# 基于双阈值 Huber 范数估计的图像正则化 超分辨率算法<sup>\*</sup>

## 周树波 袁艳\* 苏丽娟

(北京航空航天大学,精密光机电一体化技术教育部重点实验室,北京 100191) (2013年6月4日收到;2013年8月1日收到修改稿)

多帧图像超分辨率算法利用图像间的互补信息,可以从一系列具有亚像素位移的低分辨率影像数据中重建出高分辨率图像.在众多超分辨率算法中,正则化方法以其求解病态问题的有效性而被广泛应用,但在此类方法中,最优估计算子的估计准确度对最后的重建结果有着较大的影响.本文在现有正则化超分辨率重建算法的基础上,提出了一种基于双阈值 Huber 范数的极大似然估计算子,可以提高 Huber 范数对于阈值取值的容忍性和算子估计精度;并给出了基于该算子的正则化超分辨率算法的迭代公式.通过对仿真图像进行重建,结果表明算法可有效地抑制各种噪声并保证重建效果;同时将此算法应用于实际图像的超分辨率重建,有效地提高了目标影像的空间分辨率.

关键词:图像处理,图像重建,超分辨率,正则化 PACS: 07.05.Pj, 42.30.Wb

#### 1 引 言

空间分辨率是影像质量评价的重要指标,在影像应用中至关重要.在影像获取过程中,由于成像系统自身限制、大气影响及搭载平台与目标之间的相对运动,会使成像产生模糊和降质,降低影像分辨率.受限于传感器设备硬件条件及成本,目前能够实现影像空间分辨率增强以改善影像质量的一种有效方法是通过图像处理<sup>[1]</sup>进行超分辨率重建.超分辨率重建技术利用多帧图像间的互补信息,从一系列质量较差、空间分辨率较低的影像数据中重建出高分辨率图像,可以提高图像质量,充分挖掘现有影像数据潜力,在计算机视觉、航空航天遥感、医学成像等领域<sup>[2]</sup>具有重要的应用.

早期的超分辨率重建研究集中于频率域,多帧 图像超分辨率重建的概念最早是由Tsai和Huang<sup>[3]</sup> 提出的,他们给出了一种基于频域解混叠的超分辨 率算法.在此基础上,Tekalp等<sup>[4]</sup>提出了一系列改 进方法,提高了算法对模糊和噪声的适应性,一定 DOI: 10.7498/aps.62.200701

程度上提高了重建效果.

目前超分辨率算法的研究热点是基于空域的 算法,此类算法能够灵活地适应复杂图像降质模 型,主要包括非均匀插值法<sup>[5,6]</sup>、凸集投影法 (projection onto convex sets, POCS)<sup>[7]</sup>、最大后验概率法 (maximum a posteriori, MAP)<sup>[8,9]</sup>、混合 MAP-POCS 法<sup>[10]</sup>、迭代反向投影法<sup>[11]</sup>、基于学习的超分辨率 算法<sup>[12]</sup>和正则化超分辨率算法<sup>[13-24]</sup>等.

近几年来, 正则化方法以其求解病态问题的有效性而在图像超分辨率重建领域引起了较多的关注. 在重建过程中, 正则化算法引入了正则项, 从而使病态的超分辨率重建问题变为了良态<sup>[13]</sup>. 正则化超分辨率算法的关键是准确的极大似然 (maximum likehood, ML)估计和合适的正则项选取. 在此类算法中, 应用较为广泛的是基于 L<sub>2</sub> 范数估计的算法<sup>[13–16]</sup>, 其中 He 和 Kondi<sup>[13]</sup>提出了一种基于 L<sub>2</sub> 范数和 Tickhonov 算子的正则化超分辨率算法, 在重建过程中可以对正则化参数进行自适应调整; Lee 和 Kang<sup>[14]</sup>提出了一种考虑配准误差的 L<sub>2</sub> 范数正则化算法, 改进了图像降质模型, 提高了算

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:61307020)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: yuanyan@buaa.edu.cn

<sup>© 2013</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

法对配准误差的容忍性; Ng 等<sup>[15]</sup>提出了一种基于 L2 范数和总变差算子的正则化超分辨率算法,实 验表明相较基于 Tickhonov 算子的算法, 此算法重 建结果拥有更好的峰值信噪比.针对基于 L2 范数 的算法鲁棒性较差的缺点, Farsiu 和 Robinson<sup>[17]</sup>提 出了基于 L1 范数估计的超分辨率方法,提出并使 用双边总变差 (bilateral total variation, BTV) 算子作 为正则项,有效地提高了算法的通用性和鲁棒性, 但利用 L1 范数的估计误差比 L2 范数大. 为同时 保证 ML 估计算子的估计精度和鲁棒性, 文献 [18, 19] 提出了基于 Huber 范数的 ML 估计算子, Pham 等<sup>[20]</sup>提出了基于高斯误差范数的 ML 估计算子, 文献 [21, 22] 提出了基于洛伦兹范数的 ML 估计算 子. 相比基于 L<sub>2</sub> 范数和 L<sub>1</sub> 范数的算法, 以上算法 在计算前均需要设定一个阈值T,因此在计算过程 中需要对其进行估计或通过反复试验确定一个经 验值.

本文提出了一种基于 Huber 范数的双阈值 ML 估计算法,并将其应用于正则化超分辨率重建,增 强了算法对于阈值的容忍性.利用计算机模拟图像 和实际影像进行试验,并分别与基于 L<sub>2</sub> 范数、L<sub>1</sub> 范数以及 Huber 范数进行 ML 估计的正则化算法 进行比较,验证了算法的有效性.本文内容安排如 下:第2节介绍影像降质过程和超分辨率重建基本 原理;第3节介绍正则化超分辨率重建算法并对其 做出改进;第4节是实验结果分析;第5节是总结.

#### 2 图像降质和超分辨率重建

为实现对未知高分辨率 (high resolution, HR) 图像的重建, 需要对影像获取的退化过程进行分析 和建模, 可以用几何变形、模糊、下采样以及噪声 叠加等因素描述低分辨率 (low resolution, LR) 影像 的退化过程. 本文假设下采样因子和点扩散函数已 确定, 可采用如 (1) 式所示的图像降质模型 <sup>[2]</sup>:

$$\boldsymbol{Y}_k = \boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_k\boldsymbol{X} + \boldsymbol{N}_k, \qquad (1)$$

其中  $Y = \{Y_k\}_{k=1}^p$  是 LR 影像,  $Y_k$  代表其中第 k 帧 影像, 空间分辨率为  $M_1 \times M_2$  像素, p 是 LR 影像的 数目; X 为原始 HR 影像, 令 q 为空间分辨率提高 倍数, 则 X 的空间分辨率为  $qM_1 \times qM_2$  像素;  $F_k$  是 形变矩阵; B 是模糊矩阵, 代表降质过程中由于点 扩散函数等因素产生的模糊效应; D 是下采样矩 阵;  $N_k$  是附加噪声. 超分辨率重建是 (1) 式的反问题,最优估计往 往被用来求解此类反问题.在众多算法中,基于 ML 估计的方法最为流行.根据 (1) 式,基于 ML 估计的 超分辨率重建如 (2) 式所示<sup>[23]</sup>:

$$\hat{\boldsymbol{X}} = \arg\min\sum_{k=1}^{p} \rho(\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}), \qquad (2)$$

其中 $\rho(DBF_kX - Y_k)$ 代表原始 HR 影像 X 经 过如 (1) 式所示的降质过程后所得的低分辨率 图像  $DBF_kX$  与第 k 帧 LR 影像 Y\_k 之间的一致 性. argmin 是使对应 ML 估计取最小值的算子,若  $\sum_{k=1}^{p} \rho(DBF_kX - Y_k)$ 达到最小,可认为所估计的  $\hat{X}$ 就是所求 HR 图像. 由 (2) 式可知超分辨率重建是 一个病态问题,为使其变为良态,有必要引入正则 项来限制 ML 估计的解空间.

#### 3 正则化超分辨率重建算法

在 (2) 式求解过程中引入正则项  $\Psi$ (**X**), 就可得到正则化超分辨率算法的通用表达式 <sup>[24]</sup>:

$$\hat{\boldsymbol{X}} = \arg\min\Big(\sum_{k=1}^{p} \rho(\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}) + \lambda\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{X})\Big),$$
(3)

其中 λ 代表正则化系数,用来调节正则项相对于 ML 估计的权重.

#### 3.1 ML估计算子

要使  $\sum_{k=1}^{\nu} \rho(DB_kF_kX - Y_k)$  达到最小, 须满足 公式:

$$\phi(X) = \left(\frac{\partial}{\partial X}\right) \left(\sum_{k=1}^{p} \rho(\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k})\right) = 0, \quad (4)$$

φ(X) 定义为影响函数, 是 ML 估计算子的一阶导数 形式. 表 1 列出了几种现有的 ML 估计算子及其影 响函数的形式.

研究表明, 基于 L<sub>2</sub> 范数的 ML 估计算子对于 图像中的异常点非常敏感, 异常点处的影响函数值 远大于正常值, 算法的鲁棒性较差. 而基于 L<sub>1</sub> 范数 的 ML 估计算子将估计误差压缩为 ±1 个灰度值, 降低了异常点在计算过程中的权重, 可以有效增强 算法的鲁棒性. 但 L<sub>1</sub> 范数法比 L<sub>2</sub> 范数法的估计误 差大, 在高斯噪声情况下, 其图像重建结果不如基 于 L<sub>2</sub> 范数的算法. 基于 Huber 范数的 ML 估计算子 设定了阈值 *T*, 结合了 L<sub>2</sub> 范数和 L<sub>1</sub> 范数两种 ML 估计的特点, 在对于明显的异常值做出有效压制的 同时也能对 HR 图像和 LR 图像之间相对较小的 差值进行精确的估计, 重建结果要好于以上两种算 子. 然而在应用基于 Huber 范数的 ML 估计来进行 超分辨率重建时, 必须选取一个合适的阈值 T. 文 献 [19] 采用了 MAD (median absolute deviation) 法 来计算阈值,使用图像灰度统计信息来代替 Huber 范数的阈值.这种方法在每次迭代前都需要单独计 算阈值 *T*,增加了算法的复杂度.

表1 几种现有的 ML 估计算子及其影响函数

	ML 估计算子
L2 范数	$\hat{\boldsymbol{X}} = \arg\min \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} \ \boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}\ _{2}^{2}$
L <sub>1</sub> 范数	$\hat{\boldsymbol{X}} = rgmin \sum_{k=1}^{p} \ \boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}\ _{1}^{1}$
Huber 范数	$\hat{\boldsymbol{X}} = rgmin\sum_{k=1}^{p} \rho_{\text{Huber}}(\boldsymbol{DBF}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}, T)$
注: $\rho_{\text{Huber}}(x,T)$ =	$= \begin{cases} x^2 &  x  < T \\ 2T x  - T^2 & 其他 \end{cases}.$

为提高 ML 估计精度,同时有效降低算法的整体复杂度,本文在 Huber 范数基础上构造了一种基于双阈值的 ML 估计算子,如 (5)—(7) 式所示.

$$\hat{\boldsymbol{X}} = \arg\min\sum_{k=1}^{p} \rho_{dt} (\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}, T_{1}, T_{2}), \quad (5)$$

其中

$$\rho_{dt}(x,T_{1},T_{2}) = \begin{cases}
\frac{1}{2}x^{2} & |x| < T_{1} \\
\frac{(1-\xi)T_{1}T_{2}}{T_{2}-T_{1}}|x| + \frac{(\xi T_{2}-T_{1})x^{2}}{2(T_{2}-T_{1})} + C_{1} \\
T_{1} \leq |x| < T_{2} \\
\xi T_{2}|x| + C_{2} & |x| \ge T_{2}
\end{cases}$$
(6)

*C*<sub>1</sub> 和 *C*<sub>2</sub> 为常数项以保证 ML 估计算子的连续性, 对 (6) 式进行一阶微分,即可得到 ML 估计算子的 影响函数如 (7) 式所示:

$$\phi_{dt}(x, T_1, T_2) = \begin{cases} x & |x| < T \\ \operatorname{sign}(x) \times \frac{(1 - \xi)T_1T_2}{T_2 - T_1} + \frac{\xi T_2 - T_1}{T_2 - T_1} \times x \\ T_1 \leqslant |x| < T_2 \end{cases}, \quad (7)$$
$$T_1 \leqslant |x| < T_2$$
$$\operatorname{sign}(x) \times \xi T_2 & |x| \geqslant T_2 \end{cases}$$

其中 T<sub>1</sub> 和 T<sub>2</sub> 分别是 ML 估计算子的阈值并设为正 值, 须满足下述条件:

1) 估计算子的影响函数在 [-*T*<sub>1</sub>,*T*<sub>1</sub>] 区间内的 梯度应该大于 [*T*<sub>1</sub>,*T*<sub>2</sub>] 和 [-*T*<sub>2</sub>,-*T*<sub>1</sub>] 区间内的梯度;

2) 估计算子在 [-T<sub>2</sub>, T<sub>2</sub>] 区间内单调递增, 而在 其他区域可以单调递减, 也可以直接预设为某一数 值;

影响函数  

$$\phi_{L_2}(\boldsymbol{X}) = \sum_{k=1}^{p} \boldsymbol{F}_k^T \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{D}^T (\boldsymbol{D} \boldsymbol{B} \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_k)$$

$$\phi_{L_1}(\boldsymbol{X}) = \sum_{k=1}^{p} \boldsymbol{F}_k^T \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{D}^T \text{sign}(\boldsymbol{D} \boldsymbol{B} \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_k)$$

$$\phi_{\text{Huber}}(\boldsymbol{X}) = \sum_{k=1}^{p} \boldsymbol{F}_k^T \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{D}^T \rho_{\text{Huber}}'(\boldsymbol{D}_k \boldsymbol{B}_k \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_k, T)$$

3) 影响函数在两个阈值处的左右极限应该相等.

在 (6) 式中, ξ 是权重系数, 用来控制区间 [*T*<sub>1</sub>,*T*<sub>2</sub>] 和 [-*T*<sub>2</sub>, -*T*<sub>1</sub>] 内影响函数的梯度. 根据条 件 1) 和 2), 可以得到 ξ 的取值范围如 (8) 式所示:

$$T_1/T_2 < \xi < 1.$$
 (8)

#### 3.2 正则化算法的迭代实现

正则化超分辨率重建算法一般选择图像的灰度信息或边缘信息等图像的先验知识来作为算法的正则项.本文选取了基于 BTV 的正则化算子<sup>[15]</sup>,该算子能较好地保持图像边缘信息,BTV 正则项的表达式如下:

$$\boldsymbol{\Psi}_{\text{BTV}} = \sum_{l=-i}^{i} \sum_{\substack{m=0\\m+l \ge 0}}^{i} \partial^{m+l} \left\| \boldsymbol{X} - \boldsymbol{S}_{x}^{l} \boldsymbol{S}_{y}^{m} \boldsymbol{x} \right\|_{1}, \quad (9)$$

其中,  $S_x^l$ ,  $S_y^m$  是矩阵算子, 表示将 X 在水平(竖直) 方向上移动 l(m) 个像素,  $\partial$  是权系数.

将 (5) 和 (9) 式代入 (3) 式, 正则化超分辨率算 法的最终表达式为

$$\hat{\boldsymbol{X}} = \arg\min\left[\sum_{k=1}^{p} \rho_{dt}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k}\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_{k}, T_{1}, T_{2}) + \lambda \sum_{l=-i}^{i} \sum_{\substack{m=0\\m+l \geqslant 0}}^{i} \partial^{m+l} \left\|\boldsymbol{X} - \boldsymbol{S}_{x}^{l}\boldsymbol{S}_{y}^{m}\boldsymbol{X}\right\|\right]. \quad (10)$$

本文采用最陡梯度下降法来估计高分辨率图 像 X,算法最终迭代式如下:

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{n+1} = \hat{\boldsymbol{X}}_n + eta \left[ \sum_{k=1}^p \boldsymbol{F}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{d}t} \Big( \boldsymbol{D} \boldsymbol{B} \boldsymbol{F}_k \hat{\boldsymbol{X}}_n \Big) \right]$$

$$-\mathbf{Y}_{k}, T_{1}, T_{2} + \lambda \sum_{l=-i}^{i} \sum_{\substack{m=0\\m+l \ge 0}}^{i} \partial^{m+l} \left( \mathbf{I} - \mathbf{S}_{x}^{-l} \mathbf{S}_{y}^{-m} \right) \operatorname{sign} \left( \hat{\mathbf{X}}_{n} - \mathbf{S}_{x}^{l} \mathbf{S}_{y}^{m} \hat{\mathbf{X}}_{n} \right) , \quad (11)$$

其中  $\beta$  为迭代步长,  $\lambda$  为正则项系数,  $\hat{X}_n$  和  $\hat{X}_{n+1}$  分别代表第 n 和第 n+1 次迭代后所得 HR 图像.  $F^{T}$ ,  $B^{T}$  和  $D^{T}$  是 F, B, D 的转置,  $F^{T}$  代表反向平 移过程,  $B^{T}$  代表解卷积运算过程,  $D^{T}$  代表上采样 过程.

4 实验结果分析

本文分别设计了仿真模拟实验和利用光场相 机所获得的实际图像来重建 HR 图像,并通过比较 本文算法和其他算法结果,来验证算法的有效性.

为对重建图像做出客观评价,本文选择了峰值 信噪比 (peak signal-to-noise ratio, PSNR) 和图像平 均梯度 (mean gradient, MG)来进行图像评价. 峰值 信噪比的表达式为

$$PSNR = 10\log_{10}\left(\frac{255^2 \times M \times N}{\|\hat{\boldsymbol{X}} - \boldsymbol{X}\|^2}\right), \quad (12)$$

其中 *M*×N 代表图像空间分辨率, *X* 表示估计图像, *X* 表示理想图像.

由于很多情况下实验者无法获得理想图像, 无法利用 PSNR 进行评价,本文引入了 MG 作为 PSNR 的补充. MG 的计算公式为

$$MG = \frac{\sum \sqrt{\frac{(\nabla x)^2 + (\nabla y)^2}{2}}}{(M-1)(N-1)},$$
 (13)

其中  $\nabla x$  和  $\nabla y$  分别代表水平方向和竖直方向上的 梯度算子.

#### 4.1 仿真模拟实验

本文选定的仿真图像如图 1(a) 所示, 原始 HR 图像空间分辨率为 400×400 像素. 按照 (1) 式对图 像进行降质处理, 通过模糊 (模糊核为 5×5 的高斯 模糊, 标准差为 1)、下采样 (采样因子为 4) 和叠加 噪声, 最后可得到 25 幅相互间具有亚像素级位移 的 LR 图像, LR 图像的空间分辨率为 100×100 像 素, 如图 1(b) 所示. 利用这 25 幅 LR 图像进行超分 辨率重建, 可得到如图 1 和图 2 的重建结果图, 在 迭代算法中,  $T_1 = 4$ ,  $T_2 = 20$ , 迭代步长为 1, 正则化 参数  $\lambda$  为 0.005.



图 1 20 dB 高斯噪声下正则化超分辨率重建结果 (a) HR 图像; (b) LR 图像; (c) L<sub>2</sub>+BTV 结果; (d) L<sub>1</sub>+BTV 结果; (e) Huber+BTV 结果; (f) 本文提出算法结果

在仿真实验中,对 25 幅 LR 图像施加两种不同 的噪声,分别为 20 dB 的高斯噪声和 25 dB 的高斯 噪声叠加 2%的椒盐噪声.图 1显示了在 20 dB 高 斯噪声下各种超分辨率算法重建结果.表 2 给出了 以上算法结果的图像评价指标,可以看出本文算法 在 PSNR 上相较于 LR 图像提高了 12 dB,且 MG 已 较接近于原始 HR 图像.

图 2 显示了在 25 dB 高斯噪声叠加 2% 椒盐 噪声环境下的各种超分辨率重构结果.可以看出 L<sub>2</sub>+BTV 算法所得结果并没有完全除去椒盐噪声, 在图像细节表现力上最差.

表 2 20 dB 高斯噪声环境下的正则化超分辨重建结果

	PSNR	MG	
原始 HR 图像		6.2058	
LR 图像	19.0996	3.4455	
$L_2$ +BTV	25.4717	4.2417	
$L_1$ +BTV	24.8642	4.2358	
Huber+BTV	29.8787	5.5201	
本文算法	31.0131	5.9205	



图 2 25 dB 高斯噪声叠加 2% 椒盐噪声环境下正则化超分辨率重建结果 (a) LR 图像; (b) L<sub>2</sub>+BTV 结果; (c) L<sub>1</sub>+BTV 结果; (d) Huber+BTV 结果; (e) 本文算法结果

表 3 给出的数据表明 L<sub>2</sub>+BTV 算法的重建 效果最差,而 L<sub>1</sub>+BTV, Huber+BTV 和本文算法在 PSNR 上表现效果相差不大.以 MG 测试结果进行 比较,本文算法要好于其他算法结果.

#### 4.2 成像实验及超分辨率重构结果

以上的计算机模拟实验验证了本文算法的有效性,由此,本文将此算法应用于光场相机的低分辨率图像处理中.图3为从本实验室研制的光场相机样机中采集得到的数据图像,由光场相机的结构特点,可从数据图像中提取出49幅具有相对位移

的 LR 图像.

图 4 显示了各种超分辨率算法的重建结果. 图 4(a) 为从光场数据图像中提取出来的 LR 图像, 图 像空间分辨率受到了微透镜阵列的极大限制. 图 4(b)—(e) 显示了对光场低分辨率图像的正则化超分辨率重建结果, 对其平均梯度进行计算, LR 图 像的平均梯度为 6.7198, L<sub>2</sub>+BTV 法重建图像平均梯度为 8.1716, L<sub>1</sub>+BTV 法重建图像平均梯度为 8.2946, Huber+BTV 法重建图像平均梯度为 8.5973, 可以看出通过正则化超分辨率重建, 光场图像的空间分辨率在一定程度上得到了提高.

表 3 25 dB 高斯噪声叠加 2% 椒盐噪声环境下的正则化超分 辨重构结果

	PSNR	MG	
原始 HR 图像	_	6.2058	
LR 图像	21.2811	3.8417	
L <sub>2</sub> +BTV	23.4292	4.2488	
L <sub>1</sub> +BTV	25.1918	4.4743	
Huber+BTV	27.0995	5.1154	
本文算法	27.8516	6.0435	



图 3 使用光场相机拍摄所得数据图像 (离焦量为 3.6 mm)



图 4 光场图像超分辨率重建结果 (a) LR 图像局部图; (b) L<sub>2</sub>+BTV 结果; (c) L<sub>1</sub>+BTV 结果; (d) Huber+BTV 结果; (e) 本文算 法结果

## 5 结论

本文根据图像降质原理,在研究正则化算法 原理的基础上,通过分析基于 L<sub>2</sub> 范数、L<sub>1</sub> 范数、 Huber 范数的 ML 算子的性质并对其优缺点进行总 结,提出了一种基于双阈值 Huber 函数的 ML 估计 方法.通过选取 BTV 算子作为正则项并结合提出 的双阈值 ML 估计方法,本文采用最陡梯度下降迭 代法实现了多帧图像的正则化超分辨率重建算法.

在算法验证试验中,选取两种不同的噪声环境, 将本文算法与基于 L<sub>2</sub>, L<sub>1</sub>, Huber 范数的超分辨率 重建算法进行实验比较,可知本文算法所得结果在 PSNR上相较于 LR 图像分别提高了 12 和 6 dB,且 图像质量比其他算法的结果有了明显的提升.同时 将上述正则化算法应用于光场相机的低分辨率图 像处理,以平均梯度为评价函数,可知本文算法结 果相较于其他算法结果在图像清晰度上表现更好.

- [1] Ruan Q Q 2005 Physics 34 1 (in Chinese) [阮秋琦 2005 物理 34 1]
- [2] Park S C, Park M K, Kang M G 2003 IEEE Signal Proc. Mag. 20 21
- [3] Tsai R Y, Huang T S 1984 Adv. Comput. Vis. Image Process. 1 317
- [4] Tekalp A, Ozkan M, Sezan M 1992 Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing San Francisco, USA, March 23–26, 1992 p169
- [5] Alam M S, Bognar J G, Hardie R C 2000 IEEE Trans. Instrum. 49 915
- [6] Nguyen N, Milanfar P 2000 Proceedings of International Conference on Image Processing Vancouver, Canada, September 10–13, 2000 p351
- [7] Tom B C, Katsaggelos A K 1996 SPIE Conference of Visual Communications and Image Processing Lausanne, Switzerland 1996 p1430
- [8] Chen Y N, Jin W Q, Zhao L, Zhao L 2009 Acta Phys. Sin. 58 264 (in Chinese) [陈翼男, 金伟其, 赵磊, 赵琳 2009 物理学报 58 264]
- [9] Su B H, Jin W Q, Niu L H, Liu G R, Liu M Q 2001 Acta Photon. Sin.
   3 492 (in Chinese) [苏秉华,金伟其,牛丽红,刘广荣,刘明奇 2001 光子学报 3 492]
- [10] Elad M, Feuer A 1997 IEEE Trans. Image Proc. 6 1646
- [11] Irani M, Peleg S 1991 CVGIP: Graphical Models and Imaging Processing 53 231
- [12] Freeman W T, Pasztor E C 2000 Int. J. Comput. Vision 40 25

- [13] He H, Kondi L P 2006 IEEE Trans. Image Process. 15 592
- [14] Lee E, Kang M 2003 IEEE Trans. Image Process. 12 806
- [15] Ng M, Shen H, Lam E Y, Zhang L 2007 EURASIP J. Adv. Signal Process. 2007 74585
- [16] Zhang H M, Wang L Y, Yan B 2013 Chin. Phys. B 22 078701
- [17] Farsiu S, Robinson D 2004 IEEE Trans. Image Process. 13 1327
- [18] Patanavijit V, Jitapunkul S 2006 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communications Yonago, Japan December 12–15 2006 p13
- [19] Suo F, Hu F Y, Zhu G 2011 Wireless Communications and Signal Processing Nanjing, China, November 9–11, 2011 p1
- [20] Pham T Q, van Vliet L J, Schutte K 2008 Phys. Conf. Series 124 012037
- [21] EI-Yamany N A, Papamichalis P E 2008 EURASIP J. Image Video. Process. 2008 763254
- [22] Patanavijit V, Jitapunkul S 2007 EURASIP J. Adv. in Signal Process. 2 34821
- [23] Li X L, Hu Y T, Gao X B 2010 Signal Process. 90 405
- [24] Zeng X Y, Yang L H 2012 Digital Signal Process. 1 12

## A regularized super resolution algorithm based on the double threshold Huber norm estimation<sup>\*</sup>

### Zhou Shu-Bo Yuan Yan<sup>†</sup> Su Li-Juan

(Key Laboratory of Precision Opto-mechatronics Technology, Ministry of Education, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,

Beijing 100191, China)

(Received 4 June 2013; revised manuscript received 1 August 2013)

#### Abstract

Multi-frame super-resolution reconstruction is a technology which obtains a high-resolution image from several low-resolution images of the same scene. Among various super resolution methods, the regularized method is widely used since it has advantages for solving the ill-posed problems. However, the super-resolution reconstruction results based on this method strongly depend on the estimation accuracy of the optimum estimator. In this paper, a double-threshold Huber norm based maximum likehood estimator is proposed, which improves the threshold tolerance of the estimator and increases the estimation accuracy. Then a regularized algorithm based on this estimator is presented. The super-resolution reconstruction results of synthetic low resolution images confirm that the proposed algorithm has better performance over the existing algorithms. The proposed algorithm is also used to deal with the low-resolution images obtained from a plenoptic camera. The results confirm the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: image processing, image reconstruction, superresolution, regularization

**PACS:** 07.05.Pj, 42.30.Wb

DOI: 10.7498/aps.62.200701

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61307020).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: yuanyan@buaa.edu.cn