

基于多属性决策的复杂网络节点 重要性综合评价方法*

于会[†] 刘尊 李勇军

(西北工业大学计算机学院, 西安 710072)

(2012年7月31日收到; 2012年9月10日收到修改稿)

复杂网络中的节点重要性评价在实际应用中有着重要意义. 现有的一些重要性评价指标如度、介数等存在适用范围有限, 评价结果不够全面等缺点, 因为节点在复杂网络中的重要性不仅仅受单一因素的影响. 为此, 本文提出了一种基于多属性决策的复杂网络节点重要性综合评价方法. 该方法将复杂网络中的每一个节点看作一个方案, 其多个重要性评价指标作为该方案的属性, 通过计算每个方案到理想方案的接近程度, 最终得到该节点的重要性综合评价结果. 该方法不仅可以用于不同类型复杂网络的节点重要性评价, 而且便于扩展, 实验结果表明了该方法的有效性.

关键词: 复杂网络, 节点重要性, 多属性决策, 综合评价

PACS: 02.10.Ox, 89.20.Ff, 89.75.Fb

DOI: 10.7498/aps.62.020204

1 引言

复杂网络中节点的重要性评估一直受到研究人员的广泛关注, 寻找网络中的关键节点是网络科学的重要研究内容之一. 复杂网络本质上的非同质拓扑结构^[1], 决定了网络中每个节点的重要程度存在较大差异. 挖掘出各类复杂网络中的关键节点, 有针对性地分析其性质, 从而进行有效地利用有着重要意义. 例如, 在大规模计算机网络中, 可以根据服务器节点的重要程度进行备份和冗余建设, 在节省资源的同时又能保证网络的鲁棒性; 在罪犯关系网络中, 重要度排序有利于区分首要分子、骨干分子和追随分子, 迅速定位犯罪团伙的头目^[2]; 在传染病、病毒传播网络中, 可以有效地发现超级传染源感染者并有针对性地治疗和隔离病源, 从而防止病毒的进一步传播和扩散^[3,4]; 在谣言传播的网络中, 也可快速定位重要的传播节点, 或充分利用意见领袖的领导力引导公众认识, 有效阻断谣言的扩

散^[5,6]. 另外, 对社交网络^[7]、科研合作网络^[8,9]、交通网络^[10,11]、电力网络^[12,13]等各种具体网络中节点重要性进行评估, 发掘其中的关键节点, 也具有很高的实用价值.

在各种复杂网络中, 用定量分析的方法寻找网络中最重要的节点(边), 或者分析节点相对于其他一个或多个节点的重要程度已经取得了许多进展. 目前一般从社会网络和系统科学两种角度分析节点的重要性. 社会网络分析方法的核心思想是“重要性等价于显著性”, 对网络中重要节点的发掘以不破坏网络的整体性为基础. 一般可以通过节点的中心性指标来衡量, 常用的复杂网络中心性指标有度中心性、介数中心性、接近中心性、特征向量中心性等, 这些指标从不同角度刻画了单个节点在网络中的重要程度. 系统科学分析方法的核心思想是“重要性等价于该节点(集)被删除后对网络的破坏性”^[14], 通过删除某节点(集)后, 借助网络连通性等指标的变化来确定其重要程度. 一般采用的方法

* 西北工业大学基础研究基金(批准号: NPU-FFR-JC201257)、航空科学基金(批准号: 2010ZC53031)、国家部委预研基金(批准号: NBDA0001)和东南大学计算机网络与信息集成教育部重点实验室开放基金(批准号: K93-9-2010-09)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: huiyu@nwpu.edu.cn

有节点删除^[15,16]、节点收缩法^[17]等。

无论是社会网络的方法还是系统科学分析的方法,学者们的注意力主要集中在一种跟网络拓扑相关的性质上,从某一角度探讨节点的重要性问题。比如,基于度的重要性评估方法强调节点与邻接节点连边的数量,可以在一定程度上显示节点在网络中的重要程度,但具有度相同的节点,在网络中的重要程度未必相同;介数刻画了节点或边对网络中信息或流的控制能力,但由于介数中心性一般按照最短路径定义,而在实际的大多数网络中,信息并非沿着最短路径流动,而是按照它们的意愿随机地流动,因此在某些网络中介数中心性对节点重要度的度量并不适用^[18];接近中心性考虑了节点间通信的独立性,即与其他节点通信的可能性对通信所需中间媒介的最少个数的依赖程度,但是接近中心性很大程度上依赖于网络的拓扑结构,对于集中式网络,它可以准确地发掘出中心节点,但是对于正则图、ER随机网络等民主式网络则并不适合。此外,研究中发现此指标与度中心性高度相关,即度中心性高的节点往往其在网络中的接近中心性也高^[19]。其他的诸如特征向量中心性则充分考虑与目标节点建立连接节点的重要性,并通过邻接节点的重要性来确定目标节点的地位;子图中心性^[20]反映了节点在网络局部结构的贡献大小;网络流^[21]和随机行走^[22,23]都利用模拟现实的思想,分析网络节点在实际应用中的作用。

上述的每种方法均是针对具体问题提出来的,都有自身的优点和缺点,分别从不同的方面刻画了节点在特定网络中的重要性。但现实世界的复杂网络千变万化,很难从一个指标来说明某个节点在网络中的重要程度,因为单一指标在不同的网络拓扑结构上的计算具有很大的片面性,网络中一个节点的重要性的和网络的整体结构相关,需要从不同的角度,利用节点的多个重要性指标来进行综合评价。因此本文提出了基于“逼近理想排序法(technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS)”^[24]的多属性决策方法,对网络中单个节点的度中心性、介数中心性、接近中心性、结构洞等多个指标作为决策评价方案的属性进行综合计算,以确定其在网络中的重要程度。由于考虑多个重要性指标对节点进行综合评价可以涵盖诸多影响节点重要性的多种因素,不再是片面强调某种单一因素的影响,因此可以得到比使用单一指标评价更为准确的节点重要性评价结果。利用此方法对

“风筝网络”^[25]、“ARPA网络”、“科研合作网络”的计算结果表明,该方法可以有效评价不同类型复杂网络中单个节点的重要性。另外,此方法并不局限于本文所列举的几个节点重要度评价指标,还可以很容易地进行扩展。

2 理论基础

设图 $G = (V, E)$ 是一个无自环的无向网络,其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 是网络中所有节点的集合, $|V| = N$; $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} \subseteq V \times V$ 是节点间边的集合, $|E| = m$ 。

由于对个体结构位置重要性的评价标准不同,节点中心性指标的定义也各有不同,本文中对所使用的几个节点重要度指标给出以下定义。

定义 1 度中心性 (degree centrality)

节点 i 相关联的边数与节点 i 可能存在的最大边数的比率。度中心性的表达式为

$$DC_i = k_i / (N - 1), \quad (1)$$

其中 k_i 表示网络中与节点 i 关联的边数。度中心性定义表明了一个节点与其他节点直接通信的能力,数值越大,在网络中越重要。

定义 2 接近中心性 (closeness centrality)

假设 d_{ij} 表示以节点 i 为起点,以 j 为终点的最短路径中所含边的数量,则节点 i 的接近中心性可以表示为其到网络中其他所有节点距离之和的倒数。接近中心性的表达式为

$$CC_i = N / \sum_{j=1}^N d_{ij}. \quad (2)$$

节点接近中心性的值越大,表明节点居于网络中心位置的程度越大,相应地也就越重要。

定义 3 介数中心性 (betweenness centrality)

介数中心性的表达式为

$$BC_i = \sum_{j \neq i \neq k \in V} \frac{g_{jk}(i)}{g_{jk}}, \quad (3)$$

式中 $g_{jk}(i)$ 表示节点 j 和 k 之间通过节点 i 的最短路径的条数。 g_{jk} 为从节点 j 到节点 k 之间所有最短路径的总数。介数中心性定义认为如果一个节点是网络中其他节点对之间通信的必经之路,则其在网络中必具有重要地位^[26]。节点介数中心性的值越高,则该节点的影响力越大,相应地也就越重要。

定义 4 结构洞 (structural holes)

在网络中如果两个个体或两个群体之间不存在直接连接,且它们之间不存在间接冗余关系,则两者之间的阻碍就是结构洞. Burt 提出了计算结构洞的网络约束系数对网络闭合性和结构洞进行测度 [27]. 节点 i 的网络约束系数的计算表达式为

$$C_i = \sum_j (P_{ij} + \sum_{q \neq i \neq j} P_{iq}P_{qj})^2, \quad (4)$$

其中, q 为连接节点 i 和节点 j 的间接节点, P_{ij} 为节点 i 花费在节点 j 上的时间 (精力) 占其总时间 (精力) 的比例. 网络约束系数 C_i 越小, 结构洞程度越大, 节点的位置越重要.

从以上几个节点中心性重要性评价指标的定义可以看出, 不同指标从不同的角度探讨了节点在复杂网络中的重要程度. 但对于实际的复杂网络, 仅依赖于一个指标来判断某个节点在网络中的重要程度具有很大的片面性, 为此, 本文综合这些指标, 提出了一种基于多属性决策的节点重要性评价方法.

3 基于多属性决策的节点重要性综合评价方法

基于 TOPSIS 的多属性决策节点重要性综合评价方法的思想是将复杂网络中的每一个节点看作一个方案, 将评价节点重要性的多个评价指标分别看作各方案的属性, 则节点的重要性评价就转化为一个多属性决策问题, 决策的准则是评价各方案在复杂网络中的重要程度.

设复杂网络中有 N 个节点, 则对应的决策方案集合可以表示为 $A = \{A_1, \dots, A_N\}$. 若评价每个节点重要程度的指标有 m 个, 则对应的方案属性集合记为 $S = \{S_1, \dots, S_m\}$. 第 i 个节点的第 j 个指标的值记为 $A_i(S_j)$ ($i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, m$), 构成决策矩阵

$$X = \begin{pmatrix} A_1(S_1) & \cdots & A_1(S_m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_N(S_1) & \cdots & A_N(S_m) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

由于方案的指标较多, 众多指标之间存在错综复杂的关系, 有效益指标 (指标值越高, 能力越强) 和成本指标 (指标值越高, 能力越差) 之分, 且各指标的量纲不同, 为便于比较, 对指标矩阵做如下标

准化处理:

$$r_{ij} = A_i(S_j)/A_i(S_j)^{\max},$$

如果该指标为效益型指标,

$$r_{ij} = A_i(S_j)^{\min}/A_i(S_j),$$

如果该指标为成本型指标,

(6)

其中, $A_i(S_j)^{\max} = \max\{A_i(S_j) | 1 \leq i \leq N\}$, $A_i(S_j)^{\min} = \min\{A_i(S_j) | 1 \leq i \leq N\}$.

规范化后的决策矩阵记为 $R = (r_{ij})_{N \times m}$.

设第 j 个指标的权重为 w_j ($j = 1, \dots, m$, $\sum w_j = 1$), 和规范化决策矩阵 R 构成加权规范化矩阵

$$Y = (y_{ij}) = (w_j r_{ij})$$

$$= \begin{pmatrix} w_1 r_{11} & \cdots & w_m r_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{N1} & \cdots & w_m r_{Nm} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

根据矩阵 Y 确定正理想决策方案 A^+ 和负理想决策方案 A^- , 其中

$$A^+ = \{\max_{i \in L} (y_{i1}, \dots, y_{im})\} = \{y_1^{\max}, \dots, y_m^{\max}\}, \quad (8a)$$

$$A^- = \{\min_{i \in L} (y_{i1}, \dots, y_{im})\} = \{y_1^{\min}, \dots, y_m^{\min}\}, \quad (8b)$$

式中, $L = \{1, \dots, N\}$.

根据下式计算每个方案 A_i 到正理想方案 A^+ 和负理想方案 A^- 的距离

$$D_i^+ = [\sum_{j=1}^m (y_{ij} - y_j^{\max})^2]^{1/2}, \quad (9a)$$

$$D_i^- = [\sum_{j=1}^m (y_{ij} - y_j^{\min})^2]^{1/2}. \quad (9b)$$

计算理想方案的贴近度 Z_i , 按照 Z_i 值的大小进行重要度排序, 完成评估任务, 贴近度计算公式如下:

$$Z_i = D_i^- / (D_i^- + D_i^+), \quad 0 \leq Z_i \leq 1. \quad (10)$$

为了描述简单清晰, 本文采用度中心性 DC 、介数中心性 BC 、接近中心性 CC 、结构洞 C , 四个节点重要性评价指标为例 ($m = 4$), 对网络中节点的重要性进行综合计算. 其中 DC, BC, CC 为效益型指标, 值越大, 节点的重要程度越高; C 为成本型指标, 值越小, 节点的重要程度越高. 各指标权重的计算使用层次分析法 [28] (analytic hierarchy process, AHP) 得出, 步骤如下:

第一阶段采用 (0, 1, 2) 三标度法来对每一指标进行两两比较后, 建立一个比较矩阵;

第二阶段通过变换将比较矩阵转化为判断矩阵, 并进行一致性检验, 最后得到指标权重, 具体计算方法参见文献 [28].

表 1 中列出了按照 (11) 式三标度值方法构建的比较矩阵 B 中的值.

表 1 三标度法构建重要性指标的比较值

B	DC	C	CC	BC
DC	1	0	0	0
C	2	1	1	0
CC	2	1	1	0
BC	2	2	2	1

表 1 中

$$B = (b_{ij}) = \begin{cases} 2, & \text{指标 } i \text{ 比指标 } j \text{ 重要,} \\ 1, & \text{指标 } i \text{ 与指标 } j \text{ 同等重要,} \\ 0, & \text{指标 } j \text{ 比指标 } i \text{ 重要,} \end{cases} \quad (11)$$

比较矩阵 B 的构建基于以下因素考虑: 由于度中心性涉及的网络结构因素最少, 所以和其他指标相比重要性较差; 而结构洞指标和接近中心性指标相比, 理论上很难对比两个指标的好坏, 在矩阵 B 中给出了重要性相同的评价; 介数中心性和其他三个指标相比, 可以准确发现网络中的“桥”节点, 而其他三个指标则无此功能, 因此本文在矩阵 B 的构造中给介数中心性赋予了比其他指标重要性更高的值.

对比较矩阵 B , 按照极差法构造判断矩阵 [28], 经一致性检验, 得到各相关指标权重的值分别为 $w_{DC} = 0.0861$, $w_C = 0.2073$, $w_{CC} = 0.2073$, $w_{BC} = 0.4993$.

基于 TOPSIS 的节点重要性综合评价算法步骤描述如下:

输入 多属性决策矩阵 $X = (x_{ij})_{N \times m} = (DC_i, C_i, CC_i, BC_i)_{N \times m}$.

输出 节点 i 的重要度 Z_i .

步骤 1 根据 (6) 式计算得到标准化矩阵 $R = (r_{ij})$, 其中 DC , BC , CC 为效益型指标, C 为成本型指标;

步骤 2 将 AHP 方法计算得到的各指标的权重值代入 (7) 式, 构造加权规范化矩阵 Y ;

步骤 3 根据 (8a) 式确定正理想决策方案 A^+ , 根据 (8b) 式确定负理想决策方案 A^- ;

步骤 4 根据 (9a) 式和 (9b) 式分别计算每个方案 A_i 到正理想方案 A^+ 和负理想方案 A^- 的距离 D_i^+ 和 D_i^- ;

步骤 5 根据 (10) 式计算每个方案到理想方案的贴近度 Z_i , 即节点的综合重要程度.

将每个方案到理想方案的贴近度 Z_i 按照从大到小的方法进行排序, 贴近度越大, 则节点在网络中的重要程度越高.

4 算法实例

首先以 Krackhardt 设计的“风筝网络”[25] 为例 (如图 1), 计算节点的各个中心性指标, 结果如表 2 所示. 从图 1 和表 2 中可以看出, 该网络度值最大的节点是节点 7, 节点 3 虽然度值只有 3, 但却占据了网络中最好的信息控制地位, 有最大的介数值, 节点 4 和 5 有最大的接近数和最小的结构洞值, 并且在网络结构中的位置相同.

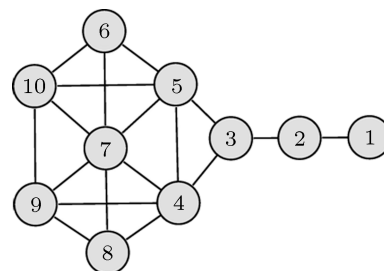


图 1 风筝网络

表 2 “风筝网络”中节点各指标的计算结果

ID	DC	C	CC	BC
1	0.1111	1.25	0.3448	0.00
2	0.2222	0.5556	0.4762	16.00
3	0.3333	0.4944	0.6667	28.00
4	0.5556	0.4701	0.7143	16.67
5	0.5556	0.4701	0.7143	16.67
6	0.3333	0.7059	0.5556	0.00
7	0.6667	0.4746	0.6667	7.33
8	0.3333	0.7059	0.5556	0.00
9	0.4444	0.5783	0.5882	1.67
10	0.4444	0.5783	0.5882	1.67

表 2 中节点各指标的属性值构成决策矩阵 $X = (x_{ij})_{N \times m}$, 根据使用 AHP 方法所得到的权重值和对矩阵 X 标准化后的决策矩阵 R , 得到加权规范

化矩阵

$$Y = \begin{pmatrix} 0.0143 & 0.0780 & 0.1001 & 0 \\ 0.0287 & 0.1754 & 0.1382 & 0.2853 \\ 0.0430 & 0.1971 & 0.1935 & 0.4993 \\ 0.0718 & 0.2073 & 0.2073 & 0.2972 \\ 0.0718 & 0.2073 & 0.2073 & 0.2972 \\ 0.0430 & 0.1381 & 0.1612 & 0 \\ 0.0861 & 0.2053 & 0.1935 & 0.1308 \\ 0.0430 & 0.1381 & 0.1612 & 0 \\ 0.0574 & 0.1685 & 0.1707 & 0.0297 \\ 0.0574 & 0.1685 & 0.1707 & 0.0297 \end{pmatrix}.$$

则正理想决策方案 A^+ 为

$$\{0.0861 \quad 0.2073 \quad 0.2073 \quad 0.4993\}.$$

负理想决策方案 A^- 为

$$\{0.0143 \quad 0.0780 \quad 0.1001 \quad 0\}.$$

经计算得到每个方案 A_i 到正理想方案 A^+ 和负理想方案 A^- 的距离分别为 D_i^+, D_i^- , 以及每个方案到正理想方案的贴适度 Z_i , 见表 3.

表 3 “风筝网络”的多属性决策评价结果

ID	D_i^+	D_i^-	Z_i
1	0.5317	0.0000	0.0000
2	0.2343	0.3042	0.5650
3	0.0463	0.5225	0.9185
4	0.2026	0.3462	0.6308
5	0.2026	0.3462	0.6308
6	0.5080	0.0904	0.1511
7	0.3688	0.2173	0.3707
8	0.5080	0.0904	0.1511
9	0.4735	0.1262	0.2104
10	0.4735	0.1262	0.2104

从表 3 中可以得出贴适度 Z_i 的排序为

$$Z_3 > (Z_4 = Z_5) > Z_2 > Z_7 > (Z_9 = Z_{10}) > (Z_6 = Z_8) > Z_1.$$

合理的解释为: 从图 1 来看, 节点 3 处于全局信息控制能力最大的位置, 节点 3 的删除会导致网络不再连通, 因此其重要性最大; 而节点 4 和节点 5 在网络中结构位置相同, 因此具有相同的 Z 值, 并且节点 4 或节点 5 的删除会导致网络中节点间的

通信距离增大, 因此重要性次之; 节点 2 是介数值较大的节点, 删除节点 2 会导致节点 1 与网络断开, 但仅仅断开 1 个节点, 说明节点 2 虽然重要, 但没有比删除节点 4 和 5 对网络造成的影响大; 节点 7 虽然度数最大, 但节点 7 的删除仅仅使得风筝网络的通信冗余度减少, 并不影响整个网络的通信能力; 对于节点 9 和节点 10, 节点 6 和节点 8, 分别在网络中的结构位置相同, 但这些节点的删除并没有对网络的通信造成影响, 因此排序更为靠后.

从对“风筝网络”实验可以看出, 运用本文所提出的方法对简单网络节点重要性的评价可以取得良好的结果, 能够很好地区分各节点之间的重要程度, 有效避免了采用单一属性评价其重要性的不足. 为了进一步说明本文方法的有效性, 本文利用了图 2 美国的 ARPA (Advanced Research Project Agency) 网络拓扑, 它由 21 个节点和 23 条链路组成. ARPA 拓扑是目前分析网络节点重要性时普遍使用的干线网络拓扑, 其网络平均度值在 2—3 之间, 大部分节点的度值为 2.

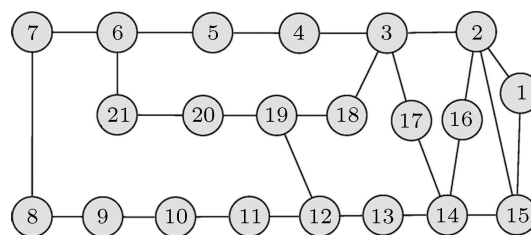


图 2 ARPA 网络拓扑结构

表 4 给出本文提出的算法以及文献 [29]、文献 [30] 和文献 [31] 所述方法确定的节点重要性计算的排序结果. 四种算法得出的节点重要性排序都略有差异, 主要是因为各自的判断侧重点不同. 文献 [29] 和文献 [31] 使用了社会网络的分析方法, 利用节点重要度评价矩阵来确定复杂网络中的关键节点; 文献 [30] 使用了系统科学的方法, 依据的是移除节点后, 网络直径的变化和生成树的数目变化确定节点的重要程度; 本文采用的是基于多属性决策的综合评价方法.

图 3 给出了采用上述四种方法得到的 ARPA 网节点重要程度排序后删除前 5 个重要节点后的情况. 图 3(a) 为本文算法删除前 5 个重要节点后的图形, 可以看出前 5 个重要节点删除后, ARPA 网络被独立地划分为 7 个社区, 说明该方法很好地计算出了 ARPA 网的关键节点; 图 3(b) 和 (d) 给出了文

献 [29] 和文献 [31] 得到的计算结果排序后删除前 5 个重要节点后的图形, 其中图 3(b) 中仅将网络划分为 3 个社区, 图 3(d) 中则将网络划分为 5 个社区, 对比结果说明本文的评价方法优于文献 [29] 和文献 [31] 中的方法. 图 3(c) 也得到 7 个孤立社区, 单从社区分割的数量上看, 与本文提出方法的结果是相同的, 但文献 [30] 采用的就是节点删除的方法, 是通过破坏网络的连通性来判断网络中的重要节点的, 而本文所用的指标均是社会网络中的中心性评价指标, 是以不破坏网络的整体性为基础来综合评价节点的重要程度, 所以两种方法的结果有一定差异.

上述两个实验对本文提出的方法进行了很好地验证, 说明了该方法的有效性. 在此基础上, 本文对 C-DBLP “科研合作网” 进行了节点的重要性评估. 这里提取了“科研合作网”中的一个连通子集, 其中包含 462 个节点, 975 条边. 图 4 给出了采用本文算法的计算结果排序后选取 Top5% 重要节点的图示, 其中最大的圆形节点表示网络的中心, 其他较大的圆形节点为重要节点. 图 5 是选取了 Top10% 重要节点的图形. 可以看出, Top5% 和 Top10% 的节点可以很好的覆盖“科研合作网”中的重要节点, 这些节点一般都是课题组的负责人, 他们在与其他课题组项目合作中起了非常重要的联

接作用.

表 4 ARPA 网络节点重要性评估排序结果

ID	Ranking			
	本文	文献 [29]	文献 [30]	文献 [31]
3	1	2	1	1
12	2	10	4	2
19	3	8	6	3
6	4	13	3	4
14	5	4	2	8
4	6	11	13	5
13	7	9	17	9
2	9	1	5	13
5	8	15	14	6
11	10	16	7	7
18	11	7	18	10
10	12	19	8	11
7	13	18	9	12
20	14	14	15	14
21	15	17	16	15
9	16	21	10	18
8	17	20	11	17
17	18	5	19	16
15	19	3	12	19
16	20	6	20	20
1	21	12	21	21

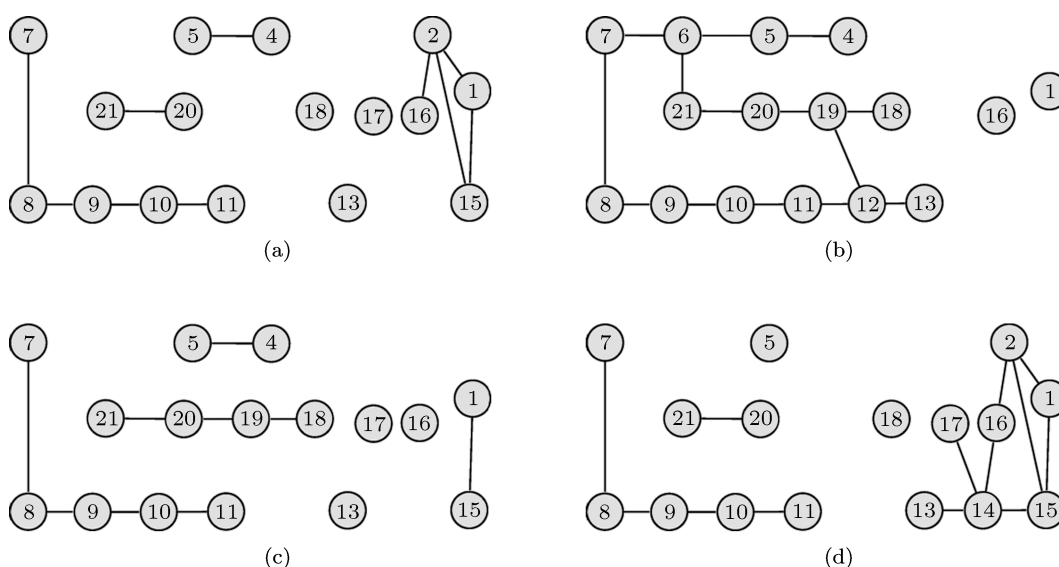


图 3 四种算法得出的 ARPA 网络排序结果删除前 5 个节点后的社区划分示意图 (a) 本文算法删除前 5 个节点后的图形; (b) 文献 [29] 删除前 5 个节点后的图形; (c) 文献 [30] 删除前 5 个节点后的图形; (d) 文献 [31] 删除前 5 个节点后的图形

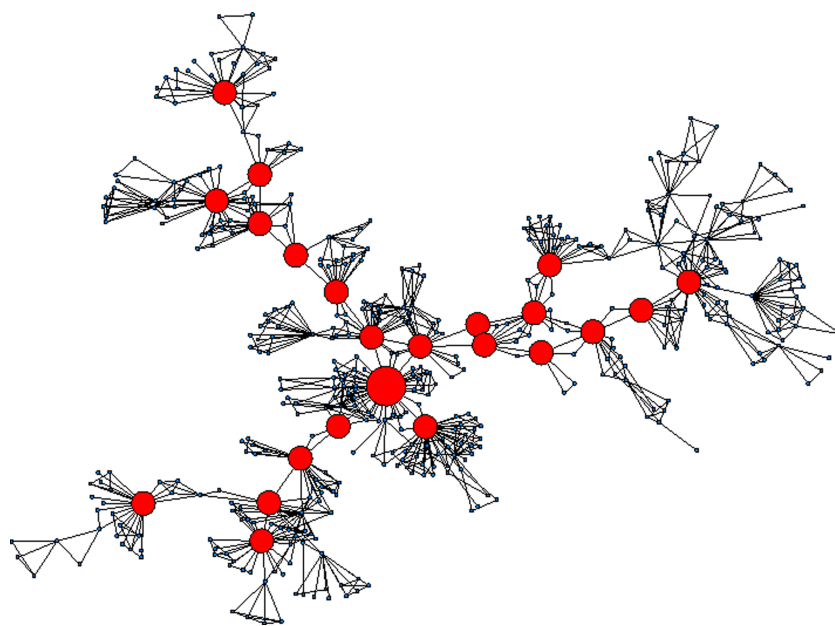


图4 “科研合作网” Top5%的节点

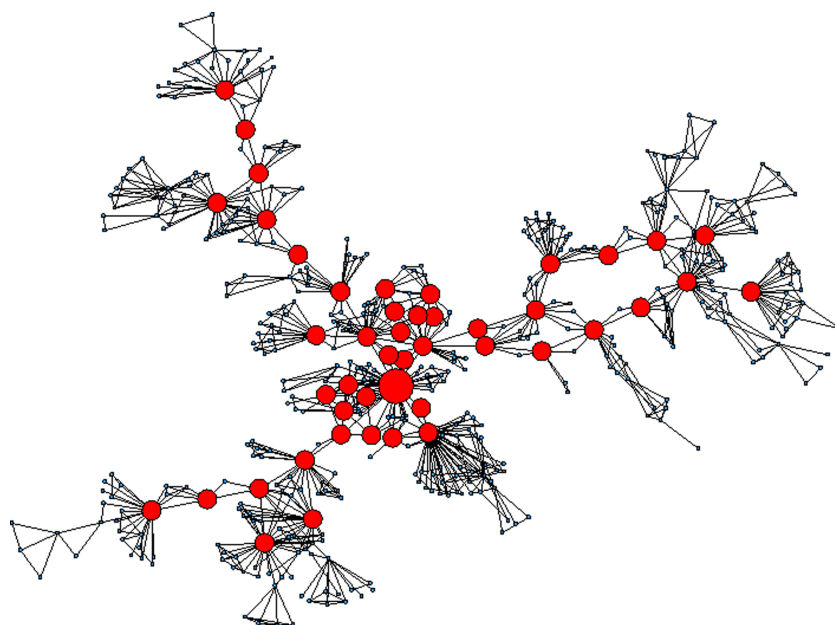


图5 “科研合作网” Top10%的节点

5 结论

节点在复杂网络中的重要程度不能仅用单一指标来刻画, 需要从不同的角度, 利用节点的多个指标来进行综合评价. 本文提出了基于多属性决策评估节点重要性的方法, 该方法将复杂网络中的每一个节点作为一个决策方案, 将节点重

要度评价的多个指标作为方案的属性, 对节点在网络中的重要程度进行综合评价, 得到了良好的结果. 该方法计算简单、便于扩展, 在“风筝网络”、“ARPA网络”和“科研合作网络”三种不同类型网络的实验中, 验证了其有效性, 为进一步分析重要节点的性质, 从而有效地加以利用奠定了基础.

- [1] Barabási A L, Bonabeau E 2003 *Sci. Am.* **288** 50
- [2] Chen H, Chung W, Xu J J, Wang G, Qin Y, Chau M 2004 *Computer* **37** 50
- [3] Lü T Y, Piao X F, Xie W Y, Huang S B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 170512 (in Chinese) [吕天阳, 朴秀峰, 谢文艳, 黄少滨 2012 物理学报 **61** 170512]
- [4] Xu D, Li X, Wang X F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1313 (in Chinese) [许丹, 李翔, 汪小帆 2007 物理学报 **56** 1313]
- [5] Xiong X, Hu Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 150509 (in Chinese) [熊熙, 胡勇 2012 物理学报 **61** 150509]
- [6] Budak C, Agrawal D, Abbadi A E 2011 *Proceedings of the International World Wide Web Conference Committee* Hyderabad, India, March 28–April 1, 2011 p665
- [7] Zhang Y C, Liu Y, Zhang H F, Cheng H, Xiong F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050501 (in Chinese) [张彦超, 刘云, 张海峰, 程辉, 熊菲 2011 物理学报 **60** 050501]
- [8] Yan R, Tang J, Liu X B 2011 *Proceedings of the 20th ACM international conference on Information and knowledge management*, Glasgow, Scotland, UK, October 24–28, 2011 p1247
- [9] Watts D J, Dodds P S, Newman M E J 2002 *Science* **296** 1302
- [10] Liu H K, Zhou T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 106 (in Chinese) [刘宏鲲, 周涛 2007 物理学报 **56** 106]
- [11] Cai K Q, Zhang Jun, Du W B, Cao X B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 028903
- [12] Wang G Z, Gao Y J, Bao Z J, Han Z X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3597 (in Chinese) [王光增, 曹一家, 包哲静, 韩帧祥 2009 物理学报 **58** 3597]
- [13] Kinney R, Crucitti P, Albert R, Latora V 2005 *Eur. Phys. J. B* **46** 101
- [14] An S H, Du Y B, Qu J L 2006 *Chin. J. Manage. Sci.* **14** 106 (in Chinese) [安世虎, 都艺兵, 曲吉林 2006 中国管理科学 **14** 106]
- [15] Corley H W, Sha D Y 1982 *Oper. Res. Letters* **1** 157
- [16] Nardelli E, Proietti G, Widmayer P 2001 *Info. Proc. Letters* **79** 81
- [17] Tan Y J, Wu J, Deng H Z 2006 *Syst. Eng. Theory & Practice* **26** 79 (in Chinese) [谭跃进, 吴俊, 邓宏钟 2006 系统工程理论与实践 **26** 79]
- [18] Freeman L C, Borgatti S P, White D R 1991 *Soc. Networks* **13** 141
- [19] Luo J D 2010 *Social Network Analysis* (2nd Ed.) (Beijing: Social Science Academic Press) p187 (in Chinese) [罗家德 2010 社会网分析讲义 (北京: 社会科学文献出版社) 第 187 页]
- [20] Estrada E, Rodríguez-Velázquez J A 2005 *Phys. Rev. E* **71** 056103
- [21] Perra N, Fortunato S 2008 *Phys. Rev. E* **78** 036107
- [22] Newman M E J 2005 *Soc. Networks* **27** 39
- [23] Dou F L, Hu Y Q, Li Y, Fan Y, Di Z R *Acta Phys. Sin.* **61** 178901 (in Chinese) [刁斐玲, 胡延庆, 黎勇, 樊瑛, 狄增如 2012 物理学报 **61** 178901]
- [24] Tzeng G H, Huang J J 2011 *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications* (CRC: Boca Raton London New York) p69
- [25] Wang X F, Li X, Chen G R 2012 *Network Science: An Introduction* (1st Ed.) (Beijing: Higher Education Press) p161 (in Chinese) [汪小帆, 李翔, 陈关荣 2012 网络科学导论 (北京: 高等教育出版社) 第 161 页]
- [26] Freeman L C A 1977 *Sociometry* **40** 35
- [27] Burt R S 2004 *Am. J. Sociol.* **110** 349
- [28] Zhu Y, Meng Z Y, Kan S Y 1999 *J. Northern Jiaotong University* **23** 119 (in Chinese) [朱茵, 孟志勇, 阚叔愚 1999 北方交通大学学报 **23** 119]
- [29] Zhou X, Zhang F M, Li K W, Hui X B, Wu H S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 050201 (in Chinese) [周漩, 张凤鸣, 李克武, 惠晓滨, 吴虎胜 2012 物理学报 **61** 050201]
- [30] Chen Y, Hu A Q, Hu X 2004 *J. China Institute Commun.* **25** 129 (in Chinese) [陈勇, 胡爱群, 胡啸 2004 通信学报 **25** 129]
- [31] Zhao Y H, Wang Z L, Zheng J, Guo X J 2009 *J. Beijing University of Aeronautics and Astronautics* **35** 1076 (in Chinese) [赵毅寰, 王祖林, 郑晶, 郭旭静 2009 北京航空航天大学学报 **35** 1076]

Key nodes in complex networks identified by multi-attribute decision-making method*

Yu Hui[†] Liu Zun Li Yong-Jun

(School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 31 July 2012; revised manuscript received 10 September 2012)

Abstract

In complex networks, it is significant how to rank the nodes according to their importance. Most of the existing methods of ranking key nodes (e.g. degree-based, betweenness-based) only consider one factor but not the integration of whole complex network in evaluating the importance of nodes, so those methods each have a limited application range. In this paper, a multi-attribute decision-making method to identify the key nodes in complex networks is proposed. In our method, each node is regarded as a solution, and each importance evaluation criterion as one solution's attribute. After that, we calculate the closeness between each solution and the ideal solution in order to obtain the integration results of node importance in complex networks. The proposed method can be used in a variety of complex networks. It is also easy to evaluate the importance evaluation criteria. Finally, experimental results show that the proposed method is effective.

Keywords: complex networks, key nodes, multi-attribute decision-making, integration evaluation

PACS: 02.10.Ox, 89.20.Ff

DOI: 10.7498/aps.62.020204

* Project supported by NPU Foundation for Fundamental Research of China (Grant No. NPU-FFR-JC201257), the Aviation Science Fund of China (Grant No. 2010ZC53031), the Advanced Research Fund of Ministry of China (Grant No. NBDA0001), the Open Research Fund from Key Laboratory of Computer Network and Information Integration (Southeast University), and the Ministry of Education, China (Grant No. K93-9-2010-09)).

[†] Corresponding author. E-mail: huiyu@nwpu.edu.cn