

界面张力对 Rayleigh-Taylor 不稳定性的影响*

夏同军¹⁾²⁾ 董永强³⁾ 曹义刚^{1)†}

1) (郑州大学物理工程学院, 郑州 450001)

2) (甘肃民族师范学院物理与水电系, 合作 747000)

3) (许昌学院电信学院, 许昌 461000)

(2013年7月5日收到; 2013年7月27日收到修改稿)

将具有简单速度势的 Layzer 模型和 Zufiria 模型推广至非理想流体情况, 并分别利用这两种模型研究了界面张力对 Rayleigh-Taylor 不稳定性的影响. 首先得到了两种模型下气泡的渐近速度和渐近曲率的解析表达式; 其次系统研究了界面张力对气泡的渐近速度和渐近曲率的影响; 最后将两种模型进行了比较, 并将气泡的渐近速度和数值模拟进行了比较. 研究表明: 界面张力压低了气泡的速度, 但对曲率没有影响; 利用简单速度势的 Layzer 模型所得的气泡的渐近速度比复杂速度势的 Layzer 模型的值小, 但是比 Zufiria 模型的值大; 当阿特伍德数等于 1 时, 简单速度势的 Layzer 模型和复杂速度势的 Layzer 模型给出的结果一致.

关键词: Rayleigh-Taylor 不稳定性, 界面张力, Layzer 模型, Zufiria 模型

PACS: 47.20.-k, 47.20.Ma

DOI: 10.7498/aps.62.214702

1 引言

两种密度不同的流体混合, 当密度梯度和外场加速度相反时, 界面所表现出的不稳定现象被称为 Rayleigh-Taylor (RT)^[1,2] 不稳定性. RT 不稳定性是流体力学中的重要问题, 广泛存在于天体物理、等离子体、核聚变、惯性约束聚变中, 对该问题的深入研究具有重要的理论和现实意义^[3-5].

RT 不稳定性大致可以分为三个阶段: 早期线性增长阶段、非线性增长阶段和湍流混合阶段. 在早期阶段, 微扰振幅增长率呈指数增长^[6], 这一点人们已经达成共识. 当微扰振幅和波长可以比拟时, 非线性发生, 此时重流体以尖钉的形式在轻流体中演化, 而轻流体则以气泡的形式在重流体中上升. 在非线性增长的后期, 气泡和尖钉则是以恒定的速度增长^[7-14]. 为了描述这一阶段的演化, 历史上曾出现两种主要的理论模型, 一种是 Layzer 模型^[9], 另一种是 Zufiria 模型^[15]. 1955 年 Layzer 建立了适用于气泡顶端附近的势流模型, 被称之为

Layzer 模型. Zhang^[16] 后来对该模型的速度势进行了修改. Goncharov^[17], Sohn^[18] 等人分别提出了新的速度势, 将 Layzer 模型推广并应用于任意密度比情形. 1988 年 Zufiria 提出了另一种理论模型, 该模型假想在气泡的下面存在一个点源, 又称点源模型^[15]. Zufiria 模型的速度势是复数, 而 Layzer 模型的速度势是实数. Zufiria 模型的运算过程比 Layzer 模型复杂. 早期 Zufiria 模型也只适用于无限密度比情形. 后来 Sohn 将其推广并应用于任意密度比情形^[19].

Layzer 模型和 Zufiria 模型都是建立在理想流体之上. 然而对实际流体而言, 很多因素都可以影响 RT 不稳定性的演化情况, 如密度比^[20,21]、黏性^[22-24]、界面张力^[24,25]、压缩性^[26]、外场加速度^[27]、Kelvin-Helmholtz 不稳定性^[28,29]等^[30]. Young^[31] 和 Sohn^[32] 利用 Goncharov 提出的复杂速度势, 将 Layzer 模型推广并应用到非理想流体中, 研究了界面张力对 RT 不稳定性增长的影响, 发现界面张力降低了气泡的增长速率. 2011 年本文的作者之一利用 Zufiria 模型研究了黏性对 RT 不稳定

* 河南省科技厅自然科学基金 (批准号: 112300410151) 和河南省教育厅自然科学基金 (批准号: 12A140012, 13A140658) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: physyciao@zzu.edu.cn

性增长的影响^[23]. 但是, 目前没有人利用 Sohn 提出的简单速度势的 Layzer 模型^[18] 研究界面张力对 RT 不稳定性的影响, 也没有人利用 Zufiria 模型研究界面张力对 RT 不稳定性的影响.

本文分别利用 Sohn 提出的简单速度势的 Layzer 模型和 Zufiria 模型研究界面张力对 RT 不稳定性增长的影响, 并对不同模型进行比较.

2 利用 Layzer 模型研究 RT 气泡速度

假定两种流体装在一个无限长的竖直管中, 重流体在上, 轻流体在下面, 两种流体是无旋、不可压缩的非理想流体. 研究主要集中在层流、单模耦合. 两种流体的交界面用 $y = \eta(x, t)$ 描述, 并建立如图 1 所示的坐标系. 气泡的顶端类似于抛物线, 因此可将界面在气泡顶端附近将交界面处的方程进行泰勒展开, 并保留二次项

$$y = \eta = \eta_0(t) + \eta_2(t)x^2 + O(x^3). \quad (1)$$

因为流体是无旋的, 速度势满足 Laplace 方程

$$\Delta\varphi = 0, \quad (2)$$

其中 φ 是速度势.

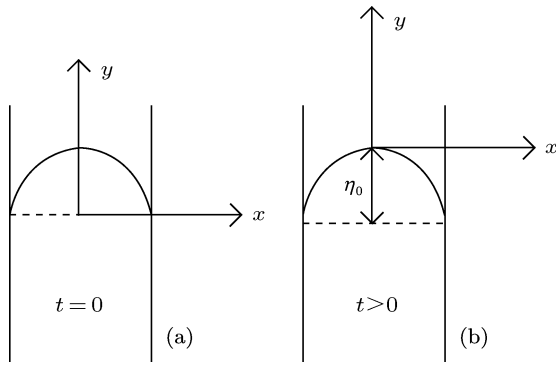


图 1 界面顶端的坐标系

流体界面的控制方程为

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + u_h \frac{\partial\eta}{\partial x} = v_h, \quad (3)$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + u_l \frac{\partial\eta}{\partial x} = v_l, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\rho_h \left(\frac{\partial\varphi_h}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_h)^2 + gy \right) + P_h \\ &= \rho_l \left(\frac{\partial\varphi_l}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_l)^2 + gy \right) + P_l, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $u_y(u_x)$ 分别是气泡顶端垂直方向和水平方向的速度, $\rho_h(\rho_l)$ 分别是轻重流体的密度, $P_h(P_l)$ 分别是轻重流体界面处的正压力, g 是重力加速度.

界面处的正压力可写为^[31,32]

$$P_h - P_l = -\sigma\gamma, \quad (6)$$

其中 σ 表示界面张力, γ 是气泡顶点附近的曲率半径. γ 可以表示为^[29,30]

$$\gamma \rightarrow \frac{-2\eta_2}{(1+4\eta_2^2x^2)^{3/2}} \rightarrow -2\eta_2 + 12\eta_2^3x^2. \quad (7)$$

我们采用 Sohn 所提出的简单速度势^[18]

$$\varphi_h(x, y, t) = a(t) \cos(kx) e^{-ky}, \quad (8)$$

$$\varphi_l(x, y, t) = -a(t) \cos(kx) e^{-ky}, \quad (9)$$

其中 k 是波数, 界面顶端附近的速度 $U(u, v)$ 定义为

$$U = \frac{1}{2}(\nabla\varphi_h - \nabla\varphi_l), \quad (10)$$

u 表示顶点附近沿水平方向的分速度, v 表示顶点附近沿垂直方向的分速度. 将方程 (1), (8), (9) 代入 (10) 中, 可得

$$u \rightarrow -ak^2 e^{-k\eta_0} x, \quad (11)$$

$$v \rightarrow -ake^{-\eta_0 k} \left[1 - \left(\frac{k^2}{2} + k\eta_2 \right) x^2 \right]. \quad (12)$$

将方程 (11) 和 (12) 代入到 (3) 和 (4) 中, 可得如下表达式:

$$\frac{d\eta_0}{dt} = -ake^{-k\eta_0}, \quad (13)$$

$$\frac{d\eta_2}{dt} = ak^2 \left(3\eta_2 + \frac{k}{2} \right) e^{-k\eta_0}. \quad (14)$$

另一方面, 将方程 (6)—(12) 代入方程 (5), 并展开到 x 的平方项, 可得

$$\begin{aligned} &k e^{-\eta_0 k} \left(\frac{1}{2}k + \eta_2 \right) \frac{da}{dt} + Aa^2 k^3 e^{-2k\eta_0} \eta_2 - Ag\eta_2 \\ &+ \frac{6(1+A)\sigma\eta_2^3}{\rho_h} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $A = (\rho_h - \rho_l)/(\rho_h + \rho_l)$ 是阿特伍德数, 方程 (13)—(15) 决定着气泡的演化.

通过方程 (13) 和 (14), 可得

$$\eta_2(t) = \left[\eta_2(0) + \frac{k}{6} \right] e^{-3k[\eta_0(t) - \eta_0(0)]} - \frac{k}{6}. \quad (16)$$

定义 $\Theta = e^{k\eta_0(t)}$, 方程 (15) 可以写为

$$\begin{aligned} &-\left(1 + \frac{k}{2\eta_2} \right) \Theta \frac{d^2\Theta}{dt^2} + A \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2 \\ &- k \left[Ag - \frac{6(1+A)\sigma\eta_2^2}{\rho_h} \right] \Theta^2 = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\eta_0 \rightarrow \infty$, 可得渐近解. 从 (16) 式可得

$$\eta_2 \rightarrow -\frac{k}{6}. \quad (18)$$

将 (18) 式代入 (17) 式, 可得

$$2\Theta \frac{d^2\Theta}{dt^2} + A \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)^2 - \left[Ag - \frac{(1+A)\sigma k^2}{6\rho_h} \right] k\Theta^2 = 0. \quad (19)$$

解 (19) 式, 得

$$\Theta = e^{t\sqrt{\frac{Agk}{2+A} - \frac{(1+A)\sigma k^2}{6(2+A)\rho_h}}}. \quad (20)$$

(20) 式和定义式 $\Theta = e^{k\eta_0(t)}$ 相比较, 可得

$$\eta_0(t) = t\sqrt{\frac{Ag}{(2+A)k} - \frac{(1+A)\sigma k}{6(2+A)\rho_h}}. \quad (21)$$

利用 $v = \frac{d\eta_0}{dt}$, 可得气泡的渐近解

$$v = \sqrt{\frac{Ag}{(2+A)k} - \frac{(1+A)\sigma k}{6(2+A)\rho_h}}. \quad (22)$$

稳衡气泡的曲率

$$R = k/3. \quad (23)$$

通过方程 (23) 可以发现气泡的曲率不受界面张力的影响. 在此, 定义弗劳德数 $Fr = v/\sqrt{gD}$, 邦德数 $Bo = \rho_h g D^2 / \sigma$, 方程 (22) 可以写成

$$Fr = \sqrt{\frac{A}{2\pi(2+A)} - \frac{(1+A)\pi}{3(2+A)Bo}}. \quad (24)$$

Young 等^[31] 利用复杂速度势单独考虑了界面张力对 RT 不稳定性的影响. 在此, 将本次结果和 Young 等^[31] 的结果进行了比较, 如图 2 所示, 实线是本次结果, 虚线是 Young 等人的结果. 可以发现, 当邦德数较小时, 界面张力很大, 两种结果所计算的弗劳德数基本一致; 而当邦德数较大时, 界面张力较小, 发现本次工作的结果小于 Young 等人的结果.

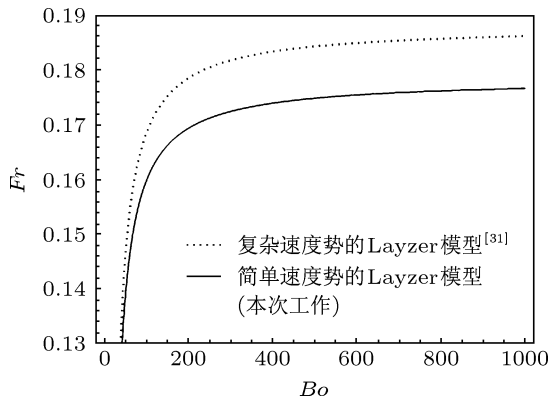


图 2 气泡的弗劳德数随邦德数数的变化曲线 ($A = 0.5$)

当取邦德数一定时, 气泡的弗劳德数随阿特伍德数的变化如图 3 所示. 在图 3 中 $Bo = 20\pi^2$. 从中可以发现, 利用 Goncharov 所提出的复杂速度势运算的结果比本次工作稍微大一些. 在阿特伍德数等于 1 时, 两种理论结果完全一致. 当阿特伍德数较小时, 两种理论结果也基本一致.

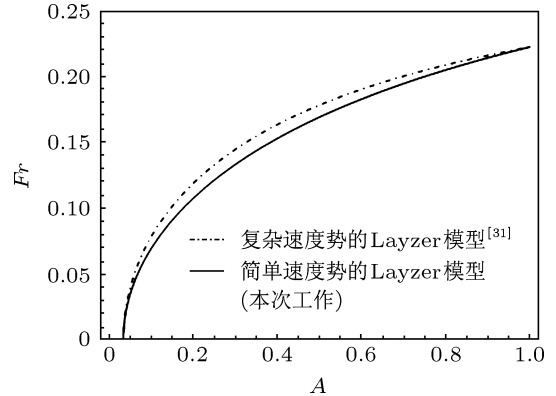


图 3 气泡的弗劳德数随阿特伍德数的变化曲线 ($Bo = 20\pi^2$)

3 利用 Zufria 模型研究 RT 气泡速度

Zufria 模型假设在气泡的顶端下面存在一个点源, 点源的强度为 Q , 在气泡的顶端建立动坐标系, 如图 4 所示. 重力加速度为 g , 气泡顶点到点源的距离为 H , 气泡的曲率半径为 R . 假定在一个无限长的竖直管内装有两种流体, 管道的宽为 D , 两种流体是无旋的. 轻重流体的复杂势分别表示为 $F_l(z) = \phi_l + i\theta_l$, $F_h(z) = \phi_h + i\theta_h$. 其中 $\phi_h(\phi_l)$ 和 $\theta_h(\theta_l)$ 分别是重(轻)流体的速度势和流函数. 在动坐标系 (\hat{x}, \hat{y}) 中, 气泡顶端界面可以表示为 $z(t = y(t) + ix(t))$, 气泡顶端的界面可以表示为

$$\delta(x, y, t) = x^2 + 2R(t)y = 0, \quad (25)$$

其中 $R(t)$ 是曲率半径. 界面演化的控制方程为

$$\frac{D\delta}{Dt} = 2xu_x + 2\frac{dR}{dt}y + 2Ru_y = 0, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_h}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi_h)^2 + \left(\frac{dU}{dt} + g \right) y + \frac{P_h}{\rho_h} \\ = \frac{\rho_l}{\rho_h} \left[\frac{\partial \phi_l}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi_l)^2 + \left(\frac{dU}{dt} + g \right) y + \frac{P_l}{\rho_l} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

同样, 正压力可以写为

$$P_l - P_h = -\sigma \frac{y_{xx}}{(1 + y_x^2)^{3/2}}, \quad (28)$$

其中 σ 表示正压力. 界面的动力学方程为

$$\frac{\partial \phi_h}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi_h)^2 + \left(\frac{dU}{dt} + g \right) y$$

$$= \frac{\rho_l}{\rho_h} \left[\frac{\partial \phi_l}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_l)^2 + \left(\frac{dU}{dt} + g \right) y \right] - \frac{1}{\rho_h} \sigma \frac{y_{xx}}{(1+y_x^2)^{3/2}}. \quad (29)$$

速度势写为

$$F_h(z) = Q_h \ln(1 - e^{-k(z+H)}) - Uz, \quad (30)$$

$$F_l(z) = Q_l \ln(1 - e^{-k(z-H)}) + (K-U)z, \quad (31)$$

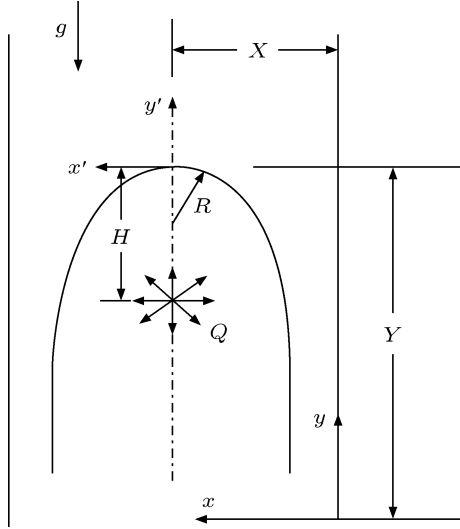


图4 Zufiria 模型示意图

其中 Q_h 和 Q_l 分别表示重流体和轻流体的点源强度, k 是波数, $U - K$ 是均匀流, K 是轻流体点源的速度. 将 (30) 和 (31) 式展开可得

$$F_h = Q_h \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{hn}}{n!} z^n - Uz, \quad (32)$$

和

$$F_l = Q_l \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{ln}}{n!} z^n + (K-U)z, \quad (33)$$

其中 C_{hn} 和 C_{ln} 分别表示重流体和轻流体的展开系数. 所以利用 $\frac{dF}{dz} = u_y - iu_x$, 可以得到重流体和轻流体竖直和水平方向的速度 u_{hy} (u_{ly}) 和 u_{hx} (u_{lx}), 将它们代到方程 (26), 并利用方程 (25), 可得下列方程:

$$C_{h1} Q_h - U = 0, \quad (34)$$

$$C_{l1} Q_l + K - U = 0, \quad (35)$$

$$\frac{dR}{dt} + 3C_{h2} R Q_h + C_{h3} R^2 Q_h = 0, \quad (36)$$

$$\frac{dR}{dt} + 3C_{l2} R Q_l + C_{l3} R^2 Q_l = 0. \quad (37)$$

将 F_h 和 F_l 展开, 可得到重 (轻) 流体的速度势 ϕ_h (ϕ_l), 将 ϕ_h (ϕ_l) 代入到方程 (5) 中, 可得

$$\begin{aligned} & (C_{h1} + C_{h2} R) \frac{dQ_h}{dt} + Q_h (C_{h2} + C_{h3} R) \frac{dH}{dt} \\ & - C_{h2}^2 Q_h^2 R - \frac{3\sigma}{\rho_h R^2} + g \\ & = \frac{\rho_l}{\rho_h} \left[(C_{l1} + C_{l2} R) \frac{dQ_l}{dt} - Q_l (C_{l2} + C_{l3} R) \frac{dH}{dt} \right. \\ & \left. + \frac{dK}{dt} - C_{l2}^2 Q_l^2 R + g \right] \end{aligned} \quad (38)$$

和

$$\begin{aligned} & \left(\frac{C_{h2}}{2} + C_{h3} R + \frac{C_{h4} R^2}{6} \right) \frac{dQ_h}{dt} \\ & + Q_h \left(\frac{C_{h3}}{2} + C_{h4} R + \frac{C_{h5} R^2}{6} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} P_1 \\ & = \frac{\rho_l}{\rho_h} \left[\left(\frac{C_{l2}}{2} + C_{l3} R + \frac{C_{l4} R^2}{6} \right) \frac{dQ_l}{dt} \right. \\ & \left. - Q_l \left(\frac{C_{l3}}{2} + C_{l4} R + \frac{C_{l5} R^2}{6} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{1}{2} P_2 \right], \end{aligned} \quad (39)$$

其中

$$P_1 = Q_h^2 \left(C_{h2}^2 + C_{h3}^2 R^2 - 2C_{h2} C_{h3} R - \frac{4}{3} C_{h2} C_{h4} R^2 \right), \quad (40)$$

$$P_2 = Q_l^2 \left(C_{l2}^2 + C_{l3}^2 R^2 - 2C_{l2} C_{l3} R - \frac{4}{3} C_{l2} C_{l4} R^2 \right). \quad (41)$$

系数 C_n 如下:

$$C_{h1} = \frac{k}{e^{kH} - 1},$$

$$C_{h2} = \frac{-k^2 e^{kH}}{(e^{kH} - 1)^2},$$

$$C_{h3} = \frac{k^3 e^{kH} (e^{kH} + 1)}{(e^{kH} - 1)^3},$$

$$C_{h4} = \frac{-k^4 e^{kH} (e^{2kH} + 4e^{kH} + 1)}{(e^{kH} - 1)^4},$$

$$C_{h5} = \frac{k^5 e^{kH} (e^{3kH} + 11e^{2kH} + 11e^{kH} + 1)}{(e^{kH} - 1)^5},$$

$$C_{l1} = -C_{h1} e^{kH}, \quad C_{l2} = -C_{h2}, \quad C_{l3} = C_{h3},$$

$$C_{l4} = -C_{h4}, \quad C_{l5} = C_{h5}.$$

在非线性演化的后期阶段, 气泡的增长趋于一个稳定的状态, (34)—(37) 式中的变量对时间求导为零.

于是可得

$$3C_{h2} + C_{h3}R = 0, \quad (42)$$

$$Q_1 = 0. \quad (43)$$

将 (43) 式代入到 (38) 和 (39) 式中, 利用 $\frac{dQ_h}{dt} = \frac{dQ_1}{dt} = 0, \frac{dH}{dt} = 0, \frac{dK}{dt} = 0$, 可得

$$C_{h2}^2 Q_h^2 R = \frac{2A}{1+A} g - \frac{\sigma}{\rho_h R^2} \cdot 3, \quad (44)$$

$$C_{h2}^2 + C_{h3}^2 R^2 - 2C_{h2}C_{h3}R - \frac{4}{3}C_{h2}C_{h4}R^2 = 0, \quad (45)$$

其中 $A = (\rho_h - \rho_l)/(\rho_h + \rho_l)$ 是阿特伍德数. 由 (42) 和 (45) 式, 并利用 C_{h2}, C_{h3}, C_{h4} 可得

$$e^{kH} = 2 + \sqrt{3}. \quad (46)$$

将 (46) 式代入系数 C_n 中, 可以得到 C_{h2}, C_{h3}, C_{h4} 的表达式. 将 C_{h2}, C_{h3}, C_{h4} 代入 (42) 和 (44) 式中, 并利用 (34) 式可得气泡的渐近速度

$$U = \sqrt{\frac{6+4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} \left(\frac{2A}{3k(1+A)} g - \frac{\sigma k}{\rho_h 3} \right)}. \quad (47)$$

气泡的曲率可以写为

$$\frac{1}{R} = \frac{k}{\sqrt{3}}. \quad (48)$$

速度用弗劳德数表示为

$$Fr = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6+4\sqrt{3}}}{2+\sqrt{3}} \right)^2 \left(\frac{A}{3\pi(1+A)} - \frac{2\pi}{3Bo} \right)}. \quad (49)$$

将 Zufiria 模型和 Layzer 模型进行对比, 结果如图 5 所示. 从图 5 明显看出: 界面张力都降低了气泡的渐近速度; 在考虑界面张力的情况下, Zufiria 模型所计算的渐近速度比 Layzer 小. 从图中还可以发现, 当邦德数小于 200 时, 气泡的渐近速度受界面张力的影响较大. 当邦德数趋于无穷大 (即理想流体) 时, 两种模型的差别依旧很明显.

图 6 将 Layzer 模型和 Zufiria 模型进行了比较. 可以看出, 在理想流体情况下, Zufiria 模型所计算的气泡的渐近速度小于 Layzer 模型; 在考虑界面张力的情况下, Zufiria 模型的结果仍然小于 Layzer 模型的结果. 这一结论和 Sohn 所得结果一致.

最后, 我们将两种理论模型的结果与数值模拟 [32] 进行了比较, 如图 7 所示. 在误差允许的范围内, Zufiria 模型和 Layzer 模型与数值模拟符合的都很好. 由简单速度势的 Layzer 模型得出的结果更接近于数值模拟. 另外, 从图 7 中还可以看出, 简单

速度势的 Layzer 模型计算值比数值模拟结果高, 而 Zufiria 模型比数值模拟低. 这可能由于 Zufiria 模型假设速度势是复数势, 会人为引进速度的耗散, 导致结果比数值模拟低, 而 Layzer 模型的计算值略高于数值模拟的原因可能由于数值模拟没有达到渐近速度.

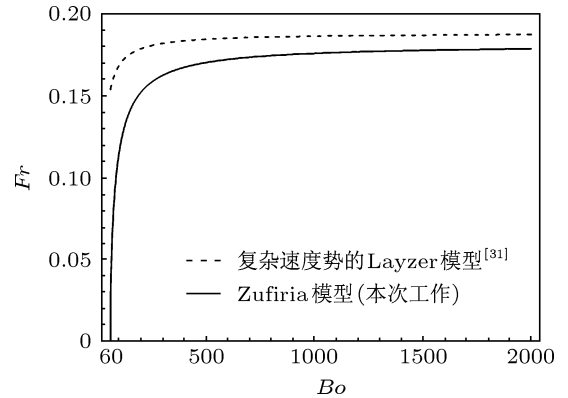


图 5 气泡的弗劳德数随邦德数的变化曲线 ($A = 0.5$)

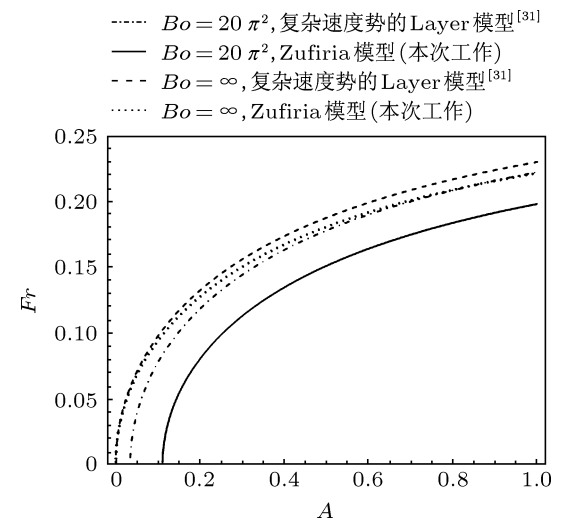


图 6 气泡的弗劳德数随阿特伍德数的变化曲线

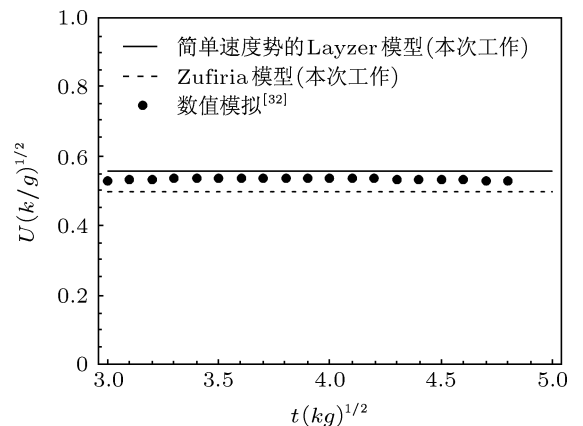


图 7 两种理论模型和数值模拟的结果比较

4 结 论

本文将简单速度势的 Layzer 模型和 Zufiria 模型推广至非理想流体, 并利用两种模型考虑了界面张力的影响. 分别得出了利用简单速度势的 Layzer 模型和 Zufiria 模型在考虑界面张力情况下 Rayleigh-Taylor 不稳定性非线性演化后期气泡的渐

近解和曲率半径的解析表达式. 定量分析了模型之间的差别. 结果表明: 界面张力压低了气泡的渐近速度, 但却对气泡的曲率没有影响. 在考虑界面张力的情况下, 简单速度势的 Layzer 模型比复杂速度势的 Layzer 模型给出的渐近速度小, 但在阿特伍德数趋于 1 时, 两种模型的结果一致; Zufiria 模型的结果始终小于 Layzer 模型.

- [1] Rayleigh L 1883 *Proc. London Math. Soc.* **14** 170
- [2] Taylor G I 1950 *Proc. R. Soc. London Ser. A* **201** 192
- [3] Buchler J R, Livio M, Colgate S A 1980 *Space Science Rev.* **27** 571
- [4] Keskinen M J, Ossakow S L, Szuszczewicz E P, Holmes J C 1981 *J. Geophys. Res.* **86** 5785
- [5] Jia G, Xiong J, Dong J Q, Xie Z Y, Wu J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 095202
- [6] Rayleigh L 1900 *Scientific Papers II* (Cambridge: Cambridge University Press) p200
- [7] Inogamov N A, Abarzhi S I 1995 *Physica D* **87** 339
- [8] Abarzhi S I 1999 *Phys. Rev. E* **59** 1729
- [9] Layzer D 1955 *Astrophys. J.* **122** 1
- [10] Oron D, Arazi L, Kartoon D, Rikanati A, Alon U, Shvarts D 2001 *Phys. Plasmas* **8** 2883
- [11] Alon U 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 534
- [12] Dimonte G 2000 *Phys. Plasmas* **7** 2255
- [13] Dimonte G, Schneider M 2000 *Phys. Fluids* **12** 304
- [14] Mikaelian K O 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 508
- [15] Zufiria J A 1988 *Phys. Fluids* **31** 440
- [16] Zhang Q 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3391
- [17] Goncharov V N 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 134502
- [18] Sohn S I 2003 *Phys. Rev. E* **67** 026301
- [19] Sohn S I 2004 *Phys. Rev. E* **70** 045301(R)
- [20] LeVievr R, Lasher G J, Bjorklund F 1955 *Effect of a density gradient on Taylor instability* (Lawrence Livermore Laboratory report UCRL-4459)
- [21] Tao Y S, Wang L F, Ye W H, Zhang G C, Zhang J C, Li Y J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 075207 (in Chinese) [陶烨晟, 王立峰, 叶文华, 张广财, 张建成, 李英骏 2012 物理学报 **61** 075207]
- [22] Zhang Y, Ding N 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2994
- [23] Cao Y G, Guo H Z, Zhang Z F, Sun Z H, Chow W K 2011 *J. Phys. A: Math. Theor.* **44** 275501
- [24] Huo X H, Wang L F, Tao Y S, Li Y J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144705 (in Chinese) [霍新贺, 王立峰, 陶烨晟, 李英骏 2013 物理学报 **62** 144705]
- [25] Chen X M, Fried E 2006 *J. Fluid Mech.* **560** 395
- [26] Mitcher M, Landshoff R K M 1964 *Phys. Fluids* **7** 862
- [27] Wolf G H 1969 *Z. Physik* **227** 291
- [28] Sun L 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 1343
- [29] Wang L F, Ye W H, Fan Z F, Li Y J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4787 (in Chinese) [王立峰, 叶文华, 范征锋, 李英骏 2009 物理学报 **58** 4787]
- [30] Liu Y L, Zhang A M, Wang S P, Tian Z L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 224702 (in Chinese) [刘云龙, 张阿曼, 王诗平, 田昭丽 2012 物理学报 **61** 224702]
- [31] Young Y N, Ham F E 2006 *J. Turbul.* **7** 1
- [32] Sohn S I 2009 *Phys. Rev. E* **80** 055302(R)

Effects of surface tension on Rayleigh-Taylor instability*

Xia Tong-Jun¹⁾²⁾ Dong Yong-Qiang³⁾ Cao Yi-Gang^{1)†}

1) (School of Physics and Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

2) (Department of Physics and Hydroelectricity, Gansu National Normal University, Hezuo 747000, China)

3) (Information College of Electronic-Engineering, Xuchang University, Xuchang 461000, China)

(Received 5 July 2013; revised manuscript received 27 July 2013)

Abstract

In this paper, Layzer's model which has a simple velocity potential, and Zufiria's model are extended to the case of non-ideal fluids, and the effects of surface tension on Rayleigh-Taylor instability are investigated. Firstly, the analytical expressions for the asymptotic bubble velocity and curvature are obtained in the two models. Secondly, the effects of surface tension on Rayleigh-Taylor instability are studied systematically. Finally, the two models are compared with each other and the comparisons with numerical simulation are made as well. The results indicate that the surface tension depresses the bubble velocity, but does not affect the bubble curvature. The Layzer's model with the simple velocity potential gives a smaller bubble velocity than that predicted by the Layzer's model with a complex velocity potential. But the bubble velocity predicted by the Layzer's model with the simple velocity potential is larger than that obtained by Zufiria's model. Both Layzer's models lead to the same bubble velocity when the Atwood number is $A = 1$.

Keywords: Rayleigh-Taylor instability, surface tension, Layzer's model, Zufiria's model

PACS: 47.20.-k, 47.20.Ma

DOI: 10.7498/aps.62.214702

* Project supported by the Foundation of Henan Provincial Department of Science and Technology, China (Grant No. 112300410151), and the Foundation of Henan Educational Committee, China (Grant Nos. 12A140012, 13A140658).

† Corresponding author. E-mail: physycao@zzu.edu.cn