

倾斜粗糙壁面上含不溶性活性剂溶液的动力学特性*

李春曦 裴建军 叶学民†

(华北电力大学电站设备状态监测与控制教育部重点实验室, 保定 071003)

(2013年6月17日收到; 2013年7月3日收到修改稿)

针对倾斜随机粗糙壁面上含不溶性活性剂溶液的流动过程, 采用润滑理论建立了液膜厚度和浓度的时空演化模型, 通过 PDECOL 程序数值求解得到了液膜流/液滴铺展的动力学特性及壁面结构参数的影响. 研究表明: 在重力分量和 Marangoni 效应共同作用下, 液膜流/液滴铺展速度加快, 液膜边缘和液滴中心出现毛细隆起, 液膜/液滴底部出现凹陷, 同时受粗糙壁面影响, 液膜表面变形更显著. 增加壁面倾角 θ 具有使重力分量和 Marangoni 效应增强, 导致隆起和凹陷程度均有所增加的作用. 增大壁面高度 D 可使液膜流/液滴铺展速度加快, 表面变形放大. 而壁面波数 k_0 则使液膜流/液滴铺展过程减缓, 抑制隆起和凹陷产生. 与液膜流相比, D 和 k_0 对液滴铺展速度的影响相对较小.

关键词: 随机粗糙壁面, 液膜, Marangoni 效应, 倾斜流动

PACS: 47.61.-k, 47.85.mf, 47.61.fg, 47.55.dk

DOI: 10.7498/aps.62.214704

1 引言

随着微机电系统 (MEMS) 技术的发展, 微纳尺度下的液体流动成为当前微型化电子器械及磁盘保护系统等领域研究的热点^[1,2]. 但对于微观尺度的液体流动, 表面力相对体积力而言所占比重逐渐突显, 液体黏性将对流动产生重要影响^[3].

目前, 关于液体微流动的研究主要集中于两个方面. 首先是基底表面性质对液体流动的影响, 如基底表面粗糙度, 基底的微结构等. 其中, 最典型的是 Kalliadasis 等^[4] 模拟液膜流经台阶及矩形凹槽或突起时的情形, 表明液膜在进入凹槽或离开突起前出现隆起, 且隆起随凹槽或突起的边缘尖锐度增大愈加显著, 并且液膜凹陷发生在壁面内凹处. Savva 等^[5], Nonomura 等^[6] 和 Chandra 等^[7] 分析了粗糙表面的液滴动力学特性, 认为固体表面亲、疏水特性和粗糙度对液滴铺展及接触角有显著的影响. Argyriadi 等^[8] 对倾斜波纹板表面的液膜流动进行了实验研究, 发现液膜变形程度与波纹板的振幅和周期有关. Lee 等^[9] 研究了矩形挡板对倾斜面上液膜/液滴流动特性的影响, 表明挡板附近的液

体会出现流动分离现象. 廖强等^[10] 通过实验证实了水平梯度能表面材料可驱使液滴从憎水侧向亲水侧迁移. 张明焜等^[11] 利用耗散粒子动力学模拟了带凹槽的微通道中液滴运动, 得出壁面润湿性和外场力对液滴运动特性的影响较大. 毕菲菲等^[12] 对液滴撞击固体表面的铺展特性进行了实验研究, 结果表明液滴黏性和表面张力对液滴铺展过程起重要作用, 撞击速度则会增大液滴的最大铺展因子.

其次, 当液体表面或内部含有表面活性剂时, 将导致表面张力发生改变, 产生 Marangoni 效应, 使液体流动呈现新特点. 如表面活性剂的加入可有效改善液膜的流动, 该特性已应用于生物医学领域^[13]. Edmonstone 等^[14] 采用润滑理论研究了倾斜面上含不溶性活性剂液膜流/液滴铺展的动力学特性, 基于模态化理论^[15] 和非模态化理论^[16] 研究了流动过程的稳定性. Blanchette 等^[17] 分析了不溶液滴在各种活性剂溶液中的运动特性, 并考虑了 Marangoni 效应的影响. 王松岭等^[18,19] 模拟了含活性剂液滴的受热铺展特性及多种参数的影响. 刘沛妍等^[20] 利用单滴法对三种表面活性剂的液膜体系的稳定性进行了研究. 张晓光等^[21] 从粒径、表面张力和 zeta 电势等方面考察三元表面活性剂复配

* 国家自然科学基金 (批准号: 10972077, 11202079) 和中央高校基本科研业务费 (批准号: 13MS97) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yexuemin@163.com

对乳液稳定性的影响.

但以上研究大多围绕其中一个方面展开,而实际中液体的流动特性往往同时受基底表面性质和表面活性剂的耦合影响,且基底表面一般并不是台阶、凹槽和波纹等规则几何形状,而是随机不规则的.为此,本文根据润滑理论,建立倾斜随机粗糙壁面上含不溶性活性剂液膜/液滴的流动物理模型和演化方程组,通过构建随机粗糙壁面函数,并利用 PDECOL 程序对方程组进行数值模拟,进而分析重力、粗糙壁面特征和表面活性剂协同作用对液膜/液滴铺展的独特影响.

2 物理模型及演化方程组

2.1 物理模型建立

图 1(a) 为恒流量情形下活性剂液膜在倾角为 θ 的随机粗糙壁面上的流动示意图. 随机粗糙壁面函数为 $s^*(x^*)$, 初始时刻在壁面上预置一层厚度为 $H_b^*-s^*(x^*)$ 的液膜(即固体表面完全润湿), 此时活性剂液膜受重力驱动在同一溶液的预置液膜表面进行流动. 图 1(b) 则为恒体积情形下活性剂液滴的铺展示意图. 为简化分析, 采用润滑理论(又称润滑近似)^[22] 进行研究, 假设: 1) 活性剂溶液为黏性不可压缩牛顿等温流体, 动力黏度 μ^* 和密度 ρ^* 为常数; 2) 流体流动处于层流状态; 3) 壁面为无滑移无渗透界面, 液膜自由表面外为无黏性气体; 4) 在所述几何条件下可忽略表面法线方向上的任何运动; 5) 活性剂溶液初始最大厚度 H^* 与流动方向尺度 L^* 相比非常小, 即 $\epsilon = H^*/L^* \ll 1$; 6) 惯性力和法向方向重力均忽略不计.

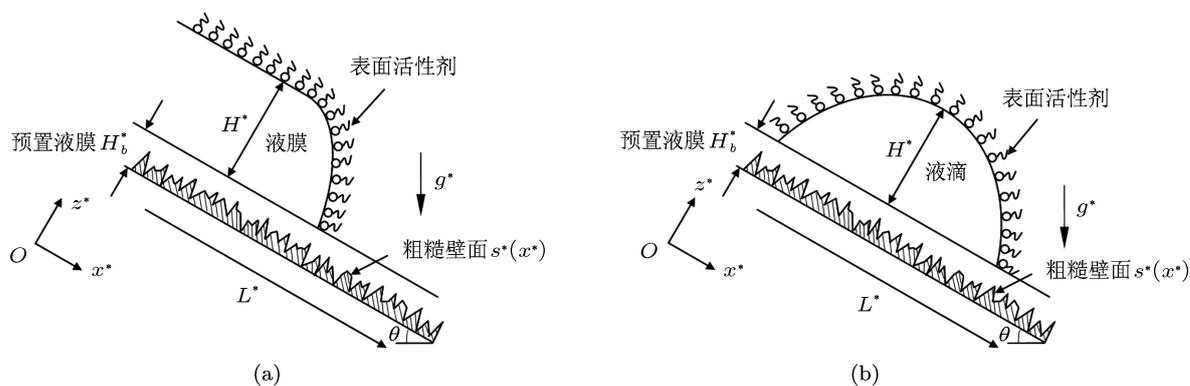


图 1 倾斜随机粗糙壁面上含活性剂溶液的铺展示意图 (a) 活性剂液膜; (b) 活性剂液滴

2.2 演化方程组推导

不可压缩牛顿流体运动的控制方程为

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0, \quad (1)$$

$$\rho^* [\mathbf{u}_t^* + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla^*) \mathbf{u}^*] = -\nabla^* p^* + \mu^* \nabla^{*2} \mathbf{u}^* + \rho^* \mathbf{g}^*, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{u}^* = (u^*, w^*)$ 为速度矢量, 下标 t^* 为对时间的偏导数, p^* 为压强, $\mathbf{g}^* = (g^* \sin \theta, -g^* \cos \theta)$ 为重力加速度矢量.

低浓度时的表面张力关系式为

$$\sigma^* = \sigma_0^* - \alpha_\Gamma \Gamma^*, \quad (3)$$

式中, σ^* 为表面张力, σ_0^* 为预置液膜表面张力, α_Γ 为由浓度引起的表面张力梯度, Γ^* 为活性剂浓度.

在固体壁面处, 满足无滑移、无渗透条件

$$z^* = s^*, \quad u^* = w^* = 0. \quad (4)$$

气液界面上, 满足切向和法向应力平衡方程

$$z^* = h^* + s^*, \quad \mathbf{n}^* \cdot \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{t}^* = \nabla^* \sigma^* \cdot \mathbf{t}^*, \quad (5)$$

$$z^* = h^* + s^*, \quad \mathbf{n}^* \cdot \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n}^* = k^* \sigma^*, \quad (6)$$

式中, h^* 为液膜厚度, \mathbf{n}^* 和 \mathbf{t}^* 分别为界面处单位法向和切向矢量, \mathbf{T}^* 为液体的应力张量; k^* 为界面平均曲率.

气液界面上的运动学边界条件为

$$z^* = h^* + s^*, \quad h_t^* + u_s^* (h_x^* + s_x^*) = w_s^*, \quad (7)$$

式中, 下标 s 表示气液界面.

表面活性剂浓度的对流 - 扩散方程为

$$\Gamma_t^* + \nabla_s^* \cdot (u_s^* \Gamma^*) + \Gamma^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n}^*) k^* = D_s^* \nabla^{*2} \Gamma^*, \quad (8)$$

式中, Γ^* 和 D_s^* 分别为液膜/液滴表面活性剂浓度和扩散系数.

定义下列无量纲表达式对上述方程及边界条件进行无量纲化

$$\begin{aligned} (x^*, z^*, h^*, s^*) &= L^*(x, z, h, s), \\ (u^*, w^*) &= U^*(u, w), \quad t^* = \frac{L^*}{U^*}t, \quad p^* = \frac{S^*}{H^*}p, \\ \Gamma^* &= \Gamma_m^* \Gamma, \quad \sigma^* = S^* \sigma + \sigma_m^*. \end{aligned}$$

对于无量纲化后的方程组, 依据润滑理论保留数量级为 $\geq O(\epsilon)$ 的项, 可得

$$u_x + w_z = 0, \quad (9)$$

$$u_{zz} = p_x - G \sin \theta, \quad (10)$$

$$p_z = 0, \quad (11)$$

$$\Gamma_t + (u_s \Gamma)_x = \frac{\Gamma_{xx}}{Pe}, \quad (12)$$

式中, 气液界面处的 Peclet 数 Pe 表示活性剂分子的对流输运与扩散输运的相对比例, 即 $Pe = U^* L^* / D_s^*$, Bond 数 $G = \rho^* g^* H^* L^* / S^*$ 表示液体重力与铺展系数 (即最大表面张力与最小表面张力之差) 的比值.

表面张力关系式为

$$\sigma = 1 - M \Gamma, \quad (13)$$

式中, Marangoni 数 M 表示由活性剂浓度梯度驱动的 Marangoni 效应的强弱程度, 即 $M = \alpha_\Gamma \Gamma_m^* / S^*$.

无量纲形式的边界条件为

$$z = s, \quad u = w = 0, \quad (14)$$

$$z = h + s, \quad u_z = \sigma_x, \quad (15)$$

$$z = h + s, \quad p = -C(h_{xx} + s_{xx}), \quad (16)$$

$$z = h + s, \quad h_t + u_s(h_x + s_x) = w_s, \quad (17)$$

式中, 毛细数 C 表示活性剂浓度对表面张力的影响, 从而反映了对液体流动的影响, 即 $C = \epsilon^2 \sigma_m^* / S^*$.

结合 (9) 式—(17) 式, 通过积分运算可得液膜厚度和表面活性剂浓度的演化方程组为

$$\begin{aligned} h_t &= \left[-\frac{C}{3} h^3 (h_{xxx} + s_{xxx}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{h^3}{3} G \sin \theta + \frac{M}{2} h^2 \Gamma_x \right]_x, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_t &= \frac{\Gamma_{xx}}{Pe} + \left[-\frac{C}{2} h^2 \Gamma (h_{xxx} + s_{xxx}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{h^2}{2} \Gamma G \sin \theta + M h \Gamma \Gamma_x \right]_x. \quad (19) \end{aligned}$$

3 数值模拟

采用 PDECOL 程序求解演化方程 (18) 式和

(19) 式. 对液膜和液滴分别选取 $0 < x < 40$ 和 $-20 < x < 20$ 的一维区域进行计算, 模拟中对网格数为 1000, 2000 和 3000 等进行无关性验证, 其中网格数为 1000 的偏差略大, 网格数为 2000 的偏差仅为 0.06%, 当网格数提高到 3000 时偏差几乎不变, 而此时计算时长增加较多. 因此, 在满足精度和减少计算时间的条件下, 将计算区域划分成 2000 的均匀网格. 下文计算中所用无量纲参数, 如无特殊说明取值如下: $C = 0.1, M = 1, Pe = 100, G = 1, \theta = 30^\circ$.

随机粗糙壁面函数为

$$\begin{aligned} s(x) &= \frac{D}{23} \left\{ \sum_{m=1}^N \left[\alpha_m \cos \left(\frac{k_0 m}{N} x \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \beta_m \sin \left(\frac{k_0 m}{N} x \right) \right] + 12.6 \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

式中, $\alpha_m^2 = \beta_m^2 = 1, N = 20$, 壁面高度 $D = 0.1$, 壁面波数 $k_0 = 8$.

初始液膜厚度和活性剂浓度分布为

$$h(x, 0) = (1 - H_b + D)F(1 - x) + H_b - s(x), \quad (21)$$

$$\Gamma(x, 0) = F(1 - x), \quad (22)$$

式中, $F(x) = 0.5[1 + \tanh(100x)]$ 为 Heaviside 阶跃函数, 最大无量纲预置液膜厚度 $H_b = 0.2$.

初始液滴厚度和活性剂浓度分布为

$$\begin{aligned} h(x, 0) &= (1 + H_b - D - x^2)[F(1 - x) - F(-1 - x)] \\ &\quad + (H_b - D)[F(x - 1) + F(-1 - x)] \\ &\quad + D - s(x), \\ \Gamma(x, 0) &= F(1 - x) - F(-1 - x). \quad (23) \end{aligned}$$

程序中的边界条件为

$$h_x(\infty, t) = h_{xxx}(\infty, t) = 0, \quad (24)$$

$$\Gamma_x(\infty, t) = 0. \quad (25)$$

液滴铺展过程中保证活性剂总摩尔质量守恒, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma dx = 2. \quad (26)$$

4 液膜流动特性

4.1 不考虑重力时的液膜流动过程

将与重力作用下的液膜演化历程进行比较, 首先对不考虑重力的情形进行模拟, 此时液膜演化的驱动力只有表面张力梯度, 即 Marangoni 效应. 图

2(a) 和 (b) 为 $t = 10\text{--}100$ 阶段粗糙壁上液膜厚度和活性剂浓度的演化过程, 图中箭头所指为随 t 增加的演化方向. 由图 2(a) 可知, 随 t 增加, 活性剂液膜不断向前延伸, 铺展前沿持续扩大, 但受粗糙壁面影响, 铺展前沿出现明显变形, 且变形程度和范围随 t 不断增大. 图 2(b) 表明活性剂浓度的扩散范围随 t 一直在扩大, 但浓度梯度却持续减小, 即 Marangoni 效应减弱, 由此液膜流动速度变慢. 同时根据文献 [23] 给出了液膜铺展长度 R_f 随 t 的标度关系, 如图 2(c) 所示可知铺展长度近似满足 $R_f \sim t^{1/2}$.

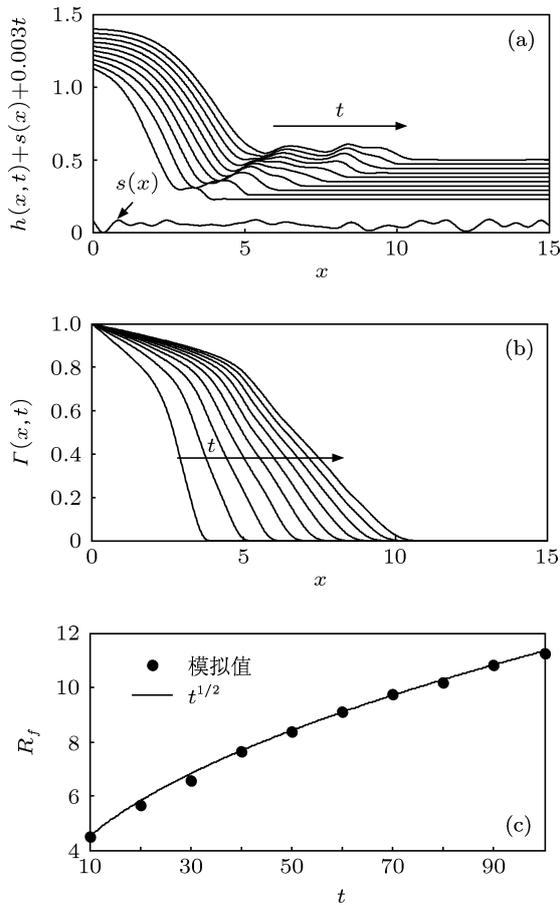


图 2 $\theta = 0^\circ$ 时活性剂液膜的流动过程 ($t = 10\text{--}100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液膜铺展长度 R_f 随 t 的标度关系

4.2 θ 对液膜流动的影响

图 3(a) 和 (b) 为 θ 取不同值时液膜厚度和活性剂浓度的演化历程. 由图 3(a) 可知, 当 $\theta = 30^\circ$ 时, 在重力和 Marangoni 效应共同作用下, 液膜前端出现毛细隆起且隆起高度 $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 随 t 不断增大 (图 4(a)), 而液膜底部发生凹陷, 液膜铺展前沿略微变长. 同时受粗糙壁面影响, 液膜表面及铺展前沿均有不同程度的变形. 图 3(b) 表明, 当

$\theta = 30^\circ$ 时, 活性剂浓度在液膜凹陷处达到最大值 $\Gamma(x,t)_{\max}$, 且随 t 持续, $\Gamma(x,t)_{\max}$ 继续提高 (图 4(b)), 此时 Marangoni 效应不断增强. 其中, 毛细隆起是由于重力和表面张力梯度作用方向相反, 导致流体聚集所造成; 而凹陷则是重力和表面张力梯度作用方向一致促进流体流动引起的, 同时导致铺展前沿明显变厚.

当 θ 由 30° 增至 60° 时, 驱动液膜流动的重力分量 $G \sin \theta$ 增加, 液膜铺展长度 R_f 由近似标度 $t^{0.7}$ 增至 $t^{0.8}$, 如图 3(c) 所示, 因此液膜流动速度加快. 同时相同 t 下的毛细隆起高度增大 (图 4(a)) 且隆起边缘变得更尖锐, 液膜底部凹陷有所加深, 特别是液膜表面及铺展前沿的变形愈加显著. 另外, $\Gamma(x,t)_{\max}$ 也在不断增加 (图 4(b)). Edmonstone 等 [14] 在研究倾斜光滑壁上活性剂液膜的流动特性时, 也发现重力和 Marangoni 效应会促使液膜表面形成隆起, 底部产生凹陷, 并随 θ 和 t 增大, 隆起和凹陷增加, 这与本文的结论相符合.

由此可知, 随 θ 增加, 重力作用和 Marangoni 效应共同增强, 致使液膜前端出现更加明显的隆起和凹陷特征, 但液膜流动仍主要由重力驱动. 同时, 随液膜流动范围不断扩大, 粗糙壁面对液膜流动的影响更加显著. 由图 4(a) 所示, 当 θ 增大时, $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 随 t 增加的曲线趋于小幅波动, 而 $\Gamma(x,t)_{\max}$ 随 t 在稳定增长, 表明粗糙壁面的不平整度还会使液膜隆起发生改变; 如当 $\theta = 60^\circ, t = 80$ 时, $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 有所下降, 甚至低于 $\theta = 45^\circ$ 的情形, 又结合图 3(a) 可知, $\theta = 60^\circ, t = 80$ 时的隆起刚好对应壁面凹陷部分, 导致隆起高度降低.

4.3 壁面高度 D 和波数 k_0 对液膜流动的影响

由 (18) 式, (19) 式和 (20) 式可知, 粗糙壁面特征对液膜厚度和活性剂浓度的分布具有重要影响, 而壁面高度 D 和波数 k_0 是衡量粗糙壁面结构的两个重要参数. 因此, 可通过分析 D 和 k_0 的影响从而研究壁面粗糙度对液膜流动的作用机理.

图 5(a) 和 (b) 为 $t = 10\text{--}100$, 不同 D 值时液膜厚度和活性剂浓度的变化. 随 D 增大, 壁面粗糙尺度不断增加, 液膜表面及铺展前沿变形越严重, 隆起高度也有所增大 (图 6(a)), 但图 5(c) 所示液膜铺展长度 R_f 由近似标度 $t^{0.68}$ 增至 $t^{0.73}$ 可表明液膜流动速度加快. 尤其当 $D = 0.2$ 时, 液膜

表面波动更显著, 铺展前沿增厚变形更明显, 而且 $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 随 t 变化的曲线出现小幅波动 (图 6(a)). 由图 6(b) 可知, D 对活性剂浓度分布

及最大值并无太大影响. 因此, 增大 D 可促进液膜的流动过程, 但会加剧液膜表面及铺展前沿的变形.

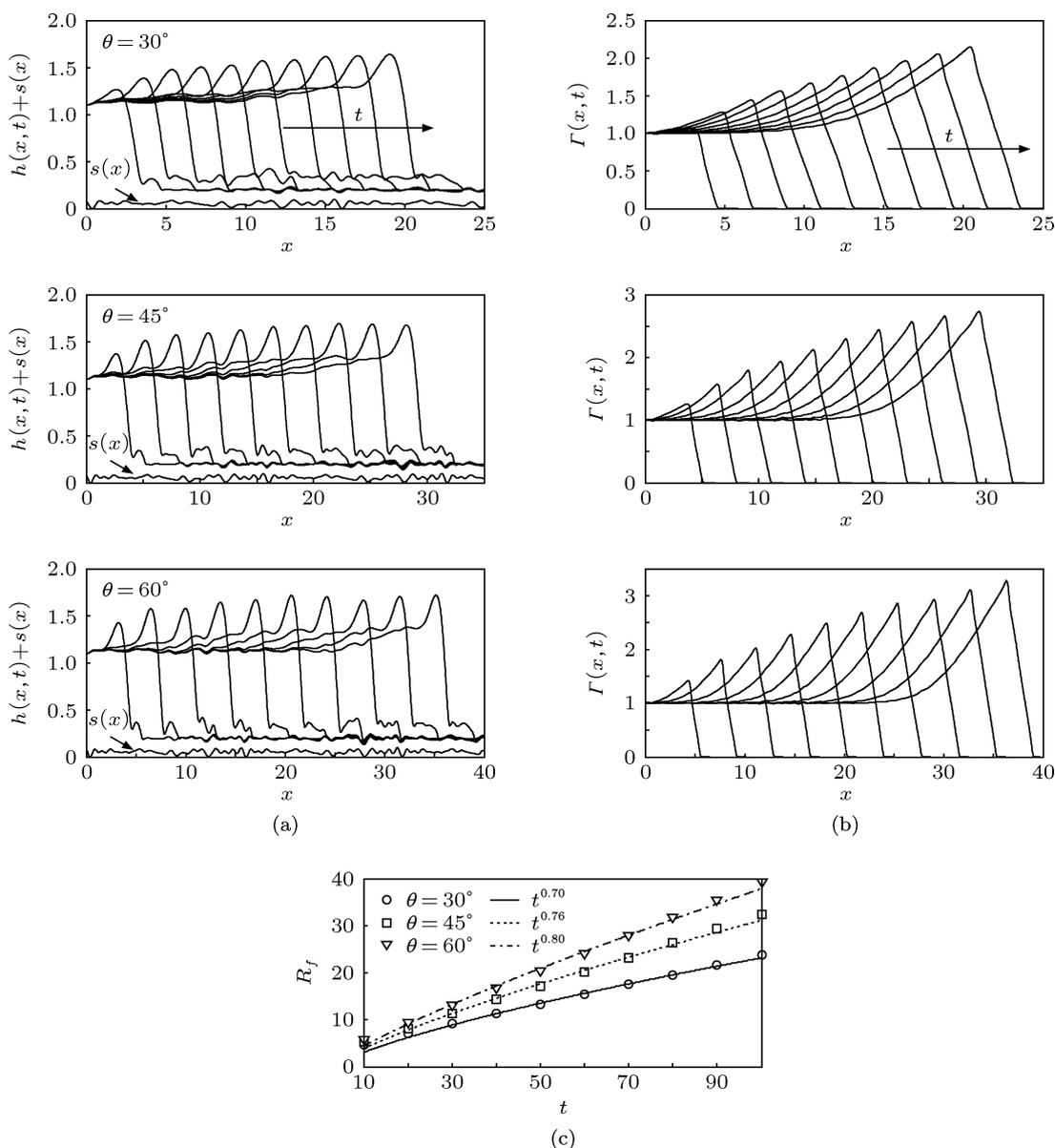


图3 倾角 θ 对活性剂液膜流动过程的影响 ($t = 10-100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液膜铺展长度 R_f 随 t 的标度关系

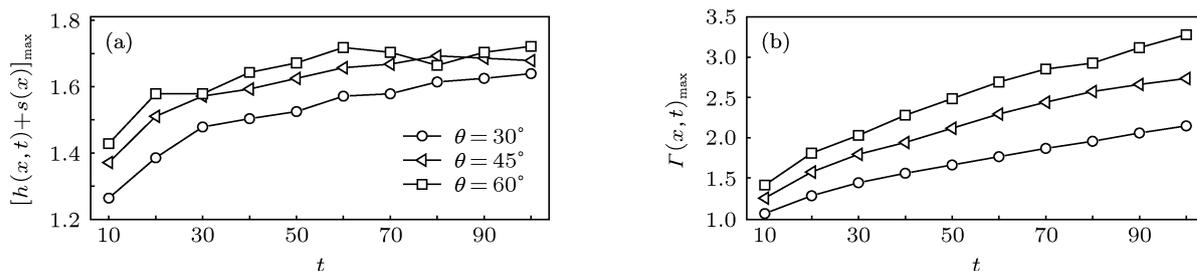


图4 不同 θ 下降起高度和最大活性剂浓度随 t 的变化 (a) 隆起高度分布; (b) 最大活性剂浓度分布

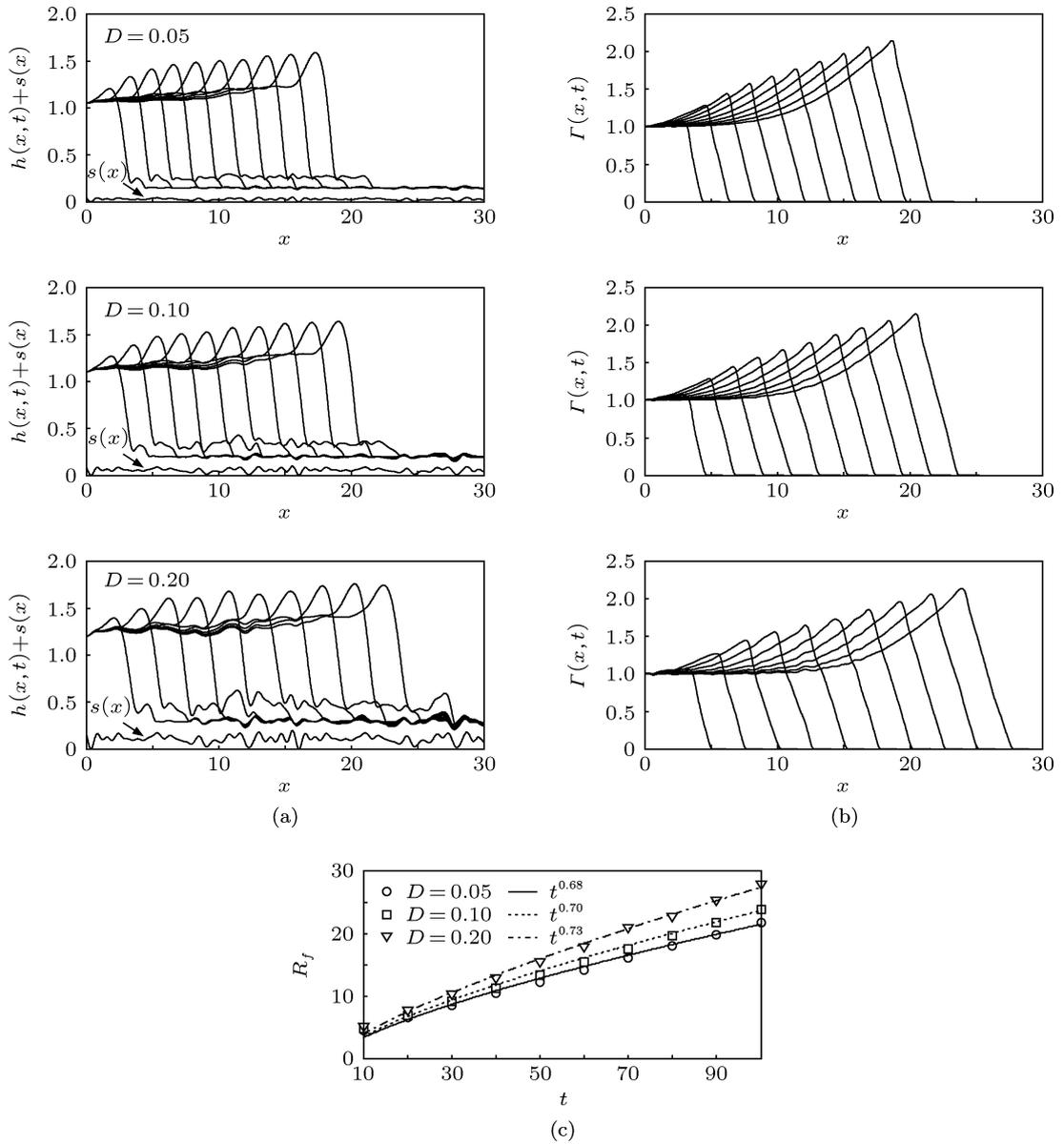


图5 壁面高度 D 对活性剂液膜流动过程的影响 ($t = 10-100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液膜铺展长度 R_f 随 t 的标度关系

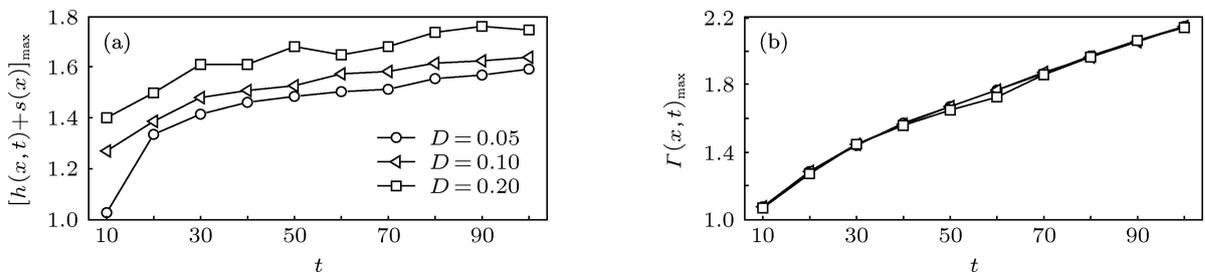


图6 不同 D 下降起高度和最大活性剂浓度随 t 的变化 (a) 隆起高度分布; (b) 最大活性剂浓度分布

图 7(a) 和 (b) 为 k_0 对液膜厚度和活性剂浓度的影响. 随 k_0 增大, 壁面粗糙密集度持续增加, 液膜底部凹陷和铺展前沿变形有所减弱, 活性剂浓度

分布范围明显缩小, 且图 7(c) 所示液膜铺展长度 R_f 由近似标度 $t^{0.7}$ 降至 $t^{0.66}$ 均可表明液膜流动速度降低. 所以, 增大 k_0 可以抑制液膜流动. 图 8 表

明, $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 和 $\Gamma(x,t)_{\max}$ 随 k_0 增加均有所减小, 即增大 k_0 还可以抑制液膜表面隆起和凹陷的产生.

通过上述分析, 增大 D 和 k_0 都会使壁面粗糙

度增加, 但影响规律不一样. 其中, 增大 D 加速液膜流动, 但导致液膜表面及铺展前沿变形严重, 隆起高度增加; 增大 k_0 则抑制液膜流动以及隆起和凹陷的产生.

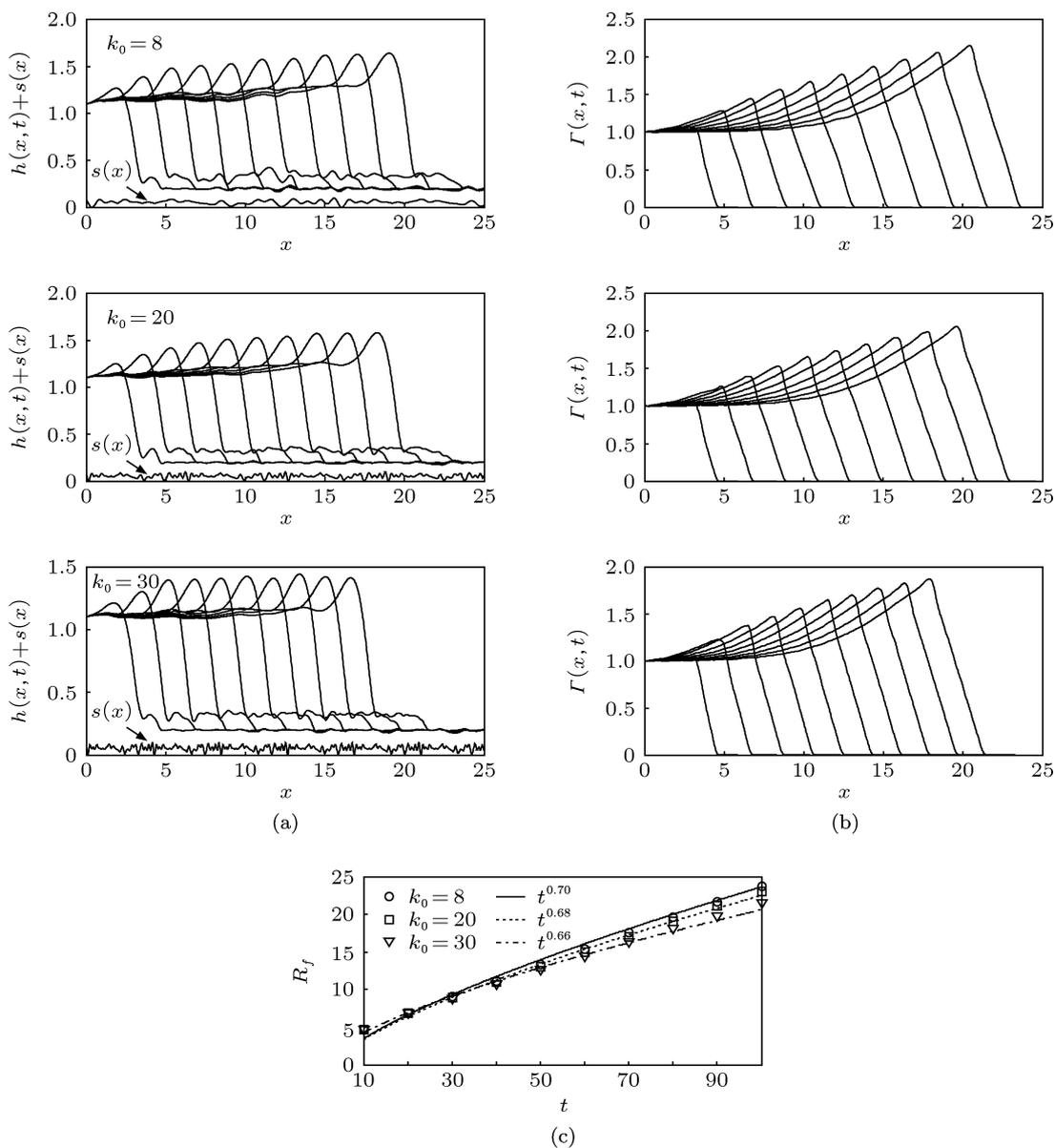


图7 壁面波数 k_0 对活性剂液膜流动过程的影响 ($t = 10-100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液膜铺展长度 R_f 随 t 的标度关系

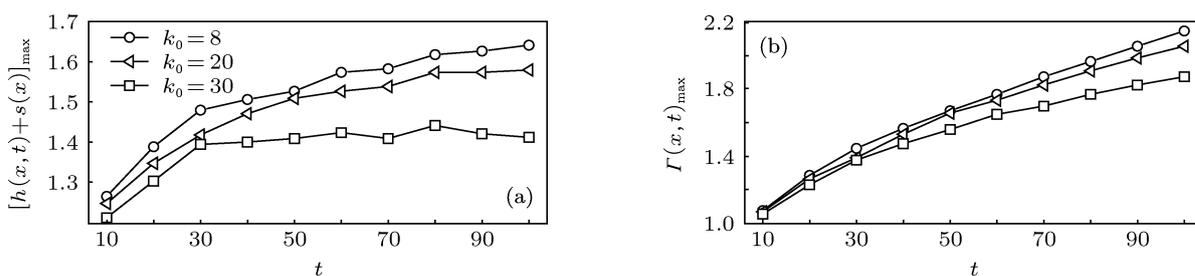


图8 不同 k_0 下降起高度和最大活性剂浓度随 t 的变化 (a) 隆起高度分布; (b) 最大活性剂浓度分布

5 液滴铺展特性

以上主要研究了恒流量情形下的液膜流动特性(图 1(a)),为更全面地分析粗糙壁面特征的影响规律,需进一步研究恒体积情形下的液滴铺展特性(图 1(b)),模拟结果如图 9 至图 15 所示.

5.1 不考虑重力时的液滴铺展过程

由图 9(a)可知,与活性剂液膜流不同的是,随 t 持续,液滴中心厚度逐渐下降,但始终保持最初液滴的基本形状;受粗糙壁面影响,铺展前沿出现两个明显的波峰,且第一个波峰随 t 不断减小,而第二个波峰随 t 一直增大;液滴底部的最小液膜厚度随 t 逐渐降低.与图 2(a)相比,在相同 t 下,活性剂液滴的铺展速度明显小于活性剂液膜流,如当 $t = 100$ 时,液滴铺展长度为 $X_f = 7$,而液膜流长度已到 $X_f = 10$.

图 9b 表明活性剂浓度梯度随 t 持续减小,即 Marangoni 效应减弱,与活性剂液膜流动情形类似.然而,随 t 增加,液滴中心处的活性剂浓度在逐渐减小,这与活性剂液膜流演化呈现相反的趋势(图 2(b));液滴铺展前沿的活性剂浓度在持续增大,但增大速度明显小于液膜流(图 2(b)).比较图 2(b)和图 9(b)可知,液滴表面的活性剂浓度总量保持不变,液膜表面的活性剂浓度总量在一直增加,而且随 t 持续,液滴表面的活性剂浓度梯度更低于液膜流情形,所以液滴铺展较液膜流缓慢.

图 9(c)给出了活性剂液滴在粗糙表面(因壁面上预置有一层液膜,即壁面完全润湿,可认为壁面为亲液表面)铺展的标度律为 $R_f \sim t^{1/3}$,这与 Yuan 等^[23]采用大尺度分子动力学模拟研究液滴在微柱阵列亲液表面上铺展的标度律为 $R \sim t^{1/3}$ 完全一致.

5.2 θ 对液滴铺展的影响

图 10 为 θ 取 30° , 45° 和 60° 时活性剂液滴的铺展特征.当 θ 为 30° 时,随 t 持续,受重力驱动,液滴中心不断降低并右移,液滴底部出现凹陷且右侧凹陷一直前移,同时液滴右侧铺展前沿的形成特征较左侧明显.另外,受粗糙壁面影响,预置液膜及铺展前沿处液膜变形突出,液滴左侧表面有轻微凹陷形成,如图 10(a)所示.图 10(b)表明活性剂浓度最大值 $\Gamma(x, t)_{\max}$ 出现在液滴右侧底部的凹陷处,而左侧凹陷处略有峰值出现,且活性剂浓度梯度随 t

不断减小,这与活性剂液膜流演化情形相反.因此,活性剂液滴的 Marangoni 效应持续减弱,在铺展过程中并未出现明显的类似活性剂液膜流动的毛细隆起现象.

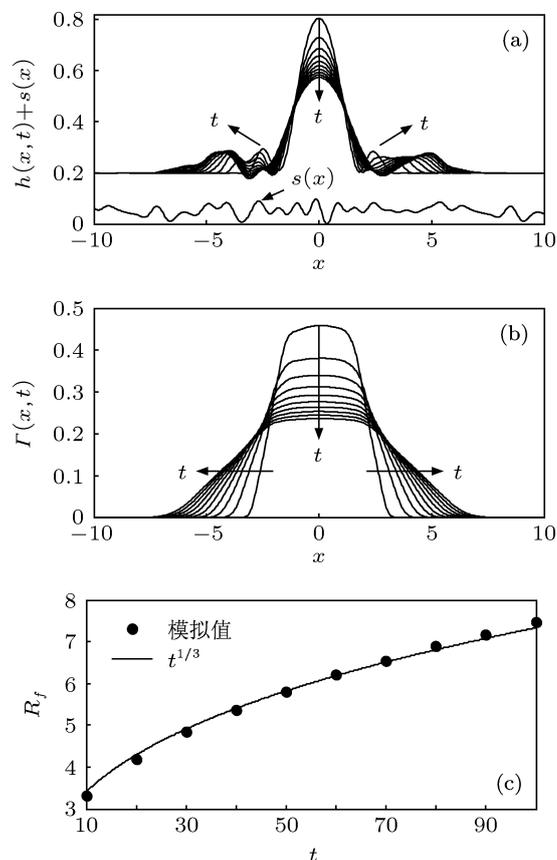


图 9 $\theta = 0^\circ$ 时活性剂液滴的铺展过程 ($t = 10-100$, $\Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液滴铺展半径 R_f 随 t 的标度关系

随 θ 增加,重力分量增大,且图 10(c)所示液滴铺展半径 R_f 满足的标度律由 $t^{0.42}$ 增至 $t^{0.46}$ 表明液滴铺展速度加快,这与文献 [14] 的结论一致,但因粗糙壁面导致液滴左侧凹陷加深,右侧铺展前沿变长且变形加剧,如图 10 所示 θ 为 45° 和 60° 的情形.观察图 11 可知,随 θ 增加,在铺展前期 ($t < 50$),相同 t 下的 $\Gamma(x, t)_{\max}$ 持续提高,故 $[h(x, t) + s(x)]_{\max}$ 下降缓慢,液滴右侧凹陷加深,有可能导致液膜破断的发生;在铺展中后期,相同 t 下的 $\Gamma(x, t)_{\max}$ 基本保持稳定,但受粗糙壁面影响, $[h(x, t) + s(x)]_{\max}$ 呈现不稳定下降.

结合图 3 和图 10 可知,粗糙壁面对液滴铺展前沿的影响较液膜流显著,但是液滴铺展速度较液膜流缓慢,且液滴中心处的隆起现象也不明显.这是由于恒体积下,液体重力分量不变(即重力大小一定),而活性剂浓度总量也保持恒定.在液滴铺展

过程中, 中心厚度和活性剂浓度最大值一直在降低, 即 Marangoni 效应不断减弱, 并且受液体黏性和粗糙壁面影响, 铺展后期流速不断减小, 共同导致液滴铺展缓慢, 铺展前沿变长, 液膜表面变形加剧.

5.3 壁面高度 D 和波数 k_0 对液滴铺展的影响

图 12(a) 和 (b) 为液膜厚度和活性剂浓度随 D 变化的分布特征. 由图可知, 随 D 增加, 壁面粗糙度尺度增大, 活性剂分子存在范围扩大, 且图 12(c) 所示液滴铺展半径 R_f 随 t 的标度关系由 $t^{0.41}$ 增至 $t^{0.44}$ 均表明液滴铺展速度加快, 这与活性剂液膜流

演化类似; 同时液滴铺展前沿增厚并延长, 液滴表面、铺展前沿及预置液膜表面变形也愈加严重, 由此导致铺展稳定性下降. Nonomura 等 [6] 通过实验研究了纯液滴在亲水性粗糙表面上的铺展特性, 结果表明亲水性粗糙表面可加速液滴铺展, 其原因是粗糙表面上的液滴接触角随时间增加而减小较快; 以及 Yuan 等 [24] 采用跨尺度实验、模拟和理论的研究方法对于微柱阵列亲水表面上的液滴动态铺展问题进行了研究, 发现在光滑表面上铺展的标度律为 $R-t^{1/7}$, 而液体在微柱阵列表面上铺展的标度律为 $R-t^{1/3}$, 铺展速度与粗糙度的增加而加快, 均可证明本文结论的准确性.

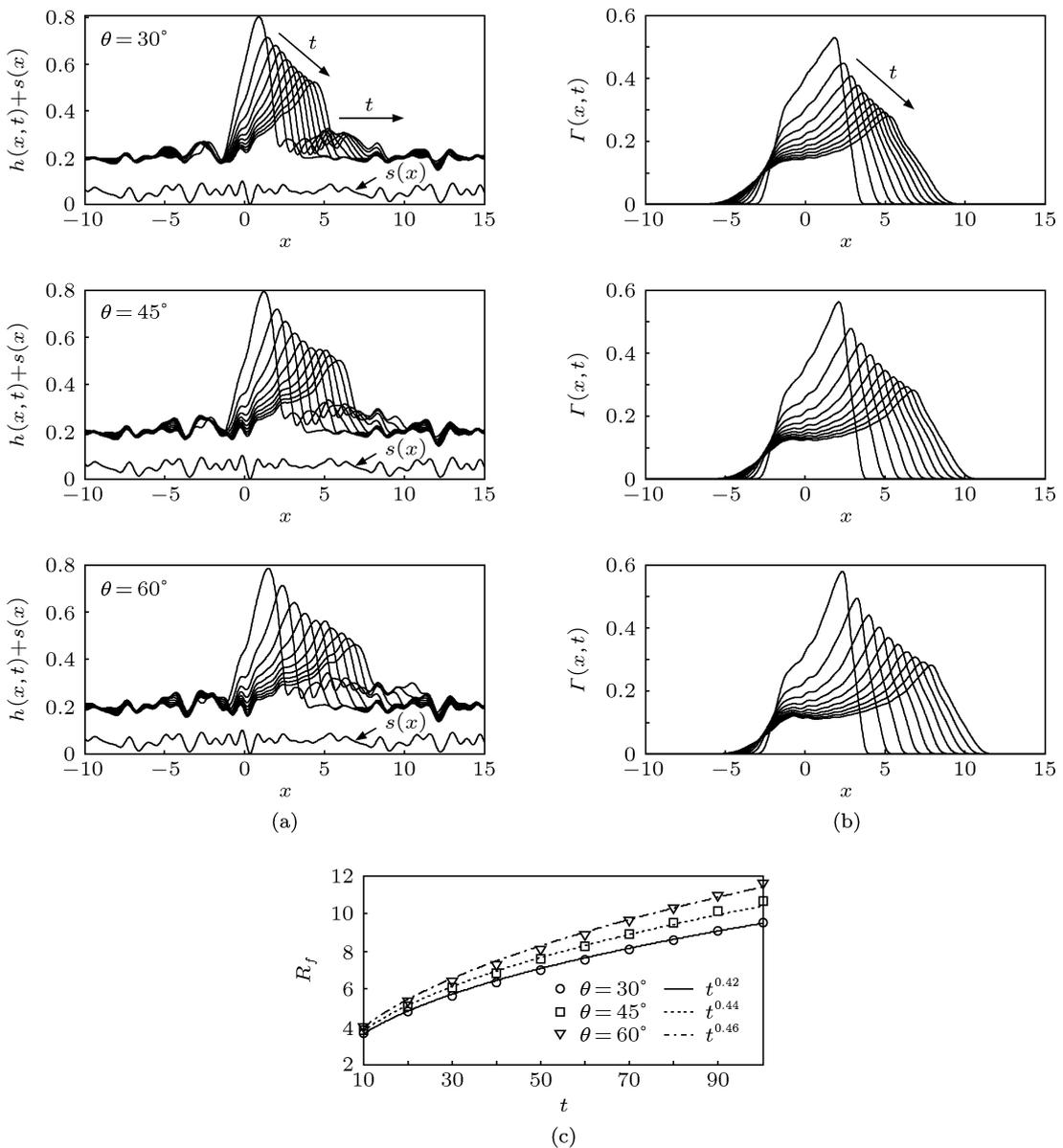


图 10 倾角 θ 对活性剂液滴铺展过程的影响 ($t = 10-100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液滴铺展半径 R_f 随 t 的标度关系

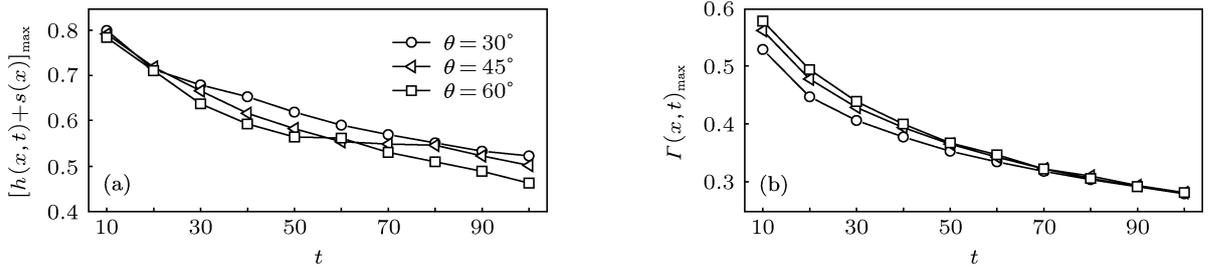


图 11 不同 θ 下降起高度和最大活性剂浓度随 t 的变化 (a) 隆起高度分布; (b) 最大活性剂浓度分布

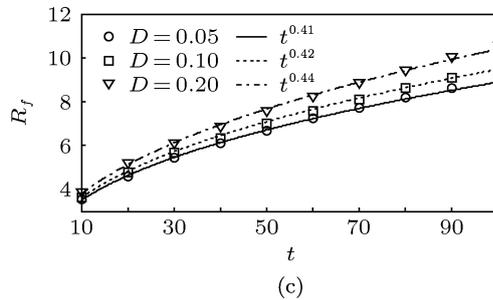
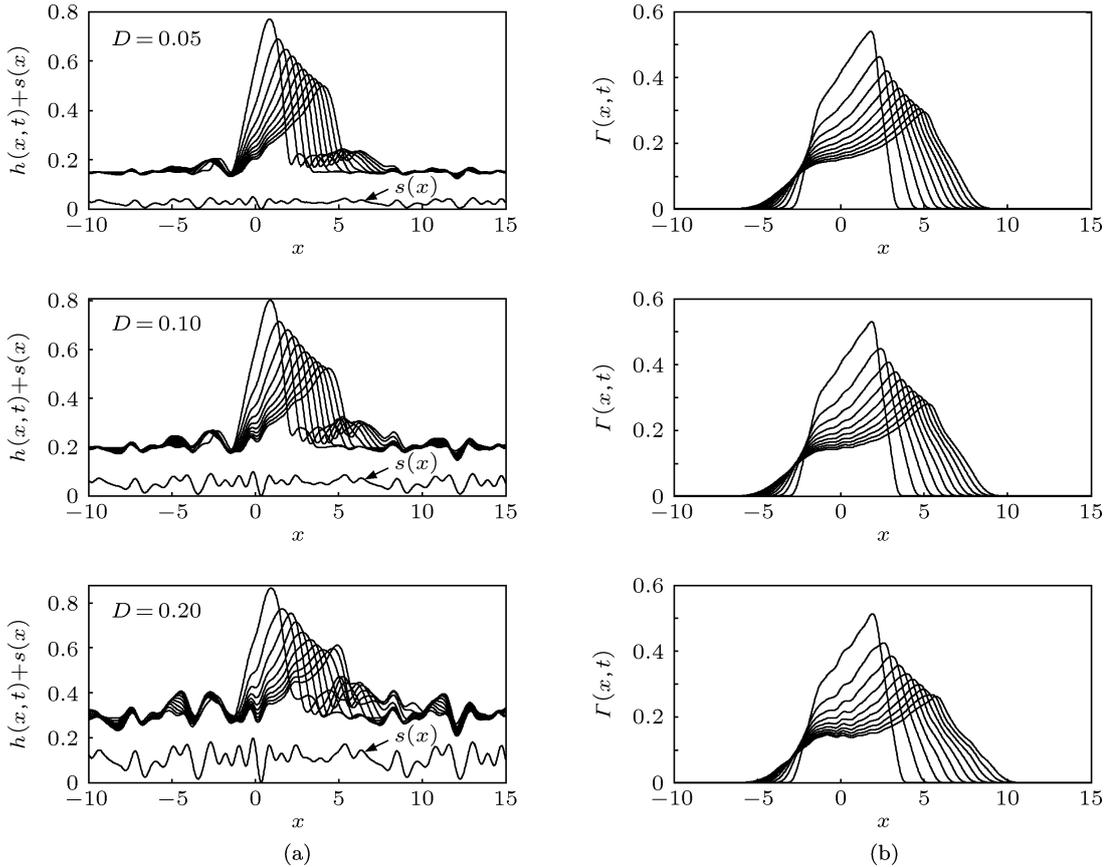


图 12 壁面高度 D 对活性剂液滴铺展过程的影响 ($t = 10-100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 活性剂浓度分布; (c) 液滴铺展半径 R_f 随 t 的标度关系

尤其当 $D = 0.2$ 时, 粗糙壁面对液滴铺展的影响更加突出, 如在铺展后期 ($t \geq 90$), 液滴中心处的毛细隆起恰好对应壁面的凸起部分 (图 12(a)), 因此液滴中心厚度出现小范围增加, 而且 $D = 0.2$ 时的 $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 随 t 呈现不稳定下降 (图 13(a)). 另

外, 图 12(b) 所示 $D = 0.2$ 时的活性剂浓度分布也趋于不光滑, 更加证实了粗糙壁面对液膜表面变形的影响. 从图 13(b) 也可看出, 随 D 增大, 相同 t 下的 $\Gamma(x,t)_{\max}$ 一直在减小, 即粗糙壁面使活性剂浓度驱动的 Marangoni 效应减弱, 从而重力主导的液滴铺

展速度加快.

由于液滴铺展范围比液膜流小, 只有当波数 k_0 较大时, 壁面粗糙密集度对液滴铺展的作用才比较明显, k_0 的影响如图 14 所示. 随 k_0 增加, 活性剂浓度分布范围缩小, 液滴铺展半径 R_f 随 t 的标度关系

由 $t^{0.42}$ 降至 $t^{0.4}$ (图 14(c)), 液滴铺展速度减慢, 液滴表面及铺展前沿变形减弱, 铺展前沿厚度显著降低. 其中, 图 14(a) 和图 15(a) 表明, 在液滴铺展中后期 ($t \geq 50$), 随 k_0 增加, 相同 t 下, 液滴中心处的隆起高度 $[h(x,t) + s(x)]_{\max}$ 显著降低, 且 $\Gamma(x,t)_{\max}$ 具有类

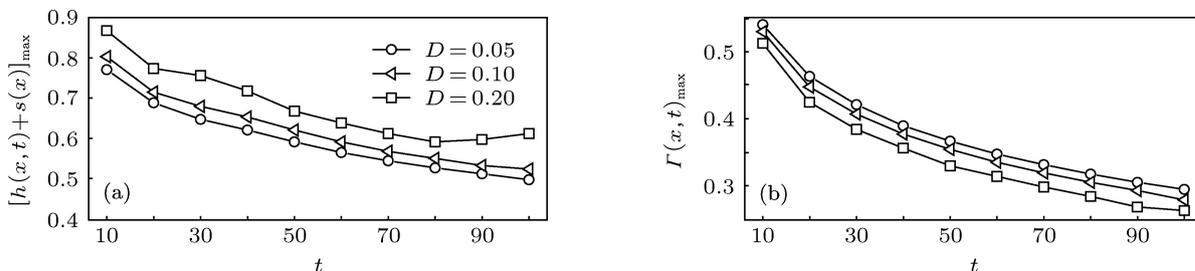


图 13 不同 D 下降起高度和最大活性剂浓度随 t 的变化 (a) 隆起高度分布; (b) 最大活性剂浓度分布

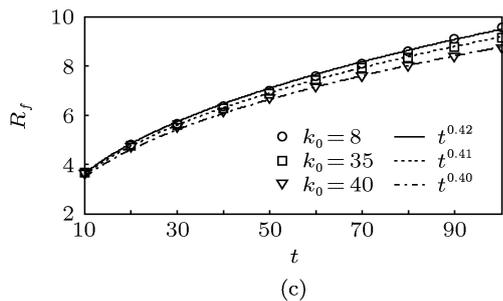
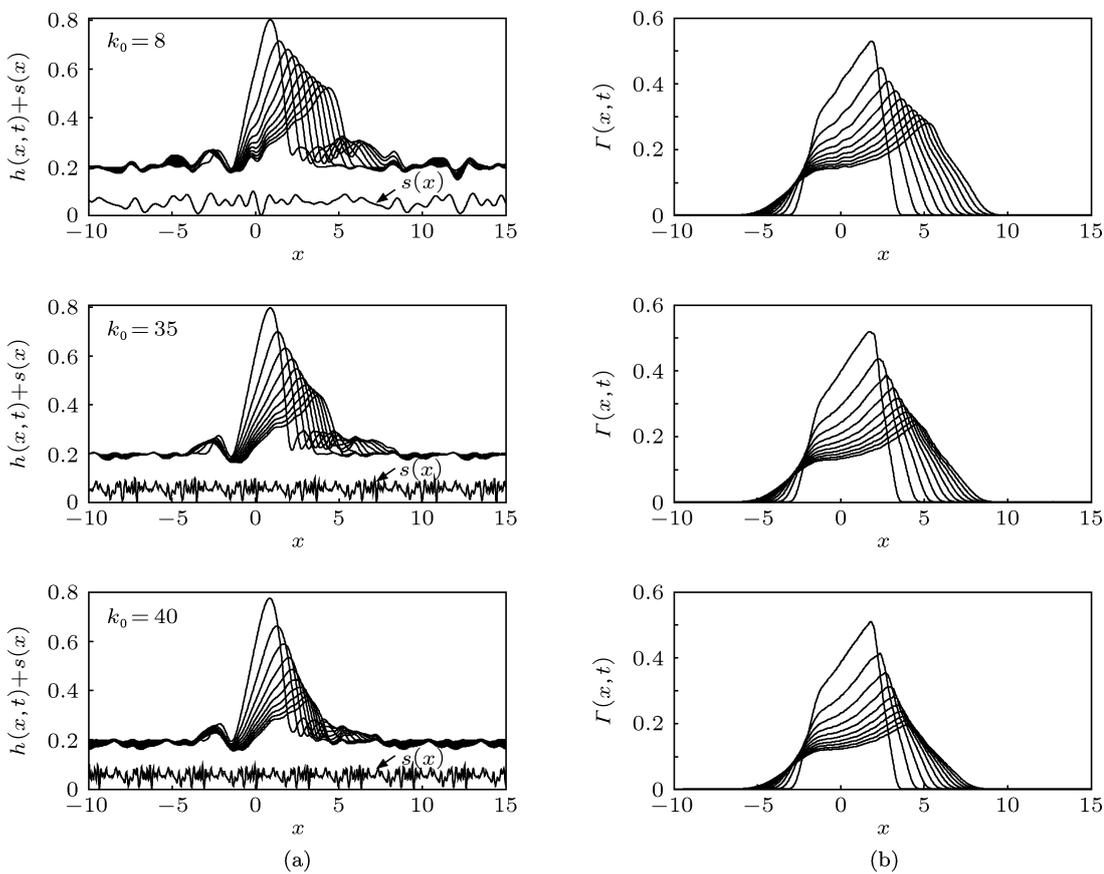
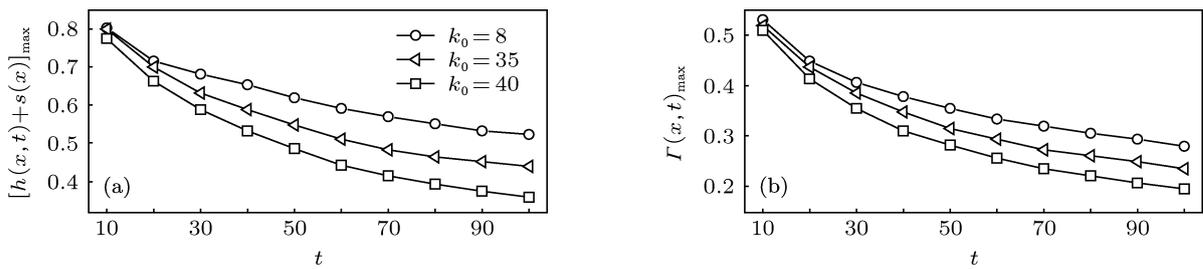


图 14 壁面波数 k_0 对活性剂液滴铺展过程的影响 ($t = 10-100, \Delta t = 10$) (a) 液膜厚度分布; (b) 最大活性剂浓度分布; (c) 液滴铺展半径 R_f 随 t 的标度关系

图 15 不同 k_0 下降起高度和最大活性剂浓度随 t 的变化 (a) 隆起高度分布; (b) 最大活性剂浓度分布

似变化特征(图 15(b)). 这表明, 随 k_0 增加, 在铺展中后期, 粗糙壁面会抑制液滴铺展以及隆起和凹陷的产生.

6 结论

针对倾斜粗糙壁面上恒流量和恒体积情形下活性剂溶液的动力学特性进行了研究, 分析了倾角 θ 及粗糙壁面结构参数 D 和 k_0 对流动过程的影响规律. 主要结论如下:

1. 在无重力作用时, 活性剂液膜流/液滴铺展只由 Marangoni 效应驱动, 且随 t 增加, 活性剂浓度梯度降低, Marangoni 效应减弱, 液膜流/液滴铺展速度变慢, 同时受粗糙壁面影响, 液膜/液滴表面和铺展前沿均有明显变形.

2. 在重力作用下, 液膜流/液滴铺展速度加快. 对于液膜流动, 活性剂浓度最大值出现在凹陷处且随 t 持续而增加, 即 Marangoni 效应增强, 与重力共同导致液膜边缘出现毛细隆起, 液膜底部发生凹陷. 另外, 随 θ 增加, 重力分量和 Marangoni 效应均增强, 隆起和凹陷程度都有所增加, 流动稳定性下降. 而对液滴, 由于重力和 Marangoni 效应相对液膜流动较弱, 所以铺展速度减慢, 隆起和凹陷程度也没有液膜流情形显著.

3. 随 D 增加, 壁面粗糙尺度增大, 液膜流/液滴铺展速度加快, 但液膜/液滴表面及铺展前沿处的变形加剧. 随 k_0 增加, 壁面粗糙密集度增大, 液膜流/液滴铺展速度变慢, 毛细隆起和凹陷程度均有减小. 与液膜流相比, 由于液滴铺展范围较小, 因此, D 和 k_0 对液滴铺展速度的影响相对较弱.

- [1] Wen S Z, Huang P 2011 *Interface Science and Technology* (Beijing: Tsinghua Press) (in Chinese) [温诗铸, 黄平 2011 界面科学与技术 (北京: 清华大学出版社)]
- [2] Craster R V, Matar O K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1131
- [3] Ye X M, Shen L, Li C X 2012 *CIESC J.* **63** 2507 (in Chinese) [叶学民, 沈雷, 李春曦 2012 化工学报 **63** 2507]
- [4] Kalliadasis S, Bielarz C, Homsy G M 2000 *Phys. Fluids* **12** 1889
- [5] Savva N, Pavliotis G A, Kalliadasis S 2011 *J. Fluid Mech.* **672** 358
- [6] Nonomura Y, Morita Y, Hikima T, Seino E, Chida S, Mayama H 2010 *Langmuir* **26** 16150
- [7] Chandra D, Yang S 2011 *Langmuir* **27** 13401
- [8] Argyriadi K, Vlachogiannis M, Bontozoglou V 2006 *Phys. Fluids* **18** 012102
- [9] Lee Y C, Thompson H M, Gaskell P H 2011 *Comput Fluids* **46** 306
- [10] Liao Q, Wang H, Zhu X, Li M W 2007 *Scientia Sinica Technologica* **37** 402 (in Chinese) [廖强, 王宏, 朱恂, 李明伟 2007 中国科学: 技术科学 **37** 402]
- [11] Zhang M K, Chen S, Shang Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 034701 (in Chinese) [张明焜, 陈硕, 尚智 2012 物理学报 **61** 034701]
- [12] Bi F F, Guo Y L, Shen S Q, Chen J X, Li Y Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184702 (in Chinese) [毕菲菲, 郭亚丽, 沈胜强, 陈觉先, 李熠桥 2012 物理学报 **61** 184702]
- [13] Craster R V, Matar O K 2007 *Langmuir* **23** 2588
- [14] Edmonstone B D, Matar O K, Craster R V 2005 *Physica D* **209** 62
- [15] Matar O K 2002 *Phys. Fluids* **14** 4216
- [16] Warner M R E, Craster R V, Matar O K 2004 *Phys. Fluids* **16** 2933
- [17] Blanchette F, Shapiro A M 2012 *Phys. Fluids* **24** 042104
- [18] Wang S L, Li C X, Ye X M 2011 *Proc. CSEE* **31** 60 (in Chinese) [王松岭, 李春曦, 叶学民 2011 中国电机工程学报 **31** 60]
- [19] Wang S L, Li C X, Ye X M 2011 *CIESC J.* **62** 2512 (in Chinese) [王松岭, 李春曦, 叶学民 2011 化工学报 **62** 2512]
- [20] Liu P Y, Chu Y, Wu Z S, Yan Z, Kang W L 1995 *Acta Phys. Chim. Sin.* **11** 320 (in Chinese) [刘沛妍, 褚莹, 吴子生, 严忠, 康万利 1995 物理化学学报 **11** 320]
- [21] Zhang X G, Liu J X, Wang H Y, Wang M Y, Fan Z J 2010 *Acta Phys. Chim. Sin.* **26** 617 (in Chinese) [张晓光, 刘洁翔, 王海英, 王满意, 范志金 2010 物理化学学报 **26** 617]
- [22] Zhao Y P 2012 *Physical Mechanics of Surface and Interface* (Beijing: Science Press pp185–186m (in Chinese) [赵亚涛 2012 表面与界面物理力学 (北京: 科学出版社) 第 185 页 — 第 186 页])
- [23] Yuan Q Z, Zhao Y P 2013 *Sci. Rep.* **3** 1944
- [24] Yuan Q Z, Zhao Y P 2013 *J. Fluid. Mech.* **716** 17

Dynamics of insoluble surfactant-laden thin films flow over inclined random topography*

Li Chun-Xi Pei Jian-Jun Ye Xue-Min[†]

(Key Laboratory of Condition Monitoring and Control for Power Plant Equipment, North China Electric Power University, Baoding Hebei 071003, China)

(Received 17 June 2013; revised manuscript received 3 July 2013)

Abstract

For the flow of an insoluble surfactant-laden thin film and droplet on inclined random topography, the lubrication theory is used to derive the evolution equations of thin liquid film thickness and interfacial surfactant concentration. Characteristics of thin film flow and droplet spreading, as well as the influence of topography structure are numerically simulated with PDECOL code. Results show that under the action of gravitational component and Marangoni effects, the thin film flow and droplet spreading is accelerated; the capillary ridge emerges at the thin film edge and the droplet center; and at the bottom of the thin film and droplet, the depression is generated. While the deformation of liquid film free surface is more significant due to the effect of random topography. The increasing θ has a role of enhancing gravitational component and Marangoni effects, leading to the enhancement of the capillary ridge and depression. The increase of D promotes the thin film flow and droplet spreading, but causes the deformation amplified; and the increased k_0 can induce the evolutions of thin film flow and droplet spreading to slow down and inhibit the formation of capillary ridge and depression. In addition, compared with the thin film flow, the impact of D and k_0 on the speed of droplet spreading is relatively weak.

Keywords: random topography, thin films, Marangoni effects, inclined flow

PACS: 47.61.-k, 47.85.mf, 47.61.fg, 47.55.dk

DOI: 10.7498/aps.62.214704

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10972077, 11202079), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China (Grant No. 13MS97).

[†] Corresponding author. E-mail: yexuemin@163.com