基于辅助差分方程的完全匹配层在时域多分辨率分析算法中的应用与性能分析*

刘亚文† 陈亦望 徐鑫 刘宗信

(解放军理工大学, 电磁环境效应与电光工程国家级重点实验室, 南京 210007)

(2012 年 6 月 25 日收到; 2012 年 9 月 11 日收到修改稿)

将基于辅助微分方程的完全匹配层 (ADE-PML) 吸收边界条件引入到基于 Daubechies 尺度函数的时域多分辨率分析算法中. 与目前广泛应用的 Berenger 完全匹配层 (PML) 和各向异性介质完全匹配层 (APML) 相比, 该吸收边界条件的实现更加容易且更节省内存. 数值结果表明, ADE-PML 在吸收传播模和低频凋落模方面均优于 PML 和 APML.

关键词: 完全匹配层, 辅助微分方程, 时域多分辨率分析, Daubechies 尺度函数

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 42.25.Gy **DOI:** 10.7498/aps.62.034101

1 引 言

自 1996 年 Krumpholz 和 Katehi 引入时域多分辨率分析 (multi-resolution time domain, MRTD) 以来 [1], MRTD 已发展成为电磁场数值计算中一种有效的方法. 与当前流行的时域有限差分法相比, MRTD 显示出了更加良好的线性色散特性 [1,2], 空间网格密度甚至可以接近 Nyquist 极限, 从而可以大大减少计算网格数, 节省内存和计算时间. 但文献 [1] 中引入的 Battle-Lemarie 尺度函数是非紧支撑的, 因此在进行迭代时需要考虑许多项, 这为吸收边界的实现带来很大困难; 1999 年, Cheong 等 [3] 提出基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 方法, 2002 年, Wei 等 [4] 提出基于 Coifman 尺度函数的 MRTD 方法, 由于 Daubechies 和 Coifman 尺度函数具有消失矩和紧支撑特性, 使得相应的 MRTD 方法应用起来更为方便, 进行迭代时减少了需考虑的项数, 从而使得吸收边界的实现相对简单了一些. 然而, MRTD 法的一个主要缺点是无论如何选择它的的展开基底, 其基函数之间难免有重叠, 这导致了边界条件的复杂性, 因此吸收边界条件是 MRTD 法中一个重要的研究方向.

目前, MRTD 法中完全匹配层的研究和应用主要局限于 Berenger 完全匹配层 (PML)[5−7] 和各项异性介质完全匹配层 (APML)[8−10]. 对于 PML 吸收层, 在对吸收层内的节点进行迭代计算时, 同一节点上的场分量要分裂成两个子分量计算, 当截断有耗媒质时, 每个场分量还另需两个辅助变量, 这无疑要占用更多的内存和花费更长的计算时间; 对 APML 吸收层内各节点上的场分量进行迭代计算时, 根据截断媒质的不同需引入一到两个中间变量, 并且在一次迭代计算过程中需要用到中间变量上两个时刻的值, 其实现过程比较复杂, 在节省内存和计算时间方面也没有优势. 本文将基于辅助微分方程的完全匹配层 (ADE-PML)[11] 吸收边界条件引入到基于 2 阶消失矩紧支撑的 Daubechies 尺度函数的 MRTD 算法中, 该匹配层的实现完全独立于所截断媒质类型, 可以不加修改地适用于非均匀、有耗、各向异性、色散和非线性等媒质, 并且在 ADE-PML 吸收层中, 每个节点上的场分量在迭代计算过程中只需两个辅助变量, 可显著节省内存. 此外, 数值计算结果表明, ADE-PML 不仅可以吸收传播模, 还可以更加有效地吸收低频凋落模, 因此

* 国家自然科学基金 (批准号: 60671007) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liuyawen1111@163.com

ADE-PML 可贴近散射体设置, 从而减小计算区域, 节省计算时间.

2 ADE-PML 在 MRTD 算法中的应用

为简单起见, 本文讨论的是二维 TMz 波. 不失一般性, 假设用匹配层截断煤质的计算区域. 在扩展坐标空间, 匹配层中的频域 Maxwell 方程可表示为

$$-\mathrm{j}\omega\mu H_x-\sigma_m H_x=\frac{1}{s_y}\frac{\partial}{\partial y}E_z, \tag{1a}$$

$$\mathrm{j}\omega\mu H_y+\sigma_m H_y=\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{s_x}E_z, \tag{1b}$$

$$\mathrm{j}\omega\varepsilon E_z+\sigma E_z=\frac{1}{s_x}\frac{\partial}{\partial y}H_y-\frac{1}{s_y}\frac{\partial}{\partial z}H_x, \tag{1c}$$

其中 s_i 是扩展坐标参数, 取为

$$s_i=\kappa_i+\frac{\sigma_i}{\alpha_i+\mathrm{j}\omega\varepsilon_0},\quad i=x,y,z, \tag{2}$$

将上式取倒数可得

$$\frac{1}{s_i}=\frac{1}{\kappa_i}+\frac{\sigma_i'}{\alpha_i'+\mathrm{j}\omega\varepsilon_i'}, \tag{3}$$

其中, $\sigma_i'=-\sigma_i$, $\varepsilon_i'=\varepsilon_0\kappa_i^2$, $\alpha_i'=\kappa_i^2\alpha_i+\kappa_i\sigma_i$. σ_i, κ_i 和 α_i 为非负实数, 且 $\kappa_i\geqslant 1$[12]. 将 (3) 式代入 (1) 式, 可得:

$$-\mathrm{j}\omega\mu H_x-\sigma_m H_x=\frac{1}{s_y}\frac{\partial}{\partial y}E_z+\varphi_{h_{xz}}, \tag{4a}$$

$$\mathrm{j}\omega\mu H_y+\sigma_m H_y=\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{s_x}E_z+\varphi_{h_{yz}}, \tag{4b}$$

$$\mathrm{j}\omega\varepsilon E_z+\sigma E_z=\frac{1}{\kappa_x}\frac{\partial}{\partial x}H_y-\frac{1}{\kappa_y}\frac{\partial}{\partial y}H_x+\varphi_{e_{zy}}-\varphi_{e_{zx}}, \tag{4c}$$

其中

$$\varphi_{h_{xy}}=\frac{\sigma_y'}{\alpha_y'+\mathrm{j}\omega\varepsilon_y'}\frac{\partial}{\partial y}E_z, \tag{5a}$$

$$\varphi_{h_{yx}}=\frac{\sigma_x'}{\alpha_x'+\mathrm{j}\omega\varepsilon_x'}\frac{\partial}{\partial y}E_z, \tag{5b}$$

$$\varphi_{e_{zx}}=\frac{\sigma_x'}{\alpha_x'+\mathrm{j}\omega\varepsilon_x'}\frac{\partial}{\partial x}H_y, \tag{5c}$$

$$\varphi_{e_{zy}}=\frac{\sigma_y'}{\alpha_y'+\mathrm{j}\omega\varepsilon_y'}\frac{\partial}{\partial y}H_x, \tag{5d}$$

(5) 式可写成如下形式:

$$\mathrm{j}\omega\varepsilon_y'\varphi_{h_{xy}}+\alpha_y'\varphi_{e_{xy}}=\sigma_y'\frac{\partial}{\partial y}E_z, \tag{6a}$$

$$\mathrm{j}\omega\varepsilon_x'\varphi_{h_{yx}}+\alpha_x'\varphi_{e_{yx}}=\sigma_x'\frac{\partial}{\partial x}E_z, \tag{6b}$$

$$\mathrm{j}\omega\varepsilon_x'\varphi_{e_{zx}}+\alpha_x'\varphi_{e_{zx}}=\sigma_x'\frac{\partial}{\partial x}H_y, \tag{6c}$$

$$\mathrm{j}\omega\varepsilon_y'\varphi_{e_{zy}}+\alpha_y'\varphi_{e_{zy}}=\sigma_y'\frac{\partial}{\partial y}H_x, \tag{6d}$$

将 (4) 式和 (6) 式转换到时域形式:

$$-\mu\frac{\partial}{\partial t}H_x-\sigma_m H_x=\frac{1}{s_y}\frac{\partial}{\partial y}E_z+\varphi_{h_{xz}}, \tag{7a}$$

$$\mu\frac{\partial}{\partial t}H_y+\sigma_m H_y=\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{s_x}E_z+\varphi_{h_{yz}}, \tag{7b}$$

$$\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}E_z+\sigma E_z=\frac{1}{\kappa_x}\frac{\partial}{\partial x}H_y-\frac{1}{\kappa_y}\frac{\partial}{\partial y}H_x+\varphi_{e_{zy}}-\varphi_{e_{zx}}, \tag{7c}$$

$$\varepsilon_y'\frac{\partial}{\partial t}\varphi_{h_{xy}}+\alpha_y'\varphi_{e_{xy}}=\sigma_y'\frac{\partial}{\partial y}E_z, \tag{8a}$$

$$\varepsilon_x'\frac{\partial}{\partial t}\varphi_{h_{yx}}+\alpha_x'\varphi_{e_{yx}}=\sigma_x'\frac{\partial}{\partial x}E_z, \tag{8b}$$

$$\varepsilon_x'\frac{\partial}{\partial t}\varphi_{e_{zx}}+\alpha_x'\varphi_{e_{zx}}=\sigma_x'\frac{\partial}{\partial x}H_y, \tag{8c}$$

$$\varepsilon_y'\frac{\partial}{\partial t}\varphi_{e_{zy}}+\alpha_y'\varphi_{e_{zy}}=\sigma_y'\frac{\partial}{\partial y}H_x. \tag{8d}$$

将空间网格按照标准的 Yee 网格进行划分, 场量 H_x, H_y 和 E_z 以及变量 $\varphi_{h_{xy}}$, $\varphi_{h_{yx}}$, $\varphi_{e_{zy}}$ 和 $\varphi_{h_{zx}}$ 按下式展开:

$$H_x(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}H_{i,j+1/2}^{\phi x,n+1/2}h_{n+1/2}(t)\phi_i(x)\phi_{j+1/2}(y), \tag{9a}$$

$$H_y(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}H_{i+1/2,j}^{\phi y,n+1/2}h_{n+1/2}(t)\phi_{i+1/2}(x)\phi_j(y), \tag{9b}$$

$$E_z(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}E_{i,j}^{\phi z,n}h_n(t)\phi_i(x)\phi_j(y), \tag{9c}$$

$$\varphi_{h_{xy}}(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}\varphi_{h_{xy},i,j+1/2}^{\phi x,n}h_n(t)\phi_i(x)\phi_{j+1/2}(y), \tag{10a}$$

$$\varphi_{h_{yx}}(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}\varphi_{h_{yx},i+1/2,j}^{\phi y,n}h_n(t)\phi_{i+1/2}(x)\phi_j(y), \tag{10b}$$

$$\varphi_{e_{zy}}(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}\varphi_{e_{zy},i,j}^{\phi z,n+1/2}h_{n+1/2}(t)\phi_i(x)\phi_j(y), \tag{10c}$$

$$\varphi_{e_{zx}}(\boldsymbol{r},t)=\sum_{i,j,n=-\infty}^{+\infty}\varphi_{e_{zx},i,j}^{\phi z,n+1/2}(t)\phi_i(x)\phi_j(y), \tag{10d}$$

其中 $H_{i,j+1/2}^{\phi x,n+1/2}$, $H_{i+1/2,j}^{\phi y,n+1/2}$, $E_{i,j}^{\phi z,n}$ 以及 $\varphi_{h_{xy},i,j+1/2}^{\phi x,n}$,

$\varphi_{h_{yx},i+1/2,j}^{\phi y,n}$, $\varphi_{e_{zy},i,j}^{\phi z,n+1/2}$, $\varphi_{e_{zx},i,j}^{\phi z,n+1/2}$ 分别为场量和变量的展开系数. 下标 i, j, 和 n 分别为空间和时间的坐标, 且有 $x = \mathrm{i}\Delta x$, $y = \mathrm{j}\Delta y$, $t = n\Delta t$, 其中 Δx, Δy 和 Δt 分别为空间和时间的离散间隔. 定义 $h_n(t) = h(t/\Delta t - n)$, $h(t)$ 为 Haar 尺度函数, $\phi_i(x) = \phi(x/\Delta x - \mathrm{i})$, ϕ 为 Daubechies 尺度函数.

根据 Galerkin 法, 可得如下场量和变量的迭代方程

$$H_{i,j+1/2}^{\phi x,n+1/2} = CP_{i,j+1/2}H_{i,j+1/2}^{\phi x,n-1/2} - CQ_{i,j+1/2}\left(\frac{1}{\kappa_y \Delta y}\sum_l a(l)E_{i,j+1+l}^{\phi z,n} + \varphi_{h_{xy},i,j+1/2}^{n}\right), \tag{11a}$$

$$H_{i+1/2,j}^{\phi y,n+1/2} = CP_{i+1/2,j}H_{i+1/2,j}^{\phi x,n-1/2} + CQ_{i+1/2,j}\left(\frac{1}{\kappa_x \Delta x}\sum_l a(l)E_{i+1+l,j}^{\phi z,n} + \varphi_{h_{yx},i+1/2,j}^{n}\right) \tag{11b}$$

$$E_{i,j}^{\phi z,n+1} = CA_{i,j}E_{i,j}^{\phi z,n} + CB_{i,j}\left(\left(\frac{1}{\kappa_x \Delta x}\sum_l a(l)H_{i+1/2+l,j}^{\phi y,n+1/2} - \frac{1}{\kappa_y \Delta y}\sum_l a(l)H_{i,j+1/2+l}^{\phi x,n+1/2}\right) + \varphi_{e_{zy},i,j}^{n+1/2} - \varphi_{e_{zx},i,j}^{n+1/2}\right) \tag{11c}$$

$$\varphi_{h_{xy},i,j+1/2}^{\phi x,n+1} = P_{j+1/2}^{y}\varphi_{h_{xy},i+1/2,j}^{\phi x,n} + Q_{j+1/2}^{y}\sum_l a(l)\frac{E_{i,j+1+l}^{\phi z,n}}{\Delta y}, \tag{12a}$$

$$\varphi_{h_{yx},i+1/2,j}^{\phi y,n+1} = P_{i+1/2}^{x}\varphi_{h_{yx},i+1/2,j}^{\phi y,n} + Q_{i+1/2}^{x}\sum_l a(l)\frac{E_{i+1+l,j}^{\phi z,n}}{\Delta x}, \tag{12b}$$

$$\varphi_{e_{zy},i,j}^{\phi z,n+1/2} = P_{j}^{y}\varphi_{e_{zy},i,j}^{\phi z,n-1/2} + Q_{j}^{y}\sum_l a(l)\frac{H_{i,j+l+1/2}^{\phi x,n+1/2}}{\Delta y}, \tag{12c}$$

$$\varphi_{e_{zx},i,j}^{\phi z,n+1/2} = P_{i}^{x}\varphi_{e_{zx},i,j}^{\phi z,n-1/2} + Q_{i}^{x}\sum_l a(l)\frac{H_{i+l+1/2,j}^{\phi y,n+1/2}}{\Delta x}. \tag{12d}$$

其中

$$CA_{i,j} = \frac{2\varepsilon_{i,j} - \sigma_{i,j}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j} + \sigma_{i,j}\Delta t}, \tag{13a}$$

$$CB_{i,j} = \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{i,j} + \sigma_{i,j}\Delta t}, \tag{13b}$$

$$CP_{i,j+1/2} = \frac{2\mu_{i,j+1/2} - \sigma_{mi,j+1/2}\Delta t}{2\mu_{i,j+1/2} + \sigma_{mi,j+1/2}\Delta t}, \tag{13c}$$

$$CQ_{i,j+1/2} = \frac{2\Delta t}{2\mu_{i,j+1/2} + \sigma_{mi,j+1/2}\Delta t}, \tag{13d}$$

$$P_j^y = \frac{2\varepsilon'_{yj} - \alpha'_{yj}\Delta t}{2\varepsilon'_{yj} + \alpha'_{yj}\Delta t}, \tag{14a}$$

$$Q_j^y = \frac{2\sigma'_{yj}\Delta t}{2\varepsilon'_{yj} + \alpha'_{yj}\Delta t}, \tag{14b}$$

$\varepsilon_{i,j}$, $\sigma_{i,j}$, $\mu_{i,j}$ 和 $\sigma_{mi,j}$ 分别标是空间 (i,j) 点处介质的介电系数、电导率、磁导系数和导磁率. P_i^x 和 Q_i^x 的表达式与 P_j^y 和 Q_j^y 类似.

从 (11)—(12) 式可以看出, 任一网格节点上的场量或辅助变量的值与其上一时间步的值以及周围的场值有关. 很明显, ADE-PML 吸收层中场分量的迭代计算只需一到两个辅助变量, 与上述 PML 和 APML 相比, 实现起来不仅方便, 而且节省内存. 此外, 从上述公式可以看出, 在 ADE-PML 吸收层的差分格式中, 要用到匹配层外的的场量, 因此可以在匹配层外侧设置理想电壁, 并利用镜像原理来得到匹配层外的场量 [1]. 需要注意的是, 由于 Daubechies 尺度函数的移位内插值特性, 上述任意时刻场量和变量在空间节点上的值实际上就是其对应的展开系数; 时间步长 Δt 应满足 MRTD 法的稳定性条件 $c_{\max}\Delta t \leqslant (\sum_l |a(l)|\sqrt{1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2})^{-1}$, 其中 $c_{\max} = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ 为介质中的光速.

表 1 列出了 $0 \leqslant l \leqslant 2$ 时系数 $a(l)$ 的值. 由于 Daubechies 尺度函数的紧支撑特性, $l > 2$ 时 $a(l) = 0$; $l < 0$ 时, 系数 $a(l)$ 可根据对称关系 $a(-1-l) = -a(l)$ 得到.

表 1　$0 \leqslant l \leqslant 2$ 时 $a(l)$ 的值

l	$a(l)$
0	1.22916661202745
1	−0.09374997764746
2	0.01041666418309

3 数值计算结果

为了验证 ADE-PML 吸收边界条件的吸收效果, 我们设置一个二维仿真环境, 如图 1 所示, 设计算区域网格总数 20×20, 匹配层为 10 个网格

厚度, 则整个空间网格总数为 40×40, 其中计算区域介质的电参数分别为 $\varepsilon_{\rm r}=8.0$ 和 $\sigma=0.3$. 一个截面为 10×10 个网格大小的无限长金属方柱放置在计算区域正中. 空间离散网格的大小为 $\Delta x=\Delta y=0.015$ m, 时间步长取为 $\Delta t=16.667$ ps. 一个微分高斯脉冲源加在节点 A (14, 14) 处的电场 E_z 上, 激励源的的设置如下:

$$\begin{aligned}E_{i,j}^{\phi z,n+1}=&CA_{i,j}E_{i,j}^{\phi z,n}+CB_{i,j}\left(\left(\frac{1}{\Delta x}\sum_{l}a(l)H_{i+1/2+l,j}^{\varphi y,n+1/2}\right.\right.\\&\left.\left.-\frac{1}{\Delta y}\sum_{l}a(l)H_{i,j+1/2+l}^{\phi x,n+1/2}\right)\right)\\&-\frac{(n\Delta t-t_0)}{\tau}\exp\left(-\frac{4\pi(n\Delta t-t_0)^2}{\tau^2}\right),\end{aligned}\tag{15}$$

其中 $\tau=1.875$ ns, $t_{=}0.8\tau$. 在匹配层内部, 参数 σ_i 和 κ_i 可定义如下 [12,13]:

$$\sigma(\rho)=\sigma_{\max}\left(\frac{\rho}{d}\right)^m,\tag{15}$$

$$\kappa(\rho)=1+(\kappa_{\max}-1)\left(\frac{\rho}{d}\right)^m,\tag{16}$$

其中 ρ 为计算区域和匹配层的分界面到匹配层中某点的距离, d 为匹配层的厚度, m 为多项式指数, 在这里取 $m=4$, $\sigma_{\max}$ 可定义为

$$\sigma_{\max}=k\sigma_{\rm opt},\tag{17}$$

$$\sigma_{\rm opt}=\frac{(m+1)}{150\pi\sqrt{\varepsilon_{\rm r}\Delta}},\tag{18}$$

其中 $k=\sigma_{\max}/\sigma_{\rm opt}$ 非负的实数. 匹配层中另一参数 α 可取为非负的常数.

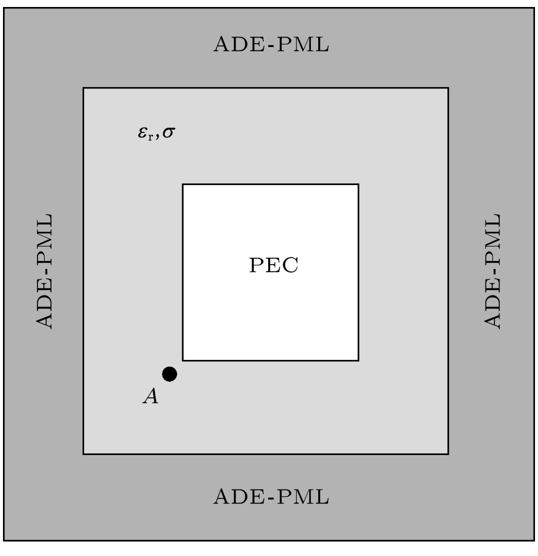

图 1 计算模型

本文验证了节点 A 处电场 E_z 的反射误差, 为了满足验证的精度, 设置了一参考空间, 即在原计算空间的基础上向各个方向扩展了 200 个空间步, 以保证参考空间匹配层边界的反射波在计算的时间间隔内不会到达采样点. 反射误差可定义如下:

$${\rm error_{dB}}=20\log_{10}\frac{|E_z(t)-E_{z_{\rm ref}}(t)|}{\max|E_{z_{\rm ref}}(t)|},\tag{19}$$

式中 $E_z(t)$ 代表原空间中 A 点的电场分量, $E_{z_{\rm ref}}(t)$ 代表参考空间中 A 点的电场分量.

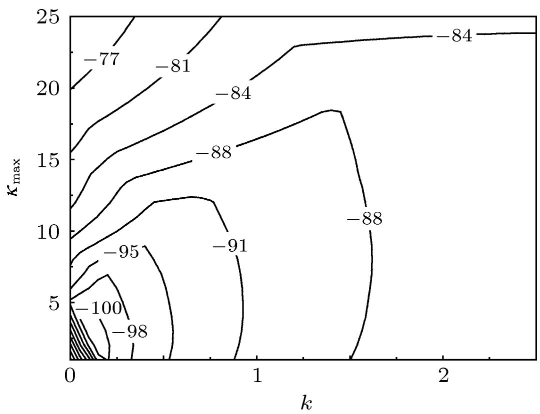

图 2 APML 最大反射误差的等高线分布

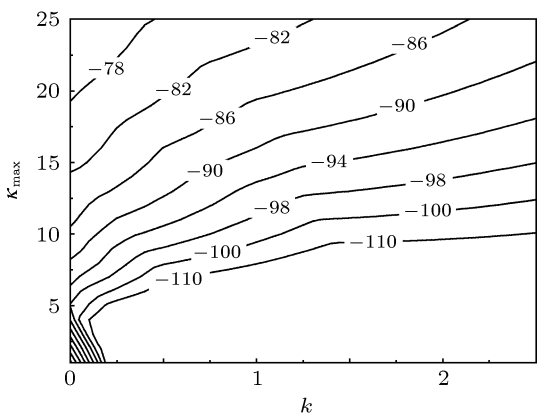

图 3 ADE-PML 最大反射误差的等高线分布

首先, 来观察随着 $\kappa_{\max}$ 与 k 取值的不同由 APML 和 ADE-PML 吸收层引起的最大反射误差. 图 2 给出的是在计算了 900 个时间步后 APML 最大反射误差的等高线分布, 从图中可以看出, 其最大反射误差可以达到 −100 dB. 图 3 表示的是匹配层为 ADE-PML 时的情况, 此处 $\alpha=0.01$. 与 APML 相比, 其最大的反射误差可低至 −110 dB, ADE-PML 的吸收性能提高了 10 dB. 此外, ADE-PML 的另一个显著优势是其最佳反射误差能够在更加宽

泛的 $\kappa_{\max}$ 和 k 取值范围内获得, 这使得 ADE-PML 在实现过程中更容易通过选择 $\kappa_{\max}$ 和 k 的值来达到最佳反射误差.

其次, 比较 APML, PML 和 ADE-PML 三者之间的反射误差. 图 4 给出的是按照 (19) 式计算得到的三种匹配层的反射误差. 从图中可以看出, PML 的最大反射误差在 −96 dB 左右, 比 ADE-PML 要高 14 dB 左右; 在脉冲传播晚期, 由 ADE-PML 引起的反射误差要比 PML 或 APML 低 10—15 dB. 另外, 用 ADE-PML 截断计算区域边界时, 反射误差在脉冲传播早期即达到最大值, 然后便持续减小. 以上所述证明 ADE-PML 能够更加有效地吸收低频凋落模.

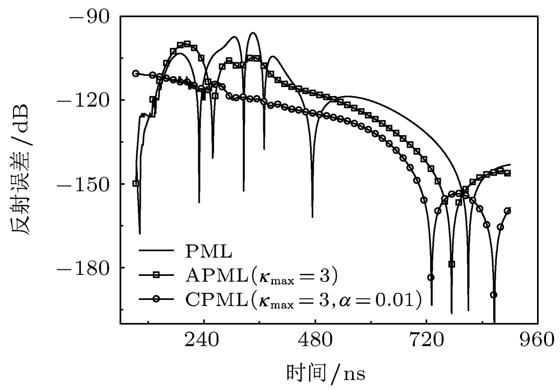

图 4 参考点 A 处的电场反射误差

最后, 比较以上所举算例分别引入三种匹配层所消耗的 CPU 时间和内存. 算例中整个空间网格总数为 40×40, 总时间步为 900 步. 所用 PC 的硬件平台为 Intel(R) Core(TM) i3 2.93 GHz CPU, 1.92 GB 的内存; 软件系统为 Microsoft Windows XP Professional 和 Fortran 90 Complier. 表 2 所示为采用三种匹配层时算例所需的计算时间和内存. 从中可以清楚地看出, 较之 APML 和 PML, 采用 ADE-PML 作为吸收边界条件时, 算例所耗的时间和内存均明显减少, 这充分显示了 ADE-PML 的优势性.

表 2 所耗 CPU 时间和内存

所用匹配层	APML	PML	ADE-PML
时间/s	0.1563	0.1406	0.1064
内存/kB	43.75	39.06	29.67

4 结 论

鉴于目前 MRTD 算法中广泛应用的 PML 和 APML 吸收边界条件存在的不足, 将 ADE-PML 引入了基于 Daubechies 紧支集尺度函数的 MRTD 算法. 与 PML 和 APML 相比, ADE-PML 实现起来更加简单且节省计算时间和内存. 数值结果表明, ADE-PML 引起的最大反射误差可低至 −110 dB, 与 PML 和 APML 相比其吸收传播模的性能分别提高了 14 dB 和 10 dB; ADE-PML 还将吸收低频凋落波的性能提高了 10−15 dB. 此外, ADE-PML 还有一个突出的优点, 即其最大反射误差对 k 值的变化并不敏感, 但对于 APML, k 只能在小范围内取值才有可能获得最佳反射误差. 因此, 将 ADE-PML 引入基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 算法具有很大优势, 同时也必将对基于其它小波函数的 MRTD 算法中匹配层的研究及应用产生积极的推动作用.

[1] Krumpholz M, Katehi L P B 1996 *IEEE MTT* **44** 555
[2] Dai S Y, Wu Z S, Xu Y B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 786 (in Chinese) [代少玉, 吴振森, 徐仰彬 2007 物理学报 **56** 786]
[3] Cheong Y W, Lee Y M, Ra K H, Kang J G, Shin C C 1999 *Microwave Guided Wave Lett.* **9** 297
[4] Wei X, Li E, Liang C 2002 *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.* **12** 392
[5] Tentzeris E M, Robertson R L, Harvey J F, Katehi L P B 1999 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **47** 1709
[6] Wei X C, Liang C H 2001 *Acta Electronica Sinica* **29** 1668 (in Chinese) [魏兴昌, 梁昌洪 2001 电子学报 **29** 1668]
[7] Dai S Y, Wu Z S 2006 *Chinese Journal of Radio Science* **21** 712 (in Chinese) [代少玉, 吴振森 2006 电波科学学报 **21** 712]
[8] Cao Q, Chen Y 2003 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **51** 350
[9] Guo Y F, Kong F M, Li K, Liu Y, Ling J 2004 *Journal of Optoelectronics cdot Laser* **15** 238 (in Chinese) [郭毅峰, 孔繁敏, 李康, 刘艳, 凌洁 2004 光电子 · 激光 **15** 238]
[10] Wang L H, Wu X L 2007 *Journal of Hefei University of Technology* **30** 108 (in Chinese) [王丽华, 吴先良 2007 合肥工业大学学报 **30** 108]
[11] Wang L, Liang C 2006 *Microwave Opt. Technol. Lett.* **48** 1924
[12] Kuzuoglu M, Mittra R 1996 *IEEE Microwave Guided Wave Lett.* **6** 447
[13] Gedney S D, Liu G, Roden J A, Zhu A 2001 *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **49** 1554

Implementation and analysis of the perfectly matched layer with auxiliary differential equation for the multiresolution time-domain method*

Liu Ya-Wen† Chen Yi-Wang Xu Xin Liu Zong-Xin

(*National Key Laboratory on Electromagnetic Environment and Electro-optical Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing* 210007, *China*)

(Received 25 June 2012; revised manuscript received 11 September 2012)

Abstract

A new implementation of perfectly matched layer (PML) with auxiliary differential equation (ADE-PML) is presented for the multiresolution time-domain method. The implementation is easier to obtain and can save more memories than the popularly used PML proposed by Berenger and the anisotropic perfectly matched layer (APML) when a more generalized medium is treated. Numerical results demonstrate that the ADE-PML is more superior to the PML and APML in absorbing propagation modes and low-frequency evanescent modes.

Keywords: perfectly matched layer, auxiliary differential equation, multiresolution time-domain, Daubechies scaling function

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 42.25.Gy **DOI:** 10.7498/aps.62.034101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60671007).

† Corresponding author. E-mail: liuyawen1111@163.com