

## 斜压二层模式框架下的准地转理论及其应用\*

王秀明<sup>1)</sup> 周小刚<sup>1)†</sup> 陶祖钰<sup>2)</sup> 俞小鼎<sup>1)</sup>

1) (中国气象局气象干部培训学院, 北京 100081)

2) (北京大学物理学院, 北京 100871)

(2012年6月11日收到; 2012年8月1日收到修改稿)

准地转理论是短期天气预报的理论基础. 针对中纬度大尺度运动得到的准地转运动方程组是准地转理论的核心. 在斜压二层模式框架下, 由准地转运动方程组得出的准地转位势倾向方程和准地转垂直运动方程, 可以更为明确地解释高空和地面天气系统的移动和发展. 结果显示: 500 hPa 高空槽的移动取决于本层的涡度平流, 500 hPa 高空槽的发展取决于本层的涡度平流和 250 与 750 hPa 层的微差温度平流; 地面气旋系统的移动和发展取决于 500 hPa 的正温度平流, 250 与 750 hPa 层的微差涡度平流. 由实际天气过程对上述应用进行的分析表明, 在斜压二层模式框架下得到的准地转位势倾向方程及准地转垂直运动方程, 可以更好地确定中纬度天气尺度斜压发展系统的特征, 并有助于对天气系统发展客观规律的了解和对数值预报产品内含的物理依据的认识.

关键词: 斜压二层模式, 准地转, 高空槽, 气旋

PACS: 92.60.-e, 92.60.Wcs

DOI: 10.7498/aps.62.029201

## 1 引言

地球大气是最常见的自然流体, 满足质量守恒、动量守恒、热力学能量守恒等流体力学物理定律<sup>[1]</sup>. 由动量守恒得到的运动方程是大气动力学中最基本的理论关系之一, 但在研究大气中的涡旋运动问题时, 直接应用运动方程并不方便<sup>[2]</sup>. 早在 20 世纪初, Bjerknes 就通过对运动方程进行变换, 将流体力学中的斜压环流定理引入到研究大气的涡旋运动中. 由环流与涡度之间的联系, 涡度也成为研究大气涡旋运动特性的重要物理量. 涡度方程是运动方程最重要和最常用的变换形式, 它的引进和应用, 不但为数值天气预报奠定了基础, 也被广泛用于天气分析、预报和理论研究之中<sup>[3-9]</sup>. 实际大气系统是一个高度复杂的、耗散的、非绝热的非线性动力系统<sup>[10-16]</sup>. 但观测研究表明, 在中纬度大尺度自由大气中 (不考虑摩擦力的作用), 空气质点所受的水平气压梯度力和科氏力近于平衡, 此平衡下的风场满足地转关系, 也称为地转运动. 因此,

在对涡度方程和热力学方程作尺度分析的基础上, 不考虑摩擦和非绝热加热作用, 部分应用地转关系, 则得到适用于中纬度大气大尺度运动的准地转涡度方程 ((1) 式) 和准地转热力学方程 ((2) 式)<sup>[17]</sup>.

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial \zeta_g}{\partial y} + \beta v_g = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}, \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u_g \frac{\partial}{\partial x} + v_g \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial p} + \sigma(p) \omega = 0, \quad (2)$$

其中

$$u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y},$$

$$v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x},$$

$$\zeta_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{f_0} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi,$$

$$\sigma(p) = \frac{R^2 T}{p^2 g} (\gamma_d - \gamma(p)),$$

式中符号为气象常用符号. 要注意的是, 准地转涡度方程与一般简化涡度方程不同, 其中涡度和平流速度取了地转风近似, 但保留了散度项, 且散度项

\* 国家自然科学基金 (批准号: 41005002, 40875029, 40745032) 和 2009 年气象行业专项 (批准号: GYHY200906003) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhouxgang@sina.com

前的  $f$  近似取为  $f_0$ . 在热力学方程中, 除取了静力平衡近似外, 静力稳定度  $\sigma$  取等压面上的平均值, 将其看成只是气压  $p$  的函数, 这正是简化方程组保持运动的整体属性 (如能量守恒) 所必须的.

由 (1) 式和 (2) 式可以导出两个诊断方程, 即准地转位势倾向方程和准地转垂直运动方程. 由于这两个方程都可以写成涡度平流和温度平流及其垂直变化的形式, 因此它们既可以用于对中纬度天气尺度斜压系统进行诊断分析, 同时也成为利用天气图制作中纬度短期天气预报的重要理论基础. 本文拟在斜压二层模式框架下推导准地转位势倾向方程和准地转垂直运动方程, 并说明如何结合天气图与物理量诊断分析来预测大尺度系统运动趋势.

## 2 斜压二层模式下的准地转位势倾向方程及其应用

由于在对流层中部, 天气尺度的运动基本是无辐散的, 因此 (1) 式可以写成绝对涡度守恒的形式. 1950 年第一次成功的数值预报即是由准地转正压模式 (即绝对涡度守恒) 做出了 500 hPa 的形势场预报. 准地转正压模式不包含垂直运动, 忽略了上下层相互作用和热力因子的影响, 因此不能反映大气斜压发展的情况. “斜压二层模式” 是将整个大气自下而上分成四等分的简单直观理论模式 [18], 由于这种两层模式对解决许多斜压大气动力学问题简单有效, 因此常用于研究斜压大气流场与温度场高低层相互作用和影响.

如图 1 所示, “斜压二层模式” 是将整个大气自下而上以  $\Delta p = 250$  hPa 分成四等分. 在大气上下边界, 取垂直速度为 0 的边界条件, 即  $\omega_0 = 0, \omega_4 = 0$ . 此外, 斜压二层模式要求: 凡方程中对  $p$  的微商都用中央差商近似代替.

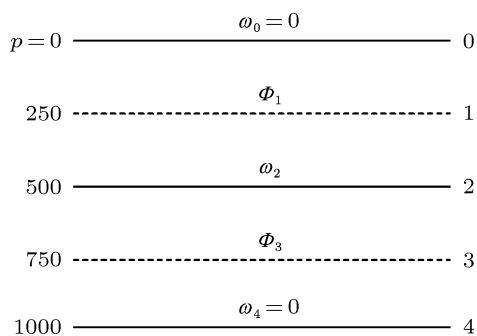


图 1 斜压二层模式

### 2.1 准地转位势倾向方程的形式

利用上述斜压二层模式, 将准地转涡度方程 ((1) 式) 写在第 2 层等压面上, 准地转热力学方程 ((2) 式) 写在第 1, 3 层等压面上. 假设  $\Phi_0, \Phi_4$  不随时间变化, 静力稳定度参数取为常数, 即用第二层的  $\sigma$  代替. 将  $\zeta_{g2} = 1/f_0 \nabla^2 \Phi_2$  代入, 则 (1) 式和 (2) 式可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\nabla^2 \Phi_2)}{\partial t} + f_0 \mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla(\zeta_{g2} + f) &= f_0^2 \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_2, \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_{g1} \frac{\partial}{\partial x} + v_{g1} \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_1 + \sigma_2 \omega_1 &= 0, \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_{g3} \frac{\partial}{\partial x} + v_{g3} \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_3 + \sigma_2 \omega_3 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

将对  $p$  的微商用中央差商来近似表示. 即

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_2 &= \frac{\omega_3 - \omega_1}{2\Delta p}, \\ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_1 &= \frac{\Phi_2 - \Phi_0}{2\Delta p}, \\ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_3 &= \frac{\Phi_4 - \Phi_2}{2\Delta p}. \end{aligned} \quad (4)$$

式中下标表示计算量所在的等压面层次. 这样, 方程组 (3) 可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\nabla^2 \Phi_2)}{\partial t} + f_0 \mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla(\zeta_{g2} + f) &= f_0^2 \left( \frac{\omega_3 - \omega_1}{2\Delta p} \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Phi_2 - \Phi_0}{2\Delta p} \right) + \mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_1 + \sigma_2 \omega_1 &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Phi_4 - \Phi_2}{2\Delta p} \right) + \mathbf{V}_{g3} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_3 + \sigma_2 \omega_3 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

注意到  $\Phi_0, \Phi_4$  不随时间变化, 消去  $\omega_1, \omega_3$ , 方程组 (5) 可以写为

$$\begin{aligned} \left( \nabla^2 - \frac{f_0}{2(\Delta p)^2 \sigma_2} \right) \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right) &= -f_0 \mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla(\zeta_{g2} + f) + \frac{f_0^2}{2\Delta p \sigma_2} \\ &\times \left[ \mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_1 - \mathbf{V}_{g3} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_3 \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

### 2.2 准地转位势倾向方程的实际应用

对于波状扰动,  $\Phi_2$  可假定为  $x$  和  $y$  的正弦或余弦函数, 则方程左边的项与  $-\frac{\partial \Phi_2}{\partial t}$  成正比, (6) 式可写为

$$-\left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right) \propto -f_0 \mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla(\zeta_{g2} + f) + \frac{f_0^2}{2\Delta p \sigma_2}$$

$$\times \left[ \mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_1 - \mathbf{V}_{g3} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_3 \right]. \quad (7)$$

由静力学方程  $\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}$ , (7) 式又可写成

$$-\left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right) \propto -f_0 \mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla (\zeta_{g2} + f) + \frac{f_0^2 R}{6\Delta p^2 \sigma_2} \times [(-3\mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla T_1) - (-\mathbf{V}_{g3} \cdot \nabla T_3)]. \quad (8)$$

由 (8) 式可见, 500 hPa 位势高度的下降正比于 500 hPa 的绝对涡度平流, 以及 250 hPa 层的暖平流、750 hPa 层的冷平流. 由于涡度平流和温度平流是天气图上可以判断或诊断的量, 因此 (8) 式即可用于对高空槽脊移动和发展的判断. 下面以 2011 年 4 月 28 日影响我国的一次蒙古气旋过程的实际应用来说明.

### 2.2.1 高空槽的移动

这里高空槽指的是对流层中层 500 hPa 的高空槽. 由于 500 hPa 近似为大气平均层的高度, 满足地转关系, 同时又是近于水平无辐散<sup>[19]</sup>. 因此 (5) 式中  $\left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_2 = 0$ , 则 (5) 式中的第一个方程成为

$$\nabla^2 \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right) = -f_0 \mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla (\zeta_{g2} + f). \quad (9)$$

将涡度用地转关系代入, 并考虑风速为平均西风, 上式则化为一维 Rossby 波速方程, 即可求出著名的 Rossby 波速公式为

$$c = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2}. \quad (10)$$

对于中纬度大尺度运动 (波长为  $10^6$  m 量级), 其波速为  $c = (\bar{u} - 0.4)$  m/s, 即长波的移动速度大致为基本西风气流的速度值<sup>[20]</sup>.

不失一般性, 令 500 hPa 平均西风为 10 m/s, 则可求出槽线每天移动约 800 km. 在中纬度, 约每天移动 10—15 个经度. 此即可作为 500 hPa 槽脊移动的基本外推值.

比较图 2(a) 和 (b) 可发现, 4 月 26 日 08 时 (北京时间) 位于乌拉尔山地区的槽在东经 70°, 4 月 28 日 20 时 (北京时间) 该槽向东南移到我国新疆东部和蒙古国西部, 即东经 95°. 此槽两天半东移了约 25 个经度, 与理论外推预报值相符合.

### 2.2.2 高空槽的发展

由于 (9) 式所描述的是正压涡度方程, 对于对称性槽脊, 可以用其来预报无辐散层上天气系统的移动, 但不能预报天气系统的发展. 对于高空槽是

否发展, 必须要考虑大气斜压性的大小, 即 (8) 式中 250 hPa 层与 750 hPa 层的温度平流的共同作用.

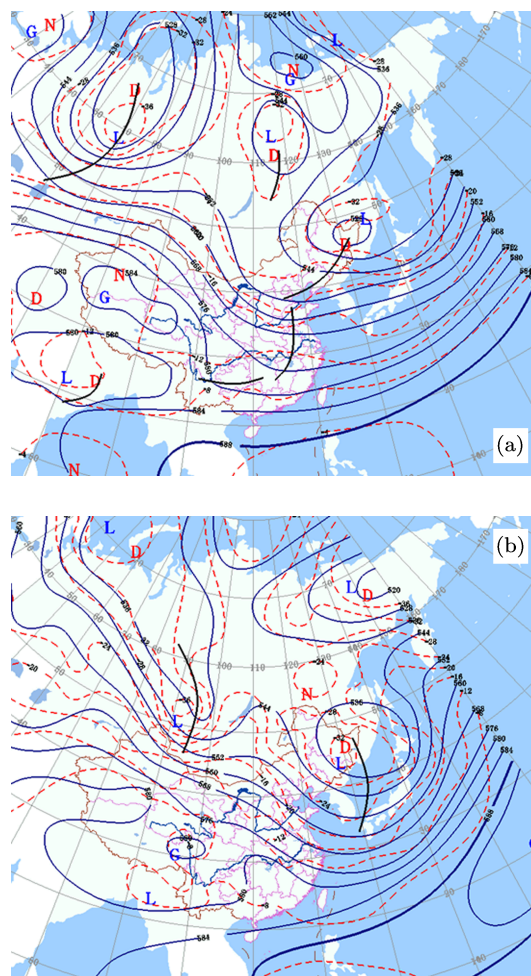


图 2 (a) 2011 年 4 月 26 日 08 时 500 hPa 天气图; (b) 2011 年 4 月 28 日 20 时 500 hPa 天气图

上述例子中, 对比 4 月 26 日 20 时 (北京时间) 和 4 月 28 日 20 时 (北京时间) 250 hPa 层与 700 hPa (由于无 750 hPa 的天气图, 故用 700 hPa 天气图代替) 天气图发现 (图略), 4 月 26 日 20 时 (北京时间) 对应 500 hPa 槽的 250 hPa 层与 700 hPa 层的温度平流几乎为 0. 同时由于是对称槽脊, 槽线上的绝对涡度平流几乎为 0, 此时的槽没有发展. 4 月 28 日 20 时 (北京时间) 对应 500 hPa 槽的 250 hPa 层暖平流较小, 但 700 hPa 层有强冷平流, 槽将发展. 从物理量的垂直剖面图 (图 3、图 4) 看, 温度平流与涡度平流对槽发展的贡献将更为清楚: 4 月 26 日 20 时 (北京时间), 槽线位于东经 74°, 沿 500 hPa 槽线中段 (沿北纬 56°) 所作的涡度平流和温度平流剖面 (图 3(a), (b)) 表明, 槽线上 500 hPa 涡度平流为负值, 250 hPa

的冷平流大于 750 hPa 的冷平流, 因此可以判断该槽不会发展. 4 月 28 日 20 时 (北京时), 槽线位于东经 95°, 沿 500 hPa 槽线中段 (沿北纬 52°) 所作的涡度平流和温度平流剖面 (图 4(a), (b)) 表明, 槽线上 500 hPa 涡度平流近似为 0, 250 hPa 为暖平流, 750 hPa 为冷平流, 因此可以判断该槽会有发展.

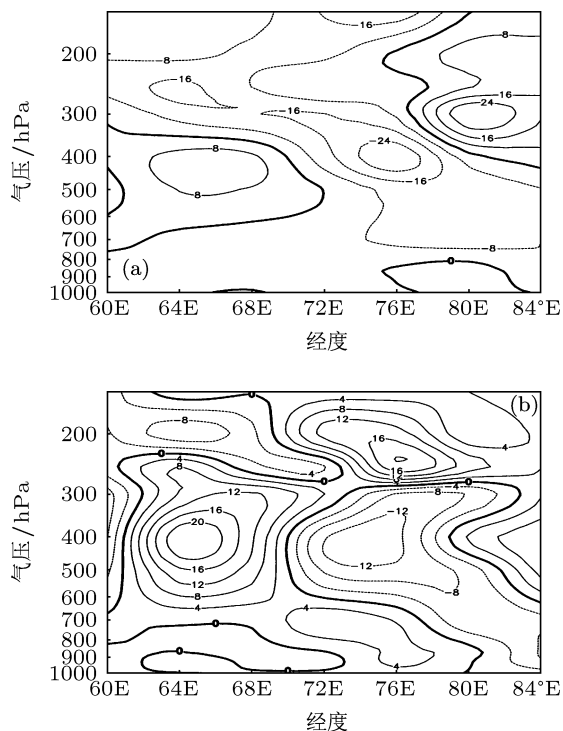


图 3 (a) 2011 年 4 月 26 日 20 时沿槽线中段 (56°N) 的温度平流垂直剖面图 (单位:  $10^{-5}$  K/s); (b) 2011 年 4 月 26 日 20 时沿槽线中段 (56°N) 的涡度平流垂直剖面图 (单位:  $10^{-10}$  s $^{-2}$ )

### 3 斜压二层模式下的准地转垂直运动方程及其应用

由尺度分析知, 大尺度运动的垂直速度量级为  $10^{-2}$  m/s, 因此无法对其进行精确测量, 一般是利用可观测量通过诊断方法来计算. 由于大尺度运动满足静力平衡关系, 因此无法直接从垂直运动方程计算出垂直速度<sup>[21]</sup>. 由连续方程和热力学方程也可以计算垂直速度. 但由于风的观测精度有限, 利用连续方程计算的垂直速度不够准确; 而热力学方程中要计算温度局地变化, 由于观测时间间隔较长, 对垂直速度的计算也会有较大影响<sup>[22]</sup>. 准地转垂直运动方程综合考虑了运动学方程与热力学方程的作用, 不但可以在中纬度地区使用, 在热带和副热带地区, 也可以得出一些很有用的结果<sup>[23]</sup>.

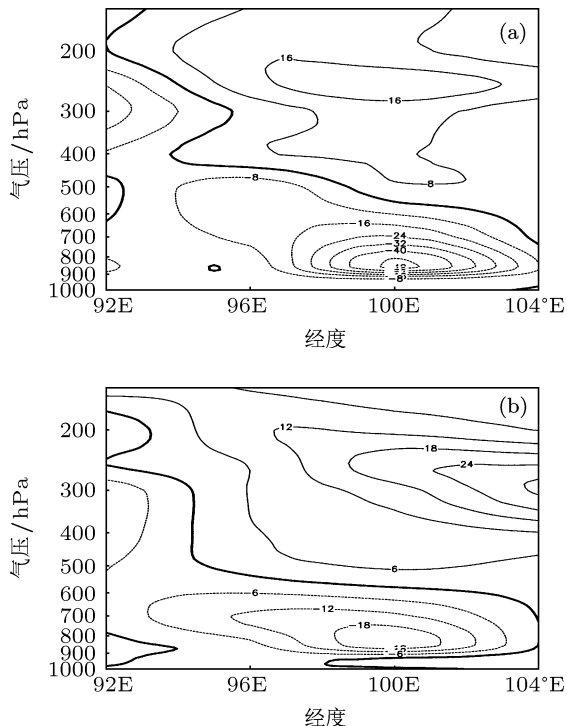


图 4 (a) 2011 年 4 月 28 日 20 时沿槽线中段 (52°N) 的温度平流垂直剖面图 (单位:  $10^{-5}$  K/s); (b) 2011 年 4 月 28 日 20 时沿槽线中段 (52°N) 的涡度平流垂直剖面图 (单位:  $10^{-10}$  s $^{-2}$ )

### 3.1 准地转垂直运动方程的形式

利用图 1 所示的斜压二层模式, 将准地转涡度方程 ((1) 式) 写在 1, 3 层, 准地转热力学方程 ((2) 式) 写在第 2 层. 假设  $\omega_1, \omega_4 = 0$ , 静力稳定度参数取为常数. 则 (1) 式和 (2) 式可写为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta_{g1}}{\partial t} + u_{g1} \frac{\partial \zeta_{g1}}{\partial x} + v_{g1} \frac{\partial \zeta_{g1}}{\partial y} + \beta v_{g1} = f_0 \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_1, \\ & \frac{\partial \zeta_{g3}}{\partial t} + u_{g3} \frac{\partial \zeta_{g3}}{\partial x} + v_{g3} \frac{\partial \zeta_{g3}}{\partial y} + \beta v_{g3} \\ & = f_0 \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_3, \\ & \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_{g2} \frac{\partial}{\partial x} + v_{g2} \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_2 + \sigma_2(p) \omega_2 = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

将对  $p$  的微商用中央差商来近似表示, 则有

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_2 &= \frac{\omega_2}{2\Delta p}, \\ \left( \frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_3 &= -\frac{\omega_2}{2\Delta p}, \\ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_2 &= \frac{\Phi_3 - \Phi_1}{2\Delta p}. \end{aligned} \quad (12)$$

将 (12) 式代入 (11) 式, 并令  $\sigma_2$  为常数, 得

$$\left( \nabla^2 - \frac{f_0^2}{2(\Delta p)^2 \sigma} \right) \omega_2$$

$$= \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left( -\mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_2 \right) + \frac{f_0}{2\Delta p \sigma} \left[ -f_0 \mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla (\zeta_{g1} + f) + f_0 \mathbf{V}_{g3} \cdot \nabla (\zeta_{g3} + f) \right]. \quad (13)$$

(13) 式的优点是: 不含时间导数项, 是诊断方程; 没有用连续方程求垂直运动时对地转偏差的依赖; 以及具有完整的动力 (涡度方程) 及热力 (热力学第一定律) 基础, 结果较为准确.

### 3.2 准地转垂直运动方程的应用

类似于 (7) 式, (13) 式可写为

$$-\omega_2 \propto \frac{1}{\sigma} \nabla^2 \left( -\mathbf{V}_{g2} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)_2 \right) + \frac{f_0^2}{2\Delta p \sigma} \left[ -\mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla (\zeta_{g1} + f) + \mathbf{V}_{g3} \cdot \nabla (\zeta_{g3} + f) \right]. \quad (14)$$

(14) 式可用于通过对 500 hPa 层的温度平流及 750 和 250 hPa 层的涡度平流来定性判断系统性垂直运动的区域. 另外一个重要的应用是通过应用 (14) 式, 对地面气压系统的移动和发展进行预报.

涡度本身就是为了研究大气中的涡旋运动而引入的, 因此可以用涡度方程来研究气旋的形成和移动. 不考虑摩擦项、风场近似取为地转近似的涡度方程为

$$\nabla_p^2 \chi_0 = f_0 \left[ -\mathbf{V}_{g1} \cdot \nabla_p (\zeta_g + f) \right]_{p_0} - f_0^2 \left( \frac{\omega_{p'} - \omega_0}{p_0 - p'} \right), \quad (15)$$

式中  $\chi_0$  是地面的位势高度变化  $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ ,  $\omega_{p'}$  是  $p = p'$  ( $p' < p_0$ ) 时的垂直速度, 其他为气象常用符号.

对方程组 (11) 而言, 如果在涡度方程中考虑摩擦项, 热力学方程中考虑非绝热加热项, 则 (13) 式中除微差涡度平流项和温度平流项外, 还含有微差摩擦力项和非绝热加热项. 因此, (15) 式中地面的位势高度变化是由涡度平流项 ( $\chi_V$ )、微差涡度平流项 ( $\chi_{\omega V}$ )、温度平流项 ( $\chi_{\omega T}$ )、微差摩擦力项 ( $\chi_{\omega F}$ ) 和非绝热加热项 ( $\chi_{\omega Q}$ ) 项与地形作用项 ( $\chi_{\omega 0}$ ) 共同造成的 [24]. 即

$$\chi_0 = \chi_V + \chi_{\omega V} + \chi_{\omega T} + \chi_{\omega F} + \chi_{\omega Q} + \chi_{\omega 0}. \quad (16)$$

由于地面气压 (和高度) 系统趋于闭合, 地面的涡度平流项可以认为很小, 故地面位势高度变化主要由后几项决定. 下面着重讨论利用斜压二层模式得到的准地转垂直运动方程 ((14) 式) 在 (16) 式中的应用, 有关微差摩擦力项 ( $\chi_{\omega F}$ )、非绝热加热项 ( $\chi_{\omega Q}$ ) 和地形作用项 ( $\chi_{\omega 0}$ ) 的讨论此处不再赘述.

#### 3.2.1 地面气压系统的形成或发展

将 (14) 式代入到 (16) 式中, 可以看出: 若 500 hPa 层有上升运动, 意味着地面有辐合, 则有利于气旋生成; 500 hPa 层有下沉运动, 则有利于反气旋生成.

若不考虑微差摩擦力项 ( $\chi_{\omega F}$ )、非绝热加热项 ( $\chi_{\omega Q}$ ) 和地形作用项 ( $\chi_{\omega 0}$ ), 则地面气压系统的形成或发展取决于 500 hPa 层的温度平流及 750 和 250 hPa 层的涡度平流的共同作用. 在上述例子中, 2011 年 4 月 28 日 20 时 (北京时), 对应地面气旋位置, 500 hPa 为槽前正温度平流, 250 hPa 为槽前强的正涡度平流, 700 hPa 涡度平流不明显 (图略). 同样, 利用以地面气旋为中心所作的温度平流和涡度平流的物理量诊断剖面图 (图 5(a), (b)), 可以更为清楚地看到: 图 5(a) 与 (b) 中, 28 日 20 时 (北京时), 地面气旋中心在东经 106°, 沿气旋中心 (沿北纬 44°) 所作的纬向涡度平流和温度平流垂直剖面表明, 500 hPa 为正温度平流, 且 250 hPa 为正涡度平流, 这些均有利于气旋的进一步加深.

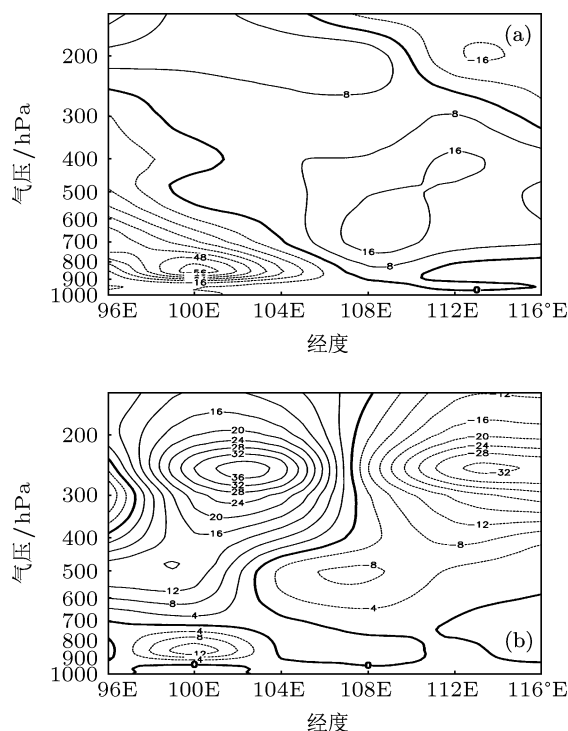


图 5 (a) 2011 年 4 月 28 日 20 时沿气旋中心 (44°N) 的温度平流垂直剖面图 (单位:  $10^{-5}$  K/s); (b) 2011 年 4 月 28 日 20 时沿气旋中心 (44°N) 的涡度平流垂直剖面图 (单位:  $10^{-10}$   $s^{-2}$ )

#### 3.2.2 地面气压系统的移动

由 (16) 式, 地面气旋与反气旋的实际移动是由所有因子共同影响决定的, 下面仅考虑温度平流和涡度平流因子对地面气压系统移动的影响.

## 1) 冷暖平流对气压系统移动的作用

通常在地面气旋的东北部有暖平流, 西南部有冷平流, 因此温度平流的作用是使地面气旋向东北(北半球)移动. 而地面反气旋中通常是东南部为冷平流, 西北部为暖平流, 因此温度平流的作用是使地面反气旋向东南方向(北半球)移动. 在西风带中, 气旋通常形成于 500 hPa 槽前脊后, 反气旋通常形成于 500 hPa 槽后脊前, 而高空流场的方向与上面分析的气旋和反气旋的移动方向是一致的. 因此, 高空引导气流正是在这个意义上提出来的. 在上述例子中, 4 月 28 日 20 时(北京时)500 hPa 的暖平流中心位于地面气旋的东南方(图略), 因此气旋未来将向东南移动.

## 2) 微差涡度平流对气压系统移动的作用

微差涡度平流的作用不容易概括. 如果地面低压正好是最大涡度平流随高度愈加气旋性的区域, 则气旋将加深, 但微差涡度平流无法判断其移动方向. 如果最大涡度平流随高度愈加气旋性的区域位于地面低压上游(下游), 则微差涡度平流的作用是减弱(加强)向东的移动分量. 例: 4 月 28 日 20 时(北京时)(图 5(b)), 涡度平流随高度愈加气旋性的区域位于地面低压上游, 因此减弱了气旋向东的移动分量.

## 4 结论

利用斜压二层模式得到的准地转位势倾向方

程表明: 500 hPa 高空天气系统的移动可以用大气长波公式来判断; 如果为对称槽脊, 则 500 hPa 天气系统的发展主要以对应槽脊位置上下(250 hPa 与 750 hPa)层的温度平流来作判断. 此外, 高空天气系统的强度变化对移速有制约作用. 即槽脊发展时, 移速将会变慢; 槽脊减弱时, 移速将会变快. 借以对槽脊位置进行修正.

利用斜压二层模式得到的准地转垂直运动方程不但可用于定性判断系统性垂直运动的区域. 同时也可用于对地面气压系统的移动和发展进行预报. 因为, 地面天气图上的气旋系统是一个三度空间的现象, 其气压变化与涡度变化往往是一致的. 由于准地转垂直运动方程所得到的垂直速度比仅由连续方程或热力学方程得到的垂直速度要准确, 并且用温度平流和涡度平流的表现形式, 既可由实际天气图上定性判断, 又可以方便诊断计算. 因此在用于讨论地面天气系统的涡度方程中, 将由斜压二层模式得到的准地转垂直速度代入, 则对应地面气旋位置, 500 hPa 为槽前正温度平流和/或 250 hPa 为槽前强的正涡度平流, 则地面气旋发展. 地面气压系统的移动取决于 500 hPa 的暖平流中心位置和最大涡度平流随高度愈加气旋性的位置.

由于准地转理论确实抓住了大尺度运动过程的重要特点, 利用斜压二层模式对其所作的分析, 不仅有助于加深对天气系统发展规律的理解和实际应用, 同时也将会有助于对数值预报产品所包含的物理依据的认识.

- [1] Yu Z H, Miao M Q, Jiang Q R, Yang P Z 2004 *Fluid Mechanics* (Beijing: China Meteorological Press) p45 (in Chinese) [余志豪, 苗曼倩, 蒋全荣, 杨平章 2004 流体力学(北京: 气象出版社)第 45 页]
- [2] Yang D S, Liu Y B, Liu S K 1980 *Dynamic Meteorology* (Beijing: China Meteorological Press) p172 (in Chinese) [杨大升, 刘余滨, 刘式适 1980 动力气象学(北京: 气象出版社)第 172 页]
- [3] Cai Q F, Huang S X, Gao S T, Zhong K, Li Z Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3912 (in Chinese) [蔡其发, 黄思训, 高守亭, 钟科, 李自强 2008 物理学报 **57** 3912]
- [4] Wu G X 2010 *Acta Meteor. Sin.* **59** 385 (in Chinese) [吴国雄 2010 气象学报 **59** 385]
- [5] Zhou Y S, Ran L K 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1366 (in Chinese) [周玉淑, 冉令坤 2010 物理学报 **59** 1366]
- [6] Cao J, Gao S T, Zhou Y S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2600 (in Chinese) [曹洁, 高守亭, 周玉淑 2008 物理学报 **57** 2600]
- [7] Zhou Y S, Cao J, Gao S T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6654 (in Chinese) [周玉淑, 曹洁, 高守亭 2008 物理学报 **57** 6654]
- [8] Tao J J, Li C K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4313 (in Chinese) [陶建军, 李朝奎 2009 物理学报 **58** 4313]
- [9] Zhou X G, Liu S J, Wang X M, Tao Z Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 059201 (in Chinese) [周小刚, 柳士俊, 王秀明, 陶祖钰 2011 物理学报 **60** 059201]
- [10] Feng G L, Gong Z Q, Dong W J, Li J P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5494 (in Chinese) [封国林, 龚志强, 董文杰, 李建平 2005 物理学报 **54** 5494]
- [11] Shi N 2005 *Chin. Phys.* **14** 844
- [12] Dai X G, Fu C B, Wang P 2005 *Chin. Phys.* **14** 850
- [13] Feng G L, Dong W J 2003 *Chin. Phys.* **12** 1076
- [14] Wang D H, Du J, Liu C J 2011 *Meteor.* **37** 385 (in Chinese) [王东海, 杜钧, 柳崇健 2011 气象 **37** 385]
- [15] Liu C J, Liu Y, Xu H 2007 *Chinese J. Atmos. Sci.* **31** 1251 (in Chinese) [柳崇健, 刘英, 徐辉 2007 大气科学 **31** 1251]
- [16] Liu C J 1988 *The Theory of Dissipative Structures for the Atmosphere* (Beijing: China Meteorological Press) pp82–105 (in Chinese) [柳崇健 1988 大气耗散结构理论(北京: 气象出版社)第 82—105 页]
- [17] Yang D S, Liu Y B, Liu S K 1980 *Dynamic Meteorology* (Beijing: China Meteorological Press) pp194–204 (in Chinese) [杨大升, 刘余滨, 刘式适 1980 动力气象学(北京: 气象出版社)第 194—204 页]

- [18] Liu S K, Liu S D 1991 *Atmospheric Dynamics* (Beijing: Peking University Press) pp254–256 (in Chinese) [刘式适, 刘式达 1991 大气动力学 (北京: 北京大学出版社) 第 254—256 页]
- [19] Zhu Q G, Lin J R, Shou S W, Tang D S 2007 *Principles and Methods of Synoptics* (Beijing: China Meteorological Press) pp214–216 (in Chinese) [朱乾根, 林锦瑞, 寿绍文, 唐东昇 2007 天气学原理与方法 (北京: 气象出版社) 第 214—216 页]
- [20] Yang D S, Liu Y B, Liu S K 1980 *Dynamic Meteorology* (Beijing: China Meteorological Press) p242 (in Chinese) [杨大升, 刘余滨, 刘式适 1980 动力气象学 (北京: 气象出版社) 第 242 页]
- [21] Zhou X G, Liu S J, Wang X M, Tao Z Y 2011 *Chinese J. Geophys.* **54** 2495 (in Chinese) [周小刚, 柳士俊, 王秀明, 陶祖钰 2011 地球物理学报 **54** 2495]
- [22] Lu M Z, Hou Z M, Zhou Y 2004 *Dynamic meteorology* (Beijing: China Meteorological Press) pp97–99 (in Chinese) [吕美仲, 侯志明, 周毅 2004 动力气象学 (北京: 气象出版社) 第 97—99 页]
- [23] Ding Y H 1989 *Diagnosis Method of Weather Dynamics* (Beijing: Science Press) pp55–60 (in Chinese) [丁一汇 1989 天气动力学中的诊断分析方法 (北京: 科学出版社) 第 55—60 页]
- [24] Bluestein H B 1992 *Synoptic-dynamic Meteorology In Midlatitudes: Volume II: Observations and Theory of Weather Systems* (Oxford University Press) pp5–7

# Quasi-geostrophic theory and its application based on baroclinic two-layer model\*

Wang Xiu-Ming<sup>1)</sup> Zhou Xiao-Gang<sup>1)†</sup> Tao Zu-Yu<sup>2)</sup> Yu Xiao-Ding<sup>1)</sup>

1) (China Meteorological Administration Training Center, Beijing 100081, China)

2) (Physical School of Peking University, Beijing 100871, China)

(Received 11 June 2012; revised manuscript received 1 August 2012)

## Abstract

The quasi-geostrophic theory is the theoretical basis of the short-term weather forecast. Quasi-geostrophic motion equations of mid-latitude synoptic scale movement are the core of quasi-geostrophic theory. Based on baroclinic two-layer model, quasi-geostrophic potential tendency equation and vertical motion equation can more clearly explain the movement and development of upper and surface weather systems. The movement of 500 hPa upper trough depends on the vorticity advection of 500 hPa, its development is determined by 500 hPa vorticity advection and differential vorticity advection between 250 and 750 hPa. The movement and development of cyclone depend on the positive temperature advection at 500 hPa and differential vorticity advection between 250 and 750 hPa. A case of synoptic system evolution demonstrates that quasi-geostrophic theory based on baroclinic two-layer model is conducive to the quick recognition of the characteristics of mid-latitude synoptic scale baroclinic development system, the understanding of the objective law of the development of the weather systems and the physical basis of numerical products.

**Keywords:** baroclinic two-layer model, quasi-geostrophic theory, upper trough, cyclone

**PACS:** 92.60.—e, 92.60.Wc

**DOI:** 10.7498/aps.62.029201

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41005002, 40875029, 40745032), and the Meteorological industry-specific fund in 2009 (Grant No. GYHY200906003).

† Corresponding author. E-mail: zhouxgang@sina.com