 360, 计算结果如表 3 所示. 图 5、图 6 和图 7 分别给出 i 为 30, 120 和 360 的计算结果.

从表 3 得到交通流量序列的最大 Lyapunov 指数均大于零, 表明交通流量序列具有混沌特性. 同时, 由表 3 可以看出, 演化步数的变化对交通流量序列的最大 Lyapunov 指数影响较小.

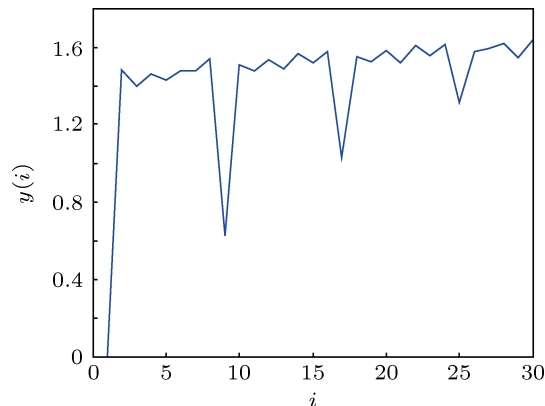


图5 交通流量序列的最大 Lyapunov 指数 ($i = 30$)

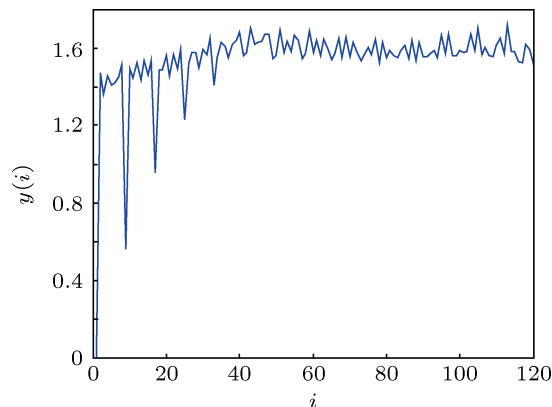


图6 交通流量序列的最大 Lyapunov 指数 ($i = 120$)

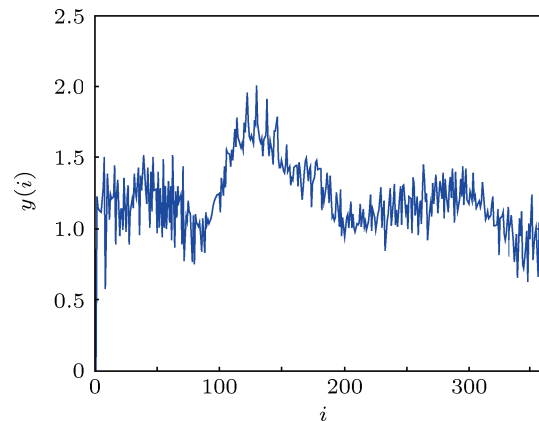


图7 交通流量序列的最大 Lyapunov 指数 ($i = 360$)

表3 交通流量序列的最大 Lyapunov 指数

| 演化步数 i | λ | 演化步数 i | λ |
|----------|-----------|----------|-----------|
| 30 | 0.1590 | 120 | 0.1533 |
| 60 | 0.1569 | 240 | 0.1313 |
| 90 | 0.1578 | 360 | 0.1354 |

5 DFPSOVF 模型和预测

5.1 Volterra 模型

二阶截断 Volterra 模型^[12] 定义如下:

$$\hat{y}(n) = h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} h_1(i; n-1)x(n-i) + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} h_2(i, j; n-1)x(n-i)x(n-j), \quad (9)$$

其中, $x(n)$ 和 $\hat{y}(n)$ 分别表示 n 时刻的输入信号和自适应输出, h_0 表示常数项 (为方便起见, 本文将 h_0 设为 0), m 表示模型的记忆长度, $h_1(i; n-1)$ 和 $h_2(i, j; n-1)$ 分别为 n 时刻需要更新的线性项系数和平方项系数. 记

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(n-1) &= [h_1(0; n-1), h_1(1; n-1), \dots, \\ &\quad h_1(m-1; n-1), \\ &\quad h_2(0, 0; n-1), h_2(0, 1; n-1), \dots, \\ &\quad h_2(m-1, m-1; n-1)]^T, \\ \mathbf{X}(n) &= [x(n), x(n-1), \dots, x(n-(m-1)), \\ &\quad x^2(n), x(n)x(n-1), \dots, x^2(n-(m-1))]^T, \end{aligned}$$

其中, $(\cdot)^T$ 表示向量转置. 因此, (9) 式可表示为如下向量形式:

$$\hat{y}(n) = \mathbf{H}^T(n-1)\mathbf{X}(n). \quad (10)$$

令 $e(n)$ 为 n 时刻的先验误差信号, $y(n)$ 为 n 时刻的期望输出, 则 n 时刻的平方误差为

$$e^2(n) = (y(n) - \hat{y}(n))^2. \quad (11)$$

对于 (10) 式描述的二阶 Volterra 模型, 应用最速下降法使系数向量 $\mathbf{H}(n-1)$ 以梯度负方向变化, 得到应用 LMS 算法的系数向量 $\mathbf{H}(n-1)$ 的迭代公式

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(n) &= \mathbf{H}(n-1) - \mu \nabla_{\mathbf{H}} e^2(n) \\ &= \mathbf{H}(n-1) - \mu \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{H}} \\ &= \mathbf{H}(n-1) + 2\mu e(n)\mathbf{X}(n), \end{aligned} \quad (12)$$

其中, μ 为收敛因子, 其控制 LMS 算法的收敛速度与稳定性. 为保证算法收敛, $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$, λ_{\max} 是输入向量 $\mathbf{X}(n)$ 的自相关矩阵的最大特征值^[13,14]. 因此, 当最大特征值较大时, μ 取值较小, 从而导致 LMS 算法收敛速度较慢.

5.2 DFPSOVF 模型

输入信号频谱对系统收敛速度的影响可以应用二阶统计特性^[21] 进行减弱, 比如采用 Newton 方法. Newton 方法实质上是通过最速下降方向左乘输入信号自相关逆矩阵使得搜索方向改变的一种方法. 将 Newton 方法用于基于 LMS 算法的 Volterra 系数更新 (12) 式, 得到

$$\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + 2\mu e(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n), \quad (13)$$

其中, $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)$ 表示输入向量 $\mathbf{X}(n-1)$ 的自相关逆矩阵, 即

$$\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1) = (\mathbf{X}(n-1)\mathbf{X}^T(n-1))^{-1}. \quad (14)$$

同时, 考虑在 Volterra 系数更新公式中引入可变收敛因子. 将 (13) 式改写为

$$\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + 2\mu(n)e(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n). \quad (15)$$

为简单起见, 对 (15) 式中的符号进行简化, 引入

$$\mathbf{D}_{n-1} = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1), \quad (15a)$$

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{X}(n), \quad (15b)$$

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}(n), \quad (15c)$$

$$\mu_n = \mu(n), \quad (15d)$$

$$e_n = e(n). \quad (15e)$$

因此, 将 (15) 式改写为

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}_{n-1} + 2\mu_n e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n. \quad (16)$$

应用 DFP 方法^[21] 的自相关逆矩阵估计的递归更新公式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{p}_{n-1}\mathbf{p}_{n-1}^T}{\mathbf{p}_{n-1}^T \mathbf{q}_{n-1}} \\ &\quad - \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{q}_{n-1} \mathbf{q}_{n-1}^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{q}_{n-1}^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{q}_{n-1}}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{p}_{n-1} = \mathbf{H}_n - \mathbf{H}_{n-1}, \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{n-1} &= \hat{\mathbf{V}}_n - \hat{\mathbf{V}}_{n-1} \\ &= 2\mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{p}_{n-1}. \end{aligned} \quad (17b)$$

将 (17b) 式代入 (17) 式, 得到自相关逆矩阵估计的递归更新公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{p}_{n-1}\mathbf{p}_{n-1}^T}{2|\mathbf{p}_{n-1}^T \mathbf{X}_n|^2} \\ &\quad - \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}. \end{aligned} \quad (18)$$

下面给出可变收敛因子 μ_n 的推导. 这里, 引入后验误差并定义为

$$\varepsilon(n) = y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n. \quad (19)$$

取后验误差平方关于收敛因子 μ_n 的导数, 得到

$$\frac{\partial \varepsilon^2(n)}{\partial \mu_n} = 2[y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n] \times [-2e_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n]. \quad (20)$$

令该式为 0, 得到

$$y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n = 0. \quad (21)$$

将 (16) 式代入 (21) 式左边并进行化简

$$\begin{aligned} y_n - \mathbf{H}_n^T \mathbf{X}_n &= y_n - (\mathbf{H}_{n-1} + 2\mu_n e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n)^T \mathbf{X}_n \\ &= e_n (1 - 2\mu_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (22)$$

得到

$$\mu_n = \frac{1}{2\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}. \quad (23)$$

令 $\tau(n) = \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n$, 由 (23) 式得到

$$\mu_n = \frac{1}{2\tau(n)}. \quad (24)$$

将 (23) 式代入 (16) 式, 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_n &= \mathbf{H}_{n-1} + 2\mu_n e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \\ &= \mathbf{H}_{n-1} + \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}. \end{aligned} \quad (25)$$

由 (25) 式得到

$$\mathbf{H}_n - \mathbf{H}_{n-1} = \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}. \quad (26)$$

因此, 将 (26) 式代入 (17a) 式, 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{n-1} &= \mathbf{H}_n - \mathbf{H}_{n-1} \\ &= \frac{e_n \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n}. \end{aligned} \quad (27)$$

将 (27) 式代入 (18) 式, 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} \left(\frac{1}{2\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} - 1 \right) \\ &= \mathbf{D}_{n-1} + \frac{\mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{X}_n} (\mu_n - 1). \end{aligned} \quad (28)$$

因此, 基于 DFP 算法的二阶 Volterra 模型系数向量的更新过程如下:

初始化

分别给定记忆长度 m 和序列长度 N 为某一确定值, 给定输入信号 $x(n)$ 和期望值 $y(n)$, 令

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(0) &= \mathbf{H}(1) = \dots = \mathbf{H}(m-1) = \mathbf{0}, \\ \hat{\mathbf{R}}^{-1}(0) &= \hat{\mathbf{R}}^{-1}(1) = \dots = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(m-1) = \mathbf{I}, \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{0}$ 和 \mathbf{I} 分别为 $\frac{m^2+3m}{2}$ 维零向量和 $\left(\frac{m^2+3m}{2}\right) \times \left(\frac{m^2+3m}{2}\right)$ 维单位矩阵.

计算

令 $n = m$

(a) 构造向量

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(n) &= [x(n), x(n-1), \dots, x(n-(m-1)), \\ &\quad x^2(n), x(n)x(n-1), \dots, x^2(n-(m-1))]^T; \end{aligned}$$

(b) $\hat{y}(n) = \mathbf{H}^T(n-1)\mathbf{X}(n)$;

(c) $e(n) = y(n) - \hat{y}(n)$;

(d) $\mu(n) = \frac{1}{2\mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)}$;

(e) $\mathbf{H}(n) = \mathbf{H}(n-1) + 2\mu(n)e(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)$;

(f) $\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n) = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1) + \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)}{\mathbf{X}^T(n)\hat{\mathbf{R}}^{-1}(n-1)\mathbf{X}(n)}(\mu(n)-1)$;

(g) $n = m + 1$. 如果 $n \leq N$, go(a), 否则 end.

5.3 交通流量序列的 DFPSOVF 预测算例

本实验用来说明 DFPSOVF 模型在短时交通流量自适应预测中的应用. 使用如图 1 所示的交通流量数据作为预测的原始数据, 将 DFPSOVF 预测模型应用于交通流量预测. 将交通流量数据分为两部分: 第一部分用于构造训练样本, 建立 DFPSOVF 自适应预测模型; 第二部分作为测试样本, 用于检验该预测方法的效果. 为评价预测结果的优劣, 以预测 RMSE 作为评价标准, 其定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x(k) - \hat{x}(k)|^2}.$$

应用 DFPSOVF 模型对采样时间为 3 min 的短时交通流量序列进行预测. 为研究记忆长度对 DFPSOVF 模型的影响, 分别对记忆长度取 3 到 8 时的预测结果进行比较. 实际交通流量与预测结果之间的绝对误差曲线如图 8 所示, 预测的 RMSE 见表 4. 由表 4 可以看出, 对于研究的实测交通流量序列, 以预测 RMSE 作为评价标准, 当记忆长度取 5, 6, 7 时其预测精度较高. 同时, 依据上述相空间重构的

嵌入维数选择 DFPSOVF 模型的记忆长度. 本文相空间重构嵌入维数 $m = 5$, 因此选择 DFPSOVF 模型的记忆长度为 5. 应用记忆长度为 5 的 DFPSOVF 模型对采样时间为 3 min 的短时交通流序列进行预测, 真实值与预测结果的比较如图 9(a) 所示, 预测的绝对误差如图 9(b) 和 (c) 所示. 上述结果表明, DFPSOVF 模型的预测结果能够很好的反映交通流量变化的趋势和规律, 预测精度高, 完全可以满足交通控制和诱导的需要.

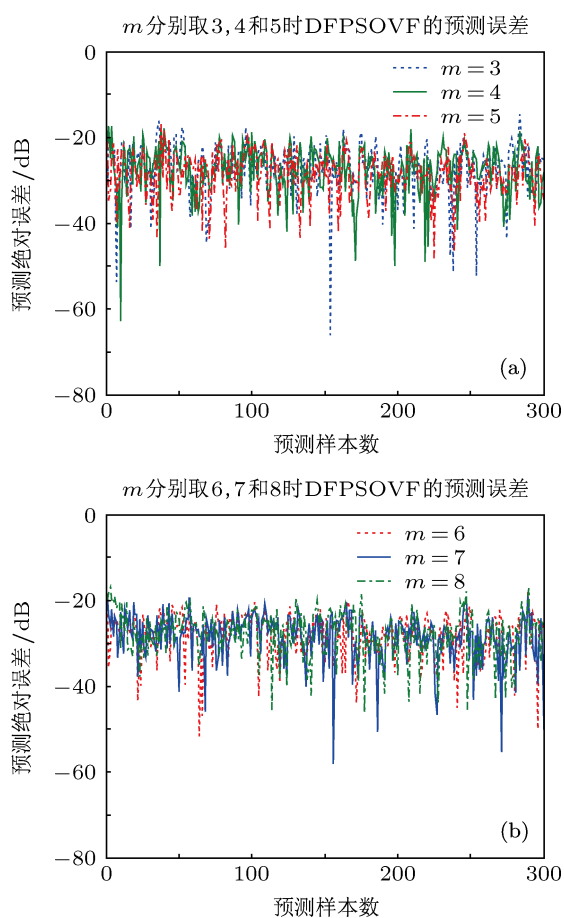


图 8 在不同记忆长度时, DFPSOVF 模型对于实测交通流量序列的单步预测误差 (a) m 分别取 3, 4 和 5 时的预测误差; (b) m 分别取 6, 7 和 8 时的预测误差

6 结论

本文对交通流量序列进行了相空间重构, 对其混沌特性进行了识别, 判定了交通流量序列的混沌特性. 针对 LMS 算法存在的对输入信号特性的依赖以及参数选择不当引起的问题, 研究了一种基于 DFP 方法的二阶 Volterra 模型 DFPSOVF. 最后, 将 DFPSOVF 模型应用于具有混沌特性的实测交通流

表 4 记忆长度不同时, 交通流量序列的单步预测 RMSE

| 记忆长度 | RMSE | 记忆长度 | RMSE |
|------|-----------------------|------|-----------------------|
| 3 | 5.24×10^{-3} | 6 | 3.20×10^{-3} |
| 4 | 4.53×10^{-3} | 7 | 3.20×10^{-3} |
| 5 | 2.55×10^{-3} | 8 | 4.23×10^{-3} |

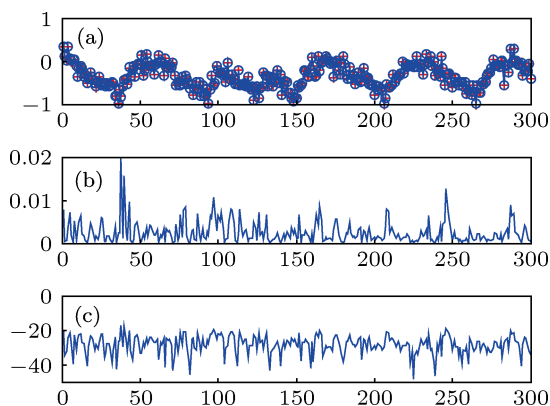


图 9 在记忆长度为 5 时, DFPSOVF 模型对于实测交通流量序列的预测及绝对误差 (a) 真实值 (+) 与预测值 (o); (b) 预测绝对误差; (c) 预测绝对误差 dB 表示

量序列的预测. 对本文所做的工作归纳如下:

1. 分别采用互信息法和虚假邻点法计算了交通流量序列的延迟时间和嵌入维数, 实现了交通流量序列的相空间重构. 利用 G-P 算法对交通流量序列的饱和关联维数进行计算, 结果表明其具有分数饱和关联维数. 利用小数据量法对交通流量序列的最大 Lyapunov 指数进行计算, 结果表明其最大 Lyapunov 指数大于零. 这两个特征量的计算结果表明, 交通流量序列具有混沌特性.

2. 针对具有混沌特性的实测交通流量序列, 研究了一种基于后验误差假设的具有可变收敛因子特性的 DFP 自适应算法, 以实时调整二阶 Volterra 模型的系数. 应用 DFPSOVF 模型对交通流量序列进行预测. 仿真结果表明了对具有混沌特性的交通流量序列预测的有效性和准确性. 因此, 对于交通诱导和控制而言, 本文提供的方法为准确的交通流量预测提供了一种有益尝试.

3. 分析了 DFPSOVF 模型的记忆长度对交通流量预测精度的影响. 结果表明 DFPSOVF 模型记忆长度对交通流量预测精度影响明显, 可以依据相空间重构的嵌入维数选择 DFPSOVF 模型的记忆长度.

- [1] Li T 2005 *Phys. D* **207** 41
- [2] Low D J, Addison P S 1997 *Proceeding of the 30th ISATA Conference* Florence, Italy, June 16-19, 1997 p175
- [3] Tong M R, Xue H X, Lin L 2008 *J. of Highway and Transportation Research and Development* **25** 124 (in Chinese) [童明荣, 薛恒新, 林琳 2008 公路交通科技 **25** 124]
- [4] Cirianni F, Leonardi G 2004 *Air Pollution XII* **14** 559
- [5] Wang J, Guan W 2006 *Proceeding of the 10th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, Orlando, FL, USA, July 16-19, 2006 p94
- [6] Smith B L, Williams B M, Oswald R K 2002 *Transp. Res. C: Emerg. Technol.* **10** 303
- [7] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1248 (in Chinese) [张家树, 肖先赐 2001 物理学报 **50** 1248]
- [8] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
- [9] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1221 (in Chinese) [张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **49** 1221]
- [10] Wei B L, Luo X S, Wang B H, Quan H J, Guo W, Fu J J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2205 (in Chinese) [韦保林, 罗晓曙, 汪秉宏, 全宏俊, 郭维, 傅金阶 2002 物理学报 **51** 2205]
- [11] Du J, Cao Y J, Liu Z J, Xu L Z, Jiang Q Y, Guo C X, Lu J G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5997 (in Chinese) [杜杰, 曹一家, 刘志坚, 徐立中, 江全元, 郭创新, 陆金桂 2009 物理学报 **58** 5997]
- [12] Sigrist Z, Grivel E, Alcoverro B 2012 *Signal Process.* **92** 1010
- [13] Mathews V J 1991 *IEEE Signal Process. Mag.* **8** 10
- [14] Zhang H J, Han C Z 2004 *J. Xian Jiaotong Univ.* **38** 583 (in Chinese) [张华君, 韩崇昭 2004 西安交通大学学报 **38** 583]
- [15] Takens F 1981 *Lecture Notes in Mathematics* **898** 361
- [16] Wang H Y, Lu S 2006 *Nonlinear Time Series Analysis and Its Application* (Beijing: Science Press) p33-40 (in Chinese) [王海燕, 卢山 2006 非线性时间序列分析及其应用 (北京: 科学出版社) 第 33-40 页]
- [17] Henry D, Abarbanel N M, Rabinovich M I, Evren T 2001 *Phys. Lett. A* **281** 368
- [18] Kennel M B, Brown R, Abarbanel H D I 1992 *Phys. Rev. A* **45** 3403
- [19] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Phys. D* **9** 189
- [20] Rosenstein M T, Collins J J, De Luca C J 1993 *Phys. D* **65** 117
- [21] De Campos M L R, Antoniou A 1997 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **44** 924

Chaotic characteristic analysis for traffic flow series and DFPSOVF prediction model*

Zhang Yu-Mei^{1)†} Wu Xiao-Jun¹⁾ Bai Shu-Lin²⁾³⁾

1) (School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

2) (Xi'an Electronic Engineering Research Institute, Xi'an 710100, China)

3) (School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 16 May 2013; revised manuscript received 20 June 2013)

Abstract

Time delay and optimal embedding dimension for the real measurement traffic flow series, which are used by mutual information method and false nearest-neighbor method, respectively, are determined for phase space reconstruction of the traffic flow series. The saturation correlation dimension and the largest Lyapunov exponent for traffic flow series are calculated to estimate its chaotic characteristics. Based on the least mean square (LMS) algorithm, a novel second-order Volterra model using Davidson-Fletcher-Powell method (DFPSOVF) is constructed, in which a variable convergence factor based on a posteriori error assumption, characteristic of real-time change with the input signal, is applied. DFPSOVF model can avoid some problems caused by improper selection of parameters when using LMS adaptive algorithm for coefficient adjustment in Volterra model. DFPSOVF model can also be applied to short-term traffic flow prediction with chaotic characteristics. Results show that when model memory length is consistent with embedding dimension of traffic flow series, it obtains higher prediction accuracy, which can meet the needs for traffic guidance and traffic control, and can also provide a new method, a new idea and engineering application reference for intelligent traffic control.

Keywords: traffic flow, chaos, DFPSOVF model, prediction

PACS: 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.62.190509

* Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University (Grant No. NCET-110674), the Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province of China (Grant No. 2012JQ8051), the Yulin City Cooperation of Industry, College and Institute in 2012 (Grant No. 2012CXY3-38), and the Foundation Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. GK201102010).

† Corresponding author. E-mail: zym0910@snnu.edu.cn