## 电子温度对霍尔推进器等离子体鞘层特性的影响\*

段萍1); 曹安宁1) 沈鸿娟1) 周新维1) 覃海娟1) 刘金远2) 卿绍伟3)

1)(大连海事大学物理系,大连 116026)

2)(大连理工大学物理与光电工程学院,大连 116024)

3) (重庆大学动力工程学院,重庆 400030)

(2013年3月8日收到; 2013年6月25日收到修改稿)

采用二维粒子模拟方法研究了霍尔推进器通道中电子温度对等离子体鞘层特性的影响,讨论了不同电子温度 下电子数密度、鞘层电势、电场及二次电子发射系数的变化规律.结果表明:当电子温度较低时,鞘层中电子数密 度沿径向方向呈指数下降,在近壁处达到最小值,鞘层电势降和电场径向分量变化均较大,壁面电势维持一稳定值 不变,鞘层稳定性好;当电子温度较高时,鞘层区内与鞘层边界处电子数密度基本相等,而在近壁面窄区域内迅速增 加,壁面处达到最大值,鞘层电势变化缓慢,电势降和电场径向分量变化均较小,壁面电势近似维持等幅振荡,鞘层 稳定性降低;电子温度对电场轴向分量影响较小;随电子温度的增大,壁面二次电子发射系数先增大后减少.

关键词: 霍尔推进器, 等离子体鞘层, 电子温度, 粒子模拟 PACS: 52.40.Kh, 52.65.Rr, 52.40.-w DOI: 10.7498/aps.62.205205

#### 1 引 言

霍尔推进器又称为稳态等离子体推进器,主要应用于航天器的姿态控制、位置保持、轨道转移等空间推进任务<sup>[1-4]</sup>,目前,我国 XX-9A 卫星已于2012年10月14日发射入轨<sup>[5]</sup>.霍尔推进器放电过程在两个绝缘套筒之间的狭窄通道中进行,通道两端施加了约几百伏的放电电压.通道中电子在径向磁场和轴向电场的作用下沿周向做霍尔漂移运动,约束电子横越磁场的传导<sup>[6-8]</sup>,离子在轴向电场的作用下加速喷出从而产生推力.霍尔推进器通道壁面一般由绝缘陶瓷材料构成,等离子体与壁面相互作用使绝缘壁面附近形成非电中性区域 —— 鞘层,等离子体鞘层特性和电子温度特性影响推进器的效率、比冲和寿命等性能指标.

1990年, Schwager, Procassini 等首先建立了粒子模拟 (PIC) 鞘层模拟模型, 采用粒子模拟方法对鞘层进行模拟,并分析了离子温度等对鞘层的影响. 加拿大的 Sydorenko 等<sup>[9,10]</sup>建立了一维径向 PIC 模型,模拟了霍尔推进器加速区域的鞘层.哈尔滨 工业大学于达仁等<sup>[11]</sup>利用二维粒子模拟方法研究 了电子温度各向异性对等离子体与壁面相互作用 的影响,结果表明,空间电荷饱和机制下电子温度 各向异性对鞘层空间电势分布影响显著,当电子温 度大于 24 eV 时,电子温度各向异性减小电子在壁 面的能量沉积及鞘层对通道电子的冷却效应<sup>[12,13]</sup>. 我们通过建立流体鞘层模型,研究了壁面二次电子 发射系数对鞘层特性的影响规律,结果表明,随着 二次电子发射系数的增大,壁面电势绝对值和鞘层 厚度减小,鞘层中离子和电子的数密度增加<sup>[14-17]</sup>.

目前,对霍尔推进器等离子体鞘层的数值模拟 基本采用流体方法对电子进行模拟,认为电子服从 麦克斯韦分布<sup>[18]</sup>.实际上,霍尔推进器内电子的速 度分布函数是非麦克斯韦分布<sup>[19-21]</sup>,因此,模拟鞘 层区域就会带来较大误差.本文采用粒子模拟方 法对鞘层区域内的电子运动进行跟踪,通过求解泊 松方程和运动方程得到网格节点的电势分布及粒 子位置处的电场分布,研究电子温度对鞘层中电子 数密度、电势、电场及壁面二次电子发射系数的

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:11275034,10975026,11175052,11005025)和辽宁省科学技术计划重点项目(批准号:2011224007)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: duanping591@sohu.com

影响.

2 物理模型

#### 2.1 鞘层方程及算法

在霍尔推进器通道内,由于等离子体自洽产生的磁场远小于外加磁场,可以忽略.因此,建立霍尔 推进器等离子体静电鞘层模型,其麦克斯韦方程组 为

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},$$
  
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = 0 \quad \left(\frac{1}{c} = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}\right), \quad (1)$$

式中, E 为电场矢量, B 为磁场矢量,  $\mu_0$  为真空磁 导率,  $\varepsilon_0$  为真空介电常数,  $\rho$  为电荷密度. 电场是电 势的梯度, 因此有

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \boldsymbol{\phi}. \tag{2}$$

将(2)式代入(1)式得泊松方程为

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$
 (3)

在静电模型中,根据网格电荷密度解泊松方程求出 网格电势,减少了计算量<sup>[22]</sup>.

在柱坐标情况下,包含轴向 z 和径向 r 的二维 泊松方程可写为

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) + \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}} = -\frac{e}{\varepsilon_{0}}(n_{\rm i} - n_{\rm e}),\qquad(4)$$

式中,  $\phi$  为电势,  $n_i$  和  $n_e$  分别为电子和离子的数密 度, e 为单位电荷.在平行于 z, r 方向分别以等空间 步长划分网格, 用 i, j 分别表示 z 和 r 方向的网格 计数, (4) 式采用中心差分代替微分的方法得:

$$\frac{1}{r} \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta r} + \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{(\Delta r)^2} + \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{(\Delta z)^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_{\rm i} - n_{\rm e})_{i,j}, \quad (5)$$

化简可得:

$$\frac{(\Delta r)^2}{(\Delta z)^2} (\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j}) - 2\left(1 + \frac{(\Delta r)^2}{(\Delta z)^2}\right) \phi_{i,j} \\
+ \left(\frac{r_{i,j+1/2}}{r_{i,j}} \phi_{i,j+1} + \frac{r_{i,j-1/2}}{r_{i,j}} \phi_{i,j-1}\right) \\
= -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_e)_{i,j} (\Delta r)^2.$$
(6)

对于单个粒子的运动,在电磁场作用下的运动 方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}m\boldsymbol{v} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}),$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{v},$$
(7)

式中, *m* 为带电粒子质量, *v* 为速度矢量, *x* 为位置 矢量. 在程序中求解时, 采用 Boris 算法快速简单, 具有二阶精度. 求解公式如下:

$$\boldsymbol{v}^{-} = \boldsymbol{v}^{t-\Delta t/2} + \frac{e\Delta t \boldsymbol{E}^{t}}{2m},$$
  
$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}^{-} + \boldsymbol{v}^{-} \times \boldsymbol{t}^{t},$$
  
$$\boldsymbol{v}^{+} = \boldsymbol{v}^{-} + \boldsymbol{v}' \times \frac{2\boldsymbol{t}^{t}}{1 + \boldsymbol{t}^{t} \times \boldsymbol{t}^{t}},$$
  
$$\boldsymbol{v}^{t+\Delta t/2} = \boldsymbol{v}^{+} + \frac{e\Delta t \boldsymbol{E}^{t}}{2m},$$
(8)

式中  $t^t = e\Delta t B^t / 2m$ , 上标 t 表示时刻.

### 2.2 边界条件

模拟区域 (如图 1 所示) 取轴向方向  $z = 20\lambda_D$ 和径向方向  $r = 10\lambda_D$ . 网格在空间上均匀划分, 空 间步长为 $\Delta z = \Delta r = 0.5\lambda_D$ , 时间步长为 $\Delta t = 0.1\omega_p^{-1}$ ,  $\lambda_D$  为德拜长度,  $\omega_p$  为等离子体频率. 模拟区域 中的参数为: 电子密度  $n_e = 10^{18}/\text{m}^3$ , 电子温度  $T_e = 18 \text{ eV}$ , 磁场强度 B = 0.02 T (1  $\text{T} = 10^4 \text{ G}$ ). 根 据公式  $r_c = mv_{\perp}/|qB|(v_{\perp}$  为垂直于磁场方向的速 度分量) 可计算出电子的拉莫尔半径 ( $r_c \approx 0.5 \text{ mm}$ ) 大于模拟区域的径向长度 ( $r \approx 0.3 \text{ mm}$ ), 故在模拟 区域认为电子是非磁化的. 而对离子, 因为其质量 远大于电子质量, 响应速度远小于电子的响应速度, 故在模拟区域中假设离子密度和速度保持不变, 取 为背景粒子, 并以玻姆速度入射.



图1 模拟区域和边界条件

由于鞘层厚度一般为几个德拜长度,因此模 拟区域鞘层边界可取在 r = 0 处, 鞘层边界处满 足准中性条件, 在每个时间步长, 在准中性区域内 (r=0-3λ<sub>D</sub>)随机均匀布置电子,电子速度服从麦 克斯韦分布<sup>[6]</sup>. 当粒子运动通过鞘层边界则认为 消失,相应的粒子在程序中被删除.在模拟区域的 左右两侧采用周期性边界条件,电子在模拟区域中 运动时会和壁面碰撞,当一个电子打到绝缘壁面后, 电子可能积累在壁面上、发生非弹性反射、打出 一个电子、打出两个电子四种情况.采用概率统计 方法建立二次电子发射的模型<sup>[23]</sup>,四种情况对应 的概率为

$$W_{0}(\varepsilon) = 0.5 \exp\left(-\frac{\varepsilon^{2}}{43.4592^{2}}\right),$$
  

$$W_{r}(\varepsilon) = 0.5 \exp\left(-\frac{\varepsilon^{2}}{30^{2}}\right),$$
  

$$W_{2}(\varepsilon) = 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon^{2}}{127.8958^{2}}\right),$$
  

$$W_{1}(\varepsilon) = 1 - W_{0}(\varepsilon) - W_{r}(\varepsilon) - W_{2}(\varepsilon),$$
 (9)

式中, *ε* 为电子能量. 对于绝缘壁面边界, 当电子打 出二次电子或者在壁面发生非弹性碰撞时, 在壁面 都会存在能量损失. 认为此时发射出的电子能量服 从麦克斯韦分布.

在鞘层边界处, 给定电势  $\phi = 0$ ; 周期性边界处, 电势满足  $\partial \phi / \partial z = 0$ ; 绝缘壁面边界处, 电势的边界 条件由  $E = -\sigma/\epsilon_0$  给出, 式中  $\sigma$  为表面电荷密度. 由于采用了粒子云模型, 即便模拟体系的等离子体 参数远远小于实际的物理体系的等离子体参数, 碰 撞频率仍然可以做到很小, 近似实现无碰撞条件, 因此, 在模拟区域中只考虑电子与壁面的碰撞作用, 忽略其他碰撞效应 <sup>[24]</sup>.

3 数值结果与讨论

#### 3.1 电子温度对鞘层特性的影响

图 2 表示在不同电子温度下鞘层内电子数密 度的变化情况. 由图 2 可知,当电子温度较低时,鞘 层内电子数密度成指数下降,壁面处的电子数密度 与鞘层边界的相比,下降了一个数量级;当电子温 度较高时,鞘层内的电子数密度在鞘层内大部分区 域几乎保持不变,但是在靠近壁面附近的很窄区域 内迅速上升,约为原来的 1.5—3.5 倍. 原因是当电 子温度较高时,鞘层中大量的慢电子能够穿过鞘层 的势垒而达到壁面,增加了电子与壁面碰撞后产生 二次电子的数量,且鞘层电势降较小,使二次电子 加速较慢,大量的二次电子保留在近壁区,所以在壁面附近电子的数密度迅速增加.





图 3 表示电子温度对鞘层电势及壁面电势的

影响. 由图 3(a) 可知, 鞘层电势均沿着径向方向下 降,但在电子温度较高时 (Te = 27, 36 eV),壁面电 势降明显小于电子温度较低时 (Te = 9, 18 eV) 的壁 面电势降. 原因是当电子温度较高时, 电子数密度 沿径向方向逐渐上升,从而使鞘层电势向着壁面方 向逐渐上升,同时壁面处带有的大量负电荷使电势 下降. 由于前者使电势上升的趋势小于后者, 所以 电势下降,但是下降到壁面附近时,电子数密度上 升幅度较大,使电势上升趋势增强,因而电势下降 趋势变得缓慢. 在电子温度较低时, 电子数密度沿 径向方向下降,和壁面带有负电荷的作用一样,使 电势下降,所以电子温度较低时的电势降大于电子 温度较高时的电势降. 由图 3(b) 可知, 电子温度较 高时,壁面电势随时间振荡较明显.原因是电子温 度较大时, 鞘层边界处的扰动较大, 鞘层的阻尼较 小, 鞘层电势维持一个等幅振荡; 而电子温度较低 时, 鞘层边界处的扰动较小, 鞘层的阻尼较大, 鞘层 电势近似维持一个稳定值不变.



图 4 不同电子温度下 (a) 径向电场的变化曲线, (b) 轴向电场 的变化曲线

图 4(a) 和 (b) 分别表示电子温度对鞘层内电场 径向和轴向分量的影响. 由图 4(a) 可知, 电子温度 较低时大于温度较高时的电场径向分量的变化. 由 于电子温度较低时的鞘层电势降大于电子温度较 高时的鞘层电势降, 根据公式  $E = -\nabla \phi$  可知, 鞘层 径向电势降较大, 则电场径向变化量也较大. 由图 4(b) 可知, 电子温度对电场的轴向分量影响较小, 变化量在 10<sup>-3</sup> 量级. 因为电子在鞘层内几乎沿径 向方向运动, 因此电子温度的变化对鞘层内电场轴 向分量的影响较小.

#### 3.2 电子温度对二次电子发射系数的影响

图 5(a) 和 (b) 分别表示电子温度对打到壁面上的电子数和壁面发射二次电子数的影响. 由图 5 可知,随着电子温度的升高,到达壁面处的电子数及从壁面发射的二次电子数均增大. 这是由于电子温



图 5 不同电子温度下 (a) 打到壁面上的电子数随时间变化曲线, (b) 从壁面发射二次电子的数量随时间的变化曲线



图 6 电子温度对壁面二次电子发射系数的影响

度升高,大量慢电子越过鞘层势垒到达壁面处,使 到达壁面处电子的能量增加,因此,从壁面出射的 二次电子数增多.图6表示电子温度和二次电子发 射系数的关系.由图6可知,随电子温度增加,二次 电子发射系数增大,当电子温度为27 eV时达最大 值约0.9,之后,电子温度继续增加,二次电子发射 系数减小.这是由于当电子温度进一步升高时,在 壁面附近较大能量的电子,可以进入到壁面更深的

- Steven R O, John M S 2000 3rd International Spacecraft Propulsion Conference Cannes, France, October 10–13, 2000 NASA/TM-2001-210676
- [2] Jankovsky R S, Jacobson D T, Sarmiento C J, Pinero L R, Sarmiento C J 2002 38th Joint Propulsion Conference and Exhibit Indianapolis, Indiana, July 7–10, 2002 AIAA-2002-3675
- [3] Mao G W, Fu X P, Chen M L 2008 Mech. Sci. Technol. Aerospace Engin. 27 853 (in Chinese) [毛根旺, 付西鹏, 陈茂林 2008 机械科学 与技术 27 853]
- [4] Brandhorst H W, O'Neill M J, Jones P A, Cassady R J 2002 Acta Astronautica 51 57
- [5] Kang X L, Yu S L, Qiao C X, Zhao Z, Hang G R, Qiu G, Chen H H, Zhang Y 2012 Proceeding of the 8th Chinese Electric Propulsion Conference Beijing, China, November 16–18, 2012 180 (in Chinese) [康小 录, 余水淋, 乔彩霞, 赵震, 杭观荣, 邱刚, 陈海辉, 张岩 2012 第八届 中国电推进技术学术研讨会北京, 中国, 11 月 16—18, 2012 180]
- [6] Yu D R, Zhang F K, Li H, Liu H 2009 Acta Phys. Sin. 58 1844 (in Chinese) [于达仁, 张风奎, 李鸿, 刘辉 2009 物理学报 58 1844]
- [7] Geng S F, Tang D L, Zhao J, Qiu X M 2009 Acta Phys. Sin. 58 5520 (in Chinese) [耿少飞, 唐德礼, 赵杰, 邱孝明 2009 物理学报 58 5520]
- [8] E P, Yu D R, Wu Z W, Han K 2009 Acta Phys. Sin. 58 2535 (in Chinese) [鄂鹏, 于达仁, 武志文, 韩轲 2009 物理学报 58 2535]
- [9] Sydorenko D, Smolyakov A, Kaganovich I, Raitses Y 2006 IEEE Trans. Plasma Sci. 34 815

位置,这就减小了二次电子发射的概率,因此当电子温度继续增加时,二次电子发射系数反而减小.

#### 4 结论

采用二维粒子模拟方法,通过研究霍尔推进器 通道内电子温度对鞘层电子数密度、鞘层电势、 电场及壁面二次电子发射系数的影响.得到如下结 果: 1) 当电子温度较低 (Te = 9, 18 eV) 时, 鞘层中电 子数密度沿径向方向呈指数下降,在近壁处达到最 小值, 鞘层电势降和径向电场的分量较大, 鞘层稳 定性较好; 当电子温度较高 (Te = 27, 36 eV) 时, 由 于大量慢电子可以越过鞘层势垒到达壁面,所以电 子数密度在接近壁面附近很窄的区域内迅速增加, 而在鞘层内大部分区域与鞘层边界处的电子数密 度近似相等; 2) 在不同电子温度下, 由于电子数密 度变化不同,电子温度较低时的鞘层电势降和径向 电场的变化量明显大于电子温度较高时的变化量, 且电子温度较高时, 鞘层几乎维持等振幅振荡, 稳 定性降低; 3) 由于较高的电子温度增大了电子到达 壁面处的能量,因此与电子温度较低时相比,到达 壁面处的电子数和从壁面出射的二次电子数均增 大,但二次电子发射系数随着电子温度的升高至最 大值后又有减小的趋势.

- [10] Sydorenko D, Smolyakov A, Kaganovich I 2008 Plasmas Phys. 15 053506
- [11] Yu D R, Qing S W, Wang X G, Ding Y J, Duan P 2011 Acta Phys. Sin.
   60 025204 (in Chinese) [于达仁, 卿绍伟, 王晓钢, 丁永杰, 段萍 2011 物理学报
   60 025204]
- [12] Qing S W, E P, Duan P 2012 Acta Phys. Sin. 61 205202 (in Chinese) [ 卿绍伟, 鄂鹏, 段萍 2012 物理学报 61 205202]
- [13] Qing S W, Li H, Wang X G, Song M J, Yu D R 2012 Eur. Phys. Lett. 100 35002
- [14] Duan P, Li X, E P, Qing S W 2011 Acta Phys. Sin. 60 125203 (in Chinese) [段萍, 李肸, 鄂鹏, 卿绍伟 2011 物理学报 60 125203]
- [15] Duan P, Shen H J, Liu J Y, Li X, E P, Chen L 2011 J. Propuls. Technol.
  31 185 (in Chinese) [段萍, 沈鸿娟, 刘金远, 李肸, 鄂鹏, 陈龙 2011 推进技术 31 185]
- [16] Duan P, Li X, Shen H J, Chen L, E P 2012 Plasma Sci. Technol. 14 1
- [17] Zhao X Y, Liu J Y, Duan P, Li S G 2012 Chin. J. Vacuum Sci. Technol.
  32 279 (in Chinese) [赵晓云, 刘金远, 段萍, 李世刚 2012 真空科学 与技术学报 32 279]
- [18] Zhao J, Tang DL, Wang LS 2008 Aerosp. Shanghai 2 36 (in Chinese) [赵杰, 唐德礼, 汪礼胜 2008 上海航天 2 36]
- [19] Qing S W, Yu D R, Wang X G, Duan P 2011 J. Propuls. Technol. 32 813 (in Chinese) [卿绍伟,于达仁,王晓钢, 段萍 2011 推进技术 32 813]
- [20] Bugrova A I, Desyatskov A V, Morozov A I 1992 J. Plasma Phys. 18

501

- [21] Guerrini G, Michaut C, Dudeck M, Vesselovzorov A N, Bacal M 25th International Electric Propulsion Conference Cleveland, OH, September, 1997 IEPC 97-053
- [22] Shao F Q 2002 Plasma Particle Simulation (Beijing: Science Press) p12 (in Chinese) [邵福球 2002 等离子体粒子模拟 (北京: 科学出版 社) 第 12 页]
- [23] Xue Z H 2009 M. S. Dissertation (Dalian: Dalian University of Technology) (in Chinese) [薛中华 2009 硕士学位论文 (大连: 大连理工 大学)]
- [24] Fu Z F, Hu Y Q 1995 Space Plasma Numerical Simulation (Hefei: Anhui Science and Technology Publishing House) p446 (in Chinese) [傅 竹风, 胡友秋 1995 空间等离子体数值模拟 (合肥: 安徽科学技术出 版社) 第 446 页]

# Effect of electron temperature on the characteristics of plasma sheath in Hall thruster\*

Duan Ping<sup>1)†</sup> Cao An-Ning<sup>1)</sup> Shen Hong-Juan<sup>1)</sup> Zhou Xin-Wei<sup>1)</sup> Qin Hai-Juan<sup>1)</sup> Liu Jin-Yuan<sup>2)</sup> Qing Shao-Wei<sup>3)</sup>

1) (Department of Physics, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

2) (School of Physics and Optoelectronic Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

3) (Institute of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

(Received 8 March 2013; revised manuscript received 25 June 2013)

#### Abstract

In this paper, the effect of electron temperature on the characteristics of plasma sheath in the channel of Hall thruster is studied by using two-dimensional (2D) particle-in-cell simulation method. The change laws of electron number density, sheath potential, electric field and secondary electron emission coefficient at different electron temperatures are discussed. The results show that when the electron temperature is low, electron number density decreases exponentially in the radial direction and reaches a minimum at the wall, the sheath potential drops and variation of electric field in the radial direction is larger, and the wall potential stays at a stable value, the stability of sheath is better. However, when the electron temperature is high, the electron number density inside the sheath region approximates to that at the sheath boundary, but in a narrow area near the wall it increases rapidly and reaches a maximum at the wall, sheath potential changes slowly, the sheath potential drops and variation of electric field in the radial direction is smaller, and the wall potential tends to maintain a persistent oscillation and the stability of sheath is reduced. The influence of electron temperature on electric field in the axial direction is small. With the increase of the electron temperature, wall secondary electron emission coefficient increases in the early stage, and reduces later.

Keywords: Hall thruster, plasma sheath, electron temperature, particle in cell

**PACS:** 52.40.Kh, 52.65.Rr, 52.40.-w

DOI: 10.7498/aps.62.205205

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11275034, 10975026, 11175052, 11005025) and the Key Program of Science and Technology of Liaoning Province, China (Grant No. 2011224007).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: duanping591@sohu.com