参数激励与晶体摆动场辐射的稳定性

李秀平† 王善进 陈琼 罗诗裕‡

(东莞理工学院电子工程学院, 东莞 523808)

(2013年3月22日收到; 2013年8月16日收到修改稿)

寻找新光源, 特别是短波长相干光源备受关注. 本文讨论了晶体摆动场辐射作为短波长激光的可能性和必须满足的基本条件; 指出了至今尚未获得可利用的短波长激光可能不只是技术原因, 而且还有物理原因. 利用参数激励方法对这个问题进行了分析. 在经典力学框架内和偶极近似下, 引入正弦平方势, 把粒子运动方程化为具有阻尼项和参数激励项的摆方程. 利用 Melnikov 方法讨论了系统的稳定性, 并对系统的临界条件进行了分析. 结果表明: 系统的稳定性与其参数有关, 只需适当调节这些参数, 系统的稳定性就可以原则上得到保证.

关键词: 晶体摆动场辐射, 沟道辐射, 参数激励, 稳定性

PACS: 41.60.−m, 61.82.Rx, 61.85.+p **DOI:** 10.7498/aps.62.224102

1 引 言

20 世纪 70 年代, 苏联科学家 Kumakhov[1] 发现了沟道辐射; 80 年代开始, 人们对这种辐射进行了深入研究, 并提出了各种可能方案企图把这种辐射改造为相干辐射. 90 年代末, 以 Korol 为代表的俄国科学家们提出了用声学方法将沟道平面周期弯曲, 带电粒子在周期弯晶中运动时, 除了产生自发的沟道辐射外, 还将产生相干的摆动场辐射 [2−8]. 近年来, 这个研究小组就一直致力于如何把这种辐射改造为相干辐射. 2013 年, Korol 等 [7] 出版了专著, 对弯晶, 特别是周期弯晶的沟道效应和沟道辐射做了系统的探索和总结, 并明确指出, 利用晶体摆动场作为短波长激光光源是完全可能的. 虽然至今还未获得可利用的 X- 激光或 γ- 激光, 其主要原因是技术问题而不是物理问题. 其实, 物理问题 (运动稳定性问题) 一直是人们关注的问题. 只有保证了系统的稳定性, 才有可能获得可利用的晶体摆动场辐射. 人们用不同方法研究了这个问题, 但大多采用的是外激励方法, 即把晶体周期弯曲视为外力作用, 再考虑外力作用下粒子的运动行为. 我们也曾以外激励方式对系统的稳定性进行过分析, 并用相平面方法、Melnikov 方法以及功能原理和哈密顿原理对此进行过讨论 [9−14]. 本文用内激励 (参数激励) 方法对这个问题进行描述.

从势和场的观点出发, 把周期弯晶产生的离心力视为离心势, 而离心势对系统的影响可等效为粒子 - 晶体相互作用势 (面间势) 垒高度发生变化. 在经典力学框架内和偶极近似下, 引入正弦平方势, 并考虑运动阻尼的影响, 把粒子的运动方程化为具有阻尼项和参数激励项的摆方程. 用 Melnikov 方法讨论了周期轨道的次谐分叉和系统的稳定性. 结果表明, 系统的临界条件与其物理参数有关, 只需适当调节这些参数就可以原则上避免分叉出现.

2 晶体摆动场辐射

2.1 晶体周期弯曲

假设用声学方法或其他方法 (比如刻痕法或梯度掺杂法等) 已将晶体做了如下形式

$$x(z) = a\sin(2\pi z/\lambda_{\rm u}) \tag{1}$$

的弯曲 [2,4,9], 其中 a 是 “振幅”, $\lambda_{\rm u}$ 是周期摆动场 “波长”. 在相邻晶面 (特别是低晶面指数晶面) 之间运动的带电粒子很容易穿透到晶体内部, 这个现象

† 通讯作者. E-mail: 15917687688@163.com

‡ 通讯作者. E-mail: luoshy@126.com

就是所谓沟道效应. 在晶格场中做沟道运动的带电粒子将不断向外辐射能量, 这种辐射就是沟道辐射. 值得注意的是, 在晶体摆动场中运动的带电粒子除了发射自发的沟道辐射外, 还将发射相干的摆动场辐射, 而晶体摆动场辐射与自由电子激光十分类似.

2.2 摆动场辐射作为短波长光源的基本条件

为了讨论方便, 除了上述两个参数 a 和 λ_u 外, 再引入下面参数对晶体摆动场进行描述: 与粒子有关的参数 ε 为离子能量; 与晶体有关的参数 d 为晶面间距, L 为晶体长度; 与粒子和晶体相关的参数 $V(x)$ 为粒子 - 晶体相互作用势 (面间势), C 为离心势与面间势之比, L_d 为粒子退道长度, L_a 为辐射衰减长度, λ 为辐射波长.

研究表明 [2,4,9], 要获得可利用的晶体摆动场辐射, 下列条件必须满足:

1) $C < 4\pi^2\varepsilon a/V'_{\max}\lambda^2 < 1$, 粒子的沟道运动是稳定的;

2) $d < a \ll \lambda$, 周期弯晶的振幅变化范围要大;

3) $N = L/\lambda \gg 1$, 摆动场周期数要大;

4) $L \leqslant \min(L_\mathrm{d}(C),\ L_\mathrm{a}(\omega))$, 晶体长度要小于退道长度和辐射长度中最小的一个;

5) $\Delta\varepsilon/\varepsilon \ll 1$, 辐射损失要低.

首先, 要保证沟道运动是稳定的. 这就是说, 仅当粒子的沟道运动稳定时, 才能提供可利用的摆动场辐射. 影响沟道运动稳定性的因素很多, 有技术上的原因, 也有物理上 (动力学) 的原因. 对于周期弯晶, 离心力是重要原因之一. 条件 1) 给出了晶体周期弯曲产生的离心力对运动稳定性的影响. 这个条件表明, 只有当最大离心力 $F^{\mathrm{cf}}_{\max}$ 小于最大的面间力 $V'_{\max}$ 时, 即 $C = F^{\mathrm{cf}}_{\max}/V'_{\max} < 1$, 沟道运动才是稳定的. 对于超相对论粒子, $F^{\mathrm{cf}}_{\max} \approx \varepsilon/R_{\min}$, 其中 $R_{\min} = \lambda_\mathrm{u}^2/4\pi a^2$ 是弯晶最小曲率半径, 由曲线二阶导数给出. 这就是说, 弯晶曲率半径不能小于 $R_{\min} = \lambda_\mathrm{u}^2/4\pi a^2$.

研究表明, 仅当弯晶的振幅与间距比 $a/d > 1$ 时, 摆动场辐射频率和沟道辐射频率才分得比较开, 而摆动场辐射强度才比较大 [2,4,11]. 另一方面, 仅当 $a \ll \lambda$ 时, 才能确保晶体形变是弹性的. 换句话说, 晶体弯曲必须保证晶体形变不会破坏晶体结构.

研究还表明, 要使晶体摆动场辐射谱线尖锐、清晰而且间距大, 就要求晶体摆动场周期数 $N \gg 1$. 在自由电子激光器中辐射强度与 N^2 成正比. 这就是说, 只要周期数 N 足够大, 辐射强度是可以很强的. 对于自由电子激光器, 周期数 N 原则上可以为无穷. 实际上, 由于技术上的原因, 周期数 N 不能做得太大. 注意到, 对于自由电子激光器, 电子和光子都运动在真空中, 而对于晶体摆动器, 电子和光子都运动在介质中. 正是这种差异, 晶体摆动场辐射面临的问题比自由电子激光复杂得多. 比如, 电子和光子同晶体相互作用产生的退道效应和辐射衰减, 对于自由电子激光器就不会出现; 也正是这种差异, 晶体摆动场辐射强度不再与 N^2 成正比, 而是比这种相关性要弱得多.

由于电子多重散射和原子核碰撞, 粒子的横向能量 $\varepsilon_\perp$ 将不断增加, 当横向能量超过面间势垒时将离开沟道, 这种现象称为退道. 沟道粒子一旦退道对沟道辐射就不再有贡献. 定义沟道粒子数减少到初始状态 1/e 时的晶体长度为退道长度, 并用符号 L_d 表示. 对于直沟道, 退道长度 L_d 与晶体类型、粒子能量和种类有关; 对于周期弯晶, 这个量还与参数 C 有关. 退道长度是弯晶长度的自然上限, 换句话说, 晶体摆动器的长度必须满足 $L \leqslant L_\mathrm{d}(C)$, 否则由于退道效应摆动场辐射强度将很弱, 以至于实验上不可观察. 另一方面, 由于光子吸收和散射, 摆动场辐射强度还要进一步降低. 当光子强度减少到初始状态的 $1/e$ 时, 相应的晶体长度称为衰减长度, 并用符号 $L_\mathrm{a}(\omega)$ 表示. 注意到衰减长度与光子能量成反比, 这就是说, 对于高能光子, 限制晶体长度的是衰减长度; 对于低能光子, 限制晶体长度的是退道长度 [12]. 条件 3) 中的周期数不再是 $N = L/\lambda \gg 1$, 而是 $N_\mathrm{d} = L_\mathrm{d}/\lambda \gg 1$, 或 $N_\mathrm{a} = L_\mathrm{a}/\lambda \gg 1$.

注意到退道长度与粒子能量成正比 $L_\mathrm{d} \propto \varepsilon$, 能量越高退道长度越长, 周期数越大, 谱线越清晰. 但是, 随着粒子能量增加, 辐射损失 $\Delta\varepsilon$ 也越来越大. 辐射损失太大, 条件 5) 就可能不满足.

要获得可利用的晶体摆动场辐射, 必须对条件 (1)—(5) 式综合考虑. 研究表明, 对参数 ε, a, λ 的要求大概为 $\varepsilon = (0.5\text{—}5)$ GeV; $a/d = 10^1\text{—}10^2$; $C = 0.01\text{—}0.2$; $N \approx N_\mathrm{d} = 10^1\text{—}10^2$; $\hbar\omega \geqslant 10^2$ keV. 这组参数是当前技术条件可以达到的. 但是, 至今尚未获得可利用的 X- 激光或 γ- 激光, 可能还有物理问题需要进一步考虑, 而运动稳定性便是其中问题之一.

3 运动方程

3.1 参数激励的摆方程

在偶极近似下, 粒子的横向运动可以用经典方法来描述. 在弯晶沟道中运动的粒子, 除了受到晶格场作用外, 还要受到阻尼力和晶体弯曲产生的离心力作用. 从势和场的观点看, 带电粒子在周期弯晶中运动可以视为粒子在有效势场

$$V_{\mathrm{eff}}(x)=V(x)+V_{\mathrm{f}}(x) \tag{2}$$

中的运动, 其中 $V(x)$ 是粒子 - 晶体相互作用势; 常用的相互作用势有 Lindhard 势, Moliere 势和正弦平方势等; 而

$$V_{\mathrm{f}}(x)=pvd\kappa(z) \tag{3}$$

是离心势, 其中

$$\kappa(z)=\kappa_0\sin\frac{2\pi}{\lambda_{\mathrm{u}}}z \tag{4}$$

是弯晶曲率, 由曲线 (1) 的二阶导数给出; 在超相对论情况下, $z\approx ct$, 而 $\kappa_0=\Omega_{\mathrm{u}}^2a$ 是周期弯晶的曲率幅值. 引入正弦平方势 [15,16]

$$V(x)=V_0\sin^2(\pi x/d) \tag{5}$$

来描述粒子 - 晶体相互作用, 其中 V_0 是面间势垒高度. 考虑到晶体弯曲和摆动场的周期性, 作用到粒子上的有效势垒可表示为

$$V_{\mathrm{eff}}=V_0-\frac{pvd\kappa_0}{\pi}\sin\kappa_{\mathrm{u}}ct, \tag{6}$$

上式表明, 离心势作用将使面间势垒高度 V_0“降低”. 而粒子运动方程可表示为

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+2m\mu_0\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\pi}{\mathrm{d}}V_{\mathrm{eff}}\sin\frac{2\pi x}{\mathrm{d}}=0, \tag{7}$$

其中 $\kappa_{\mathrm{u}}=\dfrac{2\pi}{\lambda_{\mathrm{u}}}$ 是摆动场 “波数”. 令

$$X=\frac{2\pi x}{\mathrm{d}},\quad \omega_0^2=\frac{2\pi^2V_{\mathrm{eff}}}{m\mathrm{d}^2},\quad b=\frac{pvd\kappa_0}{\pi V_{\mathrm{eff}}}, \tag{8}$$

并注意到 (6) 式, 则方程 (7) 可化为

$$\frac{\mathrm{d}^2X}{\mathrm{d}t^2}+2\mu_0\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2(1-b\sin\Omega_{\mathrm{u}}t)\sin X=0, \tag{9}$$

方程 (9) 是一个带有阻尼项和参数激励项的摆方程.

3.2 小振幅近似

假设粒子运动在中心平面附近, 则可将 $\sin X$ 做泰勒展开 $\sin X=X-\dfrac{1}{6}X^3+\cdots$, 在小振幅情况下, 取前两项做近似, 方程 (9) 可化为

$$\frac{\mathrm{d}^2X}{\mathrm{d}t^2}+2\mu_0\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2X-\frac{\omega_0^2}{6}X^3=fX\sin\Omega_{\mathrm{u}}t, \tag{10}$$

其中

$$f=\omega_0^2b, \tag{11}$$

做变换

$$X=\sqrt{6}\xi;\quad t=\frac{\tau}{\omega_0}. \tag{12}$$

并假设阻尼项和参数激励项是小量, 方程 (10) 可进一步表示为

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}\tau^2}+\xi-\xi^3=-\varepsilon\left(\mu\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}\tau}-f\xi\cos\Omega\tau\right), \tag{13}$$

其中 ε 是小参数, 表示伴随它的项是小量; 而

$$\mu=\frac{\sqrt{6}}{2}\omega_0\mu_0,\quad \Omega=\frac{\Omega_{\mathrm{u}}}{\omega_0}. \tag{14}$$

方程 (13) 的等价系统由正则方程

$$\begin{aligned}&\xi'=\varsigma,\\&\varsigma'=-\xi+\xi^3-\varepsilon(\mu\varsigma-f\xi\cos\Omega\tau)\end{aligned} \tag{15}$$

给出, 其中 “′” 表示对 “时间”τ 的微商. 下面, 对系统的稳定性进行分析.

4 周期轨道的次谐分叉

4.1 无扰动系统的周期轨道

$\varepsilon=0$ 的系统是无扰动系统. 当 $0<h<1/4$ 时, 无扰动系统存在一族围绕中心 (0, 0) 的周期轨道:

$$\xi_\kappa=\frac{\sqrt{2}\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}}sn(u,\kappa), \tag{16}$$

$$\begin{aligned}&\varsigma_\kappa=\frac{\sqrt{2}\kappa}{1+\kappa^2}cn(u,\kappa)dn(u,\kappa),\\&u=\tau/\sqrt{1+\kappa^2},\end{aligned} \tag{17}$$

相应的周期由

$$T_k=4\sqrt{1+\kappa^2}K(\kappa) \tag{18}$$

给出, 其中 $sn(u,\kappa)$, $cn(u,\kappa)$, $dn(u,\kappa)$ 为雅可比椭圆函数; κ 为椭圆函数的模, $0<\kappa<1$; $h(\kappa)=\kappa^2/\left(1+\kappa^2\right)^2$, $K(\kappa)$ 为第一类全椭圆积分.

4.2 周期轨道的 Melnikov 函数

对任意给定的一对互质正整数 (m, n), 存在惟一的 κ, 使得 $T_\kappa = 4\sqrt{1+\kappa^2}K(\kappa) = \dfrac{2\pi m}{\omega n}$. 对于周期轨道, 可构造如下形式的 Melnikov 函数

$$\begin{aligned}
&M^{m/n}(\tau_0,\delta,f)\\
&=\int_0^{mT}\varsigma_\kappa(\tau)[-\mu\varsigma_\kappa(\tau)+f\cos\Omega(\tau+\tau_0)\xi_\kappa(\tau)]\,\mathrm{d}\tau\\
&=-\mu J_1(m,n)-fJ_3(m,n)\cos\Omega\tau_0,
\end{aligned}\tag{19}$$

其中 ξ_κ 和 ς_κ 分别由 (16) 和 (17) 式给出, 而

$$\begin{aligned}
&J_1(m,n)\\
&=\frac{8n}{3(1+\kappa^2)^{3/2}}\big[\big(\kappa^2-1\big)K(\kappa)\\
&\quad+\big(1+\kappa^2\big)E(\kappa)\big],
\end{aligned}\tag{20}$$

$$\begin{aligned}
&J_3(m,n)\\
&=\begin{cases}0 \qquad \text{当 } n\neq 1, \text{ 或 } m \text{ 为奇数}\\[2mm]
\dfrac{\pi^3m^2}{3(1+\kappa^2)K^2(\kappa)}\operatorname{csch}\dfrac{\pi mK'(\kappa)}{2K(\kappa)}\\
\qquad \text{当 } n=1, \text{ 或 } m \text{ 为偶数}\end{cases},
\end{aligned}\tag{21}$$

$K'(\kappa)=K(\kappa)$, $E(\kappa)$ 为第二类完全椭圆积分. 上式表明, 系统存在偶阶次谐分叉. 令 (19) 式中的 $\cos\Omega\tau_0=1$, 可由 Melnikov 方法将偶阶次谐分叉的阈值表示为

$$\begin{aligned}
R_m(\Omega)&=\frac{J_1(m,1)}{J_3(m,1)}=\frac{1}{3\pi^3\Omega^2\big(1+\kappa^2\big)^{1/2}}\\
&\quad\times\big\{16\big[\big(1+\kappa^2\big)E(\kappa)-\big(1-\kappa^2\big)K(\kappa)\big]\big\}\\
&\quad\times sh\frac{\pi mK'(\kappa)}{2K(\kappa)},
\end{aligned}\tag{22}$$

当参数 f,μ 满足条件

$$\frac{f}{\mu}>R_m(\Omega)\tag{23}$$

时, 系统存在偶阶次谐分叉. 进一步分析表明, 无论是外激励 [11,12] 还是参数激励, 系统都将经过次谐分叉进入 Smale 混沌, 只是进入混沌的方式不同, 前者是经过可数个奇阶次谐分叉, 而后者则是经过无穷次偶阶次谐分叉.

4.3 次谐分叉的物理意义

将 (8), (11), (12) 式代入 (22) 式, 并注意到 (23) 式, 可将系统的临界条件用原始参数表示为

$$\begin{aligned}
\left(\frac{f_0}{\mu}\right)_{\mathrm{c}}&=R_m(\Omega)\\
&=\frac{64V_0\omega_0\big[\big(1+\kappa^2\big)E(\kappa)-\big(1-\kappa^2\big)K(\kappa)\big]}{\pi^2d\Omega^2\big(1+\kappa^2\big)^{1/2}}\\
&\quad\times sh\frac{\pi mK'(\kappa)}{2K(\kappa)},
\end{aligned}\tag{24}$$

其中 $f_0=pv\kappa_0$ 是离心力幅值, μ 是阻尼系数. 上式表明, 系统的稳定性与离心力和阻尼力的大小有关, 当 $\dfrac{f_0}{\mu}<\left(\dfrac{f_0}{\mu}\right)_{\mathrm{c}}$ 时系统是稳定的, 否则系统不稳定.

从 (24) 式可以看出:

1) 如果晶体不弯曲 ($f_{\mathrm{c}}=0$), 条件 $\dfrac{f_0}{\mu}<\left(\dfrac{f_0}{\mu}\right)_{\mathrm{c}}$ 始终满足, 系统不出现次谐分叉, 换句话说, 对于直沟道系统始终是稳定的;

2) 离心力 f_0 越小, 条件 $\dfrac{f_0}{\mu}<\left(\dfrac{f_0}{\mu}\right)_{\mathrm{c}}$ 越容易满足, 系统越稳定, 当它满足条件

$$\begin{aligned}
(f_0)_{\mathrm{c}}&=\frac{64V_0\omega_0\mu\big[\big(1+\kappa^2\big)E(\kappa)-\big(1-\kappa^2\big)K(\kappa)\big]}{\pi^2d\Omega^2(1+\kappa^2)^{1/2}}\\
&\quad\times sh\frac{\pi mK'(\kappa)}{2K(\kappa)}
\end{aligned}\tag{25}$$

时, 系统处于临界状态; 当 $f_0<(f_0)_{\mathrm{c}}$ 时系统是稳定的, 当 $f_0>(f_0)_{\mathrm{c}}$ 时, 系统不稳定;

3) 衰减系数 μ 越大, 条件 (24) 越容易满足, 系统越稳定, 当它满足条件

$$\begin{aligned}
\mu_{\mathrm{c}}&=\frac{\pi^2d\Omega^2(1+\kappa^2)^{1/2}f_0}{64V_0\omega_0\big[\big(1+\kappa^2\big)E(\kappa)-\big(1-\kappa^2\big)K(\kappa)\big]}\\
&\quad\times\operatorname{csch}\frac{\pi mK'(\kappa)}{2K(\kappa)}
\end{aligned}\tag{26}$$

时, 系统处于临界状态; 当 $\mu>\mu_{\mathrm{c}}$ 系统是稳定的, 当 $\mu<\mu_{\mathrm{c}}$ 时, 系统存在次谐分叉, 这就是说, 仅当系统阻尼足够强时, 系统才可能是稳定的.

5 结 论

本文讨论了如何利用晶体摆动场辐射作为短波长相干光源的基本条件, 并指出了系统的稳定性必须进一步研究. 从势和场的观点出发, 把一个外激励问题转化为内激励问题, 并在经典力学框架内和小振幅近似下, 把粒子在周期弯晶中的运动方程化为参数激励的摆方程. 结果表明, 系统的临界条件与其参数有关, 只需适当调节这些参数, 系统分叉就原则上可以避免. 注意到分叉就是不稳定, 适当调节参数, 系统的稳定性可以原则上得到保证.

[1] Kumakhov M A 1976 *Phys. Lett.* A **57** 17

[2] Korol A V, Solovyov A V, Greiner W 2008 *Nucl. Inst. Methods Phys. Res.* B **266** 1173

[3] Korol A V, Solovyov A V, Greiner W 2006 *Spontaneous and Stimulated Photon Emission in Crystalline Undulators* (Natherlands: Springer) pp165–189

[4] Tabrizi M, Korol A V, Solovyov A V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 164801

[5] Korol A V, Solovyov A V, Greiner W 2004 *Int. J. Mod. Phys.* E **13** 867

[6] Sushko G B, Korol A V, Greiner W, Solov′yov A V 2013 *J. Phys.: Conf. Ser.* **438** 012018

[7] Korol A V, Solov′yov A V, Greiner W 2013 *Channeling and Radiation in Periodically Bent Crystals* (Berlin: Springer) pp195–226

[8] Gennady B S, Bezchastnov V G, Solov′yov I A, Korol A V, Greiner W, Solovyov A V 2013 *J. Computat. Phys.* **252** 404

[9] Luo S Y, Shao M Z 2009 *Chin. Laser* **36** 1378 (in Chinese) [罗诗裕, 邵明珠 2009 中国激光 **36** 1378]

[10] Wang S J, Wu M Y, Luo S Y, Zhang W F, Luo X H, Shao M Z 2010 *Acta Opt. Sin.* **30** 180 (in Chinese) [王善进, 吴木营, 罗诗裕, 张伟风, 罗晓华, 邵明珠 2010 光学学报 **30** 180]

[11] Luo S Y, Shao M Z, Luo X H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2685 (in Chinese) [罗诗裕, 邵明珠, 罗晓华 2010 物理学报 **59** 2685]

[12] Zhang M, Luo X H, Luo S Y, Shao M Z 2010 *Chin. J. Lumines.* **31** 454 (in Chinise) [张梅, 罗晓华, 罗诗裕, 邵明珠 2010 发光学报 **31** 454]

[13] Luo X H, He W, Wu M Y, Shao M Z, Luo S Y 2013 *Chin. Phys.* B **22** 064210

[14] Liu H Z, Luo S Y, Shao M Z 2013 *Chin. Phys.* B **22** 047807

[15] Luo S Y, Shao M Z, Luo X H 2010 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **40** 207 (in Chinese) [罗诗裕, 邵明珠, 罗晓华 2010 中国科学 **40** 207]

[16] Shao M Z, Luo S Y, Wang H C 2009 *Chin. Lasers* **36** 2888 (in Chinese) [邵明珠, 罗诗裕, 王红成 2009 中国激光 **36** 2888]

Parametric excitation and stability of crystalline undulator radiation

Li Xiu-Ping† Wang Shan-Jin Chen Qiong Luo Shi-Yu‡

(*College of Electronic Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan* 523808, *China*)

(Received 22 March 2013; revised manuscript received 16 August 2013)

Abstract

Looking for a new light source, especially short-wavelength coherent light source has attracted much attention. A possibility and basic conditions are discussed by using crystalline undulator field radiation as a short-wavelength laser; it is pointed out that the short-wavelength laser has not yet been available so far which is due to not only technical reasons, but also physical reasons. In this paper, the physical problem is analyzed by using parametric excitation method. Introducing the sine-squared potential, the particle motion equation is reduced to a pendulum equation with a damping term and parameter excitation term in the framework of classical mechanics and the dipole approximation. A stability of the system is discussed using Melnikov method, and the critical condition of the system is also analyzed. The results show that the stability of the system relates to its parameters. By adjusting these parameters appropriately, the stability of the system can be ensured in principle.

Keywords: crystalline undulator radiation, hanneling radiation, parametric excitation, tability

PACS: 41.60.−m, 61.82.Rx, 61.85.+p **DOI:** 10.7498/aps.62.224102

† Corresponding author. E-mail: 15917687688@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: luoshy@126.com