α 稳定噪声环境下多频微弱信号检测的参数诱导随机共振现象*

焦尚彬† 任超 黄伟超 梁炎明

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2013 年 5 月 27 日收到; 2013 年 7 月 28 日收到修改稿)

本文将 α 稳定噪声与双稳随机共振系统相结合, 研究了不同 α 稳定噪声环境下高低频 (均为多频) 微弱信号检测的参数诱导随机共振现象, 探究了 α 稳定噪声的特征指数 α $(0<\alpha\leqslant 2)$ 和对称参数 β $(-1\leqslant\beta\leqslant 1)$ 及随机共振系统参数 a, b 对共振输出效应的作用规律. 研究结果表明, 在不同分布的 α 稳定噪声环境下, 通过调节系统参数 a 和 b 均可诱导随机共振来实现多个高、低频微弱信号的检测, 且存在多个 a, b 参数区间均可诱导随机共振, 这些区间不随 α 或 β 的变化而变化; 在高、低频微弱信号检测中, α 或 β 对随机共振输出效应的作用规律相同. 本研究结果将有助于 α 稳定噪声环境下参数诱导随机共振现象中系统参数的合理选取, 进而可为实现基于随机共振的多频微弱信号检测方法的工程应用奠定基础.

关键词: 随机共振, α 稳定噪声, 多频微弱信号检测, 平均信噪比增益

PACS: 05.45.−a, 05.40.−a, 05.40.Ca, 05.40.Fb **DOI:** 10.7498/aps.62.210501

1 引 言

在加性噪声环境中, 随机共振是信号、噪声和非线性系统三者之间产生的一种协同效应, 通过调节噪声的强度或系统参数都可以诱导随机共振 [1]. 这种噪声增强的反常机理, 使得随机共振在物理学、化学、生物学及信息论等诸多领域中得到了广泛的关注和发展 [2−7]. 而在工业现场微弱信号的检测中, 通常噪声强度是未知的, 而且也可能是随机变化的, 通过调节噪声强度诱导随机共振比较困难, 故参数诱导的随机共振现象受到了更多学者的关注 [8−15].

综观已有的参数诱导随机共振研究成果, 其基本上都是假设在高斯噪声的条件下取得的. 由于高斯分布所描述的只是正常扩散, 即只能模拟在均值小范围内的起伏, 而不能模拟大幅度的涨落. 而在实际应用中遇到的很多随机信号都具有显著的脉冲特性和拖尾特性, 这时高斯分布就显得无能为力了, 需要一种更加广义的高斯分布即 α 稳定分布来描述这些信号. α 稳定分布是一种能够保持自然噪声过程的产生机理和传播条件的极限分布, 它能够非常好地与实际数据相符合, 高斯分布只是它的一个特例 [16], 用 α 稳定分布描述的 α 稳定噪声要比高斯噪声更具有广泛的现实代表性. 因此, 近几年来 α 稳定噪声环境下的随机共振现象得到了学者们的广泛关注. Dybiec 等 [17] 研究了双稳系统中 α 稳定噪声分布参数 α, β 对信噪比及功率谱曲线的影响. Srokowski[18] 分析了乘性对称 Levy 噪声在双稳系统中的影响, 主要对平均首通时间等方面的内容进行了研究. 张文英等 [19] 通过仿真实验的方法实现了利用随机共振进行淹没在 Levy 噪声中单频小参数信号的检测. 张广丽等 [20] 研究了对称 α 稳定噪声环境下的参数诱导随机共振现象, 通过对单频小参数信号的检测实验分析了不同特征指数 α $(\alpha\geqslant 1)$ 作用下系统参数 a, b 与信噪比之间的关系. 曾令藻等 [21,22] 研究了在对称 Levy 噪声下通过噪声诱导和参数诱导的非周期随机共振现象, 并以随

* 国家自然科学基金 (批准号: 61203114) 和教育部科学技术研究重点项目 (批准号: 212169) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jsbzq@163.com

机二进制信号的随机共振检测为例对非对称 Levy 噪声在参数诱导非周期随机共振中的影响进行了研究.

尽管一些学者已经在 α 稳定噪声环境下的随机共振现象研究中取得了显著的成果, 但这些成果基本上都是在单频小参数信号的随机共振检测实验的基础上取得的. 而在实际中, 比如进行机械故障诊断时, 故障特征信号频率可能不止一个, 并且一般都在几十赫兹、几百赫兹, 甚至上千赫兹, 这远远超出了随机共振理论所要求的频率范围 [1]. 因此, 需要对多个低频微弱信号及高频微弱信号的检测问题展开研究. 针对上述情况, 文献 [23, 24] 分别对高斯噪声环境下多频微弱信号检测的随机共振现象进行了研究. 然而到目前为止, α 稳定噪声环境下多频微弱信号检测的随机共振现象尚未见相关报道. 本文在对称和非对称 α 稳定噪声环境下, 先对多个低频微弱信号的参数诱导随机共振现象进行研究, 随后结合参数补偿的方法对多个高频微弱信号的参数诱导随机共振现象进行研究, 探究了 α 稳定噪声特征指数 α $(0<\alpha\leqslant 2)$、对称参数 β $(-1\leqslant\beta\leqslant 1)$ 及随机共振系统参数 a, b 对共振输出效应的作用规律.

2 模型与方法

2.1 α 稳定分布的特征函数

α 稳定分布的概念是 1925 年由利维 (Levy) 在研究广义中心极限定理时提出来的 [16]. 除了高斯分布、柯西分布和 Levy 分布等少数几种情况外, α 稳定分布概率密度函数和分布函数均没有显式表达式, 因此通常用特征函数来表示 α 稳定分布. α 稳定分布的特征函数表达式 [25−27] 如下:

$$\varphi(t)=\begin{cases}\exp\left[-\sigma|t|\left(1+\mathrm{i}\beta\dfrac{2}{\pi}\mathrm{sign}(t)\log|t|\right)+\mathrm{i}\mu t\right], & \alpha=1,\\ \exp\left[-\sigma^{\alpha}|t|^{\alpha}\left(1-\mathrm{i}\beta\,\mathrm{sign}(t)\tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right)+\mathrm{i}\mu t\right], & \alpha\neq 1,\end{cases}\tag{1}$$

式中, 特征指数 $\alpha\in(0,2]$, 决定了分布的脉冲特性和拖尾特性; 对称参数 $\beta\in[-1,1]$, 用于确定分布的对称性; 尺度参数 $\sigma\in[0,+\infty)$, 又称为分散系数, 是关于样本相对于均值的分散程度的度量; 位置参数 $\mu\in(-\infty,+\infty)$, 表明了分布的中心. 通常记 α 稳定分布为 $S_\alpha(\sigma,\beta,\mu)$, 并且其有三个特例: 1) 当 $\alpha=2$ 时, 表示均值为 μ、方差为 $2\sigma^2$ 的正态分布; 2) 当 $\alpha=1, \beta=0$ 时, 表示位置参数为 μ、尺度参数为 σ 的柯西分布; 3) 当 $\alpha=1/2, \beta=1$ 时, 表示位置参数为 μ、尺度参数为 σ 的 Levy 分布. 图 1 为不同分布参数下 α 稳定分布的概率密度曲线.

从图 1(a) 中, 我们可以看出, α 越小, 稳定分布的脉冲特性越强、拖尾特性越弱; 而 α 越大, 则脉冲特性越弱、拖尾特性越强. 从图 1(b) 中, 我们可以看出, 当 $\beta=0$ 时, 稳定分布呈对称分布; 当 $\beta<0$ 时, 分布偏右; 当 $\beta>0$ 时, 分布偏左.

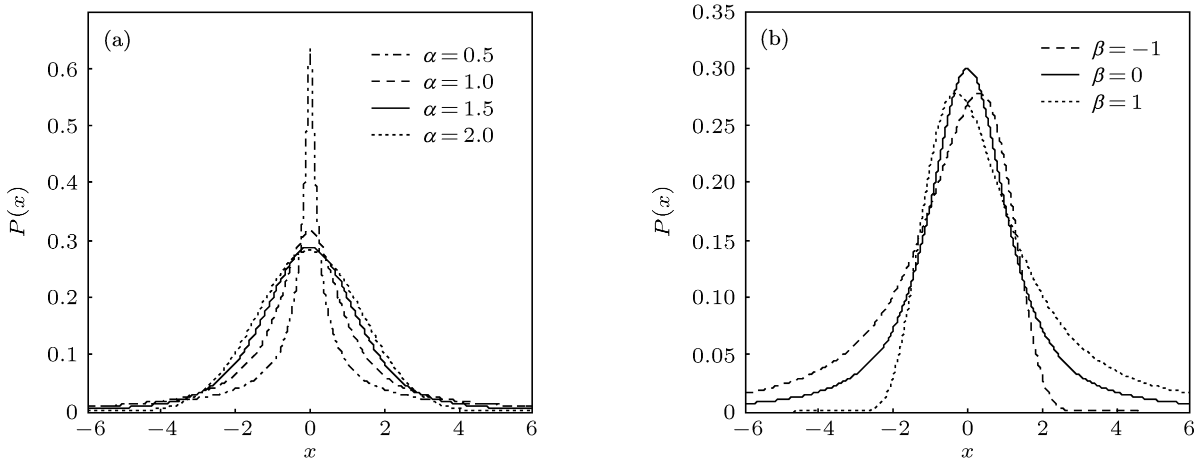

图 1 (a) α 稳定分布 $S_\alpha(1,0,0)$ 概率密度函数曲线, 其中 $\alpha\in\{0.5,1.0,1.5,2.0\}$; (b) α 稳定分布 $S_{1.2}(1,\beta,0)$ 概率密度函数曲线, 其中 $\beta\in\{-1,0,1\}$

2.2 α 稳定噪声的产生方法

假设 V, W 为两个独立的随机变量, 其中 V 服从 $(-\pi/2, \pi/2)$ 上的均匀分布, W 服从均值为 1 的指数分布, 可用 Janicki-Weron 方法 [17,25,28], 由 V, W 构造性地得到服从 α 稳定分布的随机变量 X. 当 $\alpha \neq 1$ 时,

$$\begin{aligned} X =& N_{\alpha,\beta,\sigma}\frac{\sin(\alpha(V+M_{\alpha,\beta}))}{(\cos(V))^{1/\alpha}} \\ & \times\left[\frac{\cos(V-\alpha(V+M_{\alpha,\beta}))}{W}\right]^{(1-\alpha)\alpha}+\mu, \end{aligned} \tag{2}$$

其中

$$M_{\alpha,\beta} = \frac{\arctan(\beta\tan(\pi\alpha/2))}{\alpha}, \tag{3}$$

$$N_{\alpha,\beta,\sigma} = \sigma[\cos(\arctan(\beta\tan(\pi\alpha/2)))]^{-1/\alpha}. \tag{4}$$

当 $\alpha = 1$ 时,

$$\begin{aligned} X =& \frac{2\sigma}{\pi}\left[\left(\frac{\pi}{2}+\beta V\right)\tan(V)\right. \\ & \left.-\beta\ln\left(\frac{(\pi/2)W\cos(V)}{\pi/2+\beta V}\right)\right]+\mu. \end{aligned} \tag{5}$$

2.3 双稳随机共振系统的朗之万方程及其数值解法

朗之万 (Langevin) 方程所描述的双稳态模型是研究随机共振系统应用较多的模型之一 [1,29], 由布朗粒子运动的碰撞机理推导得到, 表达式如下:

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = -U'(x)+s(t)+\eta_\alpha(t), \tag{6}$$

式中, $U(x)$ 为非线性双稳态势函数, $U(x) = (-a/2)x^2+(b/4)x^4$, a, b 为系统参数, 且 $a>0, b>0$; $\eta_\alpha(t)$ 代表 α 稳定噪声; $s(t)$ 为输入信号, 在本文中为多频叠加信号, 如下式所示:

$$s(t) = \textstyle\sum_{i=1}^{n} A_i\sin(2\pi f_i t), \quad i = 1,2,\cdots,n, \tag{7}$$

式中, A_i 为第 i 路信号幅值, f_i 为第 i 路信号频率, n 表示输入信号的数量.

本文采用四阶龙格 - 库塔 (Runge-Kutta) 算法对 (6) 式进行求解 [19,20]. 具体解法如下:

$$x(n+1) = x(n)+\frac{1}{6}(k_1+2k_2+2k_3+k_4)+h^{1/\alpha}\eta_\alpha(n),$$

$$k_1 = h(ax(n)-bx^3(n)+s(n)),$$

$$k_2 = h\left(a\left(x(n)+\frac{k_1}{2}\right)-b\left(x(n)+\frac{k_1}{2}\right)^3+s(n)\right),$$

$$k_3 = h\left(a\left(x(n)+\frac{k_2}{2}\right)-b\left(x(n)+\frac{k_2}{2}\right)^3+s(n)\right),$$

$$k_4 = h(a(x(n)+k_3)-b(x(n)+k_3)^3+s(n)), \tag{8}$$

式中, $x(n)$ 为系统输出第 n 次采样值; $s(n)$ 为输入信号第 n 次采样值; $\eta_\alpha(n)$ 为 α 稳定噪声第 n 次采样值; h 为采样步长, 其取值实际上为采样间隔.

由于特征指数 α 越小, α 稳定分布的脉冲性就越强, 这就导致粒子长时间跳跃过程中路径变化很快以至无限大, 因此, 在数值模拟中需要对输出信号 $x(t)$ 进行人为的截断 [22,30], 来解决粒子跳跃轨迹无限大的问题, 文中所采取的截断措施为: 当 $|x(t)|>3$ 时, 令 $x(t) = \mathrm{sign}(x(t))\times 3$.

2.4 信噪比增益及平均信噪比增益

信噪比增益是衡量随机共振系统对输入信号增强和改善作用的重要指标, 只有当信噪比增益大于 1 时, 才能说明随机共振系统对信号具有明显的增强和改善作用 [1,31,32], 并且信噪比增益越大检测效果越好. 假设输入信号为 (7) 式所示多频信号, 第 i 个信号的信噪比增益记为 G_i, 则其定义如下:

$$G_i = \frac{SP(\omega_i)_{\mathrm{out}}/NP(\omega_i)_{\mathrm{out}}}{SP(\omega_i)_{in}/NP(\omega_i)_{\mathrm{in}}}, \tag{9}$$

式中, $SP(\omega_i)_{\mathrm{in}}$ 和 $SP(\omega_i)_{\mathrm{out}}$ 分别表示随机共振前后第 i 个信号的功率, $NP(\omega_i)_{\mathrm{in}}$ 和 $NP(\omega_i)_{\mathrm{out}}$ 分别表示在第 i 个输入信号频率处系统的输入输出平均噪声功率.

为了衡量随机共振系统对多个频率信号的整体检测效果, 利用平均信噪比增益对随机共振系统输出效应进行衡量. 平均信噪比增益记为 MG, 其定义如下:

$$MG = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} G_i, \tag{10}$$

式中各参数定义同 (9) 式.

2.5 参数补偿随机共振

由于受绝热近似理论和线性响应理论假设条件的限制, 使得随机共振只适合于频率远小于 1Hz 信号的检测, 应用范围受到限制. 目前还没有有效的方法来直接处理高频信号使其发生随机共振, 而实际应用中可以采用二次采样 [15,33–36]、调制 [37] 以及参数补偿 [24,38] 等方法来间接处理高频信号. 与二次采样、调制等方法相比, 参数补偿法在高频信号检测时不受采样频率以及要求待检测信号频率已知等因素的影响, 只需知道待检测信号频率所处的大致频段即可, 从而提高了高频微弱信号检测

的灵活性, 因此本文采用参数补偿的方法来实现高频微弱信号的随机共振检测.

参数补偿随机共振的原理: 由 Langevin 方程所描述的双稳态模型可知, 此 Langevin 方程的解, 亦即双稳系统的输出, 是通过对该方程右端求积分得到, 此积分环节会将输入信号的幅值缩减为原信号的 $1/(2\pi f)$, 输入信号的频率越高, 被缩减的程度就越大, 这样高频信号即使经过双稳系统的处理, 输出信号中也无法发现高频信号的存在. 于是, 可以在 Langevin 方程中加入一个放大环节来抵消阻尼项的影响 [24,38]. 加入放大环节后的 Langevin 方程变为

$$dx/dt = K[ax - bx^3 + s(t) + \eta_\alpha(t)], \tag{11}$$

式中, K 为补偿参数, 理论上 K 的取值要与 $2\pi f$ 相当, 但在仿真实验中, 为了取得相对较好的检测效果, K 的取值一般要大于 $2\pi f$; 其余参数含义不变.

3 α 稳定噪声环境下的多频微弱信号检测及参数诱导随机共振现象

根据随机共振理论的概念可知, 只有当输入信号、噪声及非线性系统三者达到一定的匹配关系时, 才能产生随机共振现象. 这里所谓的 “一定的匹配关系”, 其实是通过非线性双稳态势函数的势垒高度 ΔU ($\Delta U = a^2/4b$) 来体现的. 势垒高度越高, 就要求输入信号和噪声具有较多的能量才能产生随机共振; 反之, 要求的输入信号和噪声能量就越小. 由势垒高度定义式可知, 势垒高度是由 a, b 两个系统参数共同决定的, 因此, 本文将在 α 稳定噪声分布参数 α, β 分别取不同值时, 研究在一定范围内通过调节系统参数 a 或 b 来实现高低频 (均为多频) 微弱信号检测的随机共振现象, 探究不同噪声分布参数 α, β 和系统参数 a, b 对系统共振输出效应的作用规律. 需要说明的是, 文中所给出的 *MG* 随系统参数 a, b 的演变规律曲线均是取 20 次实验的平均值绘制而成的.

3.1 低频 (多频) 微弱信号检测的参数诱导随机共振现象

在研究低频 (多频) 微弱信号检测的参数诱导随机共振现象时, 仿真试验中所选取的淹没在 α 稳定噪声中的输入信号为

$$\begin{aligned} s(t) = & A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t) \\ & + A_3 \cos(2\pi f_3 t), \end{aligned} \tag{12}$$

其中信号幅值 $A_1 = A_2 = A_3 = 0.8$, 信号频率分别为 $f_1 = 0.01$ Hz, $f_2 = 0.03$ Hz, $f_3 = 0.05$ Hz. 另外, 取 α 稳定噪声分布参数 $\alpha = 1, \beta = 0, \sigma = 1, \mu = 0$; 系统参数 $a = 11.2, b = 0.126$; 采样频率为 $f_s = 3.098$ Hz, 进行仿真实验, 实验结果如图 2 所示. 对于双稳态系统而言, 系统参数 $a > 0, b > 0$, 且其阈值 (双稳态临界值) 为 $A_c = \sqrt{4a^3/27b}$.

图 2(a) 为输入信号与 α 稳定噪声混合信号的时域图, 图 2(b) 为图 2(a) 的局部放大图. 从图 2(a) 和 (b) 中可以看出, 输入信号完全被 α 稳定噪声所淹没, 无法从时域图中得到输入信号的时域信息. 对上述混合信号进行快速傅里叶变换 (FFT) 得到其功率谱如图 2(c) 所示, 从该图中也无法得到输入信号的频率信息. 将该混合信号作为输入信号送入随机共振系统, 然后调节系统参数, 当系统参数为 $a = 11.2$, $b = 0.126$ 时, 随机共振系统输出功率谱如图 2(d) 所示, 从图中可以清晰地看出, 在频率 0.01 Hz, 0.03 Hz 及 0.05 Hz 处出现了三个明显的尖峰, 这三个尖峰所对应的频率恰恰就是混合信号中三个输入信号的频率. 说明通过调节系统参数改变了势垒高度使粒子有足够的能量越过势垒, 在非线性双稳态系统的两个势阱间周期性的跳跃, 即达到随机共振状态, 实现了 α 稳定噪声环境下多个低频微弱信号的随机共振检测.

为了明确多个低频微弱信号检测时 α 稳定噪声分布参数 α, β, 系统参数 a, b 与随机共振系统共振输出效应三者之间的关系, 展开如下仿真实验研究.

3.1.1 不同特征指数 α 下的低频随机共振

令特征指数 α 分别为 0.5, 0.8, 1, 1.2 和 1.5, 其余噪声分布参数分别为 $\beta = 0, \sigma = 1, \mu = 0$, 待检测信号和采样频率不变. 固定系统参数 $b = 0.126$, 仿真实验得到 *MG* 随系统参数 a 的演变规律曲线如图 3 所示. 为了更加清楚地观察坐标接近于零时曲线的变化趋势, 对图 3 和下文中部分图的坐标原点进行了调整. 固定系统参数 $a = 11.2$, 仿真实验得到 *MG* 随系统参数 b 的演变规律曲线如图 4 所示. 为了便于观察曲线的变化趋势, 将图 4 和下文中图 6 均分为 (a) 和 (b) 两部分进行显示.

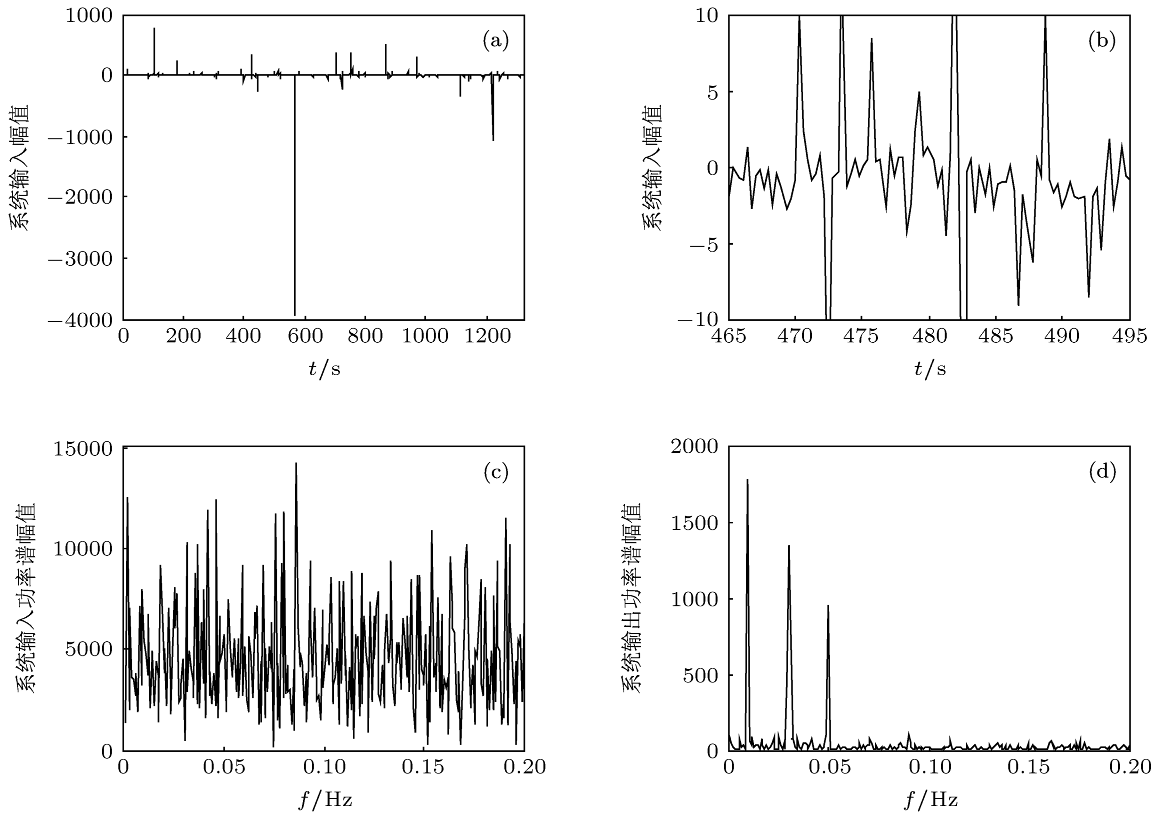

图 2　(a) 系统输入时域图; (b) 系统输入时域图的局部放大图; (c) 系统输入功率谱图; (d) 系统输出功率谱图 (多个低频信号)

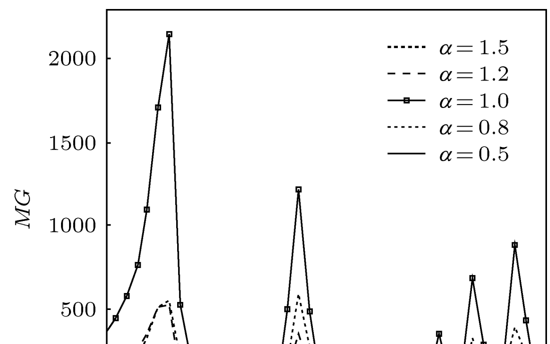

图 3　不同 α 作用下 MG 随系统参数 a 的演变规律曲线 (低频)

从图 3 中可以看出, MG 随系统参数 a 的增大是波动变化的, 出现了多个波峰. 通过分析发现, 当 $a \in (0, 0.81]$ 时, 此时 $A > A_{\mathrm{c}}$, 粒子只靠输入信号的作用不需借助噪声的能量就可以越过势垒, 在双稳态系统的两个势阱间周期性的跳跃, 从而产生随机共振现象. 当 a 从 0.81 开始减小时, 势垒高度在不断的降低, 此时粒子就更容易发生跃迁, 因此, MG 随着 a 的减小呈上升趋势; 当 a 从 0.81 开始增大时, 势垒高度的增加使得 $A < A_{\mathrm{c}}$, 输入信号的能量无法使粒子产生跃迁, 而此时输入信号、噪声及非线性系统三者还未达到一定的匹配关系, 并未发生随机共振现象. 随着 a 的继续增大, 当 $a \in [10.28, 13.1]$ 时, 此时尽管 $A < A_{\mathrm{c}}$, 但输入信号、噪声及非线性系统三者达到了较好的匹配, 粒子在输入信号及噪声共同作用下越过了势垒, 在两个势阱间周期性的跳跃, 实现了随机共振. 并且, 当 a 从 10.28 增加到 11.2 的过程中, 输入信号、噪声及非线性系统三者逐渐达到了最佳的匹配关系, 即当 $a = 11.2$ 时, MG 达到了最大值, 当 a 从 11.2 增加到 13.1 的过程中, 由于势垒高度还在不断的升高, 输入信号、噪声及非线性系统三者之间的最佳匹配关系也逐渐被打破, 故 MG 在 $a \in [10.28, 13.1]$ 上呈现出先增大后减小的趋势. 另外研究还发现, 随着 a 的增大, 在区间 [22.1, 24], [25.41, 26.84] 及 [28.58, 31.25] 上也产生了随机共振现象. 从图 4(a), (b) 中也可以看出, MG 随系统参数 b 的增大也是波动变化的, 并且出现了多个波峰. 当 $b \in [0.118, 0.142]$ 时, 此时与 $a \in [10.28, 13.1]$ 时的情形是相符合的, 随着 b 的增大, 发现在区间 [1.185, 1.367]、[1.856, 2.005] 及 [2.356, 2.465] 上也产生了随机共振现象. 这就意味着, 对于一个确定的系统参数 a(或 b), 同时存在多个共振效应较好的系统参数 b(或 a) 区

间与之对应. 另外还发现, 共振效应较好的系统参数 a, b 区间不随特征指数 α 的变化而变化; 对于同一个共振效应较好的系统参数 a(或 b) 区间, 当 $\alpha > 1$ 时, 随着 α 的增大, 系统的随机共振输出效应呈逐渐递减的趋势, 当 $\alpha < 1$ 时, 随着 α 的减小, 系统的随机共振输出效应呈逐渐递减的趋势.

3.1.2 不同对称参数 β 下的低频随机共振

令对称参数 β 分别为 -1, 0 和 1, 其余噪声分布参数分别为 $\alpha = 1.2$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$, 待检测信号和采样频率不变. 固定系统参数 $b = 0.126$, 仿真实验得到 MG 随系统参数 a 的演变规律曲线如图 5 所示. 固定系统参数 $a = 11.2$, 仿真实验得到 MG 随系统参数 b 的演变规律曲线如图 6 所示.

从图 5 和图 6(a), (b) 中可以看出, 对于一个确定的系统参数 a (或 b), 同时存在多个共振效应较好的系统参数 b(或 a) 区间与之对应, 并且这些区间不随对称参数 β 的变化而变化. 另外, 对于同一个共振效应较好的系统参数 a(或 b) 区间, $\beta = 0$ 时的 MG 要高于 $\beta \neq 0$ 时的 MG, 即 α 稳定噪声呈对称分布时系统的共振输出效应要好于非对称分布时的情形.

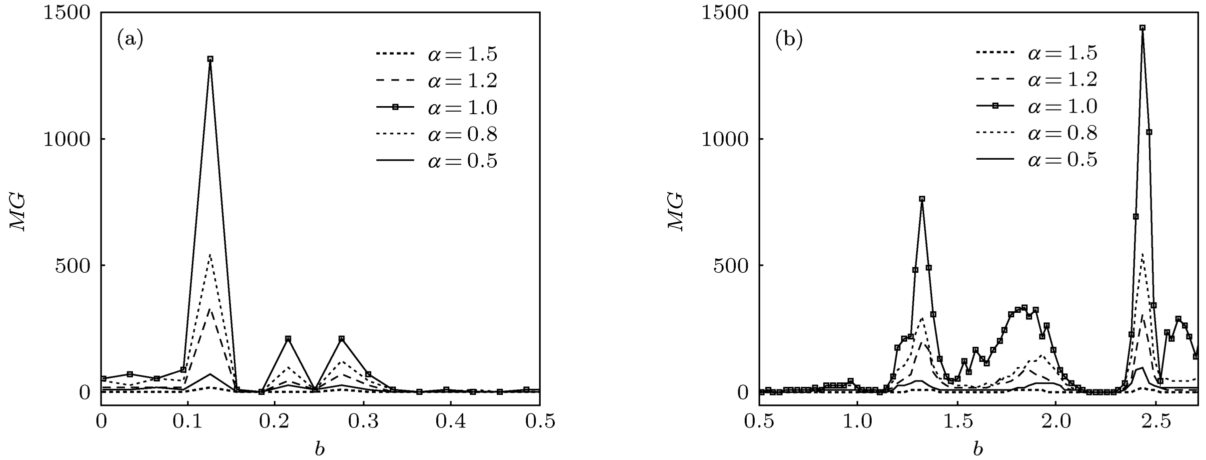

图 4 (a), (b) 分别表示不同 α 作用下 MG 随系统参数 b 的演变规律曲线的前半部分和后半部分 (低频)

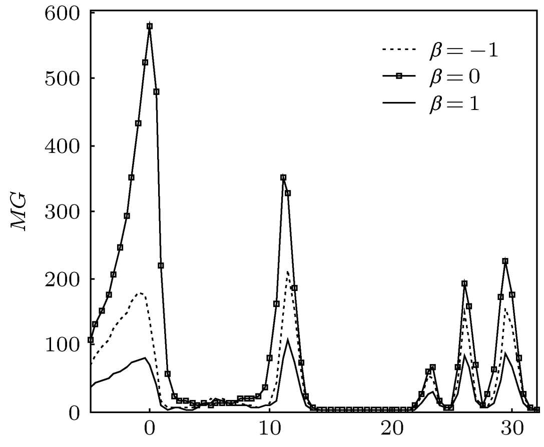

图 5 不同 β 作用下 MG 随系统参数 a 的演变规律曲线 (低频)

3.2 高频 (多频) 微弱信号检测的参数诱导随机共振现象

在研究高频 (多频) 微弱信号检测的参数诱导随机共振现象时，仿真试验所选取的输入信号如 (12) 式所示, 其中 $A_1 = A_2 = A_3 = 1$, $f_1 = 1000$ Hz, $f_2 = 2000$ Hz, $f_3 = 3000$ Hz. 另外, 取噪声分布参数分别为 $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$, 补偿参数 $K = 100000$, 系统参数 $a = 5.8$, $b = 0.126$, 采样频率 $f_s = 204800$ Hz, 仿真实验, 结果如图 7 所示.

图 7(a) 和 (b) 分别为输入信号与 α 稳定噪声混合信号的时域图和功率谱图, 从这两幅图中可以看出, 输入信号完全被 α 稳定噪声所淹没, 无法得到输入信号的时频域信息. 同样, 将该混合信号作为输入信号送入随机共振系统, 然后调节系统参数, 当系统参数为 $a = 5.8$, $b = 0.126$ 时, 随机共振系统输出功率谱如图 7(c) 所示, 从图中可以清晰地看出, 在频率 1000 Hz, 2000 Hz 及 3000 Hz 处出现了三个明显的尖峰, 这三个尖峰所对应的频率恰恰也是混合信号中三个输入信号的频率. 此时, 参数诱导随机共振的物理机理与多个低频微弱信号检测的机理是一致的.

为了明确多个高频微弱信号检测时 α 稳定噪声分布参数 α, β, 系统参数 a, b 与随机共振系统输出效应三者之间的关系, 进一步按研究多个低频微弱信号随机共振的方法对不同特征指数 α 和对称参数 β 下的多个高频微弱信号随机共振展开研究,

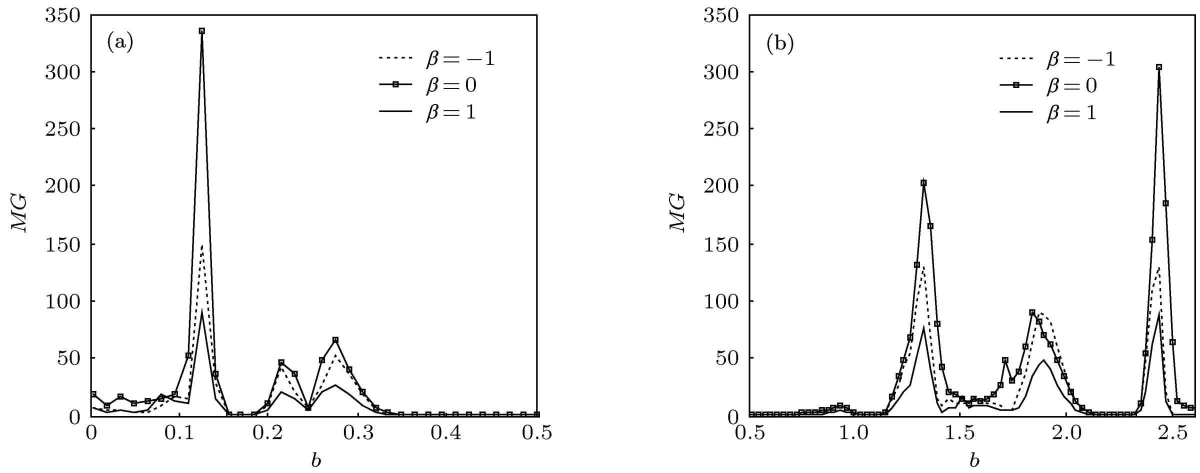

图 6　(a), (b) 分别表示不同 β 作用下 MG 随系统参数 b 的演变规律曲线的前半部分和后半部分 (低频)

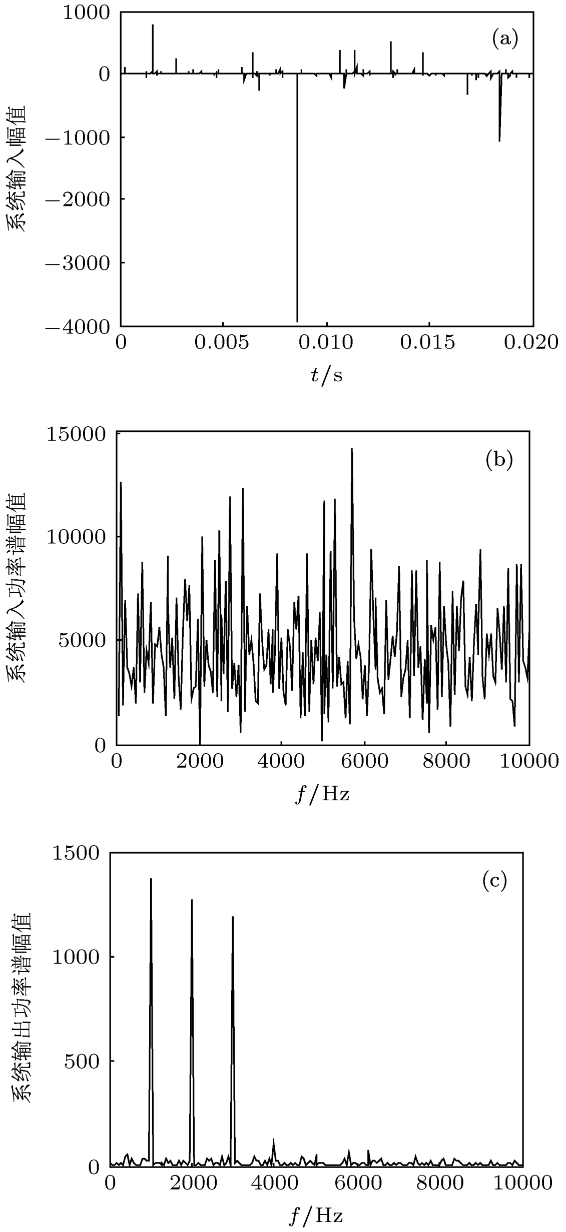

图 7　(a) 系统输入时域图; (b) 系统输入功率谱图; (c) 系统输出功率谱图 (多个高频信号)

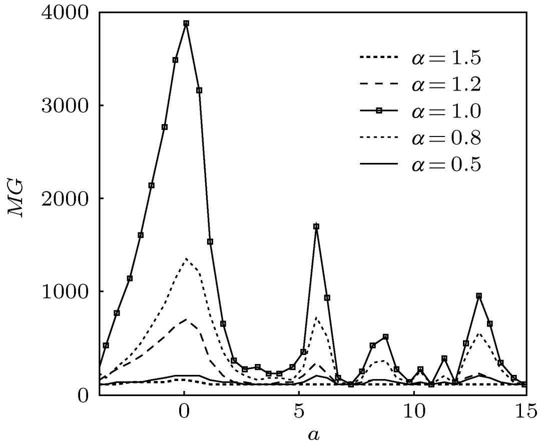

图 8　不同 α 作用下 MG 随系统参数 a 的演变规律曲线 ($b = 0.126$, $\beta = 0$, 高频)

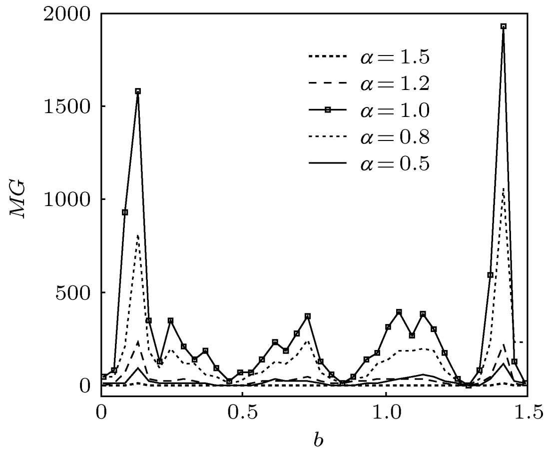

图 9　不同 α 作用下 MG 随系统参数 b 的演变规律曲线 ($a = 5.8$, $\beta = 0$, 高频)

得到了各个参数与 MG 之间的演变规律曲线, 分别如图 8、图 9、图 10 和图 11 所示.

由于在高低频微弱信号检测时系统产生随机共振的物理机理是相同的, 因此, 在对图 8、图 9、

图 10 以及图 11 进行分析时发现, 在不同特征指数 α 和对称参数 β 分别作用下, 高低频 (均为多频) 微弱信号检测时 MG 随系统参数 a 或 b 演变规律的大体趋势是一致的.

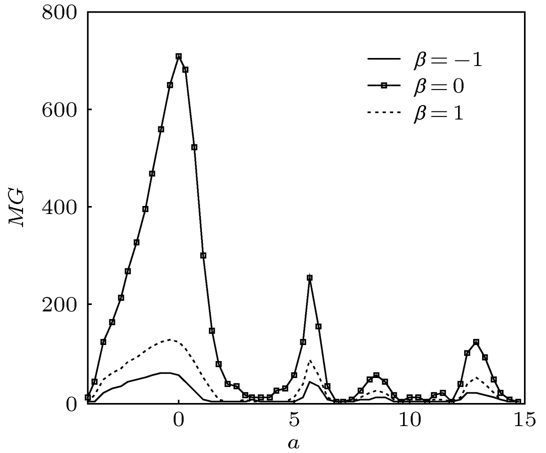

图 10 不同 β 作用下 MG 随系统参数 a 的演变规律曲线 ($b=0.126$, $\alpha=1.2$, 高频)

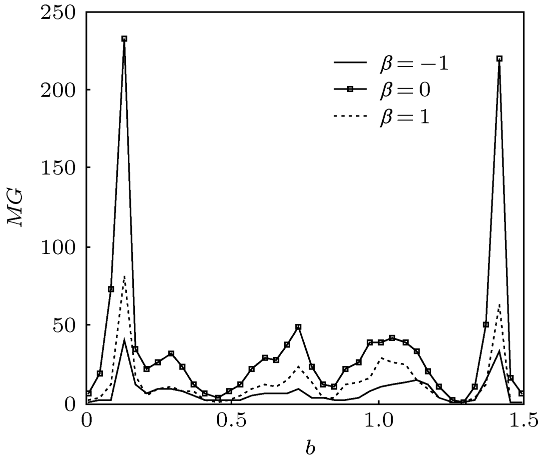

图 11 不同 β 作用下 MG 随系统参数 b 的演变规律曲线 ($a=5.8$, $\alpha=1.2$, 高频)

4 结 论

由于 α 稳定分布既能模拟噪声信号比较平稳时的情形 (噪声信号符合高斯分布时的情形), 又能够较好的刻画噪声信号大幅度跳跃时的状态, 因此, 用 α 稳定分布描述的噪声信号即 α 稳定噪声能够非常好地与实际数据相符合. 本文将 α 稳定噪声与随机共振系统相结合, 研究了 α 稳定噪声环境下多频微弱信号检测的参数诱导随机共振现象, 探究了 α 稳定噪声分布参数、随机共振系统参数与系统共振输出效应的关系, 揭示了 α 稳定噪声分布参数、随机共振系统参数对共振输出效应的作用规律. 得到如下结论: 1) 通过调节系统参数 a 和 b 可以实现 α 稳定噪声环境下多个低频微弱信号的随机共振检测, 结合参数补偿的方法, 可以进一步实现多个高频微弱信号的随机共振检测. 2) 对于一个确定的系统参数 a(或 b), 存在多个共振效应较好的系统参数 b(或 a) 区间与之对应, 并且这些区间不随噪声分布参数 α 或 β 的变化而变化. 3) 对于同一个共振效应较好的系统参数 a(或 b) 区间, 当特征指数 $\alpha>1$ 时, 系统的共振输出效应随 α 的增大而减弱; 当 $\alpha<1$ 时, 系统的共振输出效应随 α 的减小而减弱. 4) 对于同一个共振效应较好的系统参数 a(或 b) 区间, 对称参数 $\beta=0$ 时的平均信噪比增益 MG 要高于 $\beta\neq 0$ 时的值, 即 α 稳定噪声呈对称分布时系统的共振输出效应要好于非对称分布时的情形. 5) 在高低频 (均为多频) 微弱信号检测中, α 或 β 对随机共振系统输出效应的作用规律是相同的. 上述结论将有助于自适应调参随机共振系统中参数的合理选取, 为实现 α 稳定噪声环境下多频微弱信号随机共振检测的实际工程应用奠定基础.

[1] Hu N Q 2012 *Stochastic Resonance Weak Characteristic Signal Detection Theory and Methods* (Beijing: National Defense Industry Press) p60 (in Chinese) [胡茑庆 2012 随机共振微弱特征信号检测理论与方法 (北京: 国防工业出版社) 第 60 页]

[2] Basso M, Dahleh M, Mezic I, Salapaka M V 1999 *Proceedings of the American Control Conference* San Diego, California, June, 1999 p3774

[3] McNamara B, Wiesenfield K, Roy R 1998 *Phys. Rev. Lett.* **60** 2626

[4] Wellens T, Buchleitner A 2001 *Chem. Phys.* **268** 313

[5] Wang L Y, Yin C S, Cai W S, Pan Z X 2001 *Chem. J. Chin. U.* **22** 762 (in Chinese) [王利亚, 蔡文生, 印春生, 潘忠孝 2001 高等学校化学学报 **22** 762]

[6] Cardo P, Timothy Inglis J, Verschueren S, Collins J J, Merfeld D M, Rosenblum S, Buckley S, Moss F 1996 *Nature* **383** 769

[7] Ditzinger T, Stadler M, Struber D, Kelso J A S 2000 *Phys. Rev.* E **62** 2566

[8] Anishchenko V S, Safonova M A, Chua L O 1993 *Journal of Circuit, System and Computer* **3** 553

[9] Anishchenko V S, Safonova M A, Chua L O 1992 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **2** 397

[10] Xu B H, Duan F B, Bao R H, Li J L 2002 *Chaos, Solitons and fractals* **13** 633

[11] Xu B H, Li J L, Duan F B, Zheng J Y 2003 *Chaos, Solitons and fractals* **16** 93

[12] Jiang S Q, Hou M J, Jia C H, He J R, Gu T X 2009 *Chin. Phys.* B **18** 2667

[13] Li J L, Xu B H 2006 *Chin. Phys.* **15** 2867

[14] Li J L 2009 *Chin. Phys.* B **18** 5196

[15] Leng Y G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5196 (in Chinese) [冷永刚 2009

物理学报 **58** 5196]

[16] Qiu T S, Zhang X X, Li X B, Sun Y M 2004 *Statistical Signal Processing-Non-Gaussian Signal Processing and its Applications* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p140 (in Chinese) [邱天爽, 张旭秀, 李小兵, 孙永梅 2004 统计信号处理 — 非高斯信号处理及其应用 (北京: 电子工业出版社) 第 140 页]

[17] Dybiec B, Gudowska-Nowak E 2006 *Acta Phys. Pol.* B **37** 1479

[18] Srokowski T 2012 *The European Physical Journal* B **85** 1

[19] Zhang W Y, Wang Z L, Zhang W D 2009 *Control Engineering of China* **16** 638 (in Chinese) [张文英, 王自力, 张卫东 2009 控制工程 **16** 638]

[20] Zhang G L, Lü X L, Kang Y M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 040501 (in Chinese) [张广丽, 吕希路, 康艳梅 2012 物理学报 **61** 040501]

[21] Zeng L Z, Bao R H, Xu B H 2007 *J. Phys.* A: *Math. Theor.* **40** 7175

[22] Zeng L Z, Xu B H 2010 *Journal of Physics* A: *Statistical Mechanics and its Applications* **22** 5128

[23] Li J L, Xu B H 2006 *Phys.* A **361** 11

[24] Jiao S B, He T 2013 *Computer Engineering and Applications* (in Chinese) [焦尚彬, 何童 2013 计算机工程与应用]

[25] Leccardi M 2005 *ENOC'O5(Fifth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference), Mini Symposium on Fractional Derivatives and Their Applications* Eindhoven, The Netherland 2005

[26] Nolan J P 1999 *Mathematical and Computer Modelling* **29** 229

[27] Tang Y, Zou W, Lu J Q, Kurths J 2012 *Phys. Rev.* E **85** 1539

[28] Liang Y J, Chen W 2013 *Signal Processing* **93** 242

[29] Mitaim S, Kosko B l998 *Process of The IEEE* **86** 2152

[30] Weron R 1996 *Statist. Prob. Lett.* **28** 165

[31] Gong D C, Qin G R, Hu G, Wen X D 1992 *Sci. China* A **8** 828(in Chinese) [龚德纯, 秦光戎, 胡岗, 温孝东 1992 中国科学 A 辑 **8** 828]

[32] Wan P, Zhan Y J, Li X C, Wang Y H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 040502 (in Chinese) [万频, 詹宜巨, 李学聪, 王永华 2011 物理学报 **60** 040502]

[33] Leng Y G, Wang T Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2432 (in Chinese) [冷永刚, 王太勇 2003 物理学报 **52** 2432]

[34] Leng Y G, Wang T Y, Guo Y, Wu Z Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 30 (in Chinese) [冷永刚, 王太勇, 郭焱, 吴振勇 2007 物理学报 **56** 30]

[35] Leng Y G, Wang T Y, Qin X D, Li R X, Guo Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 0717 (in Chinese) [冷永刚, 王太勇, 秦旭达, 李瑞欣, 郭焱 2004 物理学报 **53** 0717]

[36] Yang D X, Hu Z, Yang Y M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 080501 (in Chinese) [杨定新, 胡政, 杨拥民 2012 物理学报 **61** 080501]

[37] Lin M, Huang Y M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3277 (in Chinese) [林敏, 黄咏梅 2006 物理学报 **55** 3277]

[38] Lü Y, Wang C Y, Tian Y, Hou B 2010 *China Academic Journal Electronic Publishing House* **8** 40 (in Chinese) [吕运, 王长悦, 田野, 侯彪 2010 机械与电子 **8** 40]

Parameter-induced stochastic resonance in multi-frequency weak signal detection with α stable noise*

Jiao Shang-Bin† Ren Chao Huang Wei-Chao Liang Yan-Ming

(*Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an* 710048, *China*)

(Received 27 May 2013; revised manuscript received 28 July 2013)

Abstract

In this paper we combine α stable noise with bistable stochastic resonance to investigate the parameter-induced stochastic resonance in the high-and low-frequency (both for multi-frequency) weak signal detection with different α stable noise, and explore the action laws between the stability index $\alpha(0 < \alpha \leqslant 2)$ and skewness parameter $\beta(-1 \leqslant \beta \leqslant 1)$ of α stable noise, and the resonance system parameters *a*, *b* on the resonant output effect. Results show that for different distribution of α stable noise, the high- and low-frequency weak signal detection can be realized by tuning the system parameters *a* and *b*. The intervals of *a* and *b* which can induce stochastic resonances are multiple, and do not change with α or β. Moreover, while detecting the high- and low-frequency weak signal, the action laws of the resonant output effect which are affected by α or β are the same. These results will contribute to realize a reasonable selection of parameter-induced stochastic resonance system parameters under α stable noise, and lay the foundation for a practical engineering application of multi-frequency weak signal detection based on the stochastic resonance.

Keywords: stochastic resonance, α stable noise, multi-frequency weak signal detection, mean of signal-to-noise ratio gain

PACS: 05.45.−a, 05.40.−a, 05.40.Ca, 05.40.Fb **DOI:** 10.7498/aps.62.210501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61203114), and the Key Project of Chinese Ministry of Education (Grant No. 212169).

† Corresponding author. E-mail: jsbzq@163.com