

精确提取一维互易有限周期性结构色散特性的宏元胞法*

龚建强[†] 梁昌洪

(西安电子科技大学天线与微波技术国防科技重点实验室, 西安 710071)

(2013年5月5日收到; 2013年6月22日收到修改稿)

提出了一种可精确提取一维互易有限周期性结构色散特性的宏元胞法. 将多个周期性元胞组合成单个“宏元胞”, 以严格考量元胞间的互耦效应, 通过 Bloch 分析分别计算出正向激励和反向激励时 Bloch 波的本征传输因子 ξ^N 和 $1/\xi^N$, 对 ξ^N 取复对数操作即可解出一维有限周期性结构的衰减常数 α , 而复对数函数的多值性使得相移常数 β 存在多整数分支的选择问题. 通过与解卷绕法获得的 β 近似值相比较, 选择出合理的整数分支, 可精确计算出 β . 与传统的本征模式法、解卷绕法及单元胞法相比, 宏元胞法对元胞间的耦合强度不作要求, 计算更加精确快速, 可作为刻画一维互易有限周期性结构色散和 Bloch 阻抗特性的有力工具.

关键词: 宏元胞法, Bloch 分析, 色散特性

PACS: 92.60.Ta

DOI: 10.7498/aps.62.199203

1 引言

应用周期性结构设计新型人工电磁材料、微波导波和辐射器件是近年来电磁领域中的研究热点, 其主要原因在于周期性结构具备人工可控的色散特性. 本文将针对一维互易有限周期性结构展开研究. 目前, 此类结构色散特性的提取方法主要有三种: 一是本征模式法, 即在传播方向上通过对单位元胞施加 Floquet 边界进行本征模式分析, 可精确求解出无限周期性结构的带隙特性, 但该方法非常耗时, 同时它仅能作为有限周期性结构带隙特性的近似解, 当有限周期性结构中元胞数目较少时, 这种近似会产生较大误差^[1]; 二是解卷绕法, 通过对仿真或测量获得的 S_{21} 幅度和相位进行解卷绕求出近似的色散特性, 该方法仅当有限周期性结构的 Bloch 阻抗与端口阻抗相等时才是严格精确的, 而这一条件通常仅在有限频点处成立^[2]; 三是单元胞法, 即根据单元胞仿真或测量所得的传输参数结合 Floquet-Bloch 定理来计算周期性结构的色散性能,

该方法简单高效, 但仅对单元胞的仿真或测试无法计及元胞间的互耦效应, 尤其当元胞间互耦效应较强时, 算法失效^[3].

鉴于如上方法的不足, 本文提出了一种能够精确快速提取一维互易有限周期性结构色散性能的宏元胞法, 即将多个元胞纳入一个“宏元胞”, 严格考量元胞间的互耦效应, 对此宏元胞进行 Bloch 分析, 分别求出正向激励和反向激励时的 Bloch 波本征传输因子 ξ^N 和 $1/\xi^N$, 其中 ξ 为已计及耦合效应的单元胞正向激励下的本征传输因子, N 为宏元胞中实际元胞数, 对 ξ^N 取复对数, 其实部即为衰减常数 α , 而虚部则为相移常数 β . 因复对数函数的多值性, β 存在多整数分支选择问题. 针对这一问题目前主要有两种处理方法, 一是选择元胞数目不同的两个或多个一维有限周期性结构样本, 分别提取这些样本的 β 值, 逐一尝试各样本所有的 β 分支, 使各样本间的 β 值尽量接近, 藉此判定出合理的整数分支, 然而该方法不仅需要仿真或测试多个样本, 并且当元胞间存在强耦合且元胞数目较多时, 通常

* 中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: K5051202007) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: jgong@xidian.edu.cn

难于判断出唯一正确的整数分支^[4]. 第二种方法是基于无源媒质因果律, 利用 Kramers-Kronig 广义积分从 α 反演出 β , Kramers-Kronig 广义积分须将尽可能宽频段范围内的 α 值作为先验数据, 这对仿真或测试提出了极大挑战^[5]. 为此, 在本文中作者将解卷绕法的 β 解作为一维有限周期性结构的 β 近似值, 将宏元胞法的 β 值同解卷绕法的 β 近似解进行比较, 反推出正确的整数分支, 以求解出精确的 β , 如此则无须仿真或测试多个样本, 也避免了为计算 Kramers-Kronig 广义积分必要的超宽频带的仿真或测试.

文中首先分别简述了本征模式法、解卷绕法和单元胞法的一般求解过程, 利用它们分别提取了元胞间存在弱耦合和强耦合效应的两种简化复合左右手传输线 (simplified composite right-/left-handed transmission line, SCRLH TL) 结构的色散特性, 通过对提取结果的分析, 深化了对这些传统提取方法适用条件及各自局限性的认识. 随后, 文中阐述了宏元胞法的一般求解过程, 并利用宏元胞法再次提取了元胞间存在强互耦效应的地板开槽型 SCRLH TL (Slot-Loaded SCRLH TL, SL SCRLH TL) 的色散特性, 并与解卷绕法和本征模式法的计算结果进行了比较. 为证实新方法的精确性, 依据传输线理论, 分别利用宏元胞法和解卷绕法的

传播常数解和 Bloch 阻抗解计算出 SL SCRLH TL 相应的 S 参数, 并与全波仿真所得的 S 参数进行了比较.

2 传统色散关系提取方法分析

图 1(a) 示出了一种一维微带 SCRLH TL 结构, 它由对称元胞沿 y 方向周期性级联而成^[6]. 图 1(b) 示出了其本征模式法的全波模型, 文中仿真工具皆采用 Ansoft HFSS, 垂直 y 方向的两端面施加主从边界以模拟无限元胞级联的情形, 相邻元胞间的相位差由主从边界间的相位差 p_y 定义, $-x$, $+x$ 及 $+z$ 端面施以 PML 边界以模拟自由空间, $-z$ 端面为微带地, 通过对 p_y 进行 0° — 180° 的相位遍历, 可求解出 p_y 为特定值时传播模的本征频率, 如此可绘制出相应的色散特性曲线. 解卷绕法需首先求出 SCRLH TL 的传输参数, $N = 10$ 元胞的 SCRLH TL 全波仿真模型如图 1(a) 所示, 为移除由不连续性产生的高次凋落模对波端口的影响以及馈线引入的附加相移, 将波端口参考面平移至馈线与元胞的衔接处, 对仿真所得的 $S_{21,N}$ 进行解卷绕操作

$$\alpha(\omega) = -\ln |S_{21,N}| / Np, \quad (1)$$

$$\beta(\omega) = -\phi^{\text{unwrapped}}(S_{21,N}) / Np + \phi. \quad (2)$$

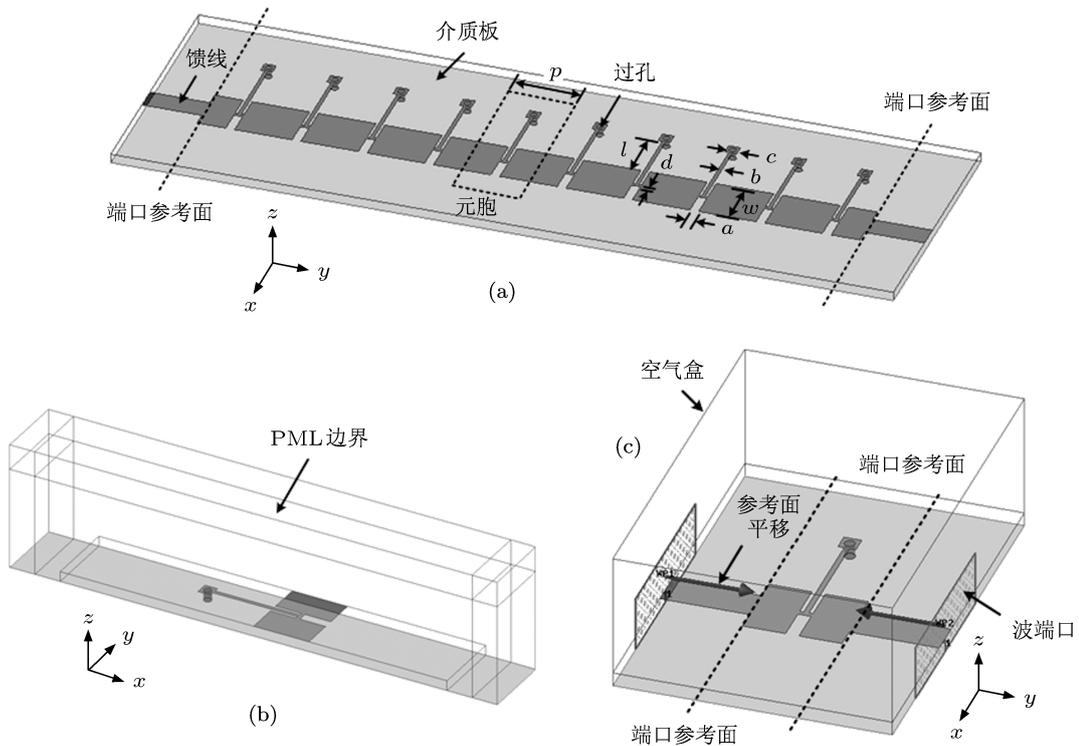


图 1 微带 SCRLH TL 结构 (a) 10 元胞全波仿真模型; (b) 本征模式法的全波仿真模型; (c) 单元胞法的全波仿真模型

仿真或测试所获得的 $S_{21,N}$ 相位通常在 $\pm 180^\circ$ 附近阶跃, 而 $-\phi^{\text{unwrapped}}(S_{21,N})$ 表示对在 $\pm 180^\circ$ 范围内变化的 $S_{21,N}$ 相位进行解卷绕, 以获得连续的 β . ϕ 对应相位解卷绕的起始频点. 对 ϕ 的选取可根据结构本身的物理特性, 如对于常规的右手传输线, 相位解卷绕的起始频点位于零频处. 图 1(c) 示出了单元胞法的全波仿真模型, 此处仍须将波端口参考面平移至馈线与元胞的交界处. 考虑到元胞对称性, 利用 Floquet-Bloch 定理可直接求解出传播常数 $\gamma(\omega) = \alpha + j\beta$ ^[7],

$$\gamma(\omega) = \frac{1}{p} \cosh^{-1}(T_{11}), \quad (3)$$

其中 T_{11} 为单元胞传输矩阵 \mathbf{T} 的第一个元素, \mathbf{T} 可由 HFSS 直接解得, ω 为角频率. 微带 SCRLH TL 基片介电常数为 2.55, 厚度为 0.8 mm, 损耗角正切为 0.003, 单元胞尺寸为: $p = 5.54$ mm, $w = 4.0$ mm, $a = 0.74$ mm, $b = 0.3$ mm, $c = 1.0$ mm, $d = 0.3$ mm, $l = 4.7$ mm, 50Ω 馈线宽度为 2.0 mm. 10 元胞 SCRLH TL 的传输参数幅度如图 2(a) 所示, SCRLH TL 先呈现阻带再呈现通带特性, 因此严格的相位零点应位于阻带与通带的过渡频段, 如图 2(b) 所示,

解卷绕起始频率为 1.96 GHz, 5 元胞情形与此类同. 三种传统方法的提取结果如图 2(c) 所示, 色散图显示 2.5—11.1 GHz 为 SCRLH TL 的传输通带, 在通带内 α 近似为零, 而 β 呈现非线性的频率响应; 通带外 $\beta = 0$ 或 π , 而 $\alpha > 0$, 形成阻带; 本征模式法与 5 元胞和 10 元胞 SCRLH TL 的解卷绕法色散曲线在通带内几乎完全重合, 即便是忽略元胞间互耦效应的单元胞法也与前两种方法的提取结果较为接近, 这说明各元胞间场模式的耦合效应较弱. 图 2(d) 示出了 5 元胞和 10 元胞 SCRLH TL 一阶高次 Bloch 模与零阶 Bloch 模的传输幅度之比, 该比值在整个传输通带内皆小于 10^{-5} , 表明零阶 Bloch 模占据主导地位, 近似单模传输, 所提取的色散特性即为主模色散特性. 元胞间耦合效应较弱是有限元胞同无限元胞色散特性十分符合的主要原因^[8]. 在实际的仿真计算中, 本征模式法为获取全频带色散特性通常需耗费很长的计算时间, 解卷绕法次之, 而单元胞法计算效率最高. 倘若所研究的周期性结构满足元胞间弱耦合及单模传输条件, 则首选利用单元胞法来提取优化有限周期性结构的色散特性.

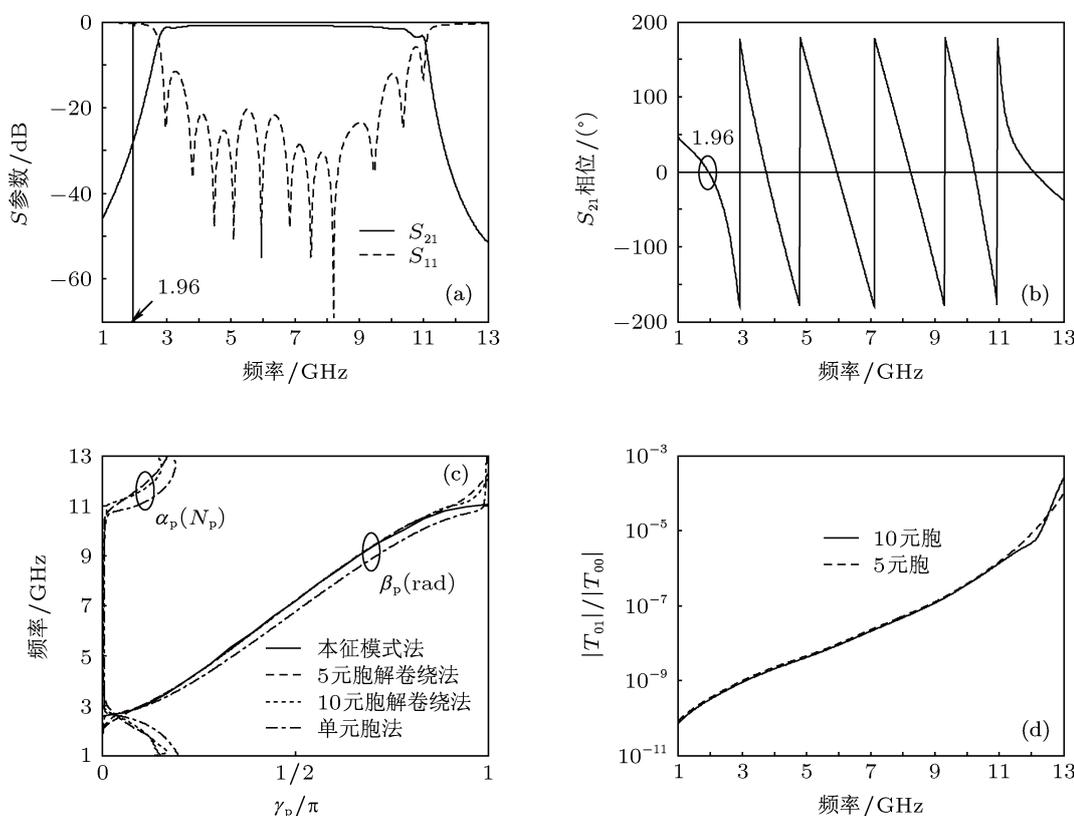


图 2 微带 SCRLH TL 结构的 (a) 传输参数幅度 (10 元胞)、(b) S_{21} 相位 (10 元胞)、(c) 提取的色散特性以及 (d) 一阶 Bloch 模同主 Bloch 模传输幅度之比

图 3(a) 示出了 SL SCRLH TL 结构 [9], 取定微带基板的相对介电常数为 2.65, 厚度为 1.0 mm, 损耗角正切为 0.00250 Ω 馈线宽度为 2.575 mm, 单元胞尺寸 $w = 17.0$ mm, $p = 7.5$ mm, $g = 1.8$ mm, 接地过孔半径为 0.3 mm. 本征模式法、解卷绕法和单元胞法计算结果如图 3(d) 所示, 此时单元胞法和本征模式法的提取结果差异显著, 与图 2(c) 相比, 即便是解卷绕法也与本征模式法色散曲线符合程度降低, 只是随着元胞数目的增多, 解卷绕法的解才逐渐逼近本征模式法的解, 这些现象都是因为接地槽

的引入增强了相邻元胞间场模式的耦合效应. 色散图显示 SL SCRLH TL 通带内同样具有非线性的色散特性, 但相比于 SCRLH TL, 其通带内衰减常数增大, 这主要是由于端口处阻抗不匹配引起的反射衰减, 如图 3(b) 所示. 图 3(e) 表明 5 元胞和 10 元胞 SL SCRLH TL 仍然趋于主模式的单模传输, 但元胞间增强的互耦效应导致单元胞法失效, 这再次表明应用单元胞法的前提是元胞间仅存在场的弱耦合效应, 而单模传输条件可确保提取结果能有效描述有限周期性结构的主模传播特性.

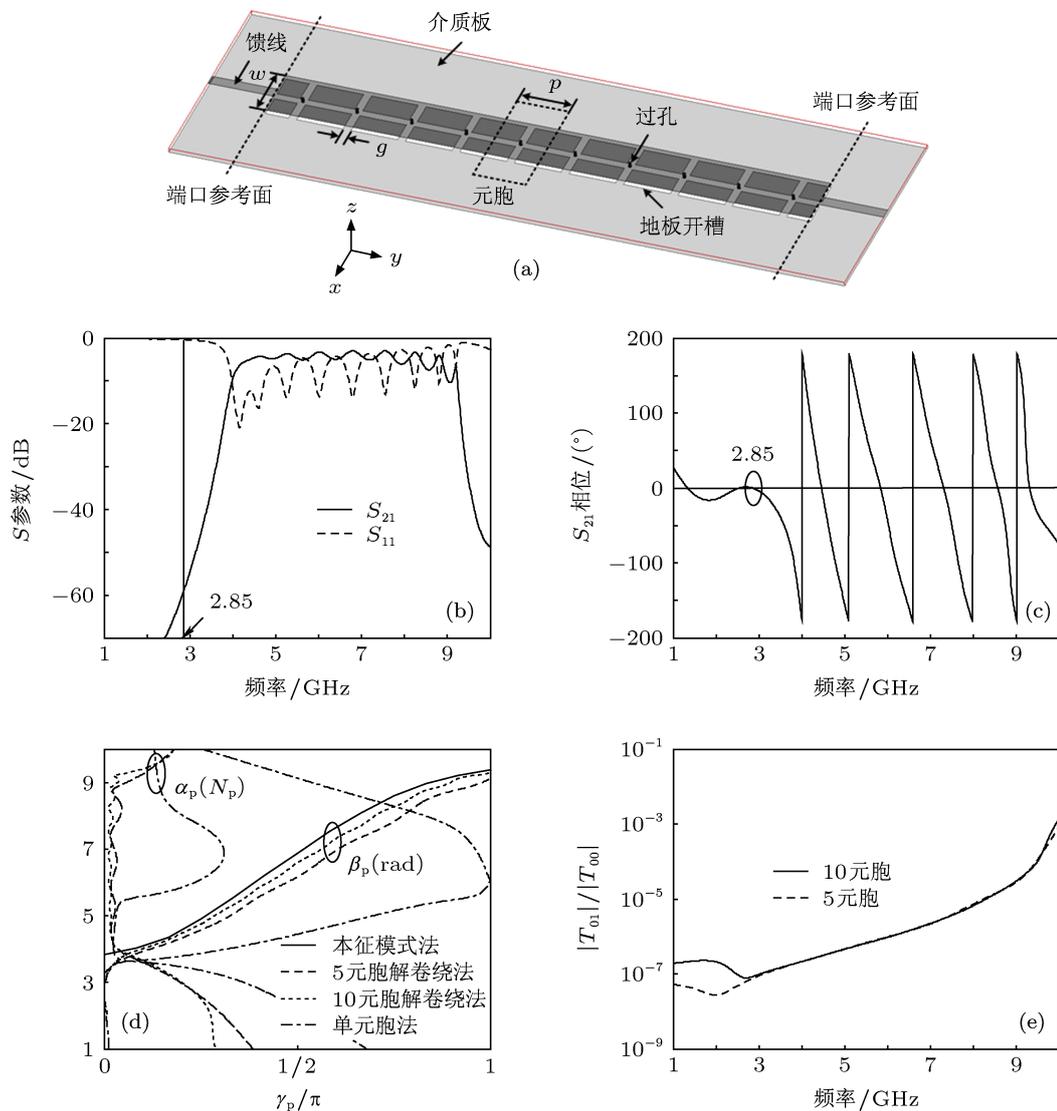


图 3 微带 SL SCRLH TL 结构 (a) 10 元胞全波仿真模型; (b) 传输参数幅度 (10 元胞); (c) S_{21} 相位 (10 元胞); (d) 提取的色散特性; (e) 一阶 Bloch 模同主 Bloch 模传输幅度之比

3 宏元胞法的算法描述

实际的一维周期性结构, 无论是对称的或仅仅

是互易的, 其多元胞间存在固有的连续谱辐射模耦合以及离散谱凋落模耦合 [10], 为严格考虑这些耦合效应, 作者将几个相邻元胞归为一组构成“宏元

胞”,形成周期性结构新的“单位元胞”.一维互易周期性结构的网络模型如图4所示,第 n 个元胞两侧的归一化模式电压和归一化模式电流可通过传输矩阵 \mathbf{T} 关联

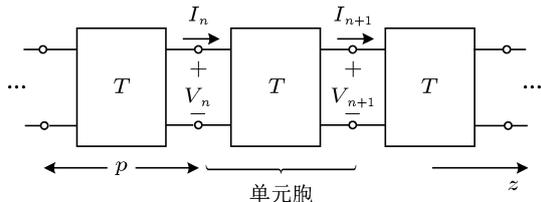
$$\begin{pmatrix} V_n \\ I_n \end{pmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{pmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix}, \quad (4)$$


图4 一维互易周期性结构的网络模型

其中

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}.$$

此处矩阵 \mathbf{T} 已计及了元胞间的互耦效应.根据周期性边界条件有^[7]

$$\begin{pmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = e^{-\gamma p} \begin{pmatrix} V_n \\ I_n \end{pmatrix}. \quad (5)$$

可见 $e^{\gamma p}$ 是矩阵 \mathbf{T} 的特征值之一,令 $\xi = e^{-\gamma p}$ 并建立方程

$$|\mathbf{T} - 1/\xi \mathbf{I}| = 0. \quad (6)$$

展开可得

$$T_{11}T_{22} - 1/\xi(T_{11} + T_{22}) + 1/\xi^2 - T_{12}T_{21} = 0. \quad (7)$$

因元胞的互易性有

$$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = 1. \quad (8)$$

将(8)式代入(7)式中得

$$\xi + \frac{1}{\xi} = T_{11} + T_{22}. \quad (9)$$

于是知 $\xi = e^{-\gamma p}$ 和 $1/\xi = e^{\gamma p}$ 是矩阵 \mathbf{T} 的两个特征值,分别对应 $+z$ 向激励和 $-z$ 向激励时的 Bloch 波传输因子,这表明互易周期性结构具有与激励位置无关的唯一传播常数 γ .因结构的无源性要求 $\alpha \geq 0$,当 $\alpha = 0$ 时, $|\xi| = |1/\xi| = 1$,表明周期性结构无耗;当周期性结构有耗时 $\alpha > 0$,此时 $|\xi| < 1$ 而 $|1/\xi| > 1$.实际中,微波结构总存在导体和介质损耗以及因端口处阻抗不匹配而引起的反射衰减,

即总有 $\alpha > 0$,由此可判断出合理的 ξ 值.于是, \mathbf{T} 矩阵可进一步表示为

$$\mathbf{T} = \mathbf{C} \cdot \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & 1/\xi \end{pmatrix} \cdot \mathbf{C}^{-1}, \quad (10)$$

其中 \mathbf{C} 为 \mathbf{T} 的相似变换矩阵.当宏元胞中有 N 个单元胞时,其总传输矩阵 \mathbf{T}_N 为

$$\mathbf{T}_N = \mathbf{T}^N = \mathbf{C} \cdot \begin{pmatrix} \xi^N & 0 \\ 0 & 1/\xi^N \end{pmatrix} \cdot \mathbf{C}^{-1}, \quad (11)$$

\mathbf{T}_N 可通过全波仿真或实验测量获得,通过(11)式即可求出 \mathbf{T}_N 所对应的本征值 ξ^N ,则一维互易有限周期性结构的色散特性可表示为

$$\alpha = -\frac{\ln|\xi^N|}{Np}, \quad (12)$$

$$\beta = -\frac{\arg(\xi^N)}{Np} - \frac{2m\pi}{Np}, \quad m \in \mathbf{Z}, \quad (13)$$

其中 $\arg()$ 表示取幅角主值, m 为 β 的整数分支.与(1)和(2)式相比, ξ^N 替代了解卷绕法中的 S_{21} ,而对 m 整数分支的判定可转化为对解卷绕法中相位参考零点 φ 的定位

$$m = \text{Round} \left[-\frac{Np}{2\pi} \left(\beta^{\text{unwrapped}} + \frac{\arg(\xi^N)}{Np} \right) \right], \quad (14)$$

式中“Round[]”表示四舍五入取整, $\beta^{\text{unwrapped}}$ 表示根据(2)式由解卷绕法计算出的相移常数.如此确定 γ 之后,由(10)进一步得到已计及耦合效应的单元胞传输矩阵 \mathbf{T} ,联立(4)和(5)式可解得对应两本征值 ξ 和 $1/\xi$ 的特征 Bloch 阻抗分别为

$$\frac{Z_B^+}{Z_0} = -\frac{T_{12}}{\xi - T_{11}}, \quad (15)$$

$$\frac{Z_B^-}{Z_0} = \frac{T_{12}}{1/\xi - T_{11}}, \quad (16)$$

“ Z_B^+ ”和“ Z_B^- ”分别表示正向激励和反向激励时的 Bloch 阻抗, Z_0 为端口阻抗,可见尽管互易非对称结构具有唯一的与激励位置无关的传播常数 γ ,但其 Bloch 阻抗是不唯一的,它决定于激励的施加位置^[11].

利用宏元胞法再次提取 SL SCRLH TL 的色散特性,提取结果如图5(a)和(b)所示,一方面相比于解卷绕解, γ 的宏元胞解在通带内具有更为明显的振荡波纹,并且元胞数目越多,波纹的振荡幅度越小而出现频次增多;另一方面,元胞数目越多,宏元胞解会逐渐逼近本征模式解,但当元胞数目较少时,如5元胞情形, β 的宏元胞解与本征模式法的 β 解

仍然存在较大出入. 事实上, 本征模式法刻画的是无限周期性结构, 它没有终端负载的概念, 其导模是无限个 Bloch 空间谐波的叠加, 由此而产生连续光滑的色散曲线; 而有限周期性结构中, 电磁能量始终会传输至终端负载处, 若此时终端负载与有限周期性结构呈现的 Bloch 阻抗不匹配, 将会在终端负载处产生反射波, 于是在有限周期性结构上会形

成 Bloch 空间谐波及其反射波叠加合成的行驻波, 这是宏元胞法解得的色散曲线存在显著波纹振荡现象的根本原因. 图 5(c) 示出了宏元胞法的 m 分支解, 无论是 5 元胞还是 10 元胞, m 频段取不同的值. 依据 (15) 和 (16) 式, SL SCRLH TL 正向和反向的 Bloch 阻抗如图 5(d) 所示, 因元胞的结构对称性, $Z_B^+ = Z_B^-$.

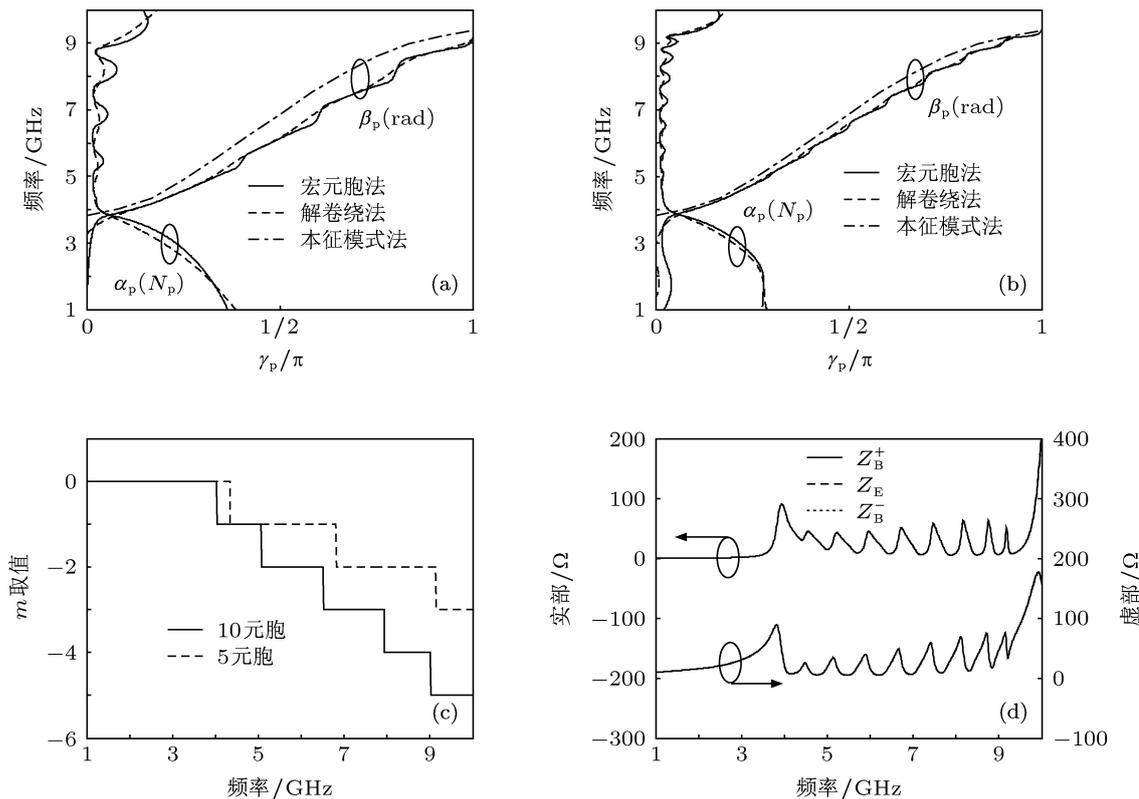


图 5 微带 SL SCRLH TL 结构色散性能的宏元胞法提取结果 (a) 5 元胞色散特性; (b) 10 元胞色散特性; (c) m 分支取值; (d) Bloch 阻抗

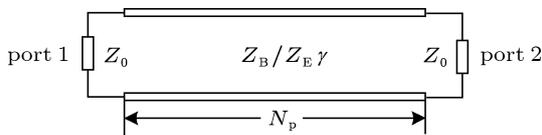


图 6 N 元胞一维互易周期性结构的等效传输线模型

图 6 所示的传输线中, Z_B 和 γ 分别为由宏元胞法解得的 Bloch 阻抗和传播常数, 由传输线理论可知, 当 port 1 和 port 2 端接阻抗 Z_B 时, 传输线 S 矩阵为

$$S' = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\gamma N_p} \\ e^{-\gamma N_p} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \xi^N \\ \xi^N & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

将 S' 重归一化于系统阻抗 Z_0 时, 可得 S 矩阵^[12]

$$S = -[\chi^+ I - \chi^- S']^{-1} [\chi^- I - \chi^+ S'], \quad (18)$$

其中

$$\chi^+ = \sqrt{\frac{Z_0}{Z_B}} + \sqrt{\frac{Z_B}{Z_0}},$$

$$\chi^- = \sqrt{\frac{Z_0}{Z_B}} - \sqrt{\frac{Z_B}{Z_0}}.$$

若图 6 中 γ 采用解卷绕法提取值, 同时将由 S 参数反演出的有效阻抗 Z_E ^[13]

$$\frac{Z_E}{Z_0} = \sqrt{\frac{(1+S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1-S_{11})^2 - S_{21}^2}}. \quad (19)$$

替换 Z_B , 再利用 (17) 和 (18) 式便可计算出基于解卷绕法解的 S 参数. 10 元胞 SL SCRLH TL 的 Z_E 与 Z_B 一同示于图 5(d) 中, 由图可见 $Z_E = Z_B$. 将基于宏元胞法解的 S 参数和基于解卷绕法解的 S 参数分别与全波仿真 S 参数相比较, 结果如图 7 所示:

基于宏元胞法解的 S 参数与全波仿真结果在整个频段内几乎完全重合, 而基于解卷绕法解的 S 参数与全波仿真结果符合程度降低, 由于 $Z_B = Z_E$, 故产

生偏差的根本原因在于宏元胞法提取的传播常数 γ 较解卷绕法提取的 γ 值具有更高的精度, 从而证实了宏元胞法的有效性.

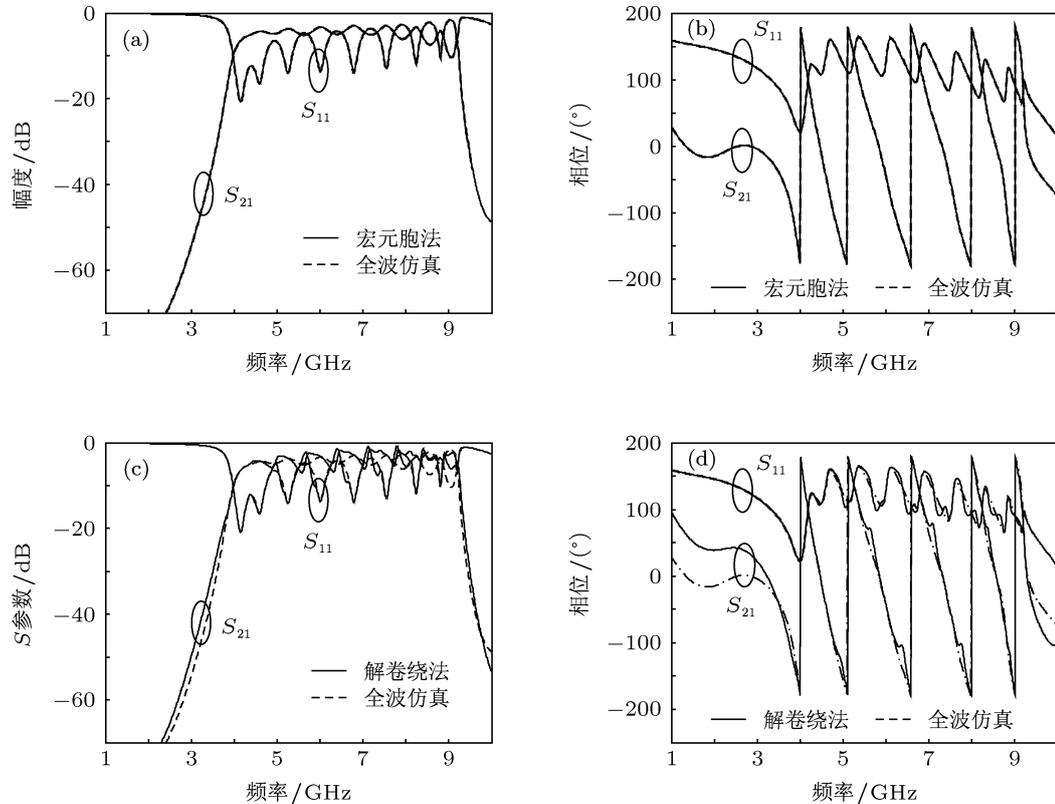


图7 10元胞微带SL SCLRH TL的 S 参数 (a)和(b)分别为基于宏元胞解的 S 参数与全波仿真 S 参数的幅度和相位比较; (c)和(d)分别为基于解卷绕解的 S 参数与全波仿真 S 参数的幅度和相位比较

4 结论

本文提出了一种能够精确快速提取一维互易有限周期性结构色散和 Bloch 阻抗特性的宏元胞法. 与全波本征模式法相比, 宏元胞法更能反应实际电磁结构的有限周期性; 与解卷绕法相比, 宏元

胞法的 γ 解是基于有限周期性结构正向或反向的本征传输因子, 与端口阻抗无关, 因此精度更高; 与单元胞法相比, 宏元胞法对有限周期性结构元胞间场耦合的强弱程度不作要求. 综上, 宏元胞法兼具通用性和精确性, 为一维互易有限周期性结构的分析刻画提供了有效的理论工具.

[1] Paulotto S, Baccarelli P, Frezza F, Jackson D R 2008 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **56** 2826
 [2] Caloz C, Itoh T 2006 *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications* (Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.) p115
 [3] Mao S G, Chen M Y 2003 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **50** 2624
 [4] Smith D R, Schultz S, Markoš P, Soukoulis C M 2002 *Phys. Rev. B* **65** 195104
 [5] Szabó Z, Park G H, Hedge R, Li E P 2010 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **58** 2646
 [6] Gong J Q, Chu Q X 2008 *J. Electromagn. Waves Appl.* **22** 1985
 [7] Pozar D M 2006 *Microwave Engineering* (3rd Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p320 (in Chinese) [波扎 2006 微波

工程 (第三版) (北京: 电子工业出版社) 第 320 页]
 [8] Menzel C, Rockstuhl C, Paul T, Lederer F, Pertsch T 2008 *Phys. Rev. B* **77** 195328
 [9] Pyo S, Han S M, Baik J W, Kim Y S 2009 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **57** 2775
 [10] Valerio G, Paulotto S, Baccarelli P, Burghignoli P, Galli A 2011 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **59** 2188
 [11] Smith D R, Vier D C, Koschny T, Soukoulis C M 2005 *Phys. Rev. E* **71** 036617
 [12] Caloz C, Itoh T 2004 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **52** 980
 [13] Gong J Q, Liang C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 059204 (in Chinese) [龚建强, 梁昌洪 2011 物理学报 **60** 059204]

An accurate macro-cell-method for extracting dispersion characteristics of 1D reciprocal microwave structures with finite periodicity*

Gong Jian-Qiang[†] Liang Chang-Hong

(National Laboratory of Science and Technology on Antennas and Microwaves, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 5 May 2013; revised manuscript received 22 June 2013)

Abstract

A novel macro-cell-method (MCM) has been proposed, which is capable of accurately extracting the dispersion characteristics of 1D reciprocal microwave structures with finite periodicity. In practice a single macro-cell consists of multiple periodic unit cells, therefore the electromagnetic coupling effects among unit cells can be rigorously considered. The eigen transfer factors ξ^N and $1/\xi^N$ corresponding to the forward and backward Bloch waves can be calculated in terms of the Bloch theory. Imposing complex logarithmic operation to ξ^N , the attenuation constant α can be univocally determined, while multiple integer branches exist in the solution of the phase shift constant β due to the multiroots property of the complex logarithm function. The rational integer branch is uniquely selected by comparing β from the MCM with that extracted from the unwrapping-method (UPM), regarding β from the UPM as the approximate value. Compared to the conventional eigenmode-method, UPM and single-cell-method, the MCM has no requirements to the coupling intensity among unit cells comprising finitely periodic structures, and with such good generality and accuracy, the MCM can be an effective tool for characterizing 1D reciprocal finitely periodic structures, facilitating their wide applications in microwave engineering.

Keywords: macro-cell-method, Bloch analysis, dispersion characteristics

PACS: 92.60.Ta

DOI: 10.7498/aps.62.199203

* Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. K5051202007).

[†] Corresponding author. E-mail: jqgong@xidian.edu.cn