

# 光纤放大器中非自治光畸波的传播控制研究\*

胡文成<sup>1)</sup> 张解放<sup>1)2)†</sup> 赵辟<sup>1)</sup> 楼吉辉<sup>1)</sup>

1) (浙江师范大学, 数理与信息工程学院, 金华 321004)

2) (浙江传媒学院, 杭州 310018)

(2012年5月28日收到; 2012年7月27日收到修改稿)

本文采用一个通用的理论, 即用相似变换的方法, 研究构建了(1+1)维变系数非线性薛定谔方程的精确畸波解, 首先讨论了一阶光畸波在光纤放大器中的传播问题. 发现光学畸波的特性, 如宽度、振幅和位置, 可通过非线性光学介质特性和光脉冲的初始参量进行控制; 然后在选择可控参数条件下, 讨论了可控光畸波在非线性介质的传播行为, 包括延迟激发、抑制、以及保持. 这在理论和实际应用上具有启迪价值.

**关键词:** 非线性薛定谔方程, 变系数, 相似变换, 畸波解

**PACS:** 42.81.Dp, 42.65.Tg, 05.45.Yv

**DOI:** 10.7498/aps.62.024216

## 1 引言

畸形波首先是在海洋中<sup>[1-4]</sup>发现的, 是一种目前尚无法全面解释和预测的突然出现的大浪, 其波高明显大于甚至数倍于相邻波况, 波峰高而陡且常以单峰出现, 存在时间很短<sup>[5]</sup>. 因其突发时的强危害性、目前的不可预测性及出现频次迅速增加的趋势, 已经引起了全世界涉海工作人员的重视<sup>[6-8]</sup>一般而言, 调制不稳定性(MI)被认为是畸形波产生的主要机理. 另外孤子的碰撞, 由于伴随着能量的交换, 也会产生畸形波<sup>[9]</sup>. 目前畸形波动力学特征的物理模型大多采用非线性薛定谔方程来表征. 随着对畸形波研究的深入, 相继在可用非线性薛定谔方程描述的玻色爱因斯坦凝聚<sup>[9-11]</sup>、非线性光学<sup>[12,13]</sup>等领域被开拓讨论. 1995年畸形波在挪威开放海域的石油平台上被首次观测, 其后在光学系统和玻色-爱因斯坦凝聚中畸形波的实现也不断报道<sup>[14,15]</sup>.

本文旨在构建(1+1)维的变系数非线性薛定谔方程(NLSE)的精确畸波解以进一步分析非自治光学畸波在平面波导放大器中的传播特性. 我们通过选取合适的非线性可控参数, 实现在非线性光学介质中对非自治光畸波生成位置和传播行为, 包括延

迟激发、抑制、以及保持等进行控制.

## 2 非均质非线性光学系统的精确畸波解

我们考虑广义的变系数非线性薛定谔方程

$$i \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\beta(z)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \gamma(z) |u|^2 u = i \frac{g(z)}{2}, \quad (1)$$

这里  $g(z)$ ,  $\beta(z)$ ,  $\gamma(z)$  是任意的分布式参数, 这个模型一般用来描述非线性光学中的物理系统和凝聚态物理<sup>[16-20]</sup>. 在光学背景下, 它描述的是光脉冲在光纤放大器中(色散和非线性项参数沿纵向缓慢变换)沿  $z$  轴的传播<sup>[19]</sup>, 其中  $U(z, x)$  代表光学介质中传播的电场复波包, 它是波包(光脉冲)的传播距离  $z$  和横向坐标  $x$  的函数.  $\beta(z)$  是色散系数,  $\gamma(z)$  是非线性系数, 而  $g(z)$  是增益或吸收系数, 它们都由介质决定, 这是个非均质非线性光学系统.

为了将变系数 NLSE 转换成标准的 NLSE, 我们采用如下的变换:

$$u(z, x) = A(z) U[X(z, x), Z(z)] e^{i\phi}, \quad (2)$$

$$\phi(z, x) = c(z)x^2 + b(z)x + d(z), \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 11072219)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jfzhang2002@yahoo.com.cn

这里  $A(z)$  是实函数,  $\phi(z, x)$  是复函数, 而  $U(Z, X)$  满足标准的 NLSE

$$iU_z + \frac{1}{2}U_{xx} + |U|^2U = 0, \quad (4)$$

以及一些限制条件. 将方程 (2) 代入方程 (1), 经过一些数学代换, 可以得到如下的解:

$$X(x, z) = \frac{[x - x_c(z)]}{w(z)}, \quad (5)$$

$$Z = \frac{|D(z)|}{w_0^2[1 - c_0D(z)]'},$$

$$w(z) = w_0[1 - c_0D(z)], \quad (6)$$

$$A(z) = w(z)^{-1} \left[ \frac{|\beta(z)|}{y(z)} \right]^{1/2},$$

$$x_c(z) = x_0 - (c_0x_0 + b_0)D(z), \quad (7)$$

这里  $D(z) = \int_0^z ds\beta(s)$ , 与相位有关的参数为

$$\begin{aligned} c(z) &= \frac{c_0}{1 - c_0D(z)}, \\ b(z) &= \frac{b_0}{1 - c_0D(z)}, \\ d(z) &= \frac{(b_0^2/2)D(z)}{1 - c_0D(z)}, \end{aligned} \quad (8)$$

与介质有关的参数要满足的条件, 也就是非线性薛定谔方程可积性条件为

$$g(z) = \beta(z)c(z) + \frac{d}{dZ} \ln \left[ \frac{\beta(z)}{y(z)} \right], \quad (9)$$

众所周知, 对于标准的 NLSE(4), 在很多文 [16,17] 中, 都可以找到它的解, 其一阶解如下:

$$\begin{aligned} U &= \left[ 1 - \frac{4 + 8i(z - z_c)}{1 + 4[x - v(Z - Z_c)]^2 + 4(Z - Z_c)^2} \right] \\ &\times \exp \left[ i \left( 1 - \frac{v^2}{2} \right) (Z - Z_c) + ivX \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

本文的重点是研究一阶光畸波在光纤放大器中的传播, 在这种背景下, 畸波解的各参量的物理意义就给出了, (5)—(10) 式中:  $A(z)$ ,  $w(z)$  和  $x_c(z)$  分别代表光脉冲的振幅, 宽度和位置.  $c(z)$  和  $b(z)$  分别表示啁啾和波阵面,  $c_0$  和  $b_0$  代表初始啁啾和初始波阵面的位置,  $w_0$  代表初始脉冲宽度.  $x_0$  为脉冲中心的初始位置.  $Z$  是和传播距离有关的有效传播距离,  $\phi$  表示相位,  $Z_c$  和  $v$  是任意的两个常数,  $X_c = v(Z - Z_c)$  代表光脉冲的中心,  $Z = Z_c$  就是光畸波出现和之后消失的位置.

### 3 有啁啾和无啁啾情况光畸波的控制

现在用得到的结果来讨论一些可实现的情况.

我们考虑这样一种光纤, 其色散项  $\beta$  和非线性项  $\gamma$  为常数,  $g$  是传播距离的函数 [12], 即

$$\begin{aligned} \beta &= 1, \\ \gamma &= 1, \\ g(z) &= \frac{c_0\beta}{1 + c_0\beta z}. \end{aligned} \quad (11)$$

这种情况第一次在文献 [12] 中被讨论过, 其限制条件简化为  $g(z) = \beta C(z)$ . 若取初始啁啾  $c_0 = 0$  (无啁啾), 则  $c(z) = 0$ ,  $g(z) = 0$ , 光纤必须无增益 (或吸收) 才能满足限制条件, 那么与光脉冲相关的参数都将变成常数, 和传播距离  $z$  无关. 因此可通过调节初始波前参量  $b_0$ , 实现光畸波中心位置沿不同方向的调控. 其演化如图 1, 图中红色虚线表示光畸波中心位置的移动轨迹.

若  $c_0 \neq 0$  (有啁啾) 时, 当  $c_0\beta > 0$  表示光纤的增益项系数  $g$  是随着传播距离而增加, 从 (7) 式的第二个式子我们不难发现, 当  $(c_0x_0 + b_0) > 0$  时意味着光畸波的中心位置将沿着一条直线移动, 但与  $(c_0x_0 + b_0) < 0$  时具有不同的方向. 也就是说通过调节与光脉冲有关的初始参量和增益项, 能实现光畸波的不同运动轨迹. 当  $c_0\beta < 0$  时表示光纤的增益项系数  $g$  是随着传播距离而减小. 对于这种情况, 同样可以通过调节与光脉冲有关的初始参量和增益项来实现光畸波激发位置的调控. 其演化如图 2 所示.

下面来讨论另一种光纤放大器, 其色散项系数  $\beta = -0.5z^2$ , 即其色散系数沿传播距离呈抛物式增长 [21], 其非线性项系数  $y = -0.5z^2$ , 由畸形波解的限制条件 (9) 式可得其非线性项系数, 无增益 (或吸收) 项为  $g = -3c_0z^2/(6 + c_0z^3)$ , 即

$$\begin{aligned} \beta &= -0.5z^2, \\ \gamma &= -0.5z^2, \\ g &= -\frac{3c_0z^2}{6 + c_0z^3}, \end{aligned} \quad (12)$$

很容易得到脉冲宽度, 光畸波中心位置等的表达式为

$$\begin{aligned} Z &= \frac{z^3}{w_0 2(6 + c_0z^3)}, \\ x_c &= x_0 - \frac{(c_0x_0 + b_0)z^3}{6}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0 \left( 1 + \frac{c_0}{6} z^3 \right), \\ A(z) &= \left[ w_0 \left( 1 + \frac{c_0}{6} z^3 \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (14)$$

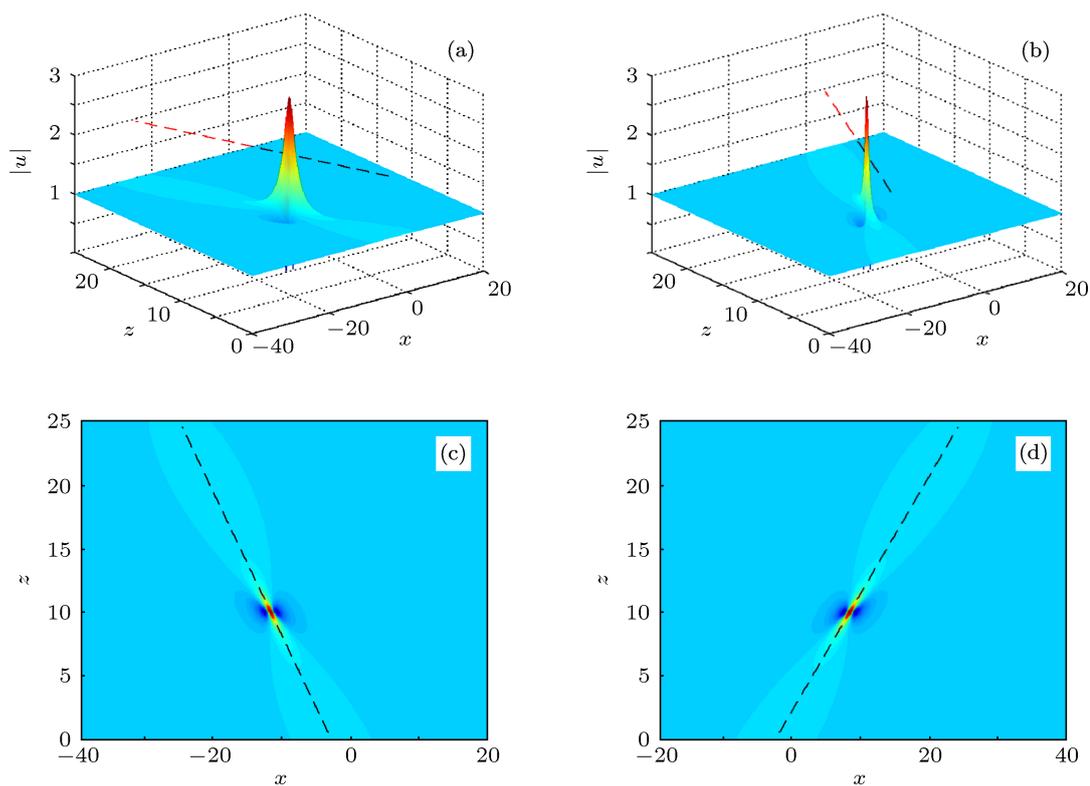


图1 (a), (b) 分别代表  $b_0 = 1$  和  $b_0 = -1$  时光畸波随传播距离的演化图; (c), (d) 分别对应 (a), (b) 中光畸波中心位置的轨迹图 (其他参数分别选为:  $\beta = 1, \gamma = 1, c_0 = 0, w_0 = 1, x_0 = -2, Z_c = 10, \nu = 0.1$ )

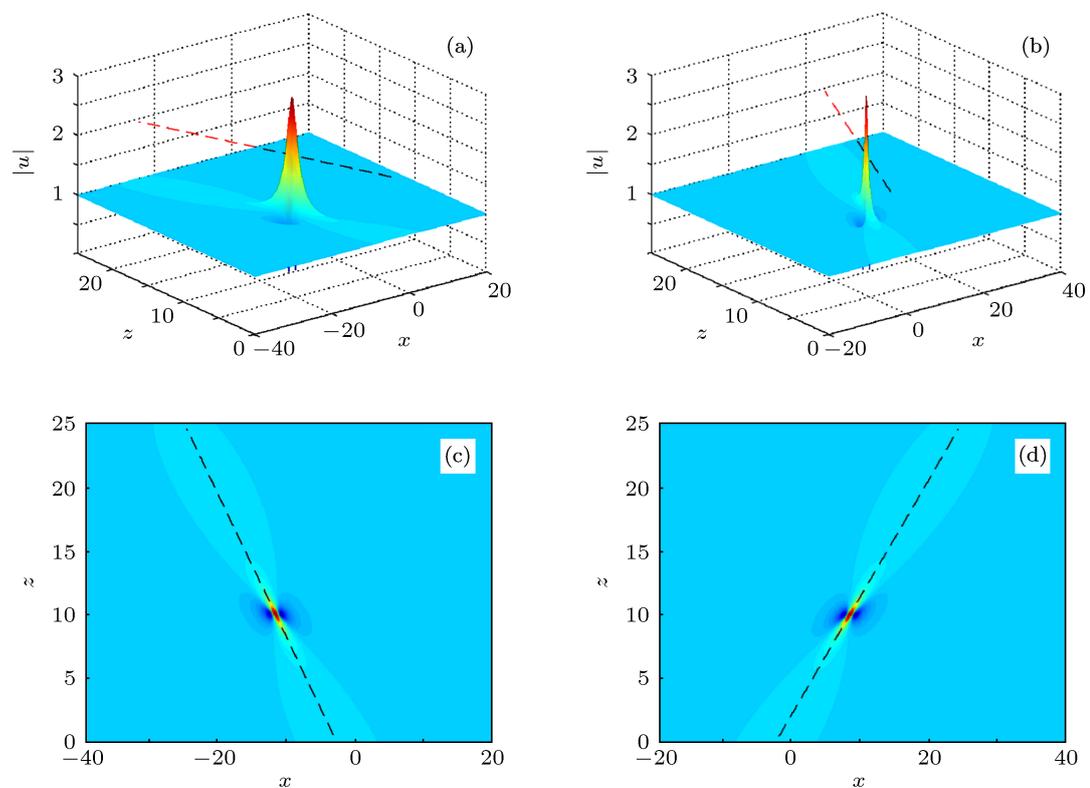


图2 (a), (b) 分别代表  $b_0 = 1$  和  $b_0 = -1$  时光畸波随传播距离的演化图; (c), (d) 分别对应 (a), (b) 中光畸波中心位置的轨迹图 (其他参数分别选为:  $\beta = 1, \gamma = 1, c_0 = 0.01, w_0 = 1, x_0 = -2, Z_c = 10, \nu = 0.1$ )

(13) 式的第一个式子表明光畸波将出现在  $z = [6w_0^2 Z_c / (1 - c_0 w_0^2 Z_c)]^{1/3}$  处. 同样我们可讨论有啁啾和无啁啾情况下的光畸波的调控. 当  $c_0 = 0$  时, 脉冲宽度将变为常数  $w_0$ , 更重要的是非线性系数将变得更加简单, 即, 其他的参量如有效传播距离和脉冲中心也很容易得到. 分别为:  $x_c = x_0 - \frac{b_0 z^3}{6}$ ,  $Z = z^3 / (6w_0^2)$ . 这意味着光畸波将出现在  $z = [6w_0^2 / Z_c]^{1/3}$  处. 从图 3 中可以看到当  $c_0 = 0$ ,  $b_0 = -1$  或  $b_0 = 1$ , (c), (d) 两个图中光畸波中心的轨迹呈现不同的运动方向, 而其他参量如振幅, 脉

冲宽度都几乎保持不变.

若  $c_0 \neq 0$  时, 由 (13) 式可知光畸波将出现在  $z = [6w_0^2 Z_c / (1 - c_0 w_0^2 Z_c)]^{1/3}$ . 其对应的是一阶光畸波在非线性光纤放大器中的传播演化, 如图 4 所示.

可以发现当  $b_0 < 0$  时, 光畸波的中心沿着一条曲线移动, 与  $b_0 > 0$  时光畸波中心移动轨迹有着不同的方向. 同样注意到当  $w_0 < \sqrt{10}$ ,  $c_0 = 0.01$  时, 光畸波的激发将被加速. 当  $w_0 > \sqrt{10}$ ,  $c_0 = 0.01$  时, 由于有效传播距离不能达到  $Z_c$ , 光畸波的激发将被抑制. 其他参量如振幅、脉冲宽度都几乎保持不变.

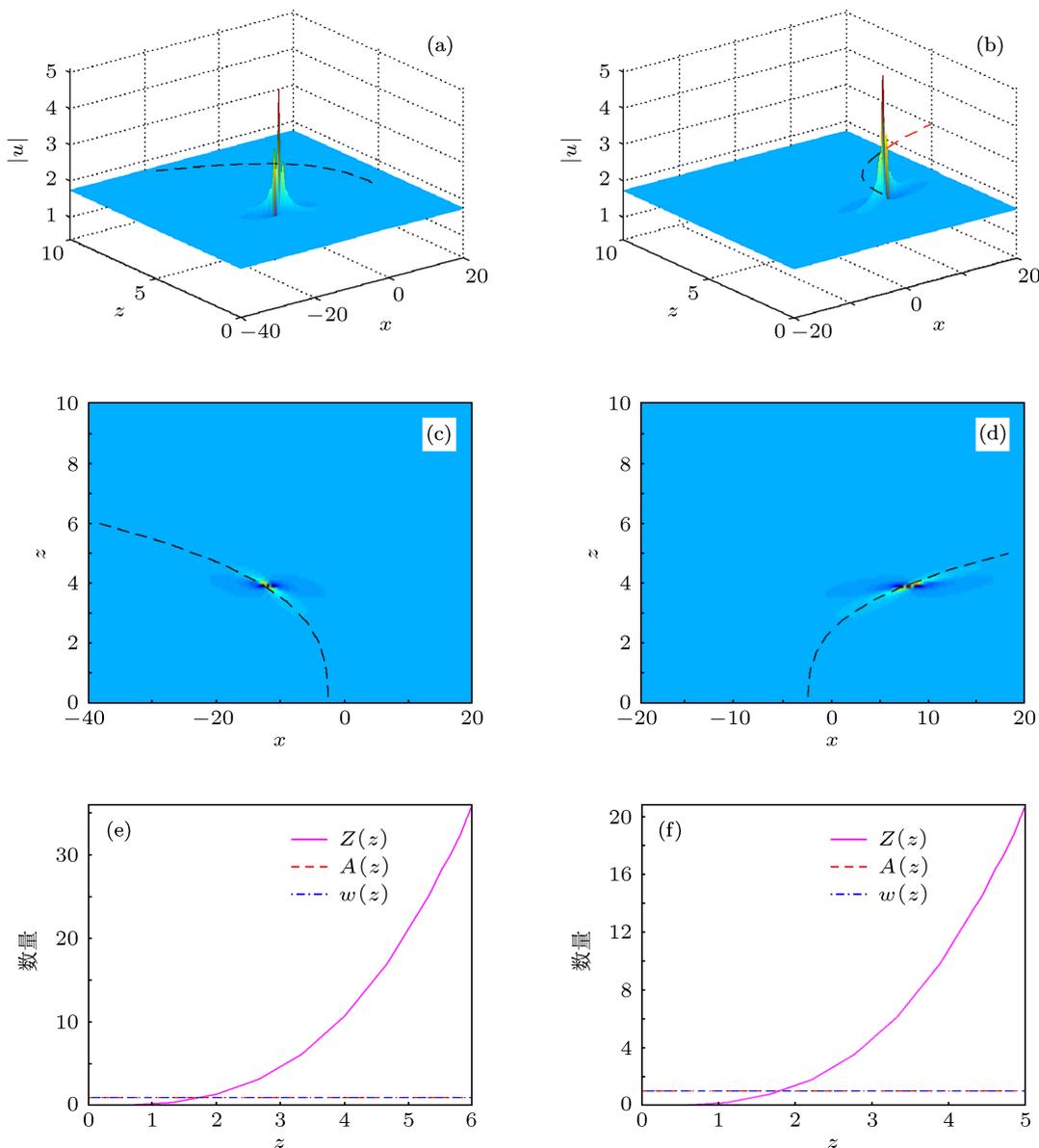


图 3 (a), (b) 分别代表  $b_0 = 1$  和  $b_0 = -1$  时光畸波随传播距离的演化图; (c), (d) 分别对应 (a), (b) 中光畸波中心位置的轨迹图; (e), (f) 分别对应 (a), (b) 中光畸波传播过程中有效传播距离、振幅和宽度的变化图 (其他参数分别选为:  $c_0 = 0$ ,  $w_0 = 1$ ,  $b_0 = 1$ ,  $x_0 = -2$ ,  $Z_c = 10$ ,  $v = 0.1$ )

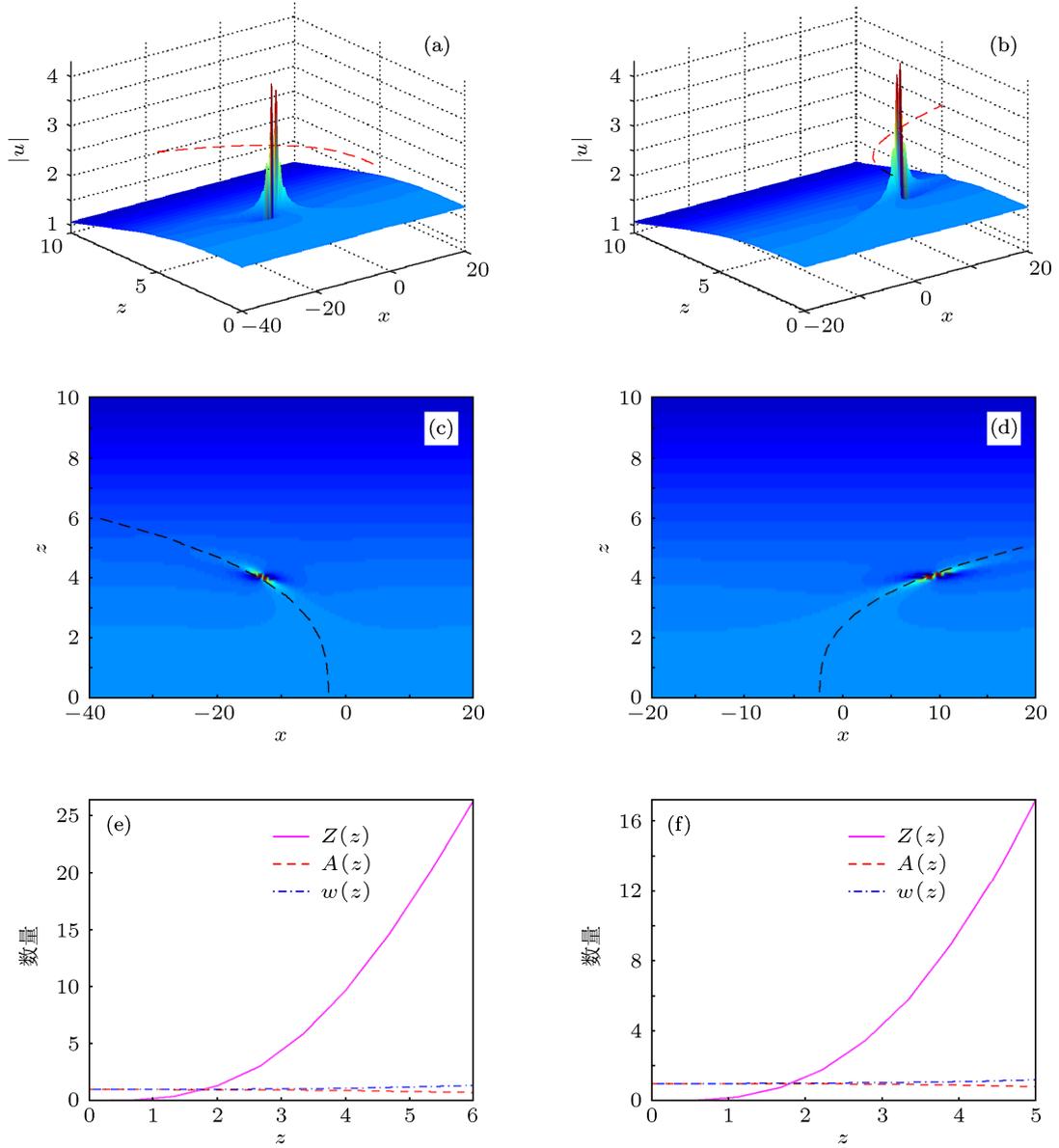


图4 (a), (b) 分别代表  $b_0 = 1$  和  $b_0 = -1$  时光畸波随传播距离的演化图; (c), (d) 分别对应 (a), (b) 中光畸波中心位置的轨迹图; (e), (f) 分别对应 (a), (b) 中光畸波传播过程中有效传播距离、振幅和宽度的变化图 (其他参数分别选为:  $c_0 = 0.01$ ,  $w_0 = 1$ ,  $b_0 = 1$ ,  $x_0 = -2$ ,  $Z_c = 10$ ,  $\nu = 0.1$ )

#### 4 光畸波延迟激发、抑制以及保持的控制

我们考虑有周期性指数增益 (或衰减) 的色散系数和非线性系数的光纤 [22,23], 其相关参数为

$\beta = \cos(\mu z) \exp(\sigma z)$ ,  $\gamma = \cos(\mu z) \exp(\sigma z)$ , 由畸形波解的限制条件式 (9) 式可得增益 (或吸收) 项为

$$g = \frac{c_0(\sigma^2 + \mu^2) e^{\sigma z} \cos(\mu z)}{\sigma^2 + \mu^2 - c_0 e^{\sigma z} [\sigma \cos(\mu z) + \mu \sin(\mu z)]}, \quad (15)$$

对应的振幅, 宽度等参量为

$$Z = \frac{|\sigma \cos(\mu z) + \mu \sin(\mu z)|}{w_0^2 [\sigma^2 + \mu^2 - \sigma e^{\sigma z} \cos(\mu z) + \mu e^{\sigma z} \sin(\mu z)]}, \quad (16)$$

$$x_c = x_0 - \frac{c_0 x_0 e^{\sigma z} [\cos(\mu z) + \sin(\mu z)] + b_0 [\sigma e^{\sigma z} \cos(\mu z) + \mu e^{\sigma z} \sin(\mu z)]}{\sigma^2 + \mu^2}, \quad (17)$$

$$w = w_0 [\sigma^2 + \mu^2 - \sigma c_0 e^{\sigma z} \cos(\mu z) - \mu c_0 e^{\sigma z} \sin(\mu z)], \quad A = \frac{1}{w}, \quad (18)$$

这里参数  $\sigma$  的正负的选取, 会导致不同的情况, 在这里我们取  $\mu = 1, x_0 = 0$ .

当  $\sigma > 0, z \rightarrow \infty$  时有效传播距离  $Z$  是震荡的, 因此光畸波将周期性出现. 光畸波将会被完全激发, 如图 5 所示, 即可以实现光畸波的保持. 当  $\sigma < 0$ ,

$w_0 < 2.55$  时, 因为有效传播距离  $Z$  总是小于  $Z_c$ , 所以光畸波将被抑制, 如图 6 所示.

然而当  $\sigma < 0, w_0 > 2.55$  时, 光畸波将会不被完全激发, 即随着传播距离的增加, 有效传播距离会逐渐小于  $Z_c$ , 光畸波逐渐被抑制, 如图 7 所示.

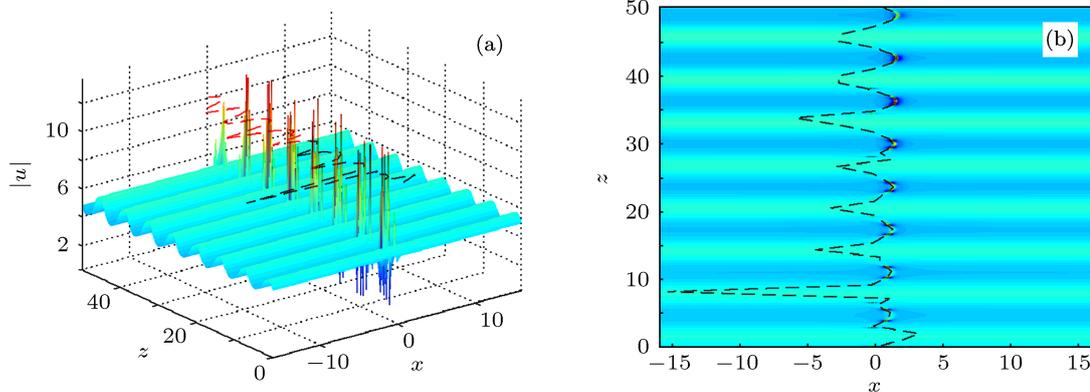


图 5 (a) 代表  $\sigma > 0$  时光畸波随传播距离的演化图; (b) 对应 (a) 中光畸波中心位置的轨迹图 (其参数分别选为:  $c_0 = 0.1, w_0 = 0.6, b_0 = 1, x_0 = 0, \sigma = 0.01, Z_c = 10, \nu = 0.1$ )

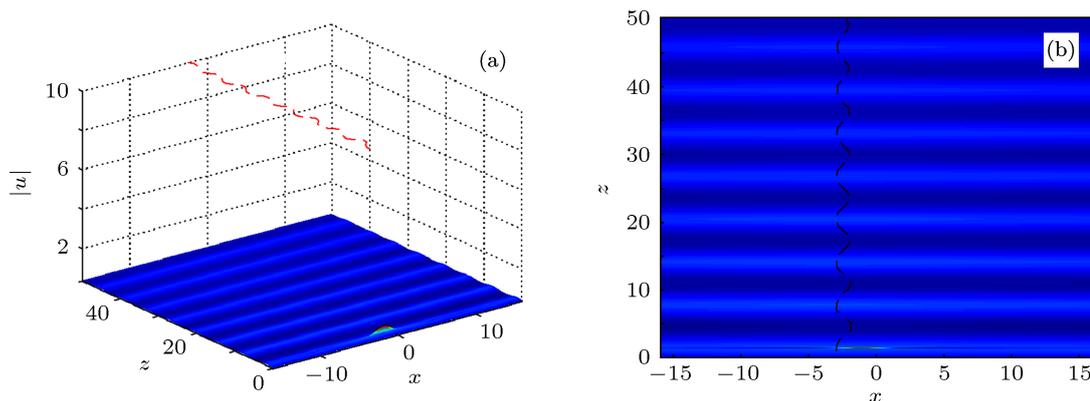


图 6 (a) 代表  $\sigma < 0, w_0 < 2.55$  时光畸波随传播距离的演化图; (b) 对应 (a) 中光畸波中心位置的轨迹图 (其参数分别选为:  $c_0 = 0.1, w_0 = 0.65, b_0 = 1, x_0 = 0, \sigma = 0.01, Z_c = 10, \nu = 0.1$ )

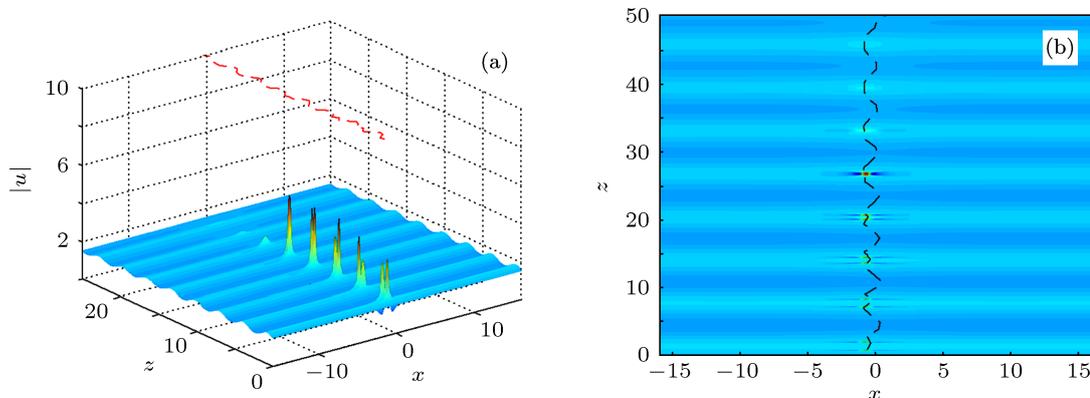


图 7 (a) 代表  $\sigma < 0, w_0 > 2.55$  时光畸波随传播距离的演化图; (b) 对应 (a) 中光畸波中心位置的轨迹图 (其参数分别选为:  $c_0 = 0.1, w_0 = 2.6, b_0 = 1, x_0 = 0, \sigma = -0.01, Z_c = 10, \nu = 0.1$ )

从图 5、图 6 和图 7 中还可以看到我们可以实现光畸波中心的轨迹为蛇型状。

## 5 结论

我们构建了光脉冲在非线性质介质的传输特性和 (1+1) 维变系数非线性薛定谔方程的关系, 研究了一阶光畸波在光纤放大器中的传播特性. 在参数的调控下, 讨论了有啁啾和无啁啾情况下光畸波的激发位置的控制, 结果表明可以实现对三种光畸形

波中心位置轨迹的操控, 即分别为直线形、曲线形以及蛇形, 同时还发现了光畸形波的延迟激发、抑制和保持现象. 这些结果丰富了我们对畸形波的深入认识: 对畸形波并不是“不知道它们会在哪里出现, 也不知道它们会在哪里消失”, 而是可以如本文中讨论的可以实现调控. 这些结果对光畸波, 光脉冲在非线性质介质中的传播有潜在的应用价值. 当然, 如何在实验上实现这些理论研究结果可能更是一个很有趣的工作.

- [1] Osborne A R 2009 *Nonlinear Ocean Waves* New York Academic Press
- [2] Kharif C, Pelinovsky E, Slunyaev A 2009 *Rogue Waves in the Ocean, Observation, Theories and Modeling* New York Springer
- [3] Muller P, Garrett Ch, Osborne A 2005 *Oceanography*. **18** 66
- [4] Tao A F, Hu G D 2008 *Journal of Natural Disasters* **17** 01 (in Chinese) [陶爱峰, 胡国栋 2008 自然灾害学报 **17** 01]
- [5] Akhmediev N, Ankiewicz A, Taki M 2009 *Phys. Lett. A* **373** 675
- [6] Ankiewicz A, Devine N, Akhmediev N 2009 *Phys Lett. A* **373** 3997
- [7] Li J, Chen G, Yang J M 2009 *China Offshore Platform*. **24** 03 (in Chinese) [李俊, 陈刚, 杨建民 2009 中国海洋平台 **24** 03]
- [8] Xie T, Nan C F, Kuang H L, Zou G H, Chen W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4001 (in Chinese) [谢涛, 南撑峰, 旷海兰, 邹光辉, 陈伟 2009 物理学报 **58** 4001]
- [9] Dalfovo F, Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S 1999 *Rev. Modern Phys.* **71** 463
- [10] Bludov Yu V, Konotop V V, Akhmediev N 2009 *Phys. Rev. A* **80** 033610
- [11] Liu W M, Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2294
- [12] Ponomarenko S A, Agrawal G P 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 983
- [13] Tian Q, Yang Q, Dai C Q, Zhang J F 2011 *Opt. Commun.* **284** 2222
- [14] Solli D R, Ropers C, Koonath P, Jalali B 2007 *Nature* **450** 1054
- [15] Bludov Yu V, Konotop V V, Akhmediev N 2009 *Phys. Rev. A* **80** 033610
- [16] Peregrine D H 1983 *J. Australian Math. Soc. Ser. B* **25** 16
- [17] Ohta Y and Yang J K 2012 *Proc. R. Soc A* **468** 1716
- [18] Serkin V N, Hasegawa A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4502
- [19] Ponomarenko S A, Agrawal G P 2007 *Opt. Express* **15** 2963
- [20] Kruglov V I, Peacock A C, Dudley J M, Harvey J D 2000 *Opt. Lett.* **25** 1753
- [21] Zhenya Yan 2012 *Phys. Lett. A* **374** 672
- [22] Moores J D 1996 *Opt. Lett.* **21** 555
- [23] Dai C Q, Zhu S Q, Wang L L, Zhang J F 2010 *Europhys. Lett.* **92** 24005

# Transmission control of nonautonomous optical rogue waves in nonlinear optical media<sup>\*</sup>

Hu Wen-Cheng<sup>1)</sup> Zhang Jie-Fang<sup>1)2)†</sup> Zhao Bi<sup>1)</sup> Lou Ji-Hui<sup>1)</sup>

1) (*Institute of Nonlinear Physics, Zhejiang Normal University, Zhejiang, Jinhua 321004, China*)

2) (*Zhejiang University of Media and Communications, Hangzhou 310000, China*)

(Received 28 May 2012; revised manuscript received 27 July 2012)

## Abstract

We propose a unified theory, that is, similarity transformation, to construct exact optical rogue wave solution of (1+1)-dimensional nonlinear Schrödinger equation with variable coefficients. Moreover, we investigate propagation dynamics of the first-order optical rogue wave in an optical fiber amplifier. In the suitable regulation of parameters, we find that the properties of the optical rogue wave, such as width, amplitude and position, are controllable in a nonlinear medium. These results give edification in theory and practical application.

**Keywords:** nonlinear Schrödinger equation, similarity transformation, variable coefficient, rogue wave solutions

**PACS:** 42.81.Dp, 42.65.Tg, 05.45.Yv

**DOI:** 10.7498/aps.62.024216

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11072219).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: jfzhang2002@yahoo.com.cn