

## 层状介质上空展源瞬变电磁响应的计算方法研究\*

齐有政<sup>1)2)†</sup> 黄玲<sup>1)</sup> 张建国<sup>1)2)</sup> 方广有<sup>1)</sup>

1) (中国科学院电磁辐射与探测技术重点实验室, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2013年7月19日收到; 2013年8月20日收到修改稿)

在瞬变电磁法的实际应用中, 由于发射回线和发射波形的不规则性而导致其发射源成为时空展源. 展源效应的忽略会造成正反演和数据解释的差错, 因此开展展源效应的研究对于瞬变电磁法的实际应用具有重要的意义. 对于空间展源, 本文以磁偶极子的响应为基响应, 应用有源空间的互易定理和第二类曲线积分, 提出了一种可基于发射回线数值坐标求取任意形状发射回线响应的计算方法. 同时对于时间展源, 以阶跃波形的响应为基响应, 对阶跃响应的特性进行了分析, 提出了一种对发射信号进行非均匀采样的高效时间域计算方法, 解决了对数采样的基响应与高密度采样的发射波形之间进行常规卷积时所面临的时间与精度之间的矛盾. 通过对层状大地上展源响应的模拟仿真和对比验证显示了本文所提出方法的正确性. 最后本文考察了几种常见时空展源在常规近似前后响应的差别, 并给出了相关结论.

**关键词:** 分层介质, 展射电源, 互易定理, 非均匀采样

**PACS:** 42.25.Dd, 91.25.Qi

**DOI:** 10.7498/aps.62.234201

## 1 引言

时域电磁学是当今电磁学领域非常活跃并在蓬勃发展中的一个前沿分支, 在通信、计算机网络、电子工程、雷达、地物探测、电磁兼容和生物电磁学等领域发挥着重要作用<sup>[1-8]</sup>. 其中, 层状介质上空展射电源的瞬变电磁响应是该课题的重点之一, 是雷达与低频地球物理探测方法的常用物理模型. 在地物探测的瞬变电磁法实际作业中, 一方面由于勘探处地形、人为因素等原因, 发射回线多呈现不规则形; 另一方面由于仪器内部器件功能限制, 发射波形也并非理想的斜变信号. 这些总体特征使得发射源成为时空展源. 在传统的正反演和数据处理中: 发射回线常用等面积的圆形回线近似代替; 波形则被看作理想的斜变信号, 然后通过阶跃响应进行关断时间上的平均求得<sup>[9-13]</sup>.

近年来, 一方面随着计算机处理能力和精密采集技术的发展, 使得发射回线空间展源效应的考虑成为可能. 另一方面随着航空瞬变电磁法的开展,

发射波形不再局限于单纯的斜变信号, 半正弦、锯齿、梯形信号等往往成为首选, 因此发射信号的时间展源效应必须考虑在内<sup>[14,15]</sup>. 目前国内外瞬变电磁法的相关文献在空间展源方面主要涉及了圆形、矩形和一些简单多边形响应的求取, 因其计算方法都是针对特定的形状, 使得其在实际作业中往往面临很大的不足<sup>[16-18]</sup>. 本文则是从发射回线的空间坐标出发, 首先借助有源空间的互易定理将收发互换, 然后利用基于矢量运算的第二类曲线积分求取了任意形状回线的响应. 因为该方法是针对发射源坐标构建的, 使用者无需关心发射源的实际形状, 只需用 GPS 等设备确定回线坐标即可. 这使得该算法在实际作业中具有很大的优越性. 仿真对比也显示了所提出方法的正确性. 在时间展源的求取方面, 针对任意波形的响应, 国内外的相关文献往往是先在频域卷积然后变换到时域而得到. 但对于某些复杂信号, 数学上得到其频谱信息是非常困难的, 因此传统方法往往只适用于简单信号响应的求取<sup>[18-20]</sup>. 针对这一难点, 本文则是直接从时间域出

\* 国家深部探测技术与实验研究科技专项 (批准号: SinoProbe-09-02) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: qiyz.china@163.com

发, 以阶跃响应为基响应, 通过阶跃响应叠加的方法求取了任意波形的响应. 为了提高运算效率, 本文对阶跃响应的变化特性进行了分析, 提出了一种对发射信号采用非均匀采样的运算方法. 仿真分析显示本文方法很好地解决了运算时间和结果精度之间的矛盾. 文章最后对时空展源在层状介质上的响应进行了分析, 得出的结论对传统近似造成的误差分析具有一定的借鉴作用.

## 2 物理模型和计算方法

### 2.1 物理模型

图 1 为瞬变电磁法在地球物理、探地雷达和遥感技术等实际应用中常见的物理模型. 实际作业中的土壤层、冰层、矿产沉积层和淡水层等均被等效为具有一定电磁参数  $\epsilon_i, \mu_i$  和  $\sigma_i$  且厚度  $h_i$  不同的层状结构模型, 且首层上方空气的电磁参数一般用真空中相关参数代替. 发射源一般为偶极子天线、圆形、矩形等任意形状回线, 常见的发射电流为阶跃、斜阶跃和半正弦等电流波形. 发射源一般置于首层或首层之上的空气中向介质中发射电磁波, 电磁波在介质中经过多次发射和折射之后被接收器(偶极子线圈)接收.

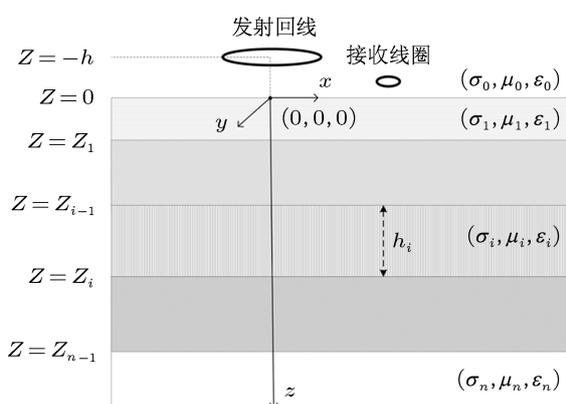


图 1 瞬变电磁法实际作业对应的物理模型

在图 1 中, 平面直角坐标系下一般取  $z$  轴垂直于层状介质往下,  $x, y$  轴成右手螺旋关系. 此外为了利用模型的对称性, 圆柱坐标系  $(r, \varphi, z)$  也常常用于此模型的理论分析. 本文中以地物探测中的瞬变电磁应用作为基础, 故各层中的磁导率  $\mu_i$  均假定和真空中磁导率  $\mu_0$  相等.

### 2.2 偶极子阶跃响应的计算方法

层状介质上方磁偶极子源的阶跃响应是研究最多的响应, 也是本文所提出计算方法的基础响应. 对于位于地面以上  $z = -h$  处磁矩为  $m$  的垂直磁偶极, 当接收位于  $(r, \varphi, z)$  处时其频率域电磁分量表达式如下所示<sup>[16]</sup>:

$$E_\varphi = -\frac{\hat{z}_0 m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \times \frac{\lambda^2}{u_0} J_1(\lambda \rho) d\lambda, \quad (1)$$

$$H_z = \frac{m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-u_0(z+h)} + r_{TE} e^{u_0(z-h)}] \times \frac{\lambda^3}{u_0} J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (2)$$

其中  $u_n = (\lambda^2 - k_n^2)^{1/2}$ ,  $k_n$  为各层介质中的波数, 表达式为  $k_n^2 = \omega^2 \mu_n \epsilon_n - i\omega \mu_n \sigma_n$ .  $r_{TE}$  为电场矢量从地表垂直入射到层状介质所对应的反射系数, 可由  $r_{TE} = (Y_0 - \hat{Y}_1)/(Y_0 + \hat{Y}_1)$  算出, 其中  $Y_0 = u_0/i\omega\mu_0$  为自由空间的本征导纳,  $\hat{Y}_1 = H_y^{TE}/E_y^{TE}$  为  $z = 0$  处的地表导纳, 对于图 1 中的  $N$  层大地, 地表导纳可由如下递推关系给出:

$$\hat{Y}_1 = Y_1 \frac{\hat{Y}_2 + Y_1 \tanh(u_1 h_1)}{Y_1 + \hat{Y}_2 \tanh(u_1 h_1)}, \quad (3)$$

.....

$$\hat{Y}_n = Y_n \frac{\hat{Y}_{n+1} + Y_n \tanh(u_n h_n)}{Y_n + \hat{Y}_{n+1} \tanh(u_n h_n)}, \quad (4)$$

$$\hat{Y}_N = Y_N. \quad (5)$$

在 (1) 或 (2) 式中这类积分时有两个困难, 一是无限的积分源, 二是贝塞尔函数的震荡特性. 计算该积分的常规方法是把它变换成褶积形式. 其积分均具有如下 Hankel 变换形式<sup>[21]</sup>:

$$F(r) = \int_0^\infty K(\lambda) J_n(\lambda r) d\lambda. \quad (6)$$

做代换  $r = e^x$  和  $\lambda = e^{-y}$ , 并在公式两端乘以  $e^x$  可得到如下用于计算线性移不变系统输出的褶积积分形式

$$e^x F(e^x) = \int_{-\infty}^\infty K(e^{-y}) [e^{x-y} J_n(e^{x-y})] dy, \quad (7)$$

其中  $e^x F(e^x)$  是输出,  $K(e^{-y})$  是输入, 而  $e^{x-y} J_n(e^{x-y})$  是线性系统的移位脉冲响应, 可视为一滤波器. 变换之后得到的 (7) 式可通过对应的离散褶积进行计算, 计算中所采用的滤波器系数一般是预先由其他形态类似但具有解析解的积分式计算得来.

在求得频率域响应之后可通过 iFFT(快速逆傅里叶变换) 求取瞬变响应, 但由于 iFFT 需要的滤波系数个数较多, 一般为了提高运算效率, 往往采用 Gaver-Stehfest(G-S) 变换求取时间域响应. G-S 变换的思想是利用  $\delta$  函数的积分性质, 使函数本身和它与  $\delta$  函数乘积积分联系起来. 通过选择适当的近似

$\delta$  函数使积分转化为如下与函数的拉式变换有关的形式 [20]

$$f(t) = [\ln(2)/t] \sum_{j=1}^J d(j, J) F[j \ln(2)/t], \quad (8)$$

其中  $d(j, J)$  为 G-S 变换的系数, 有如下形式:

$$d(j, J) = (-1)^{j+M} \sum_{k=M}^{\min(j, M)} \frac{k^M (2k)!}{(M-k)! k! (k-1)! (j-k)! (2k-j)!}, \quad (9)$$

其中  $J$  是理想值与计算机字长有关的一个偶数, 当今计算机字长情况下一般  $J$  取 12 运算达到最佳值.  $M = J/2$ ,  $m$  是  $(j+1)/2$  的整数部分. 此外使用 G-S 变换时, 一般提前将系数  $d(j, J)$  运算并存储起来, 以提高运算效率.

### 2.3 空间展源响应的计算方法

设各向同性的线性区域  $V$  中有两组同频电流和磁流源  $\mathbf{J}_a, \mathbf{J}_a^m$  及  $\mathbf{J}_b, \mathbf{J}_b^m$  分别位于有限区域  $V_a$  及  $V_b$  内, 由高等电磁理论中的 Carson 互易原理可得到到两组源与产生的电磁场之间具有如下关系 [22]:

$$\begin{aligned} & \int_{V_a} (\mathbf{E}_b \cdot \mathbf{J}_a - \mathbf{H}_b \cdot \mathbf{J}_a^m) dV \\ &= \int_{V_b} (\mathbf{E}_a \cdot \mathbf{J}_b - \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{J}_b^m) dV. \end{aligned} \quad (10)$$

当两组源都为线电流源时, (10) 式可写为

$$\int_{L_a} (\mathbf{E}_b \cdot \mathbf{J}_a) dl = \int_{L_b} (\mathbf{E}_a \cdot \mathbf{J}_b) dl. \quad (11)$$

由 (11) 式可以看出, 假设  $C_1, C_2$  是某区域内的两个线圈, 如果分别在两个线圈中通入相同的电流, 那么它们各自在彼此线圈内产生的电压是一样的. 于是在求取如图 2 所示层状介质空间展源的响应时, 可以利用互易定理将接受偶极作为发射源, 将问题转变为求取任意回线在偶极子场激发下的响应. 互易定理保证了这两种求解下的响应是相同的.

假设图 2 中通入阶跃等形式的变化电流后, 空间中将会产生电磁矢量场分量  $\mathbf{e}_\varphi, \mathbf{h}_z$  和  $\mathbf{h}_\rho$ . 大回线中的感应电压可通过涡旋电场在回线上的第二类曲线积分确定

$$v = \oint_C \mathbf{e}_\varphi \cdot d\mathbf{l}, \quad (12)$$

其中  $C$  代表闭合大回线的周路径. 虽然回线上的感应电压同样可以利用磁通量的时间偏导数在回线

所围成的曲面上做第二类曲面积分得到, 但会造成计算上的复杂性, 而且也会失去所设计的方法的实用性, 因为在实际作业中往往通过 GPS 等设备确定回线的位置坐标参数. 若假设图 2 中的回线在作业布设时由  $n$  段曲率近似相同的线段构成, 则 (12) 式中积分

$$v = \sum_{i=1}^n v_i = \sum_{i=1}^n \int_{C_i} \mathbf{e}_\varphi \cdot d\mathbf{l}, \quad (13)$$

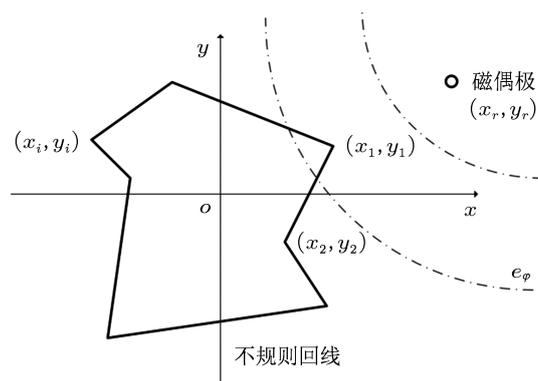


图 2 实际作业中发射回线呈现出的空间展源特性

其中  $C_i$  代表坐标  $(x_i, y_i)$  与  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  之间的积分路径, 且  $(x_{n+1}, y_{n+1})$  与  $(x_1, y_1)$  为同一点. 根据第二类曲线积分的运算规则, 每段曲线中的感应电压可转换为如下形式:

$$v_i = \int_{C_i} \mathbf{e}_\varphi \cos \alpha dx + \mathbf{e}_\varphi \cos \beta dy, \quad (14)$$

其中  $\alpha, \beta$  分别为矢量场  $\mathbf{e}_\varphi$  在  $x$  与  $y$  轴的夹角. 通过对积分路径插值成函数  $y = y(x)$ , (14) 式可转换为如下容易计算的定积分形式:

$$v_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} [e_\varphi \cos \alpha + e_\varphi \cos \beta y'(x)] dx. \quad (15)$$

结合 (13) 和 (15) 式便可以求得层状介质上空间展源在偶极子接收处的电压响应, 对其求定积分便可得到相应的场响应. 由于该方法是基于回线坐

标构建的, 这些坐标在实际作业中完全可通过 GPS 地学坐标转换得到, 因此该方法具有很大的实际应用价值.

### 2.4 时间展源的计算方法

由于传统计算时间展源的频率域方法需要求取信号的频谱, 但复杂信号的频谱计算时非常复杂甚至有时候很难做到. 因此对于实际发射的信号往往需要使用近似简单信号的频谱, 造成比较大的理论误差. 由于任何信号在时间域内都可以看成许多阶跃信号的叠加, 因此层状介质上的任意波形的响应完全可以通过阶跃响应的叠加得到. 对于图 3 中的信号, 若  $u(t)$  表示阶跃信号,  $h_s$  表示时间域的阶跃响应. 那么在  $t - n\Delta t > 0$  条件下, 图 3 所示信号在层状介质上的响应可表示为 [20]

$$h(t) = i_0(0^+)h_s(t)u(t) + \sum_{n=1}^N \Delta i_n h_s(t - n\Delta t)u(t - n\Delta t). \quad (16)$$

由于阶跃响应的动态范围过大, 在计算仿真和实际作业中往往都采用对数采样得到. 对数采样的非均匀使得 (16) 式的积分无法通过常规卷积得到.

虽然可以通过数学插值增加采样点进而利用常规卷积, 但效率过慢, 尤其面对实际作业产生的巨大数据量时是很不现实的.

首先因为 (16) 式中对最终波形响应做出贡献的是波形在采样处的变化量而非波形的当前数值. 因此若  $t_1$  和  $t_n$  分别代表距离所求时间点最近和最远的采样点,  $\delta$  代表一非常小的时间间隔, 我们显然可以利用  $i(t_i) = i(t_{i-1}) \pm \delta$  的规则进行信号采样而非均匀采样, 这样会使得采样点在变化率大的信号部分密集采样, 变化率小的地方稀疏采样, 进而达到提高运算效率的目的.

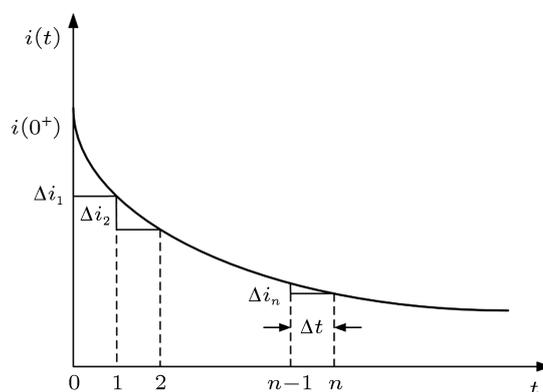


图 3 用阶跃函数逼近任意发射波形

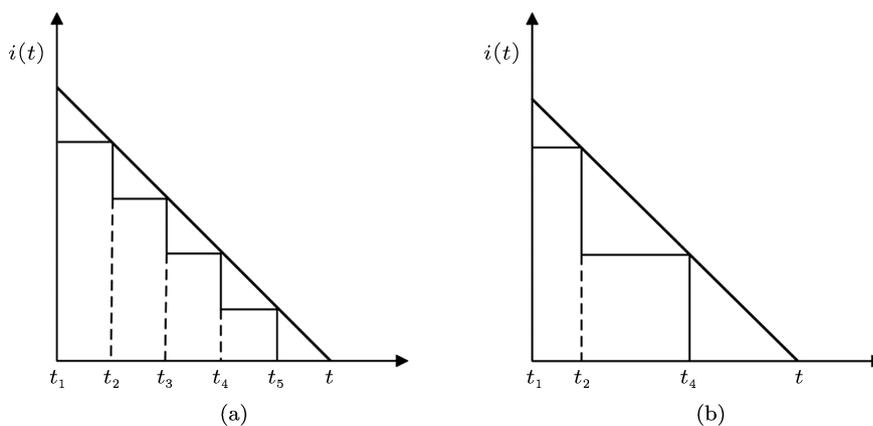


图 4 发射信号的两常见采样方式 (a) 密集采样; (b) 稀疏采样

其次对图 4 中常用的斜阶跃信号的两疏密不同的采样方式进行分析. 在下阶跃响应为正的情况下, 两种采样方式下  $t$  时刻的响应分别表示为

$$h_1(t) = h_s^2 + h_s^3 + h_s^4 + h_s^5 - h_s^1 \quad (17)$$

和

$$h_2(t) = 2h_s^2 + 2h_s^4 - h_s^1. \quad (18)$$

由于瞬变响应早期衰减迅速而晚期缓慢, 因此有  $h_s^5 > h_s^4$  和  $h_s^3 \approx h_s^2$ . 将其分别代入 (17) 和 (18) 式

中可以得到

$$h_1(t) = (h_s^2 + h_s^3 + h_s^4 + h_s^5 - h_s^1) > (2h_s^2 + 2h_s^4 - h_s^1) = h_2(t). \quad (19)$$

由 (19) 式可以看出, 过于稀疏的信号采样会使求得的信号响应值过低. 虽然信号采样越密集求得的响应值会越精确, 但从 (19) 式的分析可以看到: 增加采样点  $t_4$  会对结果精度做出很大改进而增加采样点  $t_2$  对结果精度基本没有改进.

通过上面的分析可以得出结论,越靠近所求时间点的信号采样密度越对结果精度影响大,距离达到一定程度的信号采样值几乎对结果是毫无影响的,因此我们可以修正上面的采样方式从而得到一个更加高效的信号采样方式:假设  $\delta_1$  代表距离所求时间与最近的采样点之间的间隔,其他的采样点位置按照  $\delta_{k+1} = \kappa\delta_k$  进行计算得到.由于信号是从响应时间点往前算起,因此递推系数  $\kappa$  必须大于 1,其中采样初始间隔  $\delta$  与递推系数  $\kappa$  值的大小由计算时间和精度之间的平衡关系所决定.

### 3 数值计算和对比分析

#### 3.1 计算方法正确性的验证

为了研究不同时空展源对响应的影响,首先需要对本文所提出计算方法的正确性做出验证.由于正多边形是圆形的一种几何逼近,且均匀大地上的圆形回线中心处的负阶跃响应存在如下解析式 [11]:

$$h_{z|\text{Step}} = \frac{I}{2a} \left[ \frac{3}{\sqrt{\pi}\theta a} e^{-\theta^2 a^2} + \left( 1 - \frac{3}{2\theta^2 a^2} \right) \text{erf}(\theta a) \right]. \quad (20)$$

其对时间的微商即电压响应的解析式为

$$\frac{\partial h_{z|\text{Step}}}{\partial t} = \frac{I}{\mu_0 \sigma a^3} \left[ 3\text{erf}(\theta a) - \frac{2}{\pi^{1/2}} \theta a (3 + 2\theta^2 a^2) e^{-\theta^2 a^2} \right]. \quad (21)$$

因此可以通过将圆形回线中心处的瞬态响应和正多边形中心处的瞬态响应作对比来验证我们提出方法的正确性.其中圆形回线中心处的响应采用上述解析式进行计算,而正多边形中心回线处的响应采用我们提出的 2.3 中的方法.图 5 中给出了内径同为 50 m 的正十六边形和圆形回线在电导率为 0.01 S/m 的均匀大地上的瞬态响应对比图.从图中看出无论是负阶跃响应还是其导数电压响应,二者结果都保持一致,由此可见所提出的计算空间展源响应的方法是正确的.

在时间展源方面,由于斜阶跃信号的响应可以通过对理想负阶跃响应在关断时间内取平均得到,而斜阶跃信号同时也可以通过我们提出的非均匀采样的阶跃叠加法求取.图 6 给出了地层参数为  $\sigma_1 = 0.01$  S/m,  $\sigma_2 = 0.001$  S/m 和  $h_1 = 25$  m 的二层 G 型断面上,关断时间为 250  $\mu$ s 的斜阶跃信号在 100 m 圆形回线中心处两种方法计算得到的响

应对比图.从图中可以看到二者响应完全一致,从而验证了我们提出的 2.4 方法的正确性.此外为了验证本方法的效率,对多种层状模型进行了分析对比.在一般情况下:相对于均匀采样(即递推系数  $\kappa = 1$ ),本方法可以做到减少一半的采样率而得到不到 1% 的数据误差.

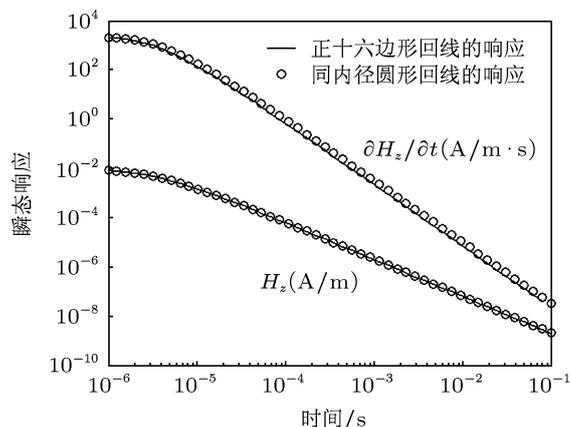


图 5 均匀大地上内径相同的圆形和正十六边形回线中心响应曲线

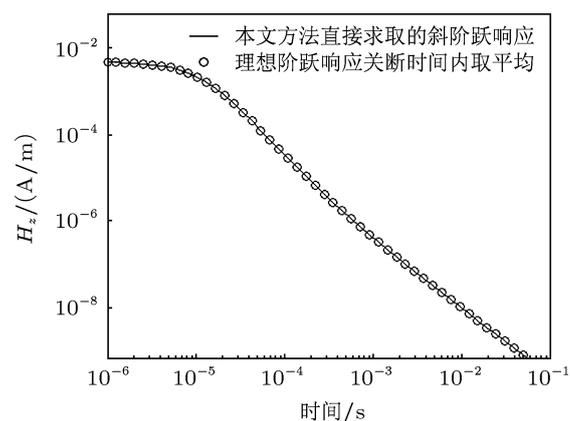


图 6 常规阶跃响应平均法与本文提出方法求取的斜变信号响应的曲线

#### 3.2 空间展源对响应的影响分析

为了研究瞬变电磁法中空间展源效应对响应结果的影响,假设一种比较常见的情形:实际作业在铺设发射回线的过程中由于河流、树林或山丘等原因将方形回线铺设成了如图 7 所示的不规则形状.由于传统的处理方法一般用等面积的圆形回线代替该不规则回线计算其响应,图 8 和图 9 中给出了地层参数  $\sigma_1 = 0.1$  S/m,  $\sigma_2 = 0.001$  S/m 和  $h_1 = 100$  m 的两层大地上此不规则回线和等效圆形回线在中心 A 点和大收发距 B 点的瞬态响应对比图.

虽然曲线在图 8 和图 9 都保持着衰减的趋势,但是在图 9 中存在一个响应正负变号的拐点.这是

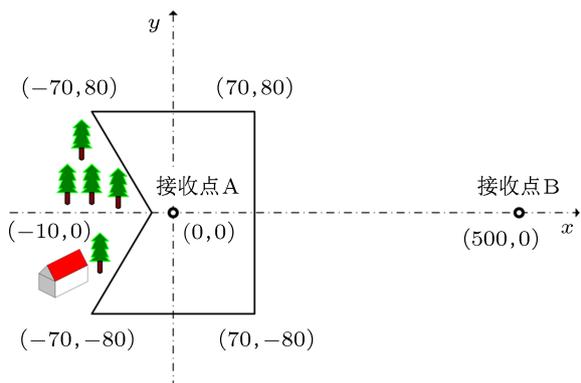


图7 因地形原因而造成的不规则发射回线示意图

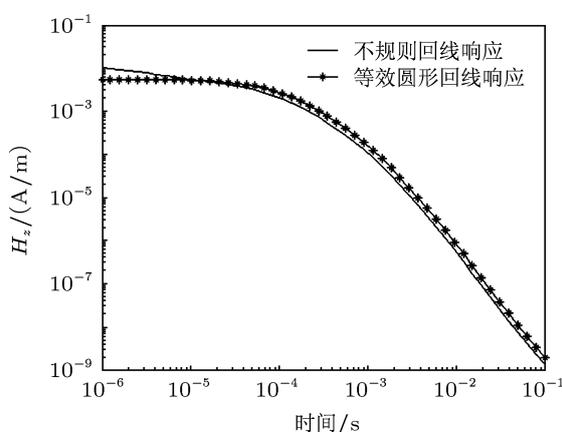


图8 不规则回线和等效圆形回线在中心接收处的响应曲线

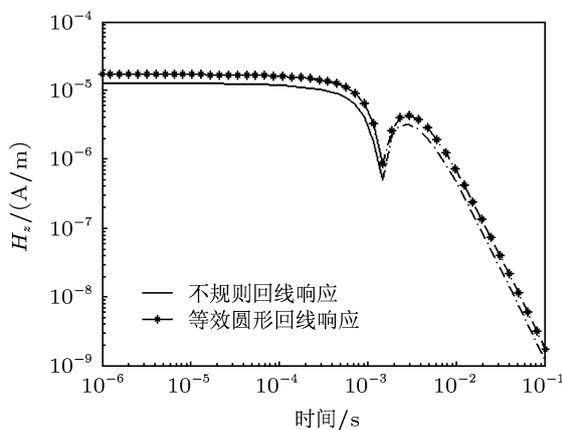


图9 不规则回线和等效圆形回线在大收发距处的响应曲线

由于地下感应电流极大值通过回线外观察点下方造成的. 对比图8与图9曲线可以看出: 1) 不规则回线相对于等效圆形回线的响应保持着非常相似的变化趋势, 因此对结果精度要求不高的情况下, 可以用相等面积的圆形回线代替不规则回线; 2) 不规则回线相对于圆形回线的空间展源效应并不随收发距的增大而减小, 因此无论是回线中心处还是远距离偶极源情况下接收, 忽略回线的展源效应都会造成一定程度的误差; 3) 因为时间早期响应与空

间远区响应反应表层电导率的变化, 而时间晚期响应和空间近区响应则都反应底层电导率的变化. 从图8和图9可以看出此种近似对于高电导率地层的响应值偏低, 而对于低电导率地层则响应值偏高.

### 3.3 时间展源对响应的影响分析

瞬变电磁法在实际工作中, 由于发射机电子器件特性以及回线感性负载等原因, 发射波形并非理想的斜阶跃、方波等形状, 然而在传统的处理方法中一般采用其近似的理想波形进行处理, 这就存在高估或者低估发射电流的情况. 假设实际发射电流为图10中的两个类指数信号之一, 都用介于两者中间的斜阶跃信号进行估计. 信号的采样都采用了本文提出的非均匀采样. 图11中分别给出了三种电流情形在地层参数  $\sigma_1 = 0.1 \text{ S/m}$ ,  $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$  和  $h_1 = 250 \text{ m}$  的两层大地上 50 m 圆形回线中心处电流关断后的瞬态响应对比图.

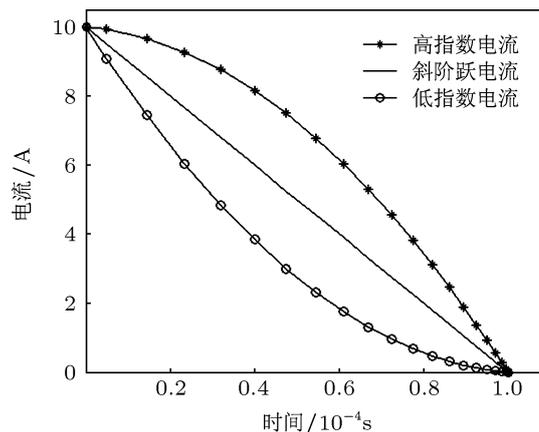


图10 用阶跃信号等效实际发射的类指数信号

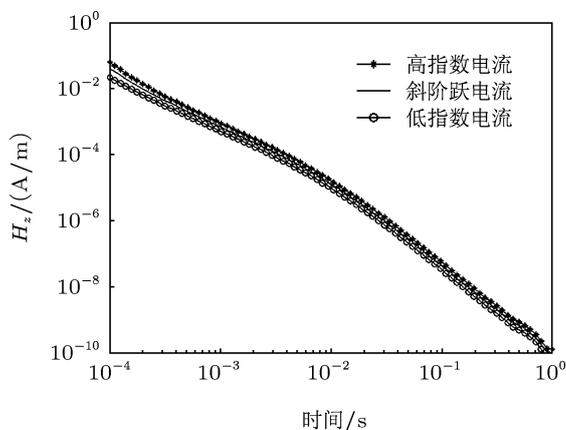


图11 等效阶跃信号与类指数信号的响应曲线

对比图11中的三条曲线可以看出: 1) 在选择相似信号求取到的响应和真实响应保持着非常相

同的衰减趋势,因此传统方法在一定精度范围内是可取的. 2) 信号被高估与低估所对应的响应也会被相应的高估和低估. 这种近似造成的误差并没有随着时间的延迟而消失. 3) 由于不同时间延迟的时间响应对应着不同的地层,因此从响应曲线可以看出,地层的电导率对该条件下近似造成的响应误差并没有影响.

## 4 结论

本文针对层状介质上时空展射电源的响应问题建立了物理模型. 针对空间展源的任意形状回线问题,采用 Carson 互易原理将回线源和偶极接收进行互换,基于第二类曲线积分构建了一种可以通过发射源数值坐标而求取回线响应的方法. 针对时间展源的任意发射波形问题,在分析了阶跃响应变化特征的基础上,提出了一种对发射信号进行非均匀采样的阶跃响应叠加法来提高响应的运算效率. 最后在验证了本文所提出方法正确性的基础上,对传统的时空展源近似问题进行了分析. 主要结论有以下几点:

1. 对实际发射回线采用圆形回线或者磁偶极子近似,对实际发射波形采用相近理想波形近似的传统方法求取的响应和实际的时空展源响应保持着基本相同的衰减曲线,在精度要求不高的条件下可以作为一种简单可行的方法.

2. 无论对空间展源增大收发距,还是对时间展源增长接收时间,传统近似所带来的响应误差还是存在的,因此对于差异较大的近似或者响应精度要求较高的情况下,不能够忽略发射源的时空展源效应.

3. 对于空间展源的近似所造成的响应值偏大或偏小与地层的电导率有关,而对时间展源的近似,则是电流估计的高低对应着响应值估计的高低.

由于本文是以低频地物勘探中的瞬变电磁法作为物理模型,数值计算中采用了忽略位移电流的准静态场近似. 但本文中的理论公式和计算方法都是针对全态场的,因此介电常数对响应的影响用上面的方法同样可以分析,本文不再给出. 本文求取了层状介质上的时空展源的精确响应,如何将这些精确响应的计算应用到高效的反演计算之中将是下一步工作的重点.

- [1] Zhdanov M S 2010 *Geophysics* **75** 75A49
- [2] Huang L, Zeng Z F, Wang M N, Wang Z J 2007 *Applied Geophysics* **4** 301
- [3] Zhou J M, Wang H N, Yao J J, Yang S W, Ma Y Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 089101 (in Chinese) [周建美,汪宏年,姚敬金,杨守文,马寅芝 2012 物理学报 **61** 089101]
- [4] Zhang Y, Zhang X J, Fang G Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184203 (in Chinese) [张宇,张晓娟,方广有 2012 物理学报 **61** 184203]
- [5] Zhang Y, Zhang X J, Fang G Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044204 (in Chinese) [张宇,张晓娟,方广有 2013 物理学报 **62** 044204]
- [6] Ren X C, Guo L X 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 101
- [7] Wang A Q, Guo L X, Chai C 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050202
- [8] Ji W J, Tong C M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 020301
- [9] Singh N P, Mogi T 2003 *Earth Planets and Space* **55** 301
- [10] Singh N P, Mogi T 2005 *Pure and Appl. Geophy.* **162** 181
- [11] Singh N P, Utsugi M, Kagiya T 2009 *Pure Appl. Geophy.* **166** 2037
- [12] Cheng G B, B J, Wang J B, Chen X Y, Sun G C, Lu J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094102 (in Chinese) [陈桂波,毕娟,汪剑波,陈新邑,孙贯成,卢俊 2011 物理学报 **60** 094102]
- [13] Jang H, Jang H, Lee K H, Kim H J 2013 *J. Geophy. Eng.* **10** 025011
- [14] Christiansen A V, Auken E, Viezzoli A 2011 *Geophysics* **76** 43
- [15] Ji Y J, Lin J, Yu S B, Wang Z, Wang J 2006 *Chinese J. Geophys.* **49** 1884 (in Chinese) [嵇艳鞠,林君,于生宝,王忠,王静 2006 地球物理学报 **49** 1884]
- [16] Niu Z L 2007 *Transient Electromagnetic Methods* (Changsha: Central South University Press) p31 (in Chinese) [牛之琏 2007 时间域电磁法原理(长沙:中南大学出版社)第 31 页]
- [17] Xue G Q, Yan S, Zhou N N 2011 *Chinese J. Geophys.* **54** 2389 (in Chinese) [薛国强,闫述,周楠楠 2011 地球物理学报 **54** 2389]
- [18] Zhdanov M S 2009 *Geophysical Electromagnetic Theory and Methods* (Amsterdam: Elsevier) p200
- [19] Chen S D, Lin J, Zhang S 2012 *Chinese J. Geophys.* **55** 709 (in Chinese) [陈曙东,林君,张爽 2012 地球物理学报 **55** 709]
- [20] Qi Y Z, Huang L, Wu X, Zhu W H, Fang G Y 2011 *Proceedings of the IEEE 4th International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies for Wireless Communications (MAPE)* Beijing, China. November 1–3, 2011 p179
- [21] Kong F N 2007 *Geophysical Prospecting* **55** 83
- [22] Yang R G 2008 *Advanced Electromagnetic Theory* (Beijing: Higher Education Press) p162 (in Chinese) [杨儒贵 2008 高等电磁理论(北京:高等教育出版社)第 162 页]

# Study on the electromagnetic fields of an extended source over layered models\*

Qi You-Zheng<sup>1)2)†</sup> Huang Ling<sup>1)</sup> Zhang Jian-Guo<sup>1)2)</sup> Fang Guang-You<sup>1)</sup>

1) (*Key Laboratory of Electromagnetic Radiation and Sensing Technology Chinese Academy of Sciences Beijing 100190, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 19 July 2013; revised manuscript received 20 August 2013)

## Abstract

In practical applications of transient electromagnetic methods, irregularity of the transmitting loop or current waveform makes the source an extended one. Since neglect of the effect of the extended source will cause some errors in both forward modeling and data interpretation, it makes great sense to calculate the responses that take this effect into account. For a spatially extended source over layered medium, step response is firstly calculated and taken as the basic response, then principle of reciprocity and the integral of the second kind are used to propose a new method that can compute the response based on the coordinates of the loop. For an extended source in time, an improved step-function summation method is proposed to deal with the contradiction between the precision of result and consuming of time. Comparisons with the published work have proved the validity and accuracy of our methods. The effect of the traditional approximations of the extended source is also investigated and some analysis for the numerical results is presented for advanced usage.

**Keywords:** stratified medium, extended source, principle of reciprocity, nonuniform sampling

**PACS:** 42.25.Dd, 91.25.Qi

**DOI:** 10.7498/aps.62.234201

---

\* Project supported by the Chinese Government SinoProbe Plan (Grant No. SinoProbe-09-02).

† Corresponding author. E-mail: qiyz.china@163.com