

基于节点度信息的自愿免疫模型研究*

胡兆龙 刘建国[†] 任卓明

(上海理工大学复杂系统科学研究中心, 上海 200093)

(2013年5月28日收到; 2013年8月15日收到修改稿)

疾病的广泛传播给人类带来了巨大的损失, 因此抑制疾病的传播非常重要. 本文考虑了个体接种疫苗意愿的差异性, 并结合博弈理论建立了一个基于节点度信息的自愿免疫模型. 理论解析结果证明当感染率超过某个阈值时, 该模型与忽略个体接种意愿差异性的经典模型 (Zhang et al 2010 *New J. Phys.* **12** 023015) 传播效果 (感染节点数) 一样. 继而考虑疫苗永久有效和有效期有限两种情况, 在 Barabási-Albert 网络中利用 SIS 传播模型对疾病的传播进程进行了数值模拟, 发现数值模拟结果与理论解析结果非常符合. 实验证明, 当感染耗费和接种疫苗耗费相同时, 该模型比忽略个体接种意愿差异性的经典模型能够更好的抑制疾病的传播, 且感染人数下降比例超过 65%, 更重要的是, 疫苗有效期越长本文的模型 (与忽略个体接种意愿差异性的经典模型相比) 抑制疾病传播效果越好.

关键词: 疾病传播, 自愿免疫, 接种疫苗倾向, 节点度

PACS: 89.75.Fb, 89.75.Hc, 87.15.A-

DOI: 10.7498/aps.62.218901

1 引言

从 SARS 和 H1N1^[1] 到 2013 年 3 月底出现的 H7N9 等病毒, 这些病毒的传播给人类带来了巨大的损失. 减缓或抑制疾病的传播已经成为了一个重要的科学问题. 为了研究疾病的传播, 很多工作都利用网络来分析疾病传播动力学过程, 其中网络中节点表示人, 节点之间的边表示人与人之间的接触关系^[2-4]. 在识别网络中的关键节点对研究疾病传播非常重要, 于会等^[5] 根据现有的一些重要性评价指标如度、介数等存在适用范围有限, 评价结果不够全面等缺点, 提出了一种基于多属性决策的复杂网络节点重要性综合评价方法. 任卓明等^[6] 综合考虑节点的邻居个数, 以及其邻居之间的连接紧密程度, 提出了一种基于邻居信息与集聚系数的节点重要性评价方法等^[7-10]. 为了抑制疾病的传播, 环形免疫^[11]、目标免疫^[12]、熟人免疫^[13] 和随机游走免疫^[14-16] 等免疫方法被相继提出. 王亚奇等^[17] 考虑接种时免疫失败和免疫失效影响的情况下对节点进行随机免疫, 发现网络的传播临界值显

著降低. 这些免疫策略都是建立在强制接种疫苗免疫的基础上, 然而人类的接种疫苗行为一般是自愿的^[18-20]. 关于自愿免疫, 国内外做了大量的研究. Bauch 等^[21] 通过定义接种与不接种疫苗收益, 利用博弈论解释了为什么在自愿接种疫苗机制下天花不能被完全消灭. 人们是否愿意接种疫苗在一定程度上与其染病之后的耗费有关. 如果接种疫苗耗费不大于面临被感染风险的耗费, 那么人们会选择接种疫苗. Zhang 等^[22] 假设每个人接种疫苗耗费都相同, 进而借助于 SIS^[23-26] 传播模型研究了疾病在无标度和随机网络中的传播情况, 发现自愿免疫策略在无标度网络中能更好地抑制疾病的传播.

在真实生活中, 即使接种疫苗耗费相同, 人们接种疫苗意愿并不相同, 例如对于与众多人群接触的人 (如医生、教师等), 即使接种疫苗耗费很高, 他们也倾向于接种疫苗. 节点度 k 即与该节点连接的节点数. 受到这一思想的启发, 我们提出了基于节点度信息的自愿免疫模型. 我们令接种疫苗倾向耗费即 p_v 是节点度的函数, 即 $p_v = c_1 k^{-\alpha}$, 其中 $\alpha \geq 0$, 是可调参数, $\alpha = 0$ 表示每个人的接种疫苗意愿相同. 假设每个人在不接种疫苗的情况下面临

* 国家自然科学基金 (批准号: 91024026, 71071098, 71171136)、上海市科研创新基金 (批准号: 11ZZ135, 11YZ110)、教育部科学技术研究重点项目 (批准号: 211057)、上海市一流科学建设项目 (批准号: XTKX2012) 和上海市研究生创新基金 (批准号: JWCXSL1202) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: liujg004@ustc.edu.cn

被感染风险的耗费为 p_n . 若满足 $p_v \leq p_n$, 那么人们选择接种疫苗. 同时本文对该模型进行了理论解析, 证明了当感染率超过某个阈值时, 该模型与忽略个体接种意愿差异性的经典模型传播效果一样; 在相同的感染耗费和接种疫苗耗费条件下, 当 α 不小于 0 小于阈值 α_1^c 时, 抑制疾病的传播效果与忽略个体接种意愿差异性时一样; 当 α 大于阈值 α_1^c 且不大于阈值 α_2^c 时, α 越大抑制疾病的传播效果越好; 当 $\alpha \geq \alpha_2^c$ 时, 第一时间步就抑制了疾病的传播. 最后分别考虑疫苗永久有效和有效期有限两种情况, 在 BA 网络中采用 SIS 模型进行了数值模拟, 发现数值模拟结果与理论解析结果非常符合.

2 基于节点度信息的自愿免疫模型

在 SIS^[23-26] 模型中, 每个节点存在两种状态, 即易感染状态 (S) 和感染状态 (I). 如果一个 S 状态节点与一个 I 状态节点有接触, 那么节点被感染的概率设为 β ; 感染节点康复为 S 状态的概率设为 μ . $S(t)$ 和 $I(t)$ 分别表示在时刻 t 处于 S 和 I 状态节点总数. 用 $s(t)$ 和 $i(t)$ 分别标记在时刻 t 处于 S 和 I 状态节点密度, 当 S 和 I 状态节点充分混合时, 其动力学可以用下面的微分方程组描述:

$$\begin{aligned} \frac{ds(t)}{dt} &= -\beta i(t)s(t) + \mu i(t), \\ \frac{di(t)}{dt} &= \beta i(t)s(t) - \mu i(t). \end{aligned}$$

如果一个 S 状态节点有 k_{inf} 个感染节点邻居, 那么它被感染的概率为

$$\lambda = 1 - (1 - \beta)^{k_{inf}}. \quad (1)$$

当传染病爆发且医院有疫苗的情况下, 人们如果不接种疫苗那么就以 λ 概率面临着被感染的危险. 假设接种疫苗的耗费为 c_1 (包括接种疫苗的费用、不良反应等); 没有接种疫苗结果被感染的耗费设为 c_2/μ (c_2 包括治病费用、疾病的折磨等, 除以康复率 μ 表示若 μ 越小耗费越多)^[22]; 如果节点不接种且没被感染, 则耗费为 0. 接种疫苗耗费对于每个人几乎是一样的, 但接种疫苗倾向并不相同, 考虑到这一点, 我们建立了基于节点度信息的自愿免疫模型

$$p_v = c_1 k^{-\alpha}, \quad (2)$$

$$p_n = c_2 \lambda / \mu, \quad (3)$$

其中 p_v 为节点接种疫苗倾向耗费, p_n 为节点在不接种疫苗的情况下面临被感染风险的耗费; $\alpha \geq 0$, 是可调参数, 当 $\alpha = 0$ 时, 节点度 k 越大 p_v 越小, 意味着该节点更愿意接种疫苗; 若 $\alpha = 0$ 则 p_v 等于常数 c_1 , 若 $\alpha > 0$, 则 p_v 随着度的增大而减小, 即接种意愿变小, 不符合常理, 因此不予考虑. 若满足 $p_v \leq p_n$, 那么节点选择接种疫苗. 联合 (2) 和 (3) 式, 若 $p_v \leq p_n$, 则

$$c_1 k^{-\alpha} \leq c_2 [1 - (1 - \beta)^{k_{inf}}] / \mu, \quad (4)$$

$$\Rightarrow k_{inf} \geq \log_{1-\beta} \left(1 - \frac{\mu c_1}{c_2} k^{-\alpha} \right). \quad (5)$$

(5) 式给出的是节点选择接种疫苗时, 他的邻居感染节点数 k_{inf} 满足的条件, 由于 k_{inf} 为整数, 得

$$k_{inf}^c = \left\lfloor \log_{1-\beta} \left(1 - \frac{\mu c_1}{c_2} k^{-\alpha} \right) \right\rfloor + 1, \quad (6)$$

(6) 式为节点选择接种疫苗时, 他的邻居感染节点数的最小整数值, 其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 为 floor 函数即不大于该值的最大整数. 当 $\alpha = 0$ 时,

$$k_{inf}^{c_0} = \left\lfloor \log_{1-\beta} \left(1 - \frac{\mu c_1}{c_2} \right) \right\rfloor + 1.$$

同理我们可以导出与 $\alpha = 0$ 时 $k_{inf}^{c_0}$ 值相同的 α 阈值 α_1^c 及只要节点存在感染邻居, 则选择接种疫苗的 α 阈值 α_2^c 分别为

$$\alpha_1^c = \log_{(k_{inf}^{c_0}-1)} \frac{\mu c_1}{c_2 [1 - (1 - \beta)^{(k_{inf}^{c_0}-1)}]}, \quad (7)$$

$$\alpha_2^c = \log_{k_{min}} \frac{\mu c_1}{c_2 \beta}. \quad (8)$$

同理感染率 β 也存在一个阈值 β^c , 即只要节点存在感染邻居就会选择接种疫苗的 β 最小值

$$\Rightarrow \beta \geq 1 - \left(1 - \frac{\mu c_1 k^{-\alpha}}{c_2} \right)^{1/k_{inf}}, \quad (9)$$

$$\Rightarrow \beta^c = \frac{\mu c_1}{c_2} k_{min}^{-\alpha}. \quad (10)$$

由此可见, 当 $0 < \alpha < \alpha_1^c$ 时, 该模型与忽略人群接种意愿即当 $\alpha = 0$ 时的抑制疾病传播效果一样; 当 $\alpha_1^c \leq \alpha \leq \alpha_2^c$ 时, α 越大抑制疾病的传播效果会越好; 当 $\alpha \geq \alpha_2^c$ 时, 第一时间步就抑制了疾病的传播, 与 $\beta \geq \beta^c$ 时一样, 这时接种疫苗人数约为 $\sum_k I(0) p(k) k$, $I(0)$ 为初始感染节点数, $p(k)$ 为度为 k 的节点的概率.

3 数值模拟

基于上述模型, 我们分别考虑疫苗永久有效和有效期有限两种情况, 采用 SIS 传播模型在 BA

无标度网络中考察了感染节点数 $I(t)$ 和接种疫苗节点数 $V(t)$ 随不同 α 值等参数的变化. 不失一般性, 我们令网络节点总数为 2000, 平均度为 6, 康复率 $\mu = 1$ (当 $\mu < 1$ 时传播效果一样), $c_1 = 0.7$ 和 $c_2 = 1$, 即感染耗费和接种疫苗耗费对每个人都一样. 初始随机选择 1% 的节点作为感染节点源, 实验时间步长为 100 步, 最后实验结果是 100 次实验的平均结果. 实验中, 我们不考虑个体接种失败情况.

3.1 疫苗永久有效

图 1 为当 $\beta = 0.2$ 时, 对于不同的 α 值, $I(t)$ 和 $V(t)$ 随时间步长的变化. 由图 1 可知, 如果没有接种疫苗, 那么 $I(t)$ 最后达到稳态大约为 400. 若存在自愿接种疫苗, α 越大, $I(t)$ 和 $V(t)$ 越小, 即更好的抑制了疾病传播. 这是因为 α 越大, 那么接种倾向耗费就越小, 导致初始很多节点接种疫苗, 因此感染节点数越小, 根据反馈作用, 之后接种节点数和感染节点数都越小. 图中我们还发现 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.01$ 的传播情况几乎一样; 当 $\alpha = 1$ 时, $I(t)$ 和 $V(t)$ 只有两个时间步长 (图 1 中的紫色三角形); 当 $\alpha = 2$ 时, $I(t)$ 和 $V(t)$ 只有一个时间步长 (图 1 中的蓝色正方形).

为了考察其中的原因, 我们联合 (2) 和 (3) 式. 若 $p_v \leq p_n$, 那么节点选择接种疫苗, 由 (5) 式得

$$\begin{aligned} k_{\text{inf}} &\geq 5.40, & \alpha &= 0, \\ k_{\text{inf}} &\geq 5.22, & \alpha &= 0.01, \\ k_{\text{inf}} &\geq 4.18, & \alpha &= 0.1, \\ k_{\text{inf}} &\geq 3.52, & \alpha &= 0.2, \\ k_{\text{inf}} &\geq 1.19, & \alpha &= 1, \\ k_{\text{inf}} &\geq 0.36, & \alpha &= 2. \end{aligned}$$

所以当 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.01$ 时, 节点邻居感染数的最小整数值 $k_{\text{inf}}^c = 6$, 因此它们的传播情况一样. 利用 (7) 式我们进一步得出与 $\alpha = 0$ 时传播情况相同的 α 值的范围为 $0 < \alpha < 0.0251$; 当 $\alpha = 0.1$ 时, $k_{\text{inf}}^c = 5$; 当 $\alpha = 0.2$ 时, $k_{\text{inf}}^c = 4$; 当 $\alpha = 1$ 时, $k_{\text{inf}}^c = 2$, 且即使 $k_{\text{inf}} = 1$, 只要满足 $k \geq 4$ 节点就会选择接种疫苗, 因此 $I(t)$ 和 $V(t)$ 只有两个时间步长, 因为即使度为 3 的节点被感染了, 下一时间步他们也会康复; 对于 $\alpha = 2$ 时, $k_{\text{inf}}^c = 1$, 表明只要存在感染邻居就会选择接种疫苗. (8) 式给出的是只要节点存在感染邻居, 那么将会选择接种疫苗的 α 阈值, 在我们的 BA 网络中 $k \geq 3$, 所以 $\alpha_c^s = 1.14$, 而在我们设

的值中只有 $\alpha = 2$ 时大于 α_c^s , 因此 $I(t)$ 和 $V(t)$ 只有一个时间步长, 可以看出图 1 中的结果与理论解析结果非常符合. 为了进一步分析对于不同 α 值 $I(t)$ 和 $V(t)$ 随时间的衰减变化, 我们进行了曲线拟合, 如图 1 中的黑色实线. 当 $\alpha = 0.1$ 时, $I(t)$ 和 $V(t)$ 都是指数衰减, 指数分别约为 0.046 ± 0.02 和 0.05 ± 0.01 ; 当 $\alpha = 0.2$ 时, $I(t)$ 和 $V(t)$ 都是指数衰减, 指数分别约为 0.072 ± 0.015 和 0.055 ± 0.01 ; 当 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.01$ 时, $I(t)$ 指数衰减, 指数约为 0.015 ± 0.004 , 然而 $V(t)$ 却呈现幂律衰减形式, 指数约为 0.4 ± 0.05 (见图 1(b)), 详细分布函数如表 1 所示.

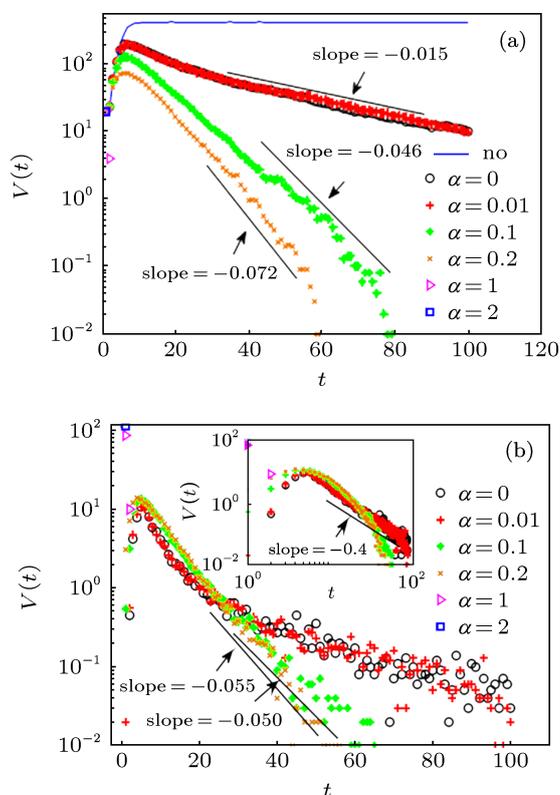


图 1 当感染概率 $\beta = 0.2$ 时, 对于不同的 α 值, (a) 感染节点数 $I(t)$ 随时间步长的变化 (蓝色实线表示没有接种疫苗); (b) 接种疫苗节点数 $V(t)$ 随时间步长的变化 (黑色实线是相应的拟合曲线); (b) 的插图为双对数图 (黑色实线是对 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.01$ 情况的拟合曲线, 图中可以看出 α 越大, $I(t)$ 和 $V(t)$ 越小, 即更好的抑制了疾病传播)

表 1 当 α 取不同值时感染节点数 $I(t)$ 和接种疫苗节点数 $V(t)$ 的衰减函数

α	0	0.01	0.1	0.2
$I(t)$	$\sim 10^{-0.015t}$	$\sim 10^{-0.015t}$	$\sim 10^{-0.046t}$	$\sim 10^{-0.072t}$
$V(t)$	$\sim t^{-0.4}$	$\sim t^{-0.4}$	$\sim 10^{-0.05}$	$\sim t^{-0.055}$

通常情况下, 接种疫苗节点总数 T_V 会随着感染概率 β 增大而增大, 但是在我们的模型中, 我们

发现感染概率 β 存在一个阈值 β^c , 也就是不管节点度是多少, 只要该节点存在感染节点邻居就会选择接种疫苗的 β 最小值, 我们在 (10) 式中给出了理论解析结果. 如果 $\beta \geq \beta^c$, 那么 T_v 会很小. 为了进行对比, 我们令 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.2$, 探究疾病传播情况.

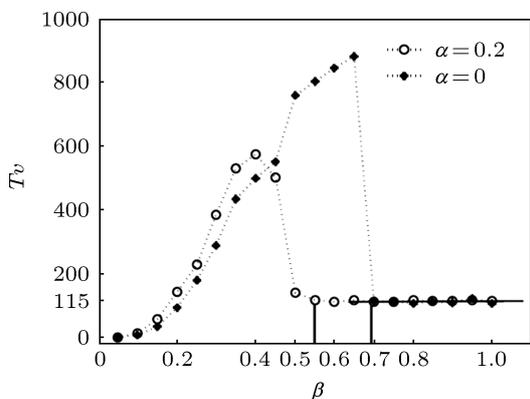


图2 当 α 分别为 0.2(圆圈) 和 0(星号) 时, 接种疫苗节点总数 T_v 随感染概率 β 值的变化. 竖直线为相应 α 值的阈值线. 从图中可以看出对于 $\alpha = 0.2$, 当 β 约小于 0.4 时, T_v 会随着 β 的增大而增多; 当 β 值超过该值时, T_v 会开始慢慢下降, 当 $\beta > 0.055$ 时, T_v 会维持在 115 左右; 对于 $\alpha = 0$ 的情况, 当 $\beta < 0.7$ 时 T_v 随 β 的增大而增多, 当 $\beta \geq 0.7$ 时, T_v 会维持在 115 左右, 对应图中理论值(横线)

从图 2 中我们还可以看出, 对于 $\alpha = 0$ 的情况, 当 $\beta < 0.7$ 时, T_v 随着 β 的增大而增大, 当 $\beta \geq 0.7$ 时, T_v 会维持在 115 左右, 即 5.75%. 然而对于 $\alpha = 0.2$, 当 β 小于一定值时, 如图中的 0.4, T_v 会随着 β 的增大而增大; 当 β 值超过该值时, T_v 会开始下降, 当 $\beta \geq 0.55$ 时, T_v 都维持在 115 左右, 即 5.75%.

为了分析上述原因, 我们结合 (10) 式 $\beta^c = \mu c_1 k_{\min}^{-\alpha} / c_2$, 因为 $k \geq 3$, 因此当 $\alpha = 0$ 时, $\beta^c = 0.7$; 当 $\alpha = 0.2$ 时, $\beta^c \approx 0.562$, 对应图 2 中的竖直线, 可见模拟结果与理论解析结果非常符合. 当 $\alpha = 0$ 时, p_v 不是度的函数, 因此当 $\beta < \beta^c$ 时, T_v 随着 β 的增大而增大. 当 $\alpha = 0.2$ 时, p_v 随着度 k 的增大而变小, 由 (9) 式可知, 当 β 值接近阈值时, 度较大的节点会选择接种疫苗, 导致疾病的传播很快得到抑制, 对于满足 $k \geq 6$ 的节点即使邻居感染节点数 $k_{\inf} = 1$, 也会选择接种疫苗; 当 $\beta \geq \beta^c$ 时, 因为所有存在感染邻居的节点都满足 $p_v \leq p_n$, 因此感染节点的邻居全部选择接种疫苗, 即第一时间步就抑制了疾病的传播. 因为网络规模为 2000, 初始有 1% 的节点为感染节点, 因此接种疫苗节点总数约为 $\sum_k 2000 p(k) k / 100 \approx 115$, 这与图 2 中的数值模拟结果非常符合.

3.2 疫苗有效期有限

对于疫苗有效期有限的情况, 我们分别设有效期时间 T 为 10, 20, 30 和 50 四种情况, 探究疾病的传播进程, 为了对比, 我们令 $\alpha = 0.2$ 和 $\alpha = 0$.

图 3 表示当 $\beta = 0.2$, α 分别为 0.2 和 0 时, 在不同疫苗有效期 T 下, $I(t)$ 和 $V(t)$ 随时间步长的变化. 从图中, 我们发现随着 T 的增长, 疾病的传播更容易被抑制, 且 $\alpha = 0.2$ 时, 效果更好, 如当 $T = 50$, $\alpha = 0.2$ 时, 当 $t \geq 40$ 时, $I(t) \approx 0$. 当 $\alpha = 0$ 时, $I(t)$ 和 $V(t)$ 振荡较大, 且 T 越大振荡越大.

对于上述结果我们可以这样解释, 因为当疫苗失效时, 下一时间步他又面临着是否选择接种疫苗, 但此时还有一部分节点疫苗还在有效期内, 所以 1) $I(t)$ 和 $V(t)$ 会出现阻尼振荡现象; 2) 疫苗有效期 T 越长, $I(t)$ 和 $V(t)$ 越小. 对于相同的 T , 当 α 较大时, 因为接种疫苗倾向耗费较小, 因此初始 $V(t)$ 较大, 导致 $I(t)$ 会更小, 根据反馈作用此后 $V(t)$ 变小, 因此振荡也较小; 对于 $\alpha = 0$, 当到下一时间步选择是否接种时, 这时还有很多感染节点, 因此 T 越大 $I(t)$ 和 $V(t)$ 振荡越大. 而当 $\alpha = 0.2$ 时, 当下一时间步面临是否接种疫苗时, 这时 $I(t)$ 很小, 且 T 越大, $I(t)$ 越小, 如 $T = 50$, 在下次面临是否选择接种前, 感染人数基本等于 0, 因此振荡越小. 更重要的是, 从图 3 中我们可知, 对于相同的感染耗费和接种疫苗耗费, 当如 $T = 10$ 时, $\alpha = 0.2$ 时的 $I(t)$ 比 $\alpha = 0$ 时大约降低了 $(167 - 52) / 167 \approx 68.9\%$; 当 $T = 20$ 时, $I(t)$ 大约降低了 $(135 - 27) / 135 \approx 80\%$; 当 $T = 30$ 时, $I(t)$ 大约降低了 $(110 - 8) / 110 \approx 92.7\%$; 若 $T = 50$, $\alpha = 0.2$ 时疾病的传播基本被抑制, 而对于 $\alpha = 0$ 的 $I(t)$ 依旧很大. 这里的 167, 52, 135, 27, 8 和 110 都是相应 T 的平均感染节点数或稳态平均值. 可见, $\alpha = 0.2$ 时比 $\alpha = 0$ 时的感染节点数下降比例远超过 65%, 且疫苗有效期越长抑制疾病传播效果越好. 值得注意的是, 对于不同的参数, $I(t)$ 降低比例也不同.

4 结论与讨论

本文考虑了个体接种疫苗意愿的差异性, 结合博弈理论建立了一个基于节点度信息的自愿免疫模型, 并对该模型进行了理论解析, 最后分别对疫苗永久有效和有效期有限两种情况利用 SIS 模型在无标度网络中进行了疾病传播数值模拟. 证明并不是 α 越大抑制疾病传播的效果越好, 感染概率

β 越大接种人数越多. 我们发现 α 存在两个阈值 α_1^c 和 α_2^c , 当 $0 < \alpha < \alpha_1^c$ 时, 抑制疾病的传播效果与 $\alpha = 0$ 时一样; 当 $\alpha_1^c < \alpha < \alpha_2^c$ 时, α 越大就更能抑制疾病的传播; 当 $\alpha > \alpha_2^c$ 时, 第一时间步便抑制了疾病的传播, 即抑制效果与 $\alpha = \alpha_2^c$ 时一样. 同时感染概率 β 也存在一个阈值 β^c , 若 $0 < \alpha < \alpha_1^c$, 接种疫苗节点总数随着 β 增大而增多, 当 $\beta \geq \beta^c$ 时, 接种疫苗节点总数会立即下降; 若 $\alpha_1^c < \alpha < \alpha_2^c$, 接种疫苗节点总数随着 β 上升, 与 $0 < \alpha < \alpha_1^c$ 的情况不同, 当 β 接近 β^c 时, 接种疫苗节点总数就开始下降, 当 $\beta \geq \beta^c$ 时, 接种疫苗节点总数维持在很少的数

值. 如果疫苗有效期是有限的, 当 $\alpha_1^c < \alpha < \alpha_2^c$ 时, α 越大抑制效果会更好, 且感染节点数和接种疫苗节点数会出现阻尼振荡现象, α 越大振荡会越小衰减越快. 实验证明当感染耗费和接种疫苗耗费相同时, 该模型比忽略人群接种意愿差异性的模型能够更好的抑制疾病的传播, 且感染人数下降比例远高于 65%, 更重要的是, 疫苗有效期越长我们的模型效果越好. α 值对抑制疾病的传播影响很大, 因此在现实生活中找到 α 值是非常有价值的, 此外感染概率和疫苗有效期的长久性对疾病的抑制也非常重要.

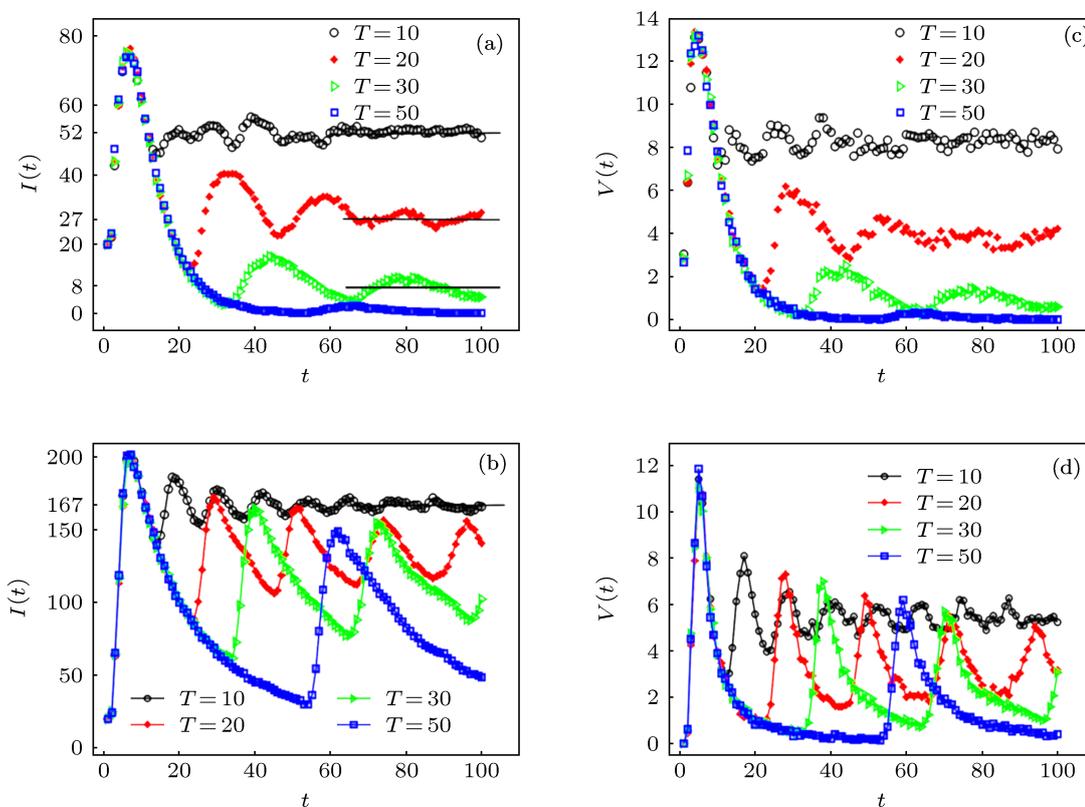


图3 当感染概率 $\beta = 0.2$ 和疫苗有效期 T 分别为 10, 20, 30 和 50 时, (a) 和 (c) 为 $\alpha = 0.2$ 时感染节点数 $I(t)$ 和接种疫苗节点数 $V(t)$ 随时间步长的变化; 图 (b) 和 (d) 为 $\alpha = 0$ 时感染节点数 $I(t)$ 和接种疫苗节点数 $V(t)$ 随时间步长的变化. 黑色实线为相应 T 的感染节点数 $I(t)$ 的平均值. 图中可以看出, $\alpha = 0.2$ 时抑制疾病传播效果比 $\alpha = 0$ 时好很多, 且疫苗有效期越长效果越好

在我们的模型中, 我们假设感染概率 β 和康复概率 μ 对每个人都是一样的, 忽略了节点个体抵抗疾病能力的差异性, 并且我们认为节点被感染的概率等于感知被感染的概率 [22], 因为人们感知被感染概率可能会大于或小于被感染的概率. 此外, 在

我们的模型中, 只是通过邻居节点感染情况来判断是否接种疫苗, 然而真实生活中, 人们接种疫苗的行为会受到媒体等的影响, 也就是有时即使没有感染邻居, 有些人也会选择接种疫苗, 以及人们得知信息的滞后性等情况都有待我们进一步研究.

[1] Ma Z N, Zhou Y C, Wang W D 2004 *The mathematical modeling and research on dynamics of infectious diseases* (Beijing: science press) pp1-5 (in Chinese) [马知恩, 周义仓, 王稳地 2004 传染病动力学的

数学建模与研究 (北京: 科学出版社) 第 1—5 页]

[2] Meyers L A, Pourbohloul B, Newman M E J, Skowronski D M, Brunham R C 2005 *J. Theor. Biol.* **232** 71

- [3] Li X, Wang X F 2006 *IEEE Trans. Automat. Control* **51** 534
- [4] Liu J G, Wu Z X, Wang F 2007 *Int. J. Mod. Phys. C* **18** 1087
- [5] Yu H, Liu Z, Li Y J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 020204 (in Chinese) [于会, 刘尊, 李勇军 2013 物理学报 **62** 020204]
- [6] Ren Z M, Shao F, Liu J G, Guo Q, Wang B H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 128901 (in Chinese) [任卓明, 邵凤, 刘建国, 郭强, 汪秉宏 2013 物理学报 **62** 128901]
- [7] Liu J G, Ren Z M, Guo Q 2013 *Physica A* **392** 4154
- [8] Hu Q C, Yin Y S, Ma P F, Zhang Y, Xing C X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 140101 (in Chinese) [庆成, 尹龔燊, 马鹏, 斐高昉, 张勇, 邢春晓 2013 物理学报 **62** 140101]
- [9] Ren Z M, Liu J G, Shao F, Hu Z L, Guo Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 108902 (in Chinese) [任卓明, 刘建国, 邵凤, 胡兆龙, 郭强 2013 物理学报 **62** 108902]
- [10] Liu J G, Ren Z M, Guo Q, Wang B H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 178901 (in Chinese) [刘建国, 任卓明, 郭强, 汪秉宏 2013 物理学报 **62** 178901]
- [11] Müller J, Schönfisch B, Kirkilionis M 2000 *J. Math. Biol.* **41** 143
- [12] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2002 *Phys. Rev. E* **65** 036104
- [13] Cohen R, Havlin S, Ben-Avraham D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 247901
- [14] Salathé M, Jones J H 2010 *PLoS Comput. Biol.* **6**(4) 1000736
- [15] Jiang Z H, Wang H, Gao C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 058903 (in Chinese) [姜志宏, 王晖, 高超 2011 物理学报 **60** 58903]
- [16] Bauch C T 2005 *Proc. R. Soc. B* **272** 1669
- [17] Wang Y Q, J G P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6734 (in Chinese) [王亚奇, 蒋国平 2010 物理学报 **59** 6734]
- [18] Perisic A, Bauch C T 2009 *BMC Infect. Dis.* **9** 77
- [19] Dushoff J, Plotkin J B, Levin S A, Earn D J D 2004 *Proc. Natl Acad. Sci. USA* **101** 16915
- [20] Fu F, Rosenbloom D I, Wang L, Nawak M A 2011 *Proc. R. Soc. B* **278** 42
- [21] Bauch C T, Galvani A P, Earn D J D 2003 *Proc. Natl Acad. Sci. USA* **100** 10564
- [22] Zhang H, Zhang J, Zhou C, Small M, Wang B 2010 *New J. Phys.* **12** 023015
- [23] Anderson R M, May R M, Anderson B 1992 *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford : Oxford Science Publications) p66
- [24] Zhou T, Liu J G, Bai W J, Chen G R, Wang B H 2006 *Phys. Rev. E* **74** 056109
- [25] Albert R, Jeong H, Barabási A L 2000 *Nature* **406** 378
- [26] Shi H J, Duan Z S, Chen G R, Li R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3309

Analysis of voluntary vaccination model based on the node degree information*

Hu Zhao-Long Liu Jian-Guo[†] Ren Zhuo-Ming

(Research Center of Complex Systems Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

(Received 28 May 2013; revised manuscript received 15 August 2013)

Abstract

The widespread of epidemics bring tremendous losses to the mankind, thus it is very important to prevent the spread of epidemics. In this paper, the differences between individual tendency of vaccination is taken into account to propose a voluntary vaccination model based on the node degree information. Further, the theoretical analysis result shows that if propagation rate exceed a threshold value, the effectiveness of epidemic spreading (the number of infectious nodes) of the model above and the classical model ignoring the difference between the individual vaccination willingness [Zhang et al 2010 *New J. Phys.* **12** 023015] will be the same. Both the permanent vaccination and the temporary vaccination are considered to analyze the process of epidemic spreading for the Barabási-Albert network by using the SIS model. The numerical simulation results are consistent with the empirical ones very well. Experiments prove that when the infection cost and vaccine cost is the same, the model can prevent the spread of the epidemic more effective as compared with the classical one, and the proportion of the infections decreases over 65% than the classical one. In addition, the longer the live of vaccine, the more effective the prevention of the spread of the epidemic using this model (compared with the classical model ignoring the difference between the individual vaccination willingness).

Keywords: epidemic spreading, voluntary vaccination, vaccination inclination, node degree

PACS: 89.75.Fb, 89.75.Hc, 87.15.A—

DOI: 10.7498/aps.62.218901

* This work supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 91024026, 71071098, 71171136), the Innovation Program of Shanghai Municipal Education Commission (Grant Nos. 11ZZ135, 11YZ110), the Key Project of Chinese Ministry of Education (Grant No. 211057), the Shanghai Leading Academic Discipline Project of China (Grant No. XTKX2012), and the Innovation Fund Project for Graduate Student of Shanghai (Grant No. JWCXSL1202).

† Corresponding author. E-mail: liujg004@ustc.edu.cn