

# 部分 Bessel 形电磁波\*

李粮生<sup>†</sup> 闫华 侯兆国 殷红成

(电磁散射重点实验室, 北京 100854)

(2012 年 7 月 23 日收到; 2012 年 9 月 12 日收到修改稿)

给出了满足 Maxwell 方程的自弯曲电磁波解(部分 Bessel 函数), 其可以通过发射调制初始相位和发射方向的一组平面波干涉合来实现. 自弯曲电磁波在一定传播距离内保持波束形状不变, 其传播轨道接近圆形. 这类曲线加速的电磁波不同于 Airy 波束, 其中部分 Bessel 波束的弯曲角度可以远大于 Airy 波. 半 Bessel 波束的 Poynting 矢量表明主瓣能够保持能量不扩散且偏转接近  $180^\circ$ . 此外, 同时发射一对半 Bessel 电磁波能够在一定区域内实现抵消, 即在该域内实现电磁波自屏蔽.

关键词: Bessel 波, 自弯曲, 自屏蔽

PACS: 03.50.De, 84.40.-x, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.62.030301

## 1 引言

电磁波传播和衍射控制是被长期关注的研究主题之一. 目前人们已经能够产生和利用 Bessel 形<sup>[1,2]</sup>, Mathieu 形<sup>[3,4]</sup>, 和 Airy 形<sup>[5-13]</sup> 的非衍射(传播不变)电磁波束. 由于非衍射的电磁波束在传播过程中不会横向扩散能量, 使得这类波束提供了新的科学研究手段, 并存在巨大应用前景<sup>[14-16]</sup>. 历史上, Durnin 等<sup>[1,2]</sup> 首先发现了所谓的非衍射的二维 Bessel 波束, 其场强分布满足零阶 Bessel 函数的形式. Bessel 模式提供环状波型的势场, 可以实现对悬浮小颗粒多稳态的电磁束缚. Bessel 波束的发现促使人们通过实验和理论寻找其他十分有趣的非衍射波束. Gutierrez-Vega 等<sup>[3,4]</sup> 理论上发现了 Mathieu 形波束解, 其场强分布高度局域化, 且这些尖锐的峰按一定准周期结构排列, 有望作为光模具用于制造特定的微观结构. 此外, Berry 等<sup>[17]</sup> 通过研究薛定谔方程给出了一个自由粒子能够满足非扩散的 Airy 波包解, 且在没有外力的条件下 Airy 波包能够自由加速. 2007 年, Siviloglou 等<sup>[5]</sup> 利用光整流器件, 即借助一系列液晶团簇改变入射光的传播路径长度, 实现 Airy 函数波形. 他

们从实验上观察证实了 Berry 等关于 Airy 形光束能够在真空传播过程中保持波形不变的理论预言. 对于 Airy 形电磁波束, 其传播方向并不沿着直线方向而是沿着双曲轨道, 因此 Airy 波束能够沿着弯曲的轨道加速粒子, 可作为一种可控的外力作用于处在微流环境中的目标粒子, 实现运输微小粒子的目的<sup>[14]</sup>. 然而, Airy 形波束只能自弯曲较小的角度, 超过一定的角度范围后波包的形状不能继续保持不变, 从而使得利用 Airy 形波束进行横向加速粒子只能限制于较小角度范围<sup>[18,19]</sup>. 为了克服 Airy 形波束大角度场强弥散的困难, Kaminer 等<sup>[20]</sup> 提出利用“半空间 Bessel 函数”形的波束实现了大角度的电磁波弯曲. 半空间 Bessel 形的波是在一个圆环轨道上自由加速的电磁波, 理论上能够实现  $180^\circ$ “回头弯”形的空间弯曲结构.

本文提出了一个简单的方法实现“部分 Bessel”形波束, 在目标区域实现电磁波可控的弯曲, 如图 1 所示. 使用有限数目的平面波发射源, 调整每个发射源所产生的平面波束使其满足特定初始相位和传播方向的要求. 平面波到达指定区域后(如图 1 中蓝圈所包括的空间), 各个波束之间相互叠加合成部分空间 Bessel 波束. 相干叠加的电磁波具有自加速、自回复等特殊性质, 其弯曲程度和加

\* 国防基础基金(批准号: 109750014)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: liliangsheng@gmail.com

速距离依赖于平面波源个数. 特别是通过发射两组特定半空间 Bessel 波束可以形成一个圆形的自屏蔽区域, 电磁波在该区域以外得到增强.

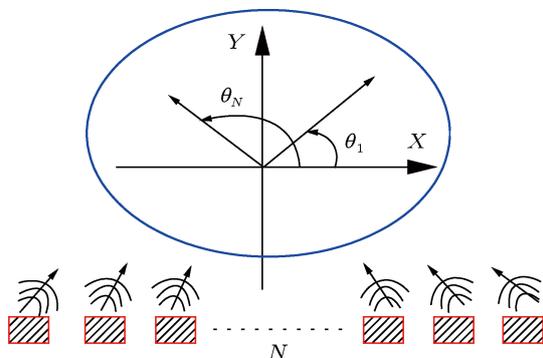


图 1  $N$  个平面波发射源产生弯曲电磁波的理想实验示意图

## 2 理论分析和数值结果

有  $N$  个发射源能够向真空指定方向发射已调制初始相位的平面波, 如图 1 所示. 为简单起见, 我们只考虑在  $XY$  平面内传播的 TE 模式电磁波, 其电场  $E_z^n(x, y)e^{-i\omega t}e_z$  满足二维 Helmholtz 方程

$$\frac{\partial^2 E_z^n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z^n}{\partial y^2} + k^2 E_z^n = 0, \quad (1)$$

其中  $n$  是发射源的编号 ( $n \in [1, N]$ ) 和波矢  $\mathbf{k} = \omega/c$ . 假设第  $n$  号源发射的平面波满足

$$E_z^n(x, y) = \frac{1}{N} e^{im\theta_n} \times e^{ik[(x-x_0)\cos\theta_i + (y-y_0)\sin\theta_i]}, \quad (2)$$

这里  $\theta_n$  是第  $n$  号源所发射平面波的传播方向与  $x$  轴之间的夹角, 而因子  $1/N$  保证了恒定的总发射功率. 空间中任一点的总场写成  $E_z = \sum_{i=1}^N E_z^n(x, y)$ , 且第  $n$  号发射源的发射角度满足  $\theta_n = (n-1)\delta\theta + \theta_1$  和  $\delta\theta = (\theta_N - \theta_1)/(N-1)$ . 当  $N$  趋于无穷时,

$$E_z = \frac{1}{\theta_\infty - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_\infty} e^{im\theta} \times e^{ik[(x-x_0)\cos\theta + (y-y_0)\sin\theta]} d\theta, \quad (3)$$

这个积分称为“部分 Bessel 函数”, 这是由于  $\theta_\infty = 2\pi$  和  $\theta_1 = 0$  时, 是  $m$  阶的 Bessel 函数, 而取  $\theta_\infty = \pi$  和  $\theta_1 = 0$  与 Kaminer 等定义的“ $m$  阶半 Bessel 函数”结果一致 [7]. 为实现部分的 Bessel 函数的电磁波, 在后面的数值计算中使用的参数为: 电磁波的

波长  $\lambda = 0.1$  mm (频率 3 THz), 正方形的视图范围  $x, y \in [-3.5$  mm, 3.5 mm], 视图中心选取为  $x_0 = 0$  和  $y_0 = 0$ .

通过控制发射源的发射角度和数目, 能够在指定的空间范围内实现非衍射的电磁波, 如图 2 所示. 这里选取阶数为  $m = 150$ . 当发射方向较窄 ( $\theta_1 = r\pi/10$  和  $\theta_N = 6\pi/10$ ) 且发射源较少 ( $N = 11$ ) 时, 部分的 Bessel 函数的电磁波沿着  $x$  轴方向形成周期条带结构, 如图 2(a<sub>0</sub>) 所示. 当增加发射源到  $N = 21$  时, 图 2(b<sub>0</sub>) 中的部分 Bessel 函数的条带结构之间的距离间隔变宽接近一倍, 视图范围中只能观察到两个完整的条带. 如果仅需要加宽条带间隔可以继续增加发射源数目至 ( $N = 41$ ), 如图 2(c<sub>0</sub>) 所示. 当发射方向较窄时, 增加发射源并没有改变子条带的结构, 并且在图 2(a<sub>0</sub>—d<sub>0</sub>) 中  $x = 3$  mm 处的子条带位置也没有变化. 我们的技术允许扩展发射方向范围从  $\theta_1 = 2\pi/10$  到  $\theta_N = 8\pi/10$ , 且选择发射源数目为  $N = 21$ , 出现了波纹状的空间强度分布, 如图 2(a<sub>1</sub>) 所示. 通过扩展发射方向范围, 使得实现的部分 Bessel 波束发生了一定程度的弯曲. 当增加发射源数目至  $N = 61$ , 在图 2(b<sub>1</sub>) 中波纹分布中的波峰之间的距离加宽, 且峰脊变长. 当选取发射源数目至  $N = 101$  时, 观察区域中出现“桃子”形的双弯曲空间强度分布, 如图 2(c<sub>1</sub>) 所示. 如果在目标区域只需要右边一支曲线, 可以继续增加发射源数目至  $N = 141$ , 如图 2(d<sub>1</sub>) 所示. 若向上半平面各个方向发射调制后的电磁波, 即发射方向范围从  $\theta_1 = 0$  到  $\theta_N = \pi$ , 则形成所谓的“半 Bessel 波”[7]. 图 2(a<sub>2</sub>) 为发射源  $N = 21$  时出现的环状干涉斑图. 继续增加发射源至  $N = 81$ , 电磁波弯曲的两个主瓣已经出现, 但是能量集中于原点附近, 如图 2(b<sub>2</sub>) 所示. 当增加发射源至  $N = 141$  时, 图 2(c<sub>2</sub>) 中的两个主瓣汇聚了主要的能量, 且峰脊形状接近半圆. 通过继续增加发射源使两个主瓣远离, 左右两个主瓣不对称, 如图 2(d<sub>2</sub>) 所示. 半 Bessel 波的不对称性是由于发射方向不对称引起的, 即只向上半平面发射电磁波.

通过计算 Poynting 矢量可以帮助观察电磁波主瓣的能量流运动方向, 了解电磁波的自加速效应. 图 3(a) 中显示发射较小的角度范围 [ $4\pi/10, 6\pi/10$ ], 电磁波主瓣的能流方向几乎没有改变, 即红色且尺寸大的箭头方向基本都向上方排列. 主瓣能量通过中间的区域后未能保持足够长的距离就迅速扩散开. 增加发射角度范围到 [ $3\pi/10, 7\pi/10$ ] 时, 图 3(b)

中的电磁波主瓣略有弯曲, 保持波包形状的距离也较短. 继续增加角度范围至  $[2\pi/10, 8\pi/10]$  时, 电磁波主瓣明显弯曲且非衍射的传播距离同时扩大, 如图 3(c) 所示. 当发射角度增加到出现半 Bessel 波束

时, 主瓣大角度弯曲接近  $180^\circ$  且能够在接近  $130^\circ$  范围内保持波束不扩散. 波束的自弯曲程度依赖于发射方向的范围, 发射范围越宽电磁波的自弯曲程度越高, 且非衍射的传播距离越长.

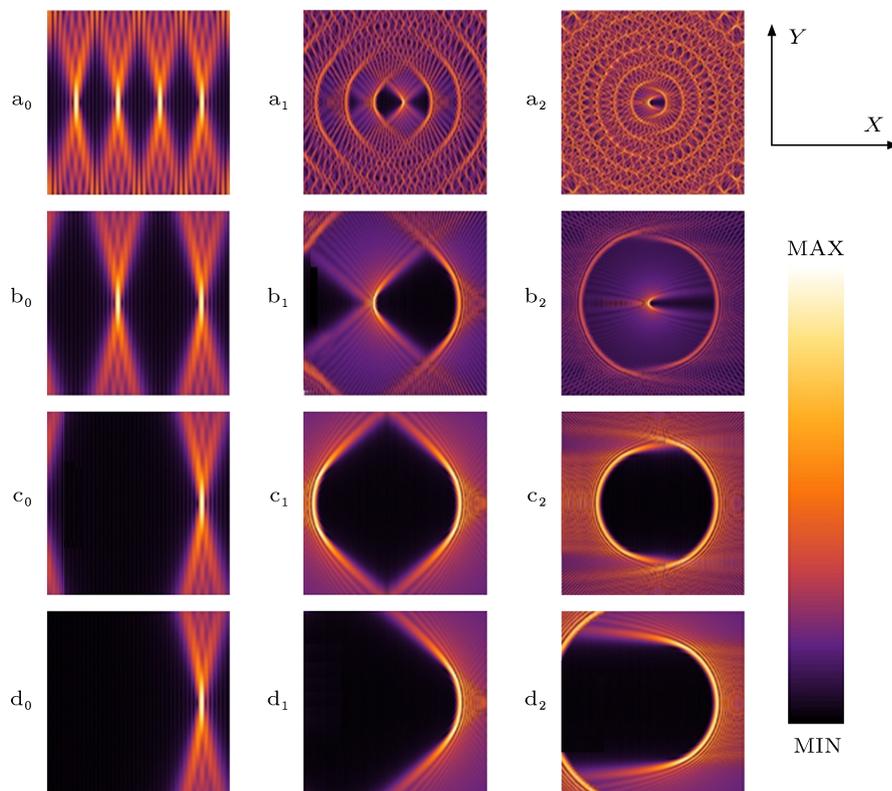


图 2 电场强度的空间分布, 发射源数目为  $N = 11(a_0), 21(b_0), 41(c_0), 81(d_0)$ , 且发射方向角度范围  $[4\pi/10, 6\pi/10]$ ; 扩大发射方向范围至  $[1\pi/10, 8\pi/10]$ , 选取  $N = 21(a_1), 61(b_1), 101(c_1), 141(d_1)$ ; 向上半平面角度范围  $[0, \pi]$ , 发射源数目为  $N = 21(a_2), 81(b_2), 141(c_2), 201(d_2)$

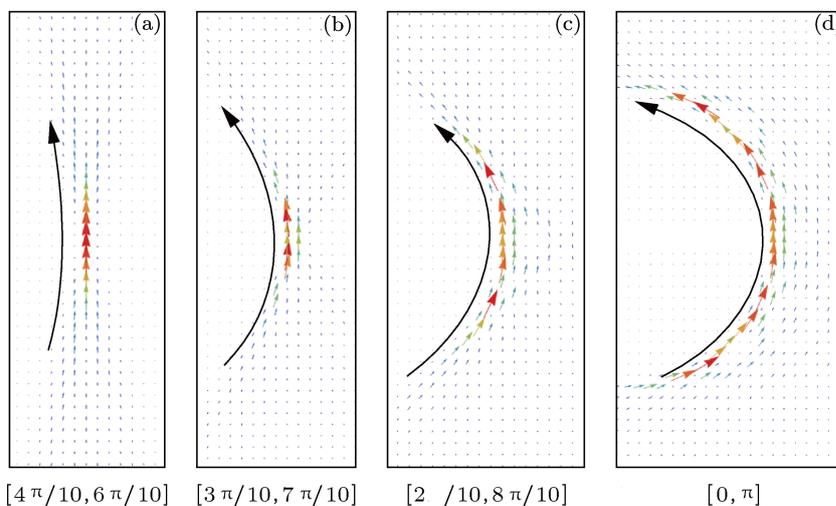


图 3 阶数 ( $m = 150$ ) 和发射源数目 ( $N = 400$ ) 的主瓣 Poynting 矢量的空间分布 发射角度范围 (a)  $[4\pi/10, 6\pi/10]$ ; (b)  $[3\pi/10, 7\pi/10]$ ; (c)  $[2\pi/10, 8\pi/10]$ ; (d)  $[0, \pi]$

电磁波非衍射的主瓣传播长度依赖于部分 Bessel 函数的阶数  $m$ , 当阶数较小时 ( $m = 50$ ) 半 Bessel 波的主瓣场强峰脊较短且弯曲的程度低, 如图 4(a) 所示. 图 4(b) 显示增加阶数到  $m = 100$  时, 峰脊变长且波束弯曲的程度增加. 随着阶数  $m$  的继续增加, 主瓣场强峰脊长度依然增长, 但电磁波弯曲的角度接近  $180^\circ$  后不再继续增加, 如图 4(c), (d)

所示. 通过调制相位参数 (阶数  $m$ ), 可以实现期望的弯曲加速传播长度.

图 5(a) 的插图 of 阶数  $m = 150$  的 Poynting 矢量的空间分布, 电磁波的主要能量集中于主瓣上, 而其中黑斜杠区域的电场强度较小. 为了比较主瓣和黑斜杠区域的电场差异, 图 5(a) 中的黑线为  $x$  轴上的归一化后的电场强度 ( $|E_{\text{norm}}|$ ). 黑斜杠区域的

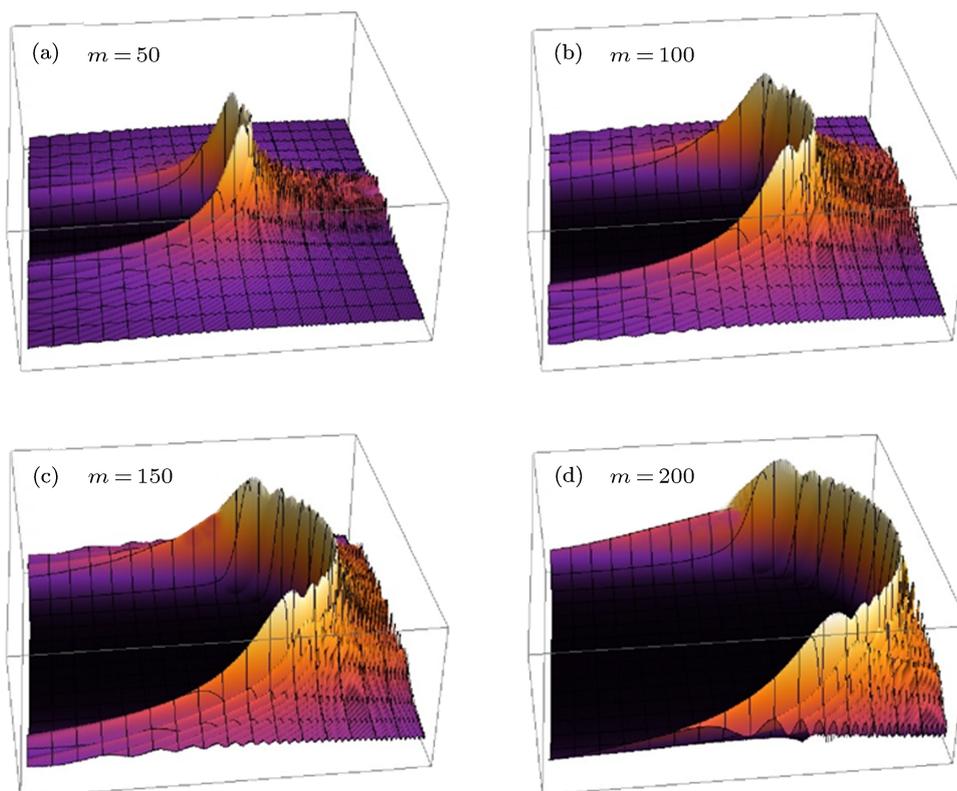


图 4 发射源数目为  $N = 400$  且阶数为 (a)  $m = 50$ ; (b)  $m = 100$ ; (c)  $m = 150$ ; (d)  $m = 200$  的半 Bessel 波束电场强度的空间分布

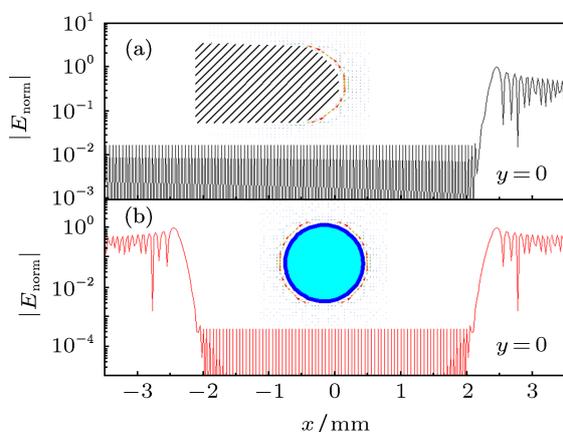


图 5 发射源数目为  $N = 2000$  且阶数 (a)  $m = 150$ ; (b) 同时发射阶数  $m = 150$  和  $m = -150$  的半 Bessel 波束

电场分布具有微小震荡的形式, 其峰值约为主瓣峰值的 1.7%. 若同时发射阶数为  $m = 150$  和  $m = -150$  的半 Bessel 波束, 电磁波束分成两支, 分别从蓝环区域两侧绕射, 如图 5(b) 插图所示. 图 5(b) 中红线表示  $x$  轴上电场强度分布, 在  $-2 \text{ mm} < x < 2 \text{ mm}$  的自屏蔽区域内的电场有效抵消, 其电场强度峰值约为主瓣峰值的 0.04%. 电磁波的能量主要出现在蓝环区域以外, 从而蓝环区域以内形成了一个有效的电磁屏蔽空间.

### 3 结论

通过向指定区域发射调制初始相位和发射方

向的一组平面波, 实现了部分空间 Bessel 形波束在目标区域非衍射的传播. 由于 Bessel 形波束是由平面波干涉所合成, 较宽的发射范围能够提供更多的水平动量 ( $x$  轴方向), 从而可以通过调整发射波范围来实现控制电磁波弯曲程度的目的. 发射角度范围越宽, 电磁波弯曲角度也越大. 自弯曲的波束主瓣能量相对集中, 许多潜在的应用都与主瓣的形状、长度和方向等因素相关. 电磁波主瓣的长度依赖于阶数  $m$  的选择, 阶数越大主瓣峰脊长度越长,

加速距离也越长. 对于正阶数 ( $m > 0$ ) 的半 Bessel 波束, 自弯曲的电磁波主瓣出现在  $x$  正轴的半平面内, 且其 Poynting 矢量为逆时针方向旋转. 与之对应于负阶数的情况, 主瓣出现在  $x$  负轴的半平面内而能流传播为顺时针方向. 当同时发射正负两组同样阶数的半 Bessel 波束, 在空间中出現一定大小的电磁波自屏蔽区域, 波束绕过屏蔽区域向前传播, 其尺寸大小依赖于阶数.

- [1] Durnin J 1987 *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 651
- [2] Durnin J, Miceli J J, Eberly J H 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1499
- [3] Gutiérrez-Vega J C, Iturbe-Castillo M D, Chávez-Cerda S 2000 *Opt. Lett.* **25** 1493
- [4] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C, Chávez-Cerda S 2004 *Opt. Lett.* **29** 44
- [5] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 213901
- [6] Siviloglou G A, Christodoulides D N 2007 *Opt. Lett.* **32** 979
- [7] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 123902
- [8] Abdollahpour D, Sunstov S, Papazoglou D G, Tzortzakos S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 253901
- [9] Greenfield E, Segev M, Walasik W, Raz O 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 213902
- [10] Kaminer I, Segev M, Christodoulides D N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 213903
- [11] Minovich A, Klein A E, Janunts N, Pertsch T, Neshev D N, Kivshar Y S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 116802
- [12] Li L, Li T, Wang S M, Zhang C, Zhu S N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 126804
- [13] Ament C, Polynkin P, Moloney J V 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 24391
- [14] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K 2008 *Nat. Photon.* **2** 675
- [15] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, Siviloglou G A, Christodoulides D N 2009 *Science* **324** 229
- [16] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, Wise F W 2010 *Nat. Photon.* **4** 103
- [17] Berry M V, Balazs N L 1979 *Am. J. Phys.* **47** 264
- [18] Novitsky A V, Novitsky D V 2009 *Opt. Lett.* **34** 3430
- [19] Carretero L, Acebal P, Blaya S, Garcia C, Fimia A, Madrigal R, Murciano A 2009 *Opt. Express* **17** 22432
- [20] Kaminer I, Bekenstein R, Nemirowsky J, Segev M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 163901

# Partial Bessel electromagnetic wave\*

Li Liang-Sheng<sup>†</sup> Yan Hua Hou Zhao-Guo Yin Hong-Cheng

(*Science and Technology on Electromagnetic Scattering Laboratory, Beijing 100854, China*)

(Received 23 July 2012; revised manuscript received 12 September 2012)

## Abstract

We present the spatially self-bending solutions (the partial Bessel functions) of the Maxwell equations, where the self-bending wave can be produced through launching a group of plane waves that interfere with each other by modulating their initial phases and the emission directions. The self-bending electromagnetic waves accelerating in a circular trajectory preserve the beam shape within a certain propagation distance. Unlike Ariy wave packet, the bending angle of the new self-accelerating wave can be much larger than that of Ariy beam. The Poynting vector of the half Bessel beam shows that the main lobe maintains a propagation-invariant structure and can complete a turn close to  $180^\circ$ . In addition, one pair of half Bessel electromagnetic waves is forbidden to propagate inside a certain area where the designed beam generates the self-shielding region.

**Keywords:** Bessel beam, self-bending, self-shielding

**PACS:** 03.50.De, 84.40.-x, 42.25.Bs

**DOI:** 10.7498/aps.62.030301

---

\* Project supported by the National Defense Research Foundation, China (Grant No. 109750014).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: liliangsheng@gmail.com