

单相 H 桥逆变器单极性正弦脉宽调制下的分岔及混沌行为研究*

刘洪臣[†] 杨爽

(哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院, 哈尔滨 150001)

(2013 年 4 月 27 日收到; 2013 年 8 月 6 日收到修改稿)

本文研究了单相 H 桥逆变器在单极性正弦脉宽调制下的分岔和混沌行为, 建立了系统在比例控制下的一阶离散映射模型, 采用分岔图、折叠图和 Lyapunov 指数谱分析了比例系数 k 对系统性能的影响, 通过 Matlab/Simulink 仿真得到了不同比例系数下的时域波形图, 验证了理论分析的正确性. 最后运用分岔图研究了输入电压 E 、负载电阻 R 和电感 L 等外部参数变化时变换器中存在的非线性行为. 本文将单相 H 桥逆变器的混沌研究从双极性正弦脉宽调制转向单极性正弦脉宽调制, 使之更具实用性, 研究结果对于正确设计和调试单相 H 桥逆变器具有重要的指导意义和应用价值.

关键词: 单相 H 桥逆变器, 单极性调制, 离散迭代映射, 分岔和混沌

PACS: 05.45.-a, 05.45.Pq, 05.45.Ac

DOI: 10.7498/aps.62.210502

1 引言

电力电子变换器属于强非线性系统, 蕴含着丰富的非线性动力学行为, 如次谐波振荡、各种类型的分岔及混沌现象^[1-4]. 研究表明, 混沌具有不确定性, 将导致系统的运行状态无法预测, 甚至造成系统在临界状态下突然崩溃. 因此, 对开关变换器的非线性行为进行深入研究有助于工程师在实际设计变换器的过程中避开这些不规则现象, 保证系统运行在稳定的周期状态, 这对于正确设计电力电子变换器具有重要的指导意义.

近年来, 国内外学者对电力电子变换器中混沌现象的研究已经比较深入, 但大多集中在对 DC-DC 变换器的研究^[5-10], 对其他类型变换器的非线性行为研究较少. 文献[11-13]首次研究了比例控制下 H 桥变换器的分岔和混沌现象, 为将非线性行为的研究对象从 DC-DC 变换器转向 DC-AC 变换器奠定了基础, 但文中所取的电流参考量是直流量,

因此其本质仍为 DC-DC 变换器. 如今, 已有学者开始对单相 H 桥逆变器的非线性行为进行研究, 取得了许多有价值的研究成果^[14-19]: 文献[14]分析了比例积分单闭环控制下的二阶 H 桥式逆变电路的快尺度稳定性和慢尺度稳定性; 文献[15, 16]研究了电压型逆变器的分岔和低频振荡现象; 文献[17]首次采用折叠图的方法, 研究了单相 SPWM 逆变器的分岔和混沌现象; 文献[18]通过分析单相 H 桥逆变器在比例控制下的稳定性, 得出了慢变稳定性定理, 并给出了快变稳定性与慢变稳定性的关系.

在单相 H 桥逆变器中, 正弦脉宽调制 (SPWM) 是一种广泛采用的调制技术. 其中, 相比于双极性 SPWM 调制方式, 单极性 SPWM 调制技术因其开关损耗较低, 所产生的电磁干扰少而得到广泛应用. 然而, 目前对于单相 SPWM 逆变器的非线性研究大多针对双极性调制逆变器而言, 对于单极性调制的 H 桥逆变器的非线性现象研究却未见报道. 本文对单相 H 桥逆变器在单极性调制下的分岔和混

* 国家自然科学基金 (批准号: 51107016)、国家重点基础研究发展计划项目 (973 计划) (批准号: 2013CB035605) 和黑龙江省博士后科研启动金 (批准号: LHB-Q12086) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: fennmiao@hit.edu.cn

沌行为进行了研究,建立了比例单闭环控制下的离散映射模型,采用分岔图、折叠图和 Lyapunov 指数谱分析了比例系数 k 对系统性能的影响,通过 Matlab/Simulink 仿真得到了不同比例系数下的时域波形图,验证了理论分析的正确性.同时运用分岔图研究了输入电压 E 、负载电阻 R 和电感 L 变化时系统的非线性行为.本文的研究结果对于正确设计和调试单极性 SPWM 调制的单相 H 桥逆变器具有重要的指导意义和应用价值.

2 单相 H 桥逆变器单极性 SPWM 调制下的离散模型

单极性 SPWM 调制的单相 H 桥逆变器的原理图如图 1 所示,其主电路由电压源 E 、开关管 S_1 — S_4 以及感性负载 L 和 R 组成.电路采用电流单闭环控制,将负载电流 i 与正弦参考电流 i_{ref} 比较的结果送入比例控制器,再将比例控制器的输出送入 PWM 驱动电路,使其与单极性的三角波比较,形成 PWM 驱动信号来控制开关管的开通与关断.因本设计采用单极性 SPWM 调制技术,故产生的高频 PWM 信号只用于驱动开关管 S_2 和 S_3 ,而不用于驱动 S_1 和 S_4 ,开关管 S_1 和 S_4 由额外的时钟信号来驱动.电路的工作原理如下:设希望输出的电流信号,即正弦参考电流信号的周期为 T ,则令时钟信号的周期也为 T ,在时钟信号的前半个周期,让开关管 S_1 始终开通, S_4 始终关断, PWM 驱动电路产生的高频驱动信号控制开关管 S_2 和 S_3 交替导通;反之,在时钟信号的后半个周期,让开关管 S_4 始终开通, S_1 始终关断, S_2 和 S_3 仍交替导通.四个开关管的驱动信号示意图如图 2 所示.

因此,单相 H 桥逆变电路在单极性 SPWM 调制下的工作状态与双极性 SPWM 调制时有很大不同:对于双极性 SPWM 调制的单相 H 桥逆变电路,

在一个开关周期内,逆变器只存在两种工作模式,即 S_1 和 S_3 同时导通或 S_2 和 S_4 同时导通^[18];而采用单极性 SPWM 调制时,可根据时钟周期(同时也是参考电流的周期)将逆变电路分为两个模式,即 S_1 始终导通或 S_4 始终导通,其中,每个模式又包含两种工作状态,即 S_2 和 S_3 交替导通的过程.设流过电感 L 的电流为 i ,则:

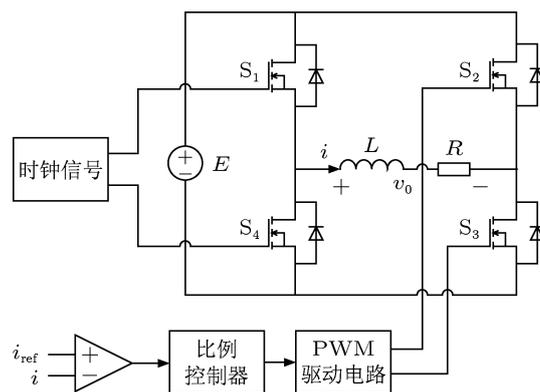


图 1 单极性 SPWM 调制的单相 H 桥逆变器原理图

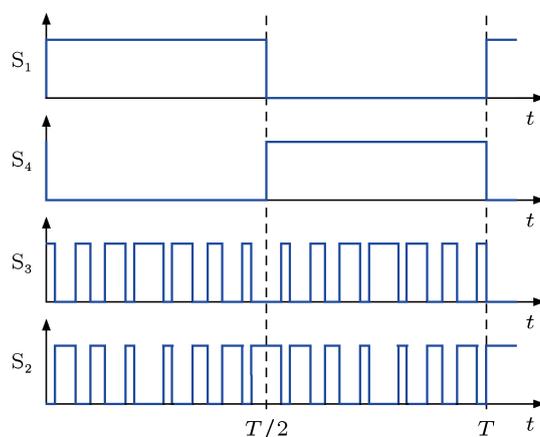


图 2 四个开关管的驱动信号示意图

当 S_1 始终导通时,逆变器的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L}, & S_1 \text{ 和 } S_3 \text{ 导通, } S_2 \text{ 和 } S_4 \text{ 截止,} \\ \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i, & S_1 \text{ 和 } S_2 \text{ 导通, } S_4 \text{ 和 } S_3 \text{ 截止.} \end{cases} \quad (1)$$

当 S_4 始终导通时,逆变器的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{E}{L}, & S_4 \text{ 和 } S_2 \text{ 导通, } S_1 \text{ 和 } S_3 \text{ 截止,} \\ \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i, & S_4 \text{ 和 } S_3 \text{ 导通, } S_1 \text{ 和 } S_2 \text{ 截止.} \end{cases} \quad (2)$$

设单极性 SPWM 的载波频率为 f_s , 则系统的开关周期 $T_s = 1/f_s$. 研究表明, 单相 H 桥逆变器也可采用频闪映射的方法建模^[17], 即以开关周期 T_s 作为频闪采样的时间间隔, 用状态变量在第 nT_s 时刻的采样值来表示该变量在 $(n+1)T_s$ 时刻的采样值. 由以上分析可知, 单极性 SPWM 调制下的 H 桥逆变器在前半个时钟周期, 即 $[0, T/2]$ 时间段内的离散映射方程可由状态方程 (1) 来确定; 在后半个时钟周期, 即 $[T/2, T]$ 时间段内的离散映射方程可由状态方程 (2) 来确定.

设在 $[0, T/2]$ 时间段内, S_1 和 S_3 导通时的占空比为 d_n , 则由 (1) 式可知, 此时电路的离散迭代映射方程为

$$i_{n+1} = ae^{(d_n-1)T_s/b} + (i_n - a)e^{-T_s/b}. \quad (3)$$

设在 $[T/2, T]$ 时间段内, S_4 和 S_2 导通时的占空比为 d_n , 则由 (2) 式可知, 此时电路的离散迭代映射方程为

$$i_{n+1} = -ae^{(d_n-1)T_s/b} + (i_n + a)e^{-T_s/b}, \quad (4)$$

其中, $a = \frac{E}{R}$, $b = \frac{L}{R}$, i_n 和 i_{n+1} 分别为电感电流 i 在采样时刻 nT_s 和 $(n+1)T_s$ 的值.

根据单极性 SPWM 调制下单相 H 桥逆变器的工作过程, 结合比例控制器的饱和特性, 可求出逆变器在每个工作模式下的占空比 d_n : 在 $[0, T/2]$ 时间段内, 占空比 d_n 可由 (5) 式确定; 在 $[T/2, T]$ 时间段内, 占空比 d_n 可由式 (6) 确定.

$$d_n = D + k(i_{refn} - i_n), \quad (5)$$

$$d_n = D + k(i_n - i_{refn}), \quad (6)$$

其中, i_{refn} 为正弦参考电流 i_{ref} 在采样时刻的值, 且 d_n 具有如下性质:

$$d_n = \begin{cases} 0, & (d_n < 0), \\ 1, & (d_n > 1), \\ d_n, & (\text{其他}). \end{cases} \quad (7)$$

3 比例系数 k 对系统性能的影响

对于非线性电路, 既可以采用分岔图和 Lyapunov 指数对电路进行定性分析, 也可以通过时域波形图直接观测电路的运行状态, 对于单相 H 桥逆变电路, 还可以用折叠图直观地描述系统的稳定性. 因此, 本节首先采用分岔图、折叠图和 Lyapunov 指数谱分析了比例系数 k 对系统性能的影响,

然后在 Matlab/Simulink 平台下搭建了符合实际电路运行情况的仿真模块, 得到了不同比例系数下的时域波形图, 来验证理论分析的正确性. 取变换器的开关频率为 $f_s = 5 \text{ kHz}$, 初始电路参数设置如下: $E = 400 \text{ V}$, $R = 20 \Omega$, $L = 20 \text{ mH}$, $D = 0.5$, $i_{ref} = 5 \sin(100\pi t)$, 则希望输出的正弦电流的频率与参考电流 i_{ref} 的频率一致, 为 $f_1 = 50 \text{ Hz}$.

3.1 分岔图

以上述初始电路参数为基础, 选取比例系数 k 为变量, 固定其他参数, 则可得到电感电流 i 随比例系数 k 变化的分岔图. 因参考电流 i_{ref} 为随时间变化的正弦信号, 因此这里连续采样 100 个正弦周期的同一固定位置来绘制系统的分岔图, 其结果如图 3 所示.

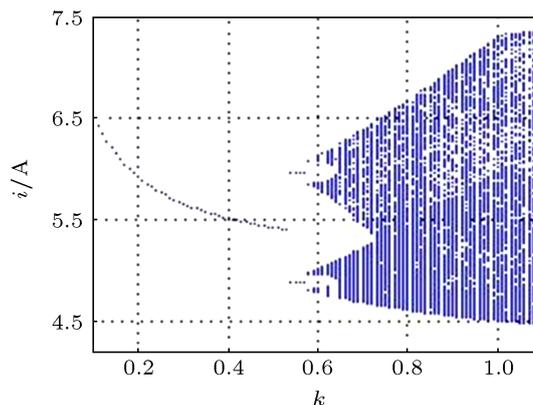


图3 电感电流 i 随 k 变化的分岔图

由图 3 可以看出, 在比例增益 k 从 0.1 增大到 1.1 的过程中, 系统由稳定的周期状态逐渐向混沌状态转变: 当 $k < 0.52$ 时, 每次的采样结果都重合成一个点, 表明系统处于稳定的周期 1 状态; 当 $0.52 < k < 0.58$ 时, 每次的采样结果变成两个点, 表明系统出现了倍周期分岔现象; 当 $k > 0.58$ 时, 采样结果在一定区域内密集分布, 并具有自相似结构, 表明系统激变进入混沌状态.

3.2 折叠图

运用折叠图可以直观地判断系统出现的分岔和混沌现象^[20], 它避免了雅可比矩阵方法计算繁琐、并依赖于平衡点的缺点, 其绘制方法如下: 任选一个初值代入离散迭代映射模型中, 每个正弦周期采样 N 个点, 其中 $N = f_s/f_1 = 100$, 忽略前面的过渡过程, 将稳定后的 20 个正弦周期按照采样时

刻对齐后折叠, 则可得到系统的折叠图. 图 4 给出了不同比例系数 k 下的折叠图. 由图 4(a) 可以看出, 当 $k = 0.3$ 时, 20 个正弦波的每一个采样点都完全重合, 形成一条光滑的正弦曲线, 说明此时逆变器工作于稳定的周期 1 状态; 图 4(b) 为 $k = 0.55$ 时的折叠图, 此时采样点形成两条正弦曲线, 系统处于周期 2; 由图 4(c) 和 (d) 不难看出, 当 $k = 0.65$

时, 折叠图的采样点除在过零点附近呈现两条轨线外, 其余部分形成了两条带状曲线, 而当 $k = 0.9$ 时, 折叠图体现为采样点的密集填充, 表明当 $k = 0.65$ 和 $k = 0.9$ 时, 系统处于混沌状态, 并且该逆变器在 $k = 0.9$ 时的不稳定现象更加明显. 上述结果与通过图 3 所示分岔图所得出的结论相一致, 更加直观地反映了不同比例系数下系统的动力学演化过程.

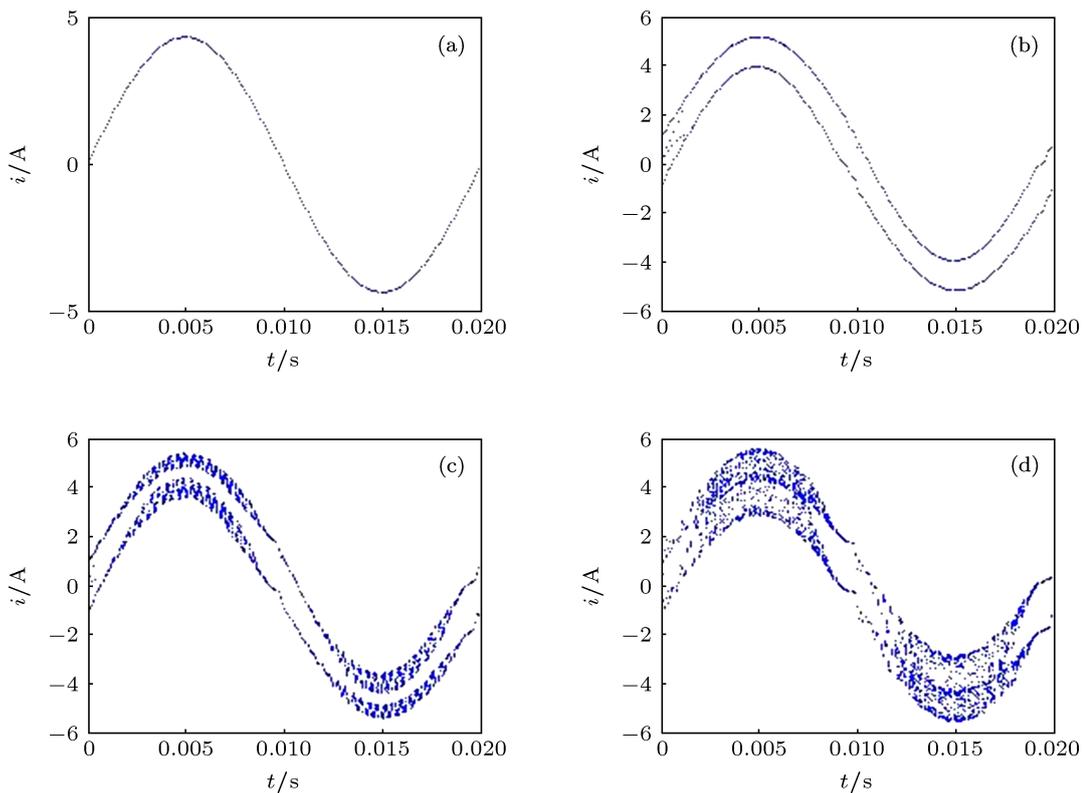


图 4 不同比例系数下的折叠图 (a) $k = 0.3$; (b) $k = 0.55$; (c) $k = 0.65$; (d) $k = 0.9$

3.3 Lyapunov 指数谱

Lyapunov 指数是表征系统运动特征的有效方法, 通过观察其正负可以准确地判断系统分岔点的位置. 根据 Lyapunov 指数的定义, 令比例系数 k 从 0.1 变化到 1, 绘制电感电流 i 随 k 变化的 Lyapunov 指数谱, 结果如图 5 所示.

由图 5 可知, 当 $k < 0.52$ 时, Lyapunov 指数全部小于零, 电感电流 i 不发生分岔; 当 $k = 0.52$ 时, Lyapunov 指数第一次等于零, 系统发生第一次分岔, 与图 3 中的第一个分岔点相对应; 接着 Lyapunov 指数减小, 并保持小于零的状态, 一直持续到 $k = 0.58$, Lyapunov 指数再次等于零, 对应图 3 中的第二个分岔点; 此后, Lyapunov 指数始终大于零, 系统处于混沌状态.

3.4 时域波形图

参照图 1 所示的单极性 SPWM 调制下单相 H 桥逆变器的原理图, 对电路采用电流单闭环控制, 在 Matlab 软件的 Simulink 平台中搭建符合实际电路运行条件的仿真模块, 希望输出的正弦电流参考信号与单极性高频三角载波的比较示意图如图 6 所示. 仿真模块所选取的电路参数与本章最开始给出的初始电路参数一致, 调整比例增益的大小, 即可得到不同比例系数 k 下电感电流 i 随时间变化的时域波形图, 输出结果如图 7 所示.

由图 7 可知, 输出电流信号的周期与时钟周期, 即正弦参考电流的周期相同, 都为 0.02 s, 工作频率为 50 Hz. 随着比例增益 k 的增大, 电感电流 i 的振荡范围不断增大, 输出纹波不断增加, 逆变器出现

了从稳定到不稳定的过程,这与前面得出的结论相一致,证明了离散映射模型的正确性.

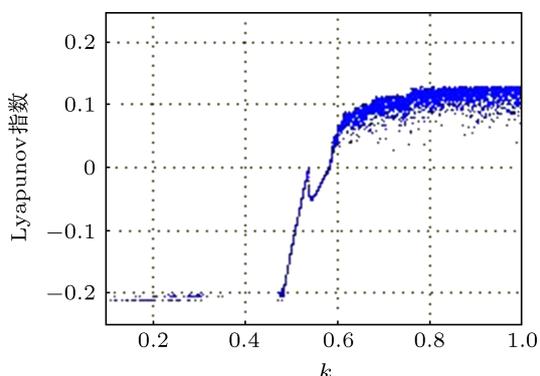


图5 电流 i 随 k 变化的 Lyapunov 指数谱

4 外部参数变化对系统性能的影响

现有文献对电流单闭环控制下的单相 H 桥逆变器的非线性行为研究大都集中在分析比例系数 k 的变化对系统性能的影响^[17,18],而对输入电压和负载等外部参数变化时产生的非线性现象研究较少.下面将以输入电压 E 为主,负载电阻 R 和电感 L 为辅,分别作为分岔参数,研究比例控制单极性

SPWM 调制的单相 H 桥逆变器在上述外部参数变化时所体现的丰富的动力学行为.

固定比例系数 $k = 0.5$, 选取电路参数为 $D = 0.5$, $i_{\text{ref}} = 5 \sin(100\pi t)$, $R = 20 \Omega$, $L = 20 \text{ mH}$, $f_s = 5 \text{ kHz}$, 令输入电压 E 从 300 V 变化到 550 V , 步长为 1 V , 可得电感电流 i 随输入电压 E 变化的分岔图, 仿真结果如图 8(a) 所示. 从图中不难看出, 随着输入电压 E 的增大, 逆变器经历由周期 1 到周期 2 的倍周期分岔, 当 E 增加到 463 V 左右时, 产生激变进入混沌状态.

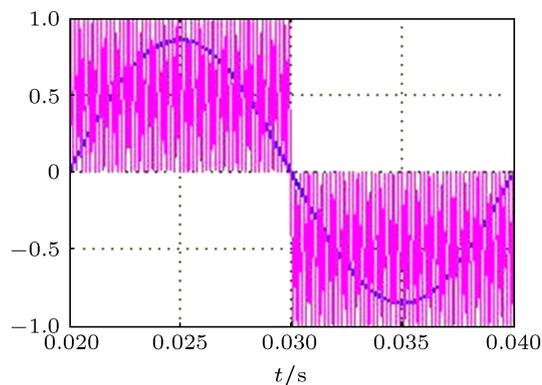


图6 电流参考信号与高频三角载波的比较示意图

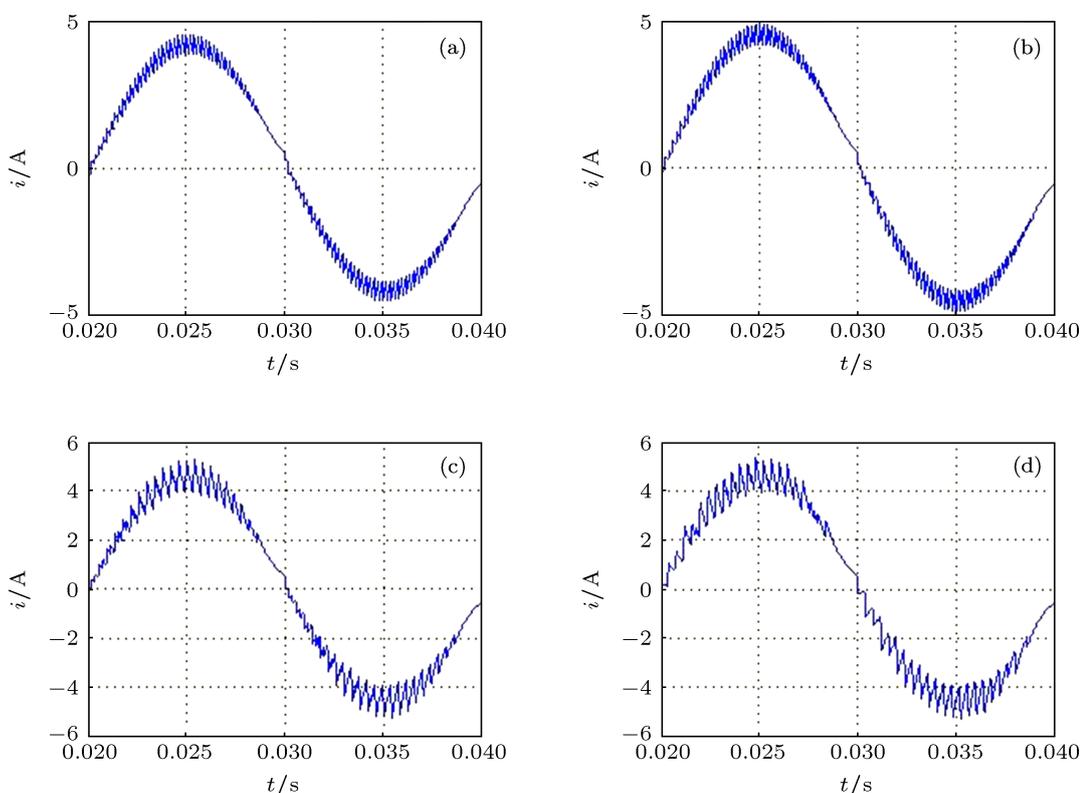


图7 不同比例系数下的时域波形图 (a) $k = 0.3$; (b) $k = 0.55$; (c) $k = 0.65$; (d) $k = 0.9$

固定 $E = 400 \text{ V}$, 分别选择负载电阻 R 和电感 L 为分岔参数, 其变化范围分别为 $R = 30\text{—}110 \Omega$ 和 $L = 1\text{—}22 \text{ mH}$, 其它参数保持不变, 所得的分岔图分别如图 8(b) 和 (c) 所示. 由图 8(b) 可知, 当负载电阻 R 增大时, 逆变器会由稳定的周期 1 直接激变进入混沌状态, 随着 R 的进一步增大, 系统会由混沌状态退回到周期 2, 再到稳定的周期 1 状态. 从图 8(c) 不难看出, 当电感 L 变化时, 逆变器体现复杂的非线性动力学行为: 随着电感 L 的减小, 系统由稳定的周期 1 经倍周期分岔变为周期 2, 再到

周期 4, 然后激变进入混沌状态; 然而, 这个混沌状态并没有被保持, 而是突然退化到周期状态, 呈现明显的周期 3 窗口, 研究表明, 这种现象为切分岔, 切分岔之前的混沌称为阵发混沌; 当电感 L 减小到 4.5 mH 左右时, 系统再次进入混沌状态, 接着不久又退化成周期 4 和周期 2. 由此可见, 输入电压 E 、负载电阻 R 和电感 L 等外部参数的变化会对系统性能产生很大影响, 在实际设计和调试过程中应合理选择电路参数, 避免不规则现象的发生.

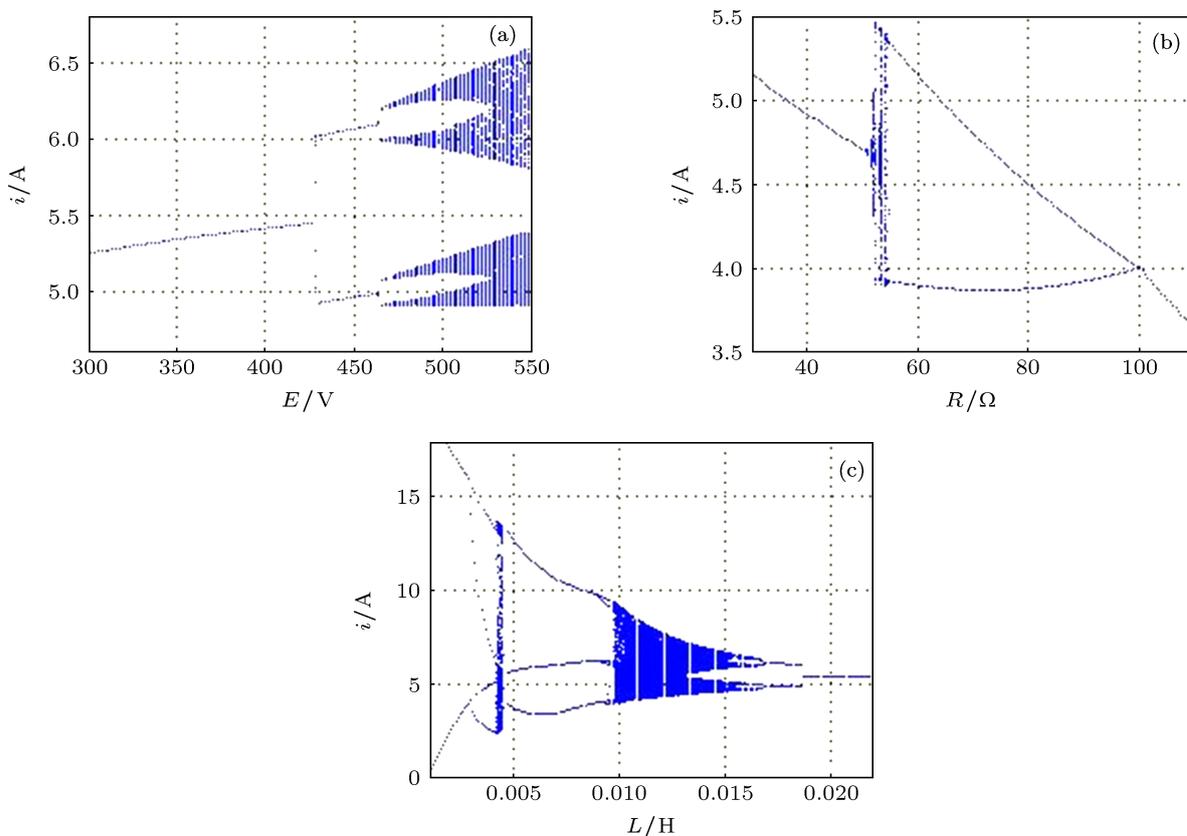


图 8 不同电路参数下的分岔图 (a) E 为分岔参数; (b) R 为分岔参数; (c) L 为分岔参数

5 结论

单极性 SPWM 调制的单相 H 桥逆变器虽然比双极性 SPWM 调制时具有较小开关损耗和电磁干扰, 但也具有不可忽视的非线性行为. 本文对单相 H 桥逆变器在单极性调制下的分岔和混沌行为进行了系统的研究, 建立了比例单闭环控制下系统的一阶离散模型, 分别得到了电感电流 i 在前半时钟周期与后半时钟周期的频闪映射模型; 采用分岔图、折叠图和李雅普诺夫指数谱分析了比例系数 k 对系统性能的影响, 并通过 Matlab/Simulink 平台

搭建了符合实际电路运行条件下的仿真模型, 得到了不同比例系数下的时域波形图, 验证了理论分析的正确性; 同时运用分岔图研究了输入电压 E 、负载电阻 R 和电感 L 变化时系统的非线性行为. 研究结果表明, 单相 H 桥逆变器是典型的非线性系统, 鲁棒性较弱, 其运行状态不仅受比例系数 k 的影响, 还受输入电压 E 、负载电阻 R 和电感 L 等外部参数的影响. 因此, 在实际应用中应合理选取电路参数, 确保系统工作在稳定状态. 本文的研究结果对于正确设计和调试单极性 SPWM 调制的单相 H 桥逆变器具有重要的指导意义和应用价值.

- [1] Chen Y F, Tse C K, Qiu S S, Lindenmüller L, Schwarz W 2008 *IEEE Trans. Cir. Syst.* I **55** 3335
- [2] Ma Y, Tse C K, Kousaka T, Kawakami H 2005 *IEEE Trans. Cir. Syst.* II **52** 581
- [3] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508
- [4] Dai D, Tse C K, Ma X K 2005 *IEEE Trans. Cir. Syst.* I **52** 1632
- [5] Zhou G H, Bao B C, Xu J P, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 050509
- [6] Liu F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2394
- [7] Liu F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080511
- [8] Zhang X T, Ma X K, Zhang H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6174 (in Chinese) [张笑天, 马西奎, 张浩 2008 物理学报 **57** 6174]
- [9] Bao B C, Yang P, Ma Z H, Zhang X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 220502 (in Chinese) [包伯成, 杨平, 马正华, 张希 2012 物理学报 **61** 220502]
- [10] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4742
- [11] Robert B, Robert C 2002 *Int. J. Contr.* **75** 1356
- [12] Iu H H C, Robert B 2003 *IEEE Trans. Cir. Syst.* I **50** 1125
- [13] Robert B, Feki M, Iu H H C 2006 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **16** 113
- [14] Li M, Dai D, Ma X K 2008 *Circuits Syst. Signal Processing* **27** 811
- [15] Wu J K, Zhou L W, Lu W G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210202 (in Chinese) [吴军科, 周维维, 卢伟国 2012 物理学报 **61** 210202]
- [16] Lei B, Xiao G C, Wu X L, Qi Y R 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 090501 (in Chinese) [雷博, 肖国春, 吴旋律, 齐元瑞 2011 物理学报 **60** 090501]
- [17] Wang X M, Zhang B 2009 *Transactions of China Electrotechnical Society* **24** 101 (in Chinese) [王学梅, 张波 2009 电工技术学报 **24** 101]
- [18] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2248 (in Chinese) [王学梅, 张波, 丘东元 2009 物理学报 **58** 2248]
- [19] Hu N H, Zhou Y F, Chen J N 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 130504 (in Chinese) [胡乃红, 周宇飞, 陈军宁 2012 物理学报 **61** 130504]
- [20] Zou J L, Ma X K, Tse C K, Dai D 2006 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **34** 251

Study on bifurcation and chaos in single-phase H-bridge inverter modulated by unipolar sinusoidal pulse width modulation*

Liu Hong-Chen[†] Yang Shuang

(School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(Received 27 April 2013; revised manuscript received 6 August 2013)

Abstract

The unipolar SPWM has been widely used in H-bridge inverter because of its superiority for lower switching loss and less electromagnetic interference as compared with bipolar SPWM. However, the nonlinear phenomena in it have not been reported. In this paper, the bifurcation and chaos in the H-bridge inverter modulated by unipolar SPWM is studied. The one-dimensional discrete iterated mapping model under proportional control is established. Effects of the proportional coefficient k on the system performance are analyzed by using bifurcation diagram, folded diagram, and Lyapunov index spectrum. The time-domain waveforms with different proportional coefficients are obtained by Matlab/Simulink, which verify the correctness of theoretical analysis. Finally, the nonlinear behavior in the inverter caused by the variation of other circuit parameters like input voltage E , load resistance R , and inductance L is investigated through bifurcation diagrams. This paper turns the chaotic research of single-phase H-bridge inverter from bipolar SPWM to unipolar SPWM, So that the proposed approach is more practical. The results have important guiding significance and application value for designing and debugging the single-phase H-bridge inverter correctly.

Keywords: single-phase H-bridge inverter, unipolar modulation, discrete iterated mapping, bifurcation and chaos

PACS: 05.45.—a, 05.45.Pq, 05.45.Ac

DOI: 10.7498/aps.62.210502

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51107016), the National Key Basic Research Program of China (Grant No. 2013CB035605), and the Postdoctoral Science-Research Developmental Foundation of Heilongjiang province, China (Grant No. LHB-Q12086).

[†] Corresponding author. E-mail: femiao@hit.edu.cn