像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵的理论与实验研究*

刘晓丽1) 冯国英1)† 李玮1) 唐淳2) 周寿桓1)3)

1) (四川大学电子信息学院, 成都 610064)

2) (中国工程物理研究院应用电子学研究所, 绵阳 621900)

3) (华北光电技术研究所, 北京 100015)

(2013 年 4 月 17 日收到; 2013 年 6 月 20 日收到修改稿)

对像散椭圆高斯光束, 传统的 M^2 因子测量采用 M_x^2 和 M_y^2 来描述光束质量. 当光束绕 z 轴旋转, M_x^2 和 M_y^2 会随之变化, 单纯采用 M_x^2 和 M_y^2 来评价激光光束质量并不唯一. 为此采用了像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵, 理论推导出了在同一坐标系下光场绕 z 轴旋转不同角度后的 M^2 因子矩阵, 找出了光场旋转前后的 M^2 因子矩阵元的不变量关系. 数值模拟、实验测量得到 M^2 因子矩阵主对角元随光斑旋转角度的变化轨迹曲线, 及反对角元随旋转角度的变化规律. 理论推导与实验结果相符. 结果表明, 像散椭圆高斯光束在主方向上时 M_x^2 与 M_y^2 之和最小; 在其他方向上的 M_x^2, M_y^2 之和大于在主方向上的 M_x^2, M_y^2 之和; 反对角元随旋转角度呈周期变化, 在主方向上为零.

关键词: M^2 因子矩阵, 像散椭圆高斯光束, 实验测量, 矩阵光学

PACS: 42.55.−f, 42.62.−b **DOI:** 10.7498/aps.62.194202

1 引 言

激光光束质量 [1−3] 是衡量激光光束优劣的一项重要指标, 对激光的理论研究 [4−6] 和激光应用 [7−9] 有重要意义. 在激光发展过程中, 人们采用了多种参数来评价激光光束质量, 包括斯特列尔比 [2], 桶中功率 PIB[10], 衍射极限倍数 β 因子 [2] 等, 其中, Siegman 提出的 M^2 因子 [1] 因其普适性、易于测量、在设计和分析光学系统时具有重要作用等优势, 被国际标准化组织所采纳, 并给出 M^2 因子的具体理论描述和测量方法 [11−13]. M^2 因子成为公认的评价一般激光光束质量的标准. 人们对不同激光光束的 M^2 因子做了大量研究工作 [14−19], 取得了重要进展. 对于像散椭圆高斯光束, 传统的 M^2 因子测量采用 M_x^2 和 M_y^2 来描述光束质量. 当光场绕 z 轴旋转不同角度, x, y 方向上的 M^2 因子值 M_x^2 和 M_y^2 会随之发生变化, 因此单纯采用 M_x^2 和 M_y^2 来评价激光光束质量并不唯一, 这给实际的光束质量评价和测量带来不便. 为此, 本文在像散椭圆高斯光束的 M^2 因子的基础上, 引入束半宽平方的交叉项、M^2 因子的交叉项, 理论推导了其 M^2 因子矩阵, 找到旋转前后 M^2 因子矩阵元的恒等关系. 数值模拟了不同位置处像散椭圆高斯光束在 x, y 方向上的束半宽及其平方的交叉项、x, y 方向上的 M^2 因子及交叉项随光场旋转角度的变化关系. 搭建了 M^2 因子矩阵实验测量装置, 针对柱面透镜调制下的高斯光束, 测量了其绕 z 轴旋转不同角度后, x, y 方向上的束半宽及其平方的交叉项, 得到光束在 x, y 方向上的 M^2 因子值随旋转角的变化轨迹曲线, 及交叉项随光场旋转角度的变化关系. 实验测量结果与理论分析相符. M^2 因子矩阵比传统的 M^2 因子具有更丰富的物理意义, 更为客观、全面地评价了激光光束质量.

* 国家自然科学基金 (批准号: 60890200) 和固体激光国家级重点实验室基金资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: guoing_feng@scu.edu.cn

2 理论推导

设沿 z 方向传输, 波长为 λ 的像散椭圆高斯光束的振幅分布 [2] 为

$$E(x,y,z)=E_0\exp\left(-\frac{x^2}{w_x^2(z)}-\frac{y^2}{w_y^2(z)}\right),\tag{1}$$

其中, $w_x(z)$, $w_y(z)$ 分别表示椭圆高斯光束在 z 处 x 方向和 y 方向上的束宽. 根据 Sigman 的理论, 任意激光光束在 x, y 方向上的光斑半径 [1] 分别表示为

$$w_x^2(z)=w_{0x}^2+\theta_x^2z^2,\tag{2a}$$

$$w_y^2(z)=w_{0y}^2+\theta_y^2z^2.\tag{2b}$$

其中, w_{0x}, w_{0y} 分别表示 x, y 方向上的束腰, θ_x,θ_y 分别表示 x, y 方向上的远场发散角. 当 $z=0$ 时, $w_x^2(0)=w_{0x}^2$, $w_y^2(0)=w_{0y}^2$.

在实验室坐标下, 该椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵为 $\begin{bmatrix} M_x^2 & M_{xy}\\ M_{yx} & M_y^2\end{bmatrix}$, 其中主对角元 M_x^2, M_y^2 分别表示实验室坐标下 x, y 方向上的 M^2 因子, 反对角元 M_{xy} 和 M_{yx} 是 M^2 因子交叉项.

为简化起见, 令 $E_0=1$, 光强 $I(x,y,z)\propto\left|E(x,y,z)\right|^2$. 根据光斑分布的一阶矩得到 [11], 任意位置 z 处的重心坐标 $\bar{x}(z)=0,\bar{y}(z)=0$. 根据二阶矩的定义 [1,11] 得到束半宽平方的交叉项

$$\begin{aligned}w_{xy}^2(z)=&w_{yx}^2(z)=4\sigma_{xy}^2(z)\\=&\frac{4\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(x-\bar{x})(y-\bar{y})I(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}I(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y}=0,\end{aligned}\tag{3}$$

所以

$$\theta_{xy}=\theta_{yx}=\lim_{z\to\infty}\frac{w_{xy}(z)}{z}=\lim_{z\to\infty}\frac{w_{yz}(z)}{z}=0,\tag{4}$$

$$M_{xy}=M_{yx}=\frac{\pi}{\lambda}w_{xy}(0)\theta_{xy}=\frac{\pi}{\lambda}w_{yx}(0)\theta_{yx}=0.\tag{5}$$

故该椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵可以表示为

$$\begin{bmatrix} M_x^2 & 0\\ 0 & M_y^2\end{bmatrix}.\tag{6}$$

在同一直角坐标系下, 将光场绕 z 轴逆时针旋转 α 后, (1) 式中的 x, y, z 变为 x_1, y_1, z, 它们的关系为

$$\begin{aligned}x_1=&x\cos\alpha-y\sin\alpha,\\ y_1=&x\sin\alpha+y\sin\alpha.\end{aligned}\tag{7}$$

由于光场旋转前后能量守恒, 因此可得到以下关系:

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}I(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\=&\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}I(x_1,y_1,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\=&\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\left(-\frac{2x_1^2}{w_x^2(z)}-\frac{2y_1^2}{w_y^2(z)}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\=&\frac{\pi}{2}w_x(z)w_y(z).\end{aligned}\tag{8}$$

根据椭圆高斯光束的中心对称性, 我们将直角坐标转换到极坐标下, 得到

$$\begin{aligned}x_1=&\rho\cos(\theta+\alpha),\\ y_1=&\rho\sin(\theta+\alpha).\end{aligned}\tag{9}$$

结合以上分析, 得到光场旋转 α 角度后, 其重心坐标 (x_1,y_1), x, y 方向的束半宽平方 $w_{x1}^2(z)$, $w_{y1}^2(z)$ 及其平方的交叉项 $w_{x1y1}^2(z)$, x, y 方向的远场发散角 θ_{x1},θ_{y1} 及其交叉项 θ_{x1y1} 分别为

$$\overline{x_1}(z)=0,\quad \overline{y_1}(z)=0,\tag{10a}$$

$$w_{x1}^2(z)=w_x^2(z)\cos^2\alpha+w_y^2(z)\sin^2\alpha,\tag{10b}$$

$$w_{y1}^2(z)=w_x^2(z)\sin^2\alpha+w_y^2(z)\cos^2\alpha,\tag{10c}$$

$$w_{x1y1}^2(z)=\sin\alpha\cos\alpha\left[w_x^2(z)-w_y^2(z)\right],\tag{10d}$$

$$\theta_{x1}=\sqrt{\theta_x^2\cos^2\alpha+\theta_y^2\sin^2\alpha},\tag{10e}$$

$$\theta_{y1}=\sqrt{\theta_x^2\sin^2\alpha+\theta_y^2\cos^2\alpha},\tag{10f}$$

$$\theta_{x1y1}=\sqrt{\sin\alpha\cos\alpha}\cdot\sqrt{\theta_y^2-\theta_x^2}.\tag{10g}$$

由 (2a), (2b), (4), (5) 和 (10b)—(10g) 式可求得不同取向的像散椭圆高斯光束的 M_{x1}^2, M_{y1}^2 和交叉项的平方 M_{x1y1}^2, M_{y1x1}^2, 分别为

$$\begin{aligned}M_{x1}^2=&\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\theta_x^2\cos^2\alpha+\theta_y^2\sin^2\alpha}\\&\times\sqrt{w_{0x}^2\cos^2\alpha+w_{0y}^2\sin^2\alpha},\end{aligned}\tag{11a}$$

$$\begin{aligned}M_{y1}^2=&\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\theta_x^2\sin^2\alpha+\theta_y^2\cos^2\alpha}\\&\times\sqrt{w_{0x}^2\sin^2\alpha+w_{0y}^2\cos^2\alpha},\end{aligned}\tag{11b}$$

$$\begin{aligned}M_{x1y1}^2=&M_{y1x1}^2\\=&\frac{\pi^2}{\lambda^2}\sin^2\alpha\cos^2\alpha\left(\theta_y^2-\theta_x^2\right)\\&\times\left(w_{0y}^2-w_{0x}^2\right).\end{aligned}\tag{11c}$$

因此得到不同取向的像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵为

$$\begin{bmatrix} M_{x1}^2 & M_{x1y1} \\ M_{y1x1} & M_{y1}^2 \end{bmatrix}. \tag{12}$$

由 (11a)—(11c) 式可直接得到

$$\begin{aligned}&[M_x^2]^2+[M_y^2]^2\\ =&[M_{x1}^2]^2+[M_{y1}^2]^2+M_{x1y1}^2+M_{y1x1}^2\\ =&J.\end{aligned} \tag{13}$$

即光场旋转前后, M^2 因子矩阵元具有不变量关系. 若已知光场旋转前的 x, y 方向上的束半宽, 可推导出光场旋转任意角度后 x, y 方向上的束半宽及其平方的交叉项, 以及 M^2 因子矩阵元.

3 数值模拟

假设将圆高斯光束 S1 在柱面透镜调制下, 得到像散椭圆高斯光束 S2. 我们运用 ABCD 定律 [2] 得到像散椭圆高斯光束 S2 在 x, y 方向上的光斑半径变化, 并给出了该光场绕 z 轴旋转不同角度后的光强分布, 以及 x, y 方向上束半宽及其平方的交叉项随光场旋转角 α 的变化规律, 最后运用双曲线拟合法 [10] 得到 x, y 方向上 M^2 因子随 α 的变化轨迹曲线, 及交叉项的平方随 α 的变化规律. 其中椭圆高斯光束 S2 在 $z=z_{0x}$ (x 方向束腰位置) 和 $z=z_{0y}$ (y 方向束腰位置) 处分别绕 z 轴逆时针旋转 0° 和 30° 后的光强分布如图 1 所示.

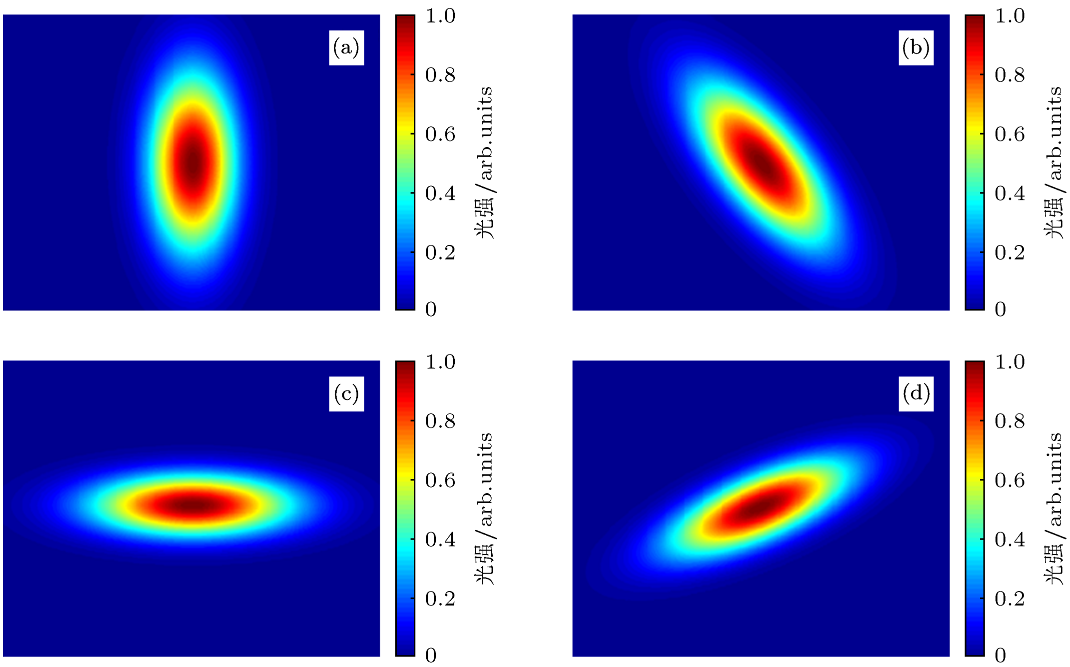

图 1 像散椭圆高斯光束 S2 在 $z=z_{0x}$ 处绕 z 轴逆时针旋转 (a)0° 和 (b)30°; 在 $z=z_{0y}$ 处绕 z 轴逆时针旋转 (c)0° 和 (d)30° 的光强分布

图 2 所示给出了 S2 在 $z=z_{0x}$, $z=z_{0y}$ 以及当 $w_x=w_y$ 时, $z=z_{xy}$ 处, 光场绕 z 轴逆时针旋转不同角度时, x, y 方向上的束半宽 w_{x1}, w_{y1} 及束半宽平方的交叉项 w_{x1y1}^2 随 α 的变化曲线. 图中的曲线和带标记点的曲线分别表示解析结果和数值模拟结果.

由图 2 可以看出, 数值模拟结果与理论推导结果相符, 都满足 (10b)—(10d) 式. 在 $z=z_{0x}$ 和 $z=z_{0y}$ 处, w_{x1}, w_{y1} 及其平方的交叉项 w_{x1y1}^2 随 α 呈周期性变化, 周期为 π. 这是因为光斑旋转 $k\pi$ (k 为正整数) 角度时, 与原光斑重合; w_{y1} 的变化比 w_{x1} 的变化滞后 π/2. 交叉项 w_{x1y1}^2 与光场旋转角度有关, 只是表示 w_{x1} 与 w_{y1} 的耦合程度, 取值可正可负. w_{x1y1}^2 取零值表明光斑主轴是相互垂直的; 在 $z=z_{xy}$ 处, w_{x1}, w_{y1} 不随 α 变化, 且大小相等, w_{x1y1}^2 也不随 α 变化, 且等于 0, 即圆高斯光束 x, y 方向的束宽 w_{x1}, w_{y1} 不随光场旋转角度的变化而变化, 束半宽平方的交叉项 w_{x1y1}^2 在任意位置 z 处都为 0. 因此圆高斯光束在 x, y 方向 M^2 因子不随旋转角度的变化而变化, 且交叉项 $M_{x1y1}=M_{y1x1}=0$.

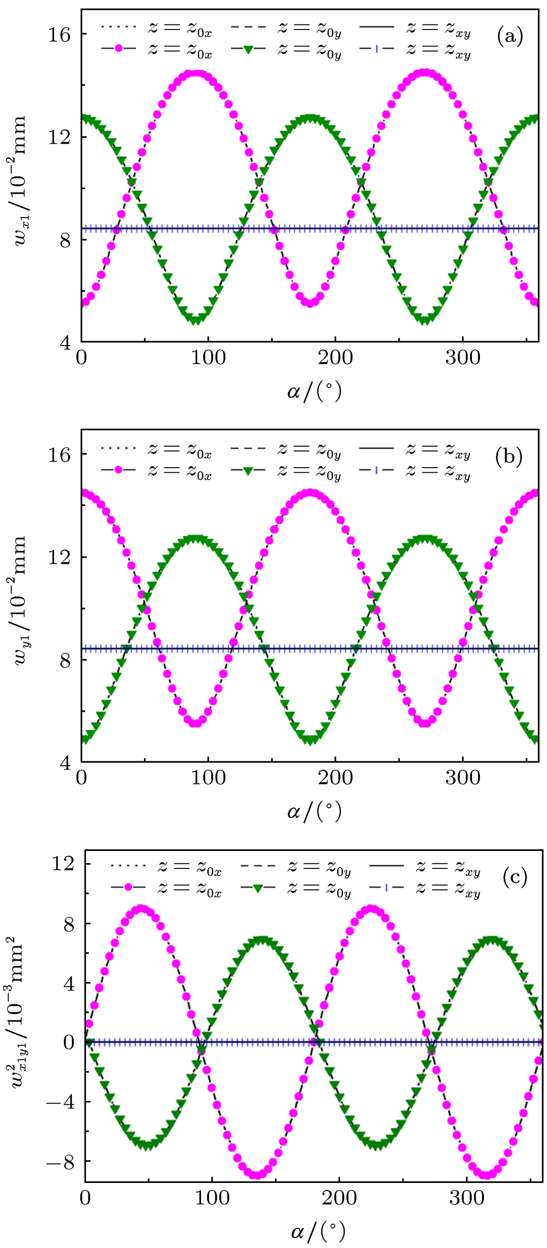

图 2 像散椭圆高斯光束 S2 在 $z = z_{0x}$, $z = z_{0y}$ 和 $z = z_{xy}$ 处的 x 方向上的束宽 (a) w_{x1}, y 方向上的束宽 (b) w_{y1}, 及其平方的交叉项 (c) w^2_{x1y1} 随光场旋转角度 α 的变化

图 3(a) 和 (b) 分别给出了光束 S2 在 x, y 方向上的 M^2_{x1}, M^2_{y1} 随旋转角度 α 的变化轨迹, 及交叉项的平方 M^2_{x1y1} 随 α 的变化规律. 图中曲线和带标记点的曲线分别表示解析结果和数值模拟结果. 从图 3 可以看出, 数值模拟与理论计算得到的 M^2_{x1}, M^2_{y1} 和 M^2_{x1y1} 都满足 (11a)—(11c) 式. 我们将 M^2_{x1}, M^2_{y1} 作为矢径, 其取向则为旋转角, 得到图 3(a) 给出的 M^2 因子随旋转角度的变化轨迹曲线. 如图 3(a) 所示, 从坐标原点引出一条与 x 轴正向成逆时针 α 角的直线, 并与曲线相交, 交点到原点之间的长度为光束 S2 旋转 α 角后在 x 方向的 M^2 因子, 即 M^2_{x1}. 将此交线再绕原点逆时针旋转 $\pi/2$ 后, 与曲线相交, 交点到原点的长度为光束 S2 旋转 α 角后在 y 方向的 M^2 因子, 即 M^2_{y1}. 光场旋转角度 $\alpha = 0^\circ$ 时, $M^2_{x1} = M^2_{y1} = 1$. 当光束 S2 绕 z 轴逆时针旋转 α 角, 将 $\alpha = 0^\circ$ 时的 M^2_{x1}, M^2_{y1} 分别绕原点逆时针旋转 α 角, 并与曲线相交, 交点到原点的长度即为新光场在 x, y 方向的 M^2 因子. 由图 3(a) 可以看出, 对简单像散高斯光束, 即使在主方向上 $M^2_{x1} = M^2_{y1} = 1$, 光束在其他角度上的 M^2_{x1}, M^2_{y1} 却大于 1. 像散椭圆高斯光束 S2 在主方向上的 M^2 因子值之和最小. 由图 3(b) 可知, 光束 S2 交叉项的平方 M^2_{x1y1} 随 α 呈周期变化, 在主方向上 M^2_{x1y1} 为零.

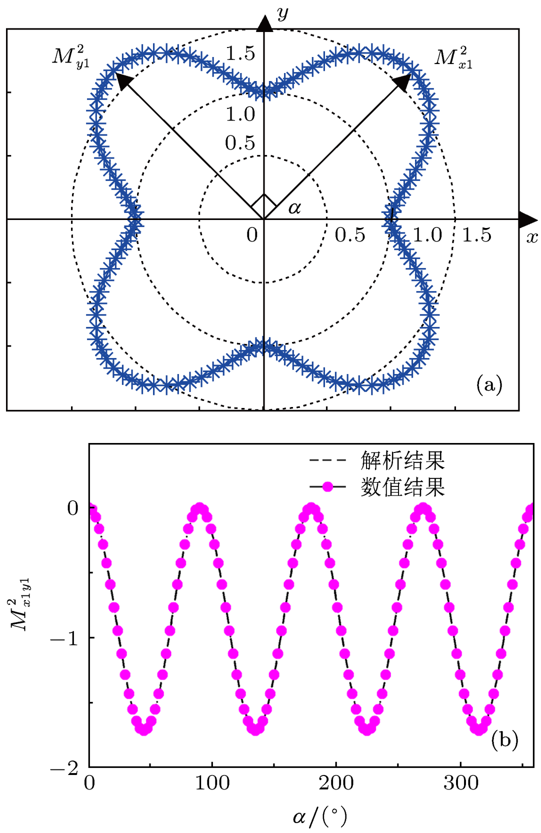

图 3 像散椭圆高斯光束 S2 在 x, y 方向上的 (a)M^2_{x1}, M^2_{y1} 随旋转角度 α 的变化轨迹, 及交叉项的平方 (b)M^2_{x1y1} 随光场旋转角度 α 的变化

4 实 验

图 4 所示为像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵测量实验测量装置. 主要由待测激光、衰减器、柱面透镜、聚焦透镜、反射镜、光学平移台、CCD 相机以及计算机系统组成. 其中聚焦透镜的焦距为 30 cm, 柱面透镜的焦距为 40 cm.

实验过程中, 反射镜 1 和反射镜 2 固定在电动

平移台上, 每次等间距移动平移台, 测量不同 z 位置处的光斑图. CCD 相机用于采集待测光束强度分布, 由于 CCD 内部噪声和背景光的存在 [11], 为获得准确的光斑图, 在每一位置 z 处, 在没有激光光束照射下, 测量 10 幅背景图并求平均的背景分布图, 再测量 10 幅光斑图并求平均的光斑分布图 [11,20], 用平均的光斑分布图减去平均的背景分布图, 得到较为准确的光强分布图. 利用 Siegman 二阶矩的理论, 计算 x, y 方向上的光斑半径 w_x, w_y, 通过多项式拟合, 得到 M_x^2, M_y^2. 旋转实验测得的图像, 重新拟合, 得到旋转后的 x, y 方向上的 M_{x1}^2, M_{y1}^2. 最后, 得到的待测激光光束在 x，y 方向上的 M^2 因子值随旋转角度的变化轨迹曲线, 及交叉项的平方 M_{x1y1}^2 随 α 的变化规律分别如图 5(a) 和 (b) 所示. 图中的曲线和标记点分别表示理论计算结果和实验结果.

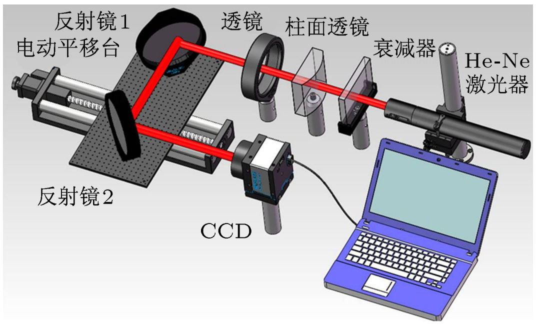

图 4　像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵实验测量装置

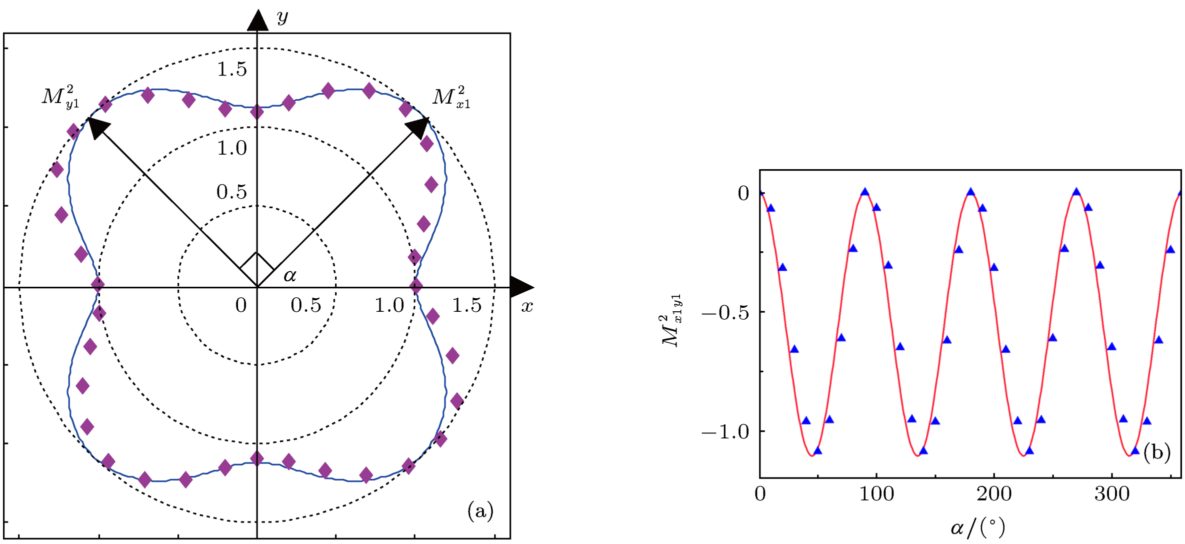

图 5　像散椭圆高斯光束在 x, y 方向上的 (a) M_{x1}^2, M_{y1}^2 随旋转角度 α 的变化轨迹, 及交叉项的平方 (b) M_{x1y1}^2 随光斑旋转角度 α 的变化

由图 5(a) 和 (b) 可以看出, 实验结果与理论计算结果符合. 我们将 M_{x1}^2, M_{y1}^2 作为矢径, 其取向则为旋转角, 得到图 5(a) 给出的 M^2 因子随旋转角度的变化轨迹曲线. 光场旋转角 $\alpha = 0°$ 时, $M_{x1}^2 = 1.01, M_{x1}^2 = 1.12$; 当光束绕 z 轴逆时针旋转 α 角时, 将 $\alpha = 0°$ 时的 M_{x1}^2, M_{y1}^2 分别绕原点逆时针旋转 α 角, 并与曲线相交, 交点到原点的长度即为新光场在 x, y 方向的 M^2 因子. 由图 5(a) 可以看出, 光束在其他角度上的 M_{x1}^2 与 M_{y1}^2 之和大于光束在主方向上的 M_{x1}^2 与 M_{y1}^2 之和. 像散椭圆高斯光束在主方向上的 M^2 因子值之和达到最小值. 由图 5(b) 可知, 光束交叉项的平方 M_{x1y1}^2 随 α 呈周期变化, 在主方向上 M_{x1y1}^2 为零.

从以上分析可以看出, 实际测量的像散椭圆高斯光束的 M_{x1}^2, M_{y1}^2 和 M_{x1y1}^2 随旋转角度 α 的变化与前面的数值模拟的结果相符合.

5 结 论

本文针对像散椭圆高斯光束, 理论分析、数值模拟和实验测量了光束的 M^2 因子矩阵, 发现光束在其他方向时 x, y 方向上的 M^2 因子之和均大于在两个主方向上时的 M^2 因子之和. 为此我们采用了 M^2 因子矩阵, 并推导出在同一坐标系下光束旋转不同角度后的 M^2 因子矩阵元, 找出了旋转前后 M^2 因子矩阵元的不变量关系. 模拟了椭圆高斯光束在不同传输距离处其 x, y 方向上束半宽及其平方的交叉项随旋转角度的变化规律, 给出了 M^2 因子矩阵主对角元和反对角元随光场旋转角度的变化曲线. 搭建 M^2 因子矩阵实验测量装置, 得到了像散椭

圆高斯光束的 M^2 因子矩阵元测量值随光斑旋转角度的变化规律. 研究结果表明: 1) 像散椭圆高斯光束的 x, y 方向上的束半宽 w_{x1}, w_{y1} 及其平方的交叉项 w_{x1y1}^2 随光束旋转角度 α 呈现周期变化. 光斑半径 $w_x \neq w_y$ 时, w_{y1} 随 α 的变化比 w_{x1} 的变化要滞后 $\pi/2$, w_{x1y1}^2 取零表明光斑主轴相互垂直; $w_x = w_y$ 时, w_{x1}, w_{y1} 不随旋转角度 α 变化, w_{x1y1}^2 为零. 2) 像散椭圆高斯光束在主方向上时, x, y 方向上的 M^2 因子之和小于光束在其他方向上的 M^2 因子之和, 在主方向上的 M^2 因子值之和达到最小值. 3)M^2 因子交叉项的平方 M_{x1y1}^2 随 α 呈周期变化, 在主方向上 M_{x1y1}^2 为零. 若已知光场旋转前的 x, y 方向上的束半宽, 则可以推导出光场旋转任意角度后 x, y 方向上的束半宽及其平方的交叉项, 以及 M^2 因子矩阵的主对角元和反对角元. 本文通过理论和实验得到了像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵, 它比 M^2 因子有更丰富的物理意义, 完善了光束质量的描述.

---

[1] Siegman A E 1990 *Proc. SPIE* **1224** 7

[2] Lü B D 1992 *Laser Optics–Laser Beam Propagation and Beam Quality Control* second edition (Chengdu: Sichuan University Press) p9 (in Chinese) [吕百达 1992 激光光学 - 激光束的传输变换和光束质量控制第二版 (成都: 四川大学出版社) 第 9 页]

[3] Duncan M D, Mahon R 1989 *Appl. Opt.* **28** 4570

[4] Johnston T F 1998 *Appl. Opt.* **37** 4845

[5] Bouafia M, Bencheikh A, Bouamama L, Weber H 2004 *Proc. SPIE* **5456** 135

[6] Kang X P, Lü B D 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4563 (in Chinese) [康小平, 吕百达 2006 物理学报 **55** 4563]

[7] Ruff J A, Siegman A E 1992 *Appl. Opt.* **31** 4907

[8] Lambert R W, Cortés-Mart´inez R, Waddie A J, Shephard J D, Taghizadeh M R, Greenaway A H, Hand D P 2004 *Appl. Opt.* **43** 5037

[9] Luo S R, Lü B D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 82 (in Chinese) [罗时荣, 吕百达 2004 物理学报 **53** 82]

[10] Feng G Y, Zhou S H 2009 *Chinese J. Lasers* **36** 1643 (in Chinese) [冯国英, 周寿桓 2009 中国激光 **36** 1643]

[11] ISO 2005 ISO 11146-1. Part 1

[12] ISO 2004 ISO/TR 11146-3. Part 3

[13] ISO 2005 ISO 11146-2. Part 2

[14] Wang X Q, Lü B D 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 247 (in Chinese) [王喜庆, 吕百达 2002 物理学报 **51** 247]

[15] Su Z P, Lou Q H, Dong J X, Zhou J, Wei Y R 2007 *Acta phys. Sin.* **56** 5831 [苏宙平, 楼祺洪, 董景星, 周军, 魏运荣 2007 物理学报 **56** 5831]

[16] Du Y Z, Feng G Y, Li H R, Cai Z, Zhao H, Zhou S H 2013 *Opt. Commun.* **287** 1

[17] Schmidt O A, Schulze C, Flamm D, Brüning R, Kaiser T, Schröter S, Duparré M 2011 *Opt. Express* **19** 6742

[18] Schulze C, Flamm D, Duparré M, Forbes A 2012 *Opt. Lett.* **37** 4687

[19] Li W, Feng G Y, Huang Y, Li G, Yang H M, Xie X D, Chen J G, Zhou S H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2461 [李玮, 冯国英, 黄宇, 李刚, 杨火木, 谢旭东, 陈建国, 周寿桓 2009 物理学报 **58** 2461]

[20] Feng G Y, Huang Y Z 1997 *High Power Laser and Particle Beams* **9** 491 (in Chinese) [冯国英, 黄永忠 1997 强激光与粒子束 **9** 491]

Theoretical and experimental study on M^2 factor matrix for astigmatic elliptical Gaussian beam*

Liu Xiao-Li[1)] Feng Guo-Ying[1)†] Li Wei[1)] Tang Chun[2)] Zhou Shou-Huan[1)3)]

1) (*College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu* 610064, *China*)

2) (*Institute of Applied Electronics, China Academy of Engnieering Phycics, Mianyang* 621900, *China*)

3) (*North China Research Institute of Electro-Optics, Beijing* 100015, *China*)

(Received 17 April 2013; revised manuscript received 20 June 2013)

Abstract

M_x^2 and M_y^2 are provided for characterizing and measuring the beam quality of an astigmatic elliptical Gaussian beam. The value undergoes certain changes when the beam is not at an arbitrary azimuth angle α. Accordingly, problem arises: merely using M_x^2 and M_y^2 cannot characterize beam quality effectively. So in this paper M^2 factor matrix is introduced. The M^2 factor matrix for the beam at an azimuth angle α is theoretically derived. It is found that elements of the matrix for the original field are related to that beam at azimuth angle α. The matrix elements, including diagonal and off-diagonal elements, versus azimuth angle α have been presented on the basis of calculation results. Theoretical results are in agreement with experimental ones. Results imply that the sum of M_x^2 and M_y^2 for an astigmatic elliptical Gaussian beam is to be minimum as the principal axes correspond to the laboratory coordinate axes; off-diagonal elements, however, vary periodically with the variation in α, and are to be zero as the principal axes correspond to the laboratory coordinate axes.

Keywords: M^2 factor matrix, astigmatic elliptical Gaussian beam, measurement, matrix optics

PACS: 42.55.−f, 42.62.−b **DOI:** 10.7498/aps.62.194202

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.60890200), and the Foundation of National Key Laboratory of Solid-State Laser Technology, China.

† Corresponding author. E-mail: guoing_feng@scu.edu.cn