

自旋轨道耦合的 ^{23}Na 自旋 -1 玻色 - 爱因斯坦 凝聚体中的涡旋斑图的研究*

刘超飞^{1)†} 万文娟²⁾ 张赣源²⁾

1) (江西理工大学理学院, 赣州 341000)

2) (江西理工大学应用科学院, 赣州 341000)

(2013年5月15日收到; 2013年7月17日收到修改稿)

利用阻尼映射 Gross-Pitaevkii 方程, 研究了二维体系中自旋轨道耦合的 ^{23}Na 自旋 -1 玻色 - 爱因斯坦凝聚体中的涡旋斑图, 探索自旋轨道耦合强度对涡旋斑图的影响. 研究发现, 较弱的自旋轨道耦合就可以完全破坏不考虑自旋轨道耦合情况下出现的周期性涡旋晶格; 在自旋轨道耦合较强的情况下, 各自旋态的涡旋易形成涡旋组, 它们绕凝聚体中心形成花瓣状涡旋斑图.

关键词: 玻色 - 爱因斯坦凝聚体, 自旋, 涡旋

PACS: 03.75.Lm, 05.45.Yv

DOI: 10.7498/aps.62.200306

1 引言

自旋轨道耦合效应主要描述了粒子的运动与其自旋相互作用的行为. 自旋轨道耦合可分为 Bychkov-Rashba 型^[1] 和 Dresselhaus 型^[2], 它在自旋霍尔效应 (spin-Hall effect)^[3,4]、拓扑绝缘体 (topological insulators)^[5-8] 等研究领域起着至关重要的作用. 通常, 自旋轨道耦合效应的研究主要集中在自旋电子学领域, 或者说以费米系统为主, 因为电子在电磁场中会受到洛仑兹力的作用, 能表现出较强的自旋轨道耦合效应. 对于中性原子或者说玻色原子系统来说, 自旋轨道耦合效应还是一个非常新颖的课题, 之前较少有人涉及. 2011 年, Spielman 小组^[9] 在实验上首次通过人工合成磁场实现了玻色 - 爱因斯坦凝聚体 (BEC) 的自旋轨道耦合效应. 他们实际上研究了非阿贝尔规范场里的玻色凝聚气体^[10-16]. 玻色 - 爱因斯坦凝聚体的自旋轨道耦合效应开辟了冷原子物理研究的新领域, 并催生出许

多全新的研究, 如光与原子相互作用对旋量 BEC 自身拓扑结构的影响、各种量子相变、自旋涡旋阵列的形成, 各种新奇拓扑激发, 如 skyrmion 等.

通过考虑旋转效应, 自旋轨道耦合的自旋 1/2 玻色 - 爱因斯坦凝聚体中的涡旋结构已经在最近的一些研究中得到了广泛的关注^[17-19]. 对于自旋 1 的玻色系统^[20,21], 目前还没有专门针对涡旋形态的研究. 本文通过改变自旋轨道耦合的强度, 专门探索 ^{23}Na 自旋 -1 玻色 - 爱因斯坦凝聚体中的涡旋现象.

2 模型

自旋为 1 的 ^{23}Na 凝聚体的动力学方程可由以下耦合的非线性薛定谔方程组描述^[22]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_j}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{m\omega^2(x^2 + y^2)}{2} + g_n |\Psi|^2 \right] \Psi_j + g_s \sum_{\alpha=x,y,z} \sum_{n,k,l=0\pm 1} (\hat{F}_\alpha)_{jn} (\hat{F}_\alpha)_{kl} \Psi_n \Psi_k^* \Psi_l - \Omega \hat{L}_z \Psi_j + \kappa \sum_{\alpha=x,y} \sum_{n=0\pm 1} (\hat{F}_\alpha)_{jn} p_\alpha \Psi_n, \quad (1)$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 11247206, 11304130, 11365010) 和江西省教育厅科学技术研究项目 (批准号: GJJ13382, GJJ11467) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liuchaofei0809@163.com

$\Psi_j(j=0, \pm 1)$ 为自旋为 $|F=1, m_F=j\rangle$ 的凝聚体的宏观波函数, m 是原子质量, ω 为势阱的束缚频率, Ω 是旋转频率, $\hat{L}_z = -i\hbar(x\partial_y - y\partial_x)$ 是沿着 z 方向的旋转角动量算符, $\mathbf{p}_\alpha = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\alpha}$ ($\alpha=x, y$) 是动量算符, κ 代表自旋轨道耦合的强度. 原子间的耦合常数 $g_n = \frac{4\pi\hbar^2(2a_2+a_0)}{3m}$, $g_s = \frac{4\pi\hbar^2(a_2-a_0)}{3m}$, 它们分别来自密度-密度相互作用以及自旋交换相互作用. 此外, $\hat{F}_{\alpha=x,y,z}$ 是自旋 1 矩阵, 它可表示为

$$\hat{F}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F}_y = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

通常, 在真实实验中的超冷玻色气体都只是部分的凝聚为玻色-爱因斯坦凝聚体. 凝聚的原子与未凝聚的原子气体同时存在. 并且整个过程中, 蒸发冷却对于凝聚体的产生至关重要. 为了模拟这个冷却过程, 同时又能获得凝聚体的基态, 我们采用阻尼映射 Gross-Pitaevskii (GP) 方程来模拟凝聚体的冷却过程. 我们先提一个与此方法密切相关的方法: 统计映射 GP 方程^[23-26], 这个方程可以很好地模拟凝聚体在有限温度体系下的冷却过程. 当热涨落完全消除时, 凝聚体将趋于其基态. 这种处理方法就是阻尼映射 GP 方程^[24,25].

通过忽略相应的统计映射 GP 方程中的噪音项, 统计映射 GP 方程可简化为阻尼映射 GP 方程, 其表达式为

$$d\Psi_j = \mathcal{P} \left\{ -\frac{i}{\hbar} \hat{H}_j \Psi_j dt + \frac{\gamma_j}{k_B T} (\mu - \hat{H}_j) \Psi_j dt \right\}, \quad (2)$$

这里, $\hat{H}_j \Psi_j$ 是方程(1)的右边部分, T 为统计映射 GP 方程中的温度, k_B 是玻尔兹曼常数, μ 是化学势, γ_j 是自旋为 j 的凝聚体的增长率. 映射操作 \mathcal{P} 限制凝聚体的动力学行为处于其相干区域. 阻尼映射 GP 方程实际上是统计映射 GP 方程的零温极限情况.

对于 ^{23}Na 自旋 -1 玻色-爱因斯坦凝聚体, 其 $a_0 = 50a_B$, $a_2 = 55a_B$, 这里 a_B 为玻尔半径的长

度, 因此, $g_s > 0$, ^{23}Na 自旋 -1 玻色-爱因斯坦凝聚体具有反铁磁效应. 在数值模拟中, 我们根据具有化学势 $\mu_{j,0} = 3.6\hbar\omega$ 的理想玻色气体, 通过随机选取得到各自旋态凝聚体成分的初始态, 而体系的最终化学势为 $\mu = 25\hbar\omega > \mu_{j,0}(j=0, \pm 1)$. 假设 $\frac{\gamma_j}{k_B T} = 0.03$, 束缚势阱频率为 $\omega = 200 \times 2\pi$. 因此, 长度、时间和自旋轨道耦合强度的单位分别为 $\sqrt{\hbar/(m\omega)}$ ($\approx 1.48 \mu\text{m}$), ω^{-1} ($\approx 0.8 \times 10^{-3} \text{ s}$), $\sqrt{\hbar\omega/m}$ ($\approx 1.9 \times 10^{-3} \text{ m/s}$).

3 研究结果

引入旋转效应, 利用阻尼映射 GP 方程, 模拟得到存在自旋轨道耦合的 ^{23}Na 自旋 -1 凝聚体的平衡态解 (见图 1). 正如以前关于旋转凝聚体的工作一样, 在凝聚体的各自旋态成分中都出现了涡旋. 第五、六列分别指出了自旋 $m_F = -1, 1$ 凝聚体成分的相位情况. 像单成分凝聚体中出现涡旋一样, 相位中出现一些红蓝不连续的分界线, 它们代表相位上的 π 相位和 $-\pi$ 相位, 线的端点就是涡旋所在的位置. 所有的分界线都向凝聚体外围延伸. 实际上, 它的另一个端点在凝聚体的边缘. 在那里, 凝聚体密度极小, 即使存在涡旋, 它对整个凝聚体的能量、角动量的贡献也很小, 几乎可以忽略. 第四列显示了凝聚体的总密度, 我们可以分辨出一些局部的密度极小. 自旋轨道耦合强度越大, 这种情况越明显.

在图 1(a)–(e) 中, 各态原子数 (N_{-1}, N_0, N_1) 分别约为 $(2.0 \times 10^4, 1.9 \times 10^4, 2.0 \times 10^4)$, $(1.4 \times 10^4, 2.8 \times 10^4, 1.9 \times 10^4)$, $(1.4 \times 10^4, 3.0 \times 10^4, 1.9 \times 10^4)$, $(1.5 \times 10^4, 3.1 \times 10^4, 2.0 \times 10^4)$, 和 $(1.6 \times 10^4, 3.4 \times 10^4, 2.0 \times 10^4)$. 之所以出现粒子数变化, 是因为我们的研究采用固定的化学势. 自旋轨道耦合强度的不同, 致使体系粒子数在平衡态时相应的发生变化.

当自旋轨道耦合强度很弱时 ($\kappa = 0.1\sqrt{\hbar\omega/m}$), 凝聚体中形成的涡旋斑图没有什么规律. 实际上, 最近的研究表明, 旋转没有自旋轨道耦合的 ^{23}Na 自旋 -1 玻色-爱因斯坦凝聚体, 将产生周期性涡旋晶格^[26]. 引入弱的自旋轨道耦合, 周期性涡旋晶格即被破坏. 当自旋轨道耦合强度达到 $\kappa = 0.3\sqrt{\hbar\omega/m}$ 时, 涡旋斑图初步按照新的规律排列: 涡旋绕凝聚体中心一层层向外出现花瓣状排列. 比较图 1(a)–(e), 不难发现每张图片中的密度分布都是完全不同的. 使用不同强度的自旋轨道耦合, 可以得到不同的涡旋斑图.

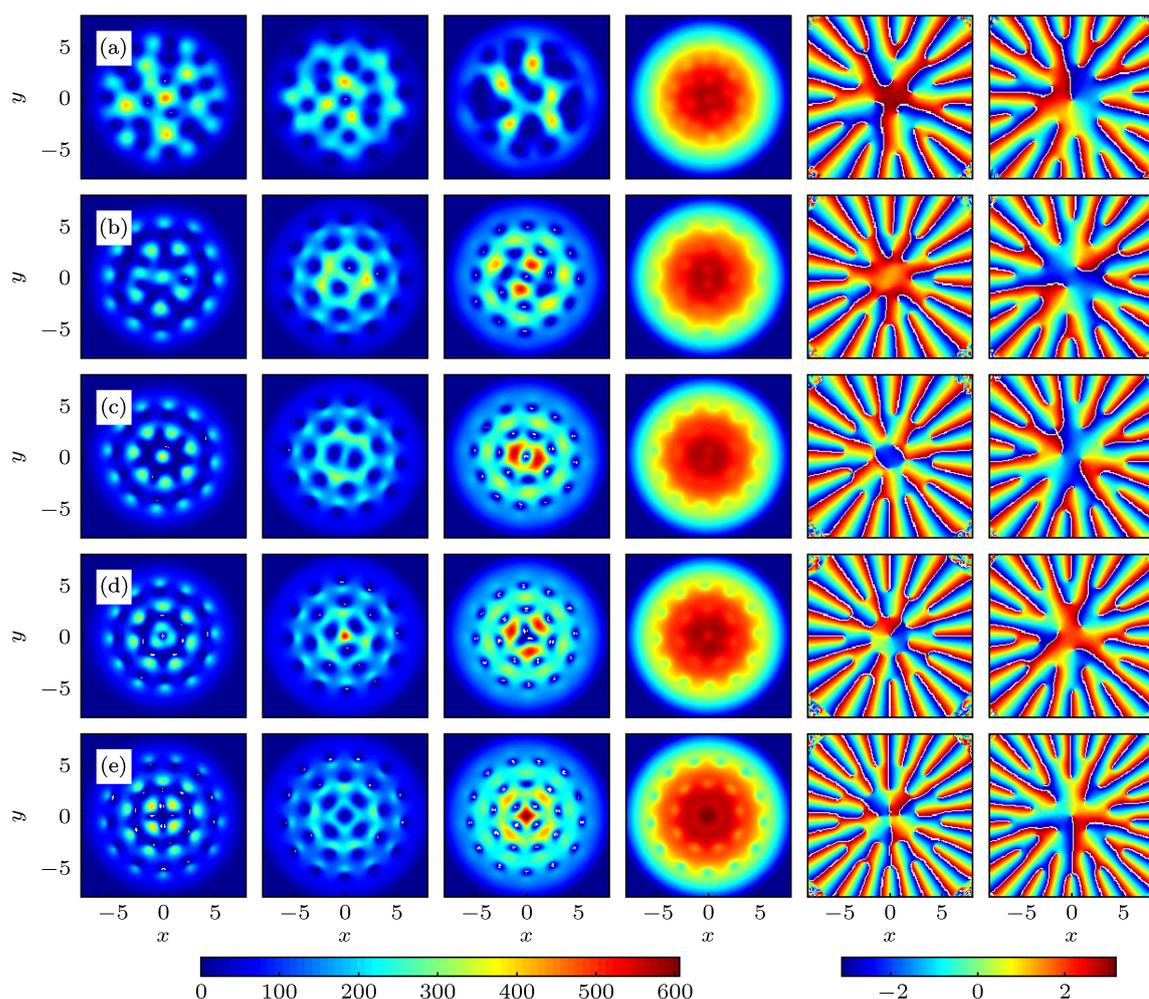


图1 自旋轨道耦合的 ^{23}Na 自旋-1玻色-爱因斯坦凝聚体中的涡旋斑图 体系的旋转频率为 $\Omega = 0.5\omega$;第一、二、三列分别为自旋 $m_F = -1, 1, 0$ 的凝聚体的密度;第四列为 ^{23}Na 自旋-1玻色-爱因斯坦凝聚体的总密度;第五、六列为 $m_F = -1, 1$ 凝聚体的相位;(a) $\kappa = 0.1\sqrt{\hbar\omega/m}$; (b) $\kappa = 0.3\sqrt{\hbar\omega/m}$; (c) $\kappa = 0.5\sqrt{\hbar\omega/m}$; (d) $\kappa = 0.7\sqrt{\hbar\omega/m}$; (e) $\kappa = 0.9\sqrt{\hbar\omega/m}$; 该图的长度单位为 $\sqrt{\hbar/(m\omega)}$ ($\approx 1.48 \mu\text{m}$)

在图1中, 还有一些密度峰伴随涡旋共同存在, 并排列为各种形状. 这些密度峰表明凝聚体在其他自旋态凝聚体涡旋中填充. 为了弄清楚各自旋态凝聚体产生的涡旋之间的关系, 我们将三种成分中的涡旋的位置标示在同一幅图中. 例如, 图2(a)就是 $\kappa = 0.1\sqrt{\hbar\omega/m}$ 时, 各自旋态中涡旋的位置关系. 这里, “*”表示自旋 $m_F = -1$ 成分中出现的涡旋, “o”为自旋 $m_F = 0$ 中的涡旋, 五角星代表 $m_F = 1$ 中的涡旋. 很明显, $\kappa = 0.1\sqrt{\hbar\omega/m}$ 时, 各自旋态中的涡旋除了相对均匀的分布于整个凝聚体外, 没有特别的规律可循.

图2不仅显示了图1中各种情况下的涡旋位置关系, 还给出了 $\kappa = 0.2\sqrt{\hbar\omega/m}$, $0.4\sqrt{\hbar\omega/m}$, $0.6\sqrt{\hbar\omega/m}$, $0.8\sqrt{\hbar\omega/m}$ 时的涡旋位置关系. 当 $\kappa \geq 0.3\sqrt{\hbar\omega/m}$ 时, 凝聚体外层的涡旋明显出现

一个规则: 出现“*o*”结构. $m_F = -1$ 涡旋最靠近凝聚体中心, $m_F = 0$ 中的涡旋在这个结构的中心, 而 $m_F = 1$ 成分分布于最外层. 这种结构都是指向凝聚体中心的. 比较各个子图, 不难发现, 这种结构在凝聚体的外层比较容易出现. 在凝聚体的中心附近, 即使在 $\kappa = 0.9\sqrt{\hbar\omega/m}$ 这种自旋轨道耦合较强的情况下, 由于受到涡旋几何尺寸等的影响, 这种结构并未出现.

图2还显示各自旋态的涡旋基本上是比较均匀地分布于整个凝聚体中, 极少出现同种自旋态涡旋相互重叠这种情况. 这主要是因为各自旋态涡旋内部存在排斥型相互作用, 为了尽可能降低体系能量, 涡旋分布趋于均匀分散. 这与单成分凝聚体中出现涡旋的情况类似. 并且, 各自旋态涡旋往往被其他态凝聚体成分填充, 所以在图1的总密度中

没有出现趋于零的局部密度极小. 但在图 2(d)—(f) 这三张图的中心附近, 有许多的 $m_F = -1$ 涡旋相距很近, 这看上去有点违背涡旋间的排斥相互作用. 出现这种情况的原因是由于 $m_F = -1$ 凝聚体密度出现大面积空缺导致. 以图 2(e) 为例, 它的密度分布在图 1(c) 中可以找到. 很明显, 图 1(c) 中的 $m_F = -1$ 凝聚体在中心附近出现一个类似七角星形的大面积的密度空缺. 由于密度空缺处的密度很低, 即使形成涡旋, 对体系能量的贡献也几乎可以忽略, 所以在图 2(e) 中出现几个涡旋相距很近的情况. 相反, $m_F = 1$ 凝聚体几乎未出现大面积密度空缺现象, 所以, $m_F = 1$ 中的涡旋都分布比较分散, 没有出现相距很近的两个 $m_F = 1$ 涡旋.

4 结论

本文利用阻尼映射 GP 方程研究了自旋轨道耦合效应对 ^{23}Na 自旋 -1 玻色 - 爱因斯坦凝聚体中的涡旋斑图的影响. 研究发现, 随着自旋轨道耦合强度的增强, 各自旋态凝聚体中的涡旋也将由于自旋轨道耦合效应而相互作用, 构成固定的局部涡旋组, 且它们更容易出现在凝聚体的外围. 涡旋绕凝聚体中心一圈圈向外排列形成花瓣状斑图.

感谢江西理工大学潘小青教授的讨论.

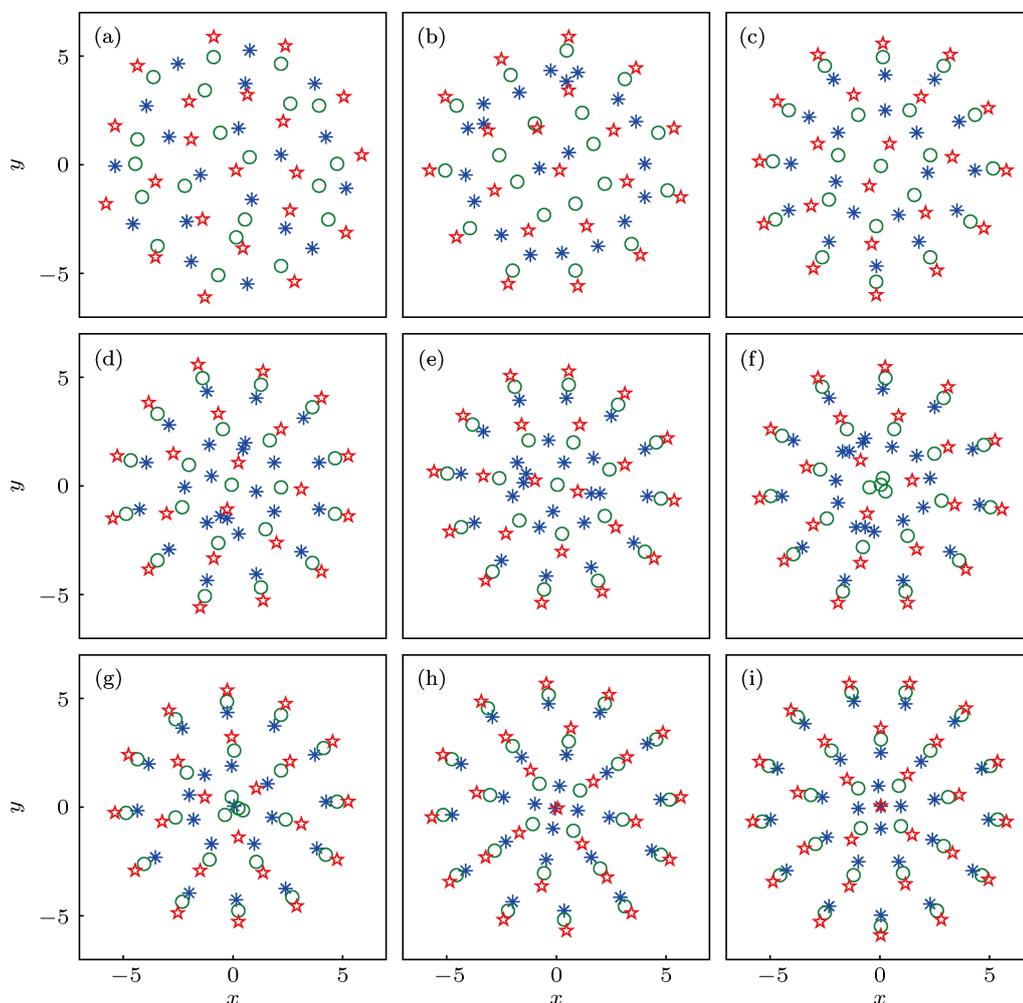


图 2 ^{23}Na 自旋 1 凝聚体达到平衡态时出现的涡旋的位置. “*”表示自旋 $m_F = -1$ 成分中出现的涡旋, “o”表示自旋 $m_F = 0$ 中的涡旋, 五角星为 $m_F = 1$ 中的涡旋; (a) $\kappa = 0.1\sqrt{\hbar\omega/m}$; (b) $\kappa = 0.2\sqrt{\hbar\omega/m}$; (c) $\kappa = 0.3\sqrt{\hbar\omega/m}$; (d) $\kappa = 0.4\sqrt{\hbar\omega/m}$; (e) $\kappa = 0.5\sqrt{\hbar\omega/m}$; (f) $\kappa = 0.6\sqrt{\hbar\omega/m}$; (g) $\kappa = 0.7\sqrt{\hbar\omega/m}$; (h) $\kappa = 0.8\sqrt{\hbar\omega/m}$; (i) $\kappa = 0.9\sqrt{\hbar\omega/m}$; 体系的旋转频率为 $\Omega = 0.5\omega$; 在这张图片中, 相应的参数、单位都与图 1 中的相同

- [1] Bychkov Y A, Rashba E I 1984 *J. Phys. C* **17** 6039
 [2] Dresselhaus G 1955 *Phys. Rev.* **100** 580
 [3] Kato Y K, Myers R C, Gossard A C, Awschalom D D 2004 *Science* **306** 1910
 [4] König M, Wiedmann S, Brüne C, Roth A, Buhmann H, Molenkamp L W, Qi X L, Zhang S C 2007 *Science* **318** 766
 [5] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802
 [6] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C 2006 *Science* **314** 1757
 [7] Hsieh D, Qian D, Wray L, Xia Y, Hor Y S, Cava R J, Hasan M Z 2008 *Nature* **452** 970
 [8] Sun K, Liu W V, Hemmerich A, Sarma S D 2012 *Nature Phys.* **8** 67
 [9] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
 [10] Liao R, Yi-Xiang Y, Liu W M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 080406
 [11] Wang C, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
 [12] Ho T L, Zhang S Z 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 150403
 [13] Jian C M, Zhai H 2011 *Phys. Rev. B* **84** 060508(R)
 [14] Sinha S, Nath R, Santos L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 270401
 [15] Hu H, Ramachandran B, Pu H, Liu X J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 010402
 [16] Wu C, Mondragon-Shem I, Zhou X F 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 097102
 [17] Liu C F, Fan H, Zhang Y C, Wang D S, Liu W M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 053616
 [18] Xu X Q, Han J H 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 200401
 [19] Zhou X F, Zhou J, Wu C 2011 *Phys. Rev. A* **84** 063624
 [20] Zhao L, Yang J, Xie Q Y, Tian M, Duan Y S 2012 *Chin. Phys. B* **21** 057401
 [21] Chen A X, Qiu W Y, Wang Z P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4204
 [22] Liu C F, Liu W M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 033602
 [23] Bradley A S, Gardiner C W, Davis M J 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033616
 [24] Rooney S J, Bradley A S, Blakie P B 2010 *Phys. Rev. A* **81** 023630
 [25] Liu C F, Yu Y M, Gou S C, Liu W M 2013 *Phys. Rev. A* **87** 063630
 [26] Su S W, Hsueh C H, Liu I K, Horng T L, Tsai Y C, Gou S C, Liu W M 2011 *Phys. Rev. A* **84** 023601

Vortex pattern in spin-orbit coupled spin-1 Bose-Einstein condensate of $^{23}\text{Na}^*$

Liu Chao-Fei^{1)†} Wan Wen-Juan²⁾ Zhang Gan-Yuan²⁾

¹⁾ (School of Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

²⁾ (College of Applied Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

(Received 15 May 2013; revised manuscript received 17 July 2013)

Abstract

Using the damped projecting Gross-Pitaevkii align, we study the vortex pattern in the two-dimensional spin-orbit coupled spin-1 Bose-Einstein condensate of ^{23}Na . We concentrate on the influence of spin-orbit coupling on the vortex pattern and find that the periodic vortex lattice which would occur without any spin-orbit coupling, can be completely destroyed although the strength of spin-orbit coupling is not very strong. With a strong spin-orbit coupling, vortices in the condensate of each spin state tend to form some vortex groups and then they create a flower-like lattice around the center.

Keywords: Bose-Einstein condensate, spin, vortex

PACS: 03.75.Lm, 05.45.Yv

DOI: 10.7498/aps.62.200306

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11247206, 11304130, 11365010) and the Science and Technology Project of Jiangxi Province, China (Grant Nos. GJJ13382, GJJ11467).

† Corresponding author. E-mail: liuchaofei0809@163.com