

# 伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束在湍流大气中传播的闪烁孔径平滑效应\*

钱仙妹<sup>†</sup> 朱文越 饶瑞中

(中国科学院合肥物质科学研究院, 安徽光学精密机械研究所, 中国科学院大气成分与光学重点实验室, 合肥 230031)

(2012年4月10日收到; 2012年9月18日收到修改稿)

采用光传播的数值模拟方法, 对伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束大气传播过程进行数值模拟, 统计分析不同接收孔径内的光强起伏特性, 计算闪烁的孔径平滑因子, 讨论了表征伪部分相干光的调制相位屏的相对变化频率对闪烁指数的影响, 并将其与充分发展的部分相干高斯 - 谢尔模型光束及完全相干光的闪烁指数对比。结果表明: 降低光源相干性可大幅度降低闪烁指数, 但同时其闪烁指数的孔径平滑效应减弱, 在相同接收孔径下, 伪部分相干光闪烁指数的孔径平滑效果要比完全相干光差; 增大调制相位屏的相对变化频率可在一定程度上降低闪烁指数, 随着其相对频率的增大, 伪部分相干光的闪烁指数与部分相干光的结果趋于一致。

**关键词:** 伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束, 湍流大气, 孔径平滑闪烁指数, 数值模拟

**PACS:** 42.25.Bs, 42.25.Kb, 92.60.Ta, 92.60.hk

**DOI:** 10.7498/aps.62.044203

## 1 引言

激光在湍流大气中传输时, 由于大气湍流的随机扰动而产生光强闪烁、光束扩展和光斑漂移等湍流效应, 严重限制了激光通信、遥感和跟踪等大气光传播工程的应用性能和应用范围<sup>[1-4]</sup>。Leader<sup>[5-7]</sup> 的研究表明, 降低光源的相干度可在一定程度上减小激光对大气湍流的敏感度, 从而有效减小大气湍流的影响。于是国内外逐渐兴起对部分相干光大气传播特性的理论、实验和数值模拟研究, 讨论了不同类型的部分相干光(高斯 - 谢尔模型光束、部分相干双曲余弦高斯光束、部分相干平顶光束等)大气传输的光束扩展、漂移和闪烁特性<sup>[8-20]</sup>, 以及多路光束数的部分相干合成及合成光束的大气传播问题<sup>[21]</sup>。然而在自由空间光通信的实际应用中, 充分发展的理想部分相干光难以获得, 为此 Voelz 和 Fitzhenry<sup>[22]</sup> 提出了伪部分相干光概念, 即让完全相干光通过随机变化的相位调制屏, 相位调制屏的变化频率为湍流变化频率的数倍

至数十倍, 从而得到伪部分相干光, 并且证明该变化频率下的相位调制可实现光束对大气湍流敏感度明显降低的目的。文献[23, 24] 通过数值计算研究了伪部分相干光大气传输的光束扩展、漂移和光强闪烁特性。对于自由空间光通信而言, 一定接收孔径内光强的起伏特性是通信编码中所必须了解的, 但目前对于伪部分相干光大气传输的闪烁孔径平滑效应却缺乏系统认识。鉴于此, 本文采用光传播的数值模拟方法, 系统研究伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束大气传播的闪烁指数及孔径平滑效应。

## 2 数值模拟方法

在傍轴近似条件下, 光波在湍流大气中传播满足如下的抛物型方程:

$$2ik\frac{\partial E}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 E + 2k^2 n_1 E = 0, \quad (1)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为光波真空波数,  $\lambda$  为光波波长,  $E$  为光场,  $n_1 = n - 1$  为折射率的变化,  $n$  为大气折射

\* 国家自然科学基金(批准号: 61107066)资助的课题。

† 通讯作者。E-mail: qianxianmei@aofm.ac.cn

率。为了求解方程(1)获得光场  $E$ , 一般采用多层相位屏傅里叶变换的数值模拟方法<sup>[25]</sup>。其基本思想是将光束的传输路径分成由真空和散布其间的若干薄相位屏所构成, 激光每传输到一个相屏时即把对应的相位扰动叠加到光波波前上, 然后在真空中传输至下一个相屏处, 再叠加下一个相屏对应的相位扰动, 再在真空中传输, 直至终点为止。前后两相邻相位屏处的激光光场满足以下关系:

$$\begin{aligned} E(x, y, z_i) = & f^{-1} \left[ f \{E(x, y, z_{i-1}) \exp(i s)\} \right. \\ & \times \exp \left( -i \frac{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}{2k} \Delta z \right) \left. \right], \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $s = k \int_{z_{i-1}}^{z_i} n_1(r, z') dz'$  为相位屏间湍流大气造成的相位扰动, 即湍流相位屏,  $\kappa_x$  和  $\kappa_y$  为相空间的波数,  $\Delta z = z_i - z_{i-1}$  为相位屏的间隔,  $f$  和  $f^{-1}$  分别为傅里叶变换和傅里叶逆变换。如此便可实现光传播过程中光场变化的动态演示, 并获得接收面的光场分布  $E(x, y, L)$ ,  $L$  为接收面离发射端的距离。

(2) 式中的关键是湍流相位扰动  $s$  的模拟, 一般采用谱方法。根据湍流相位扰动的相关函数和统计理论, 厚度为  $\Delta z$  的湍流大气所造成的相位扰动谱  $\Phi_s$  可表示为

$$\Phi_s(\kappa_x, \kappa_y) = 2\pi k^2 \Delta z \Phi_n \quad (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z = 0), \quad (3)$$

其中  $\Phi_n$  为大气折射了起伏功率谱, 一般选用 Kolmogorov 谱模型, 即  $\Phi_n = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3}$ ,  $\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2}$ 。根据相位  $s$  的频谱可以在相空间构造一个二维复随机场

$$\tilde{s}(\kappa_x, \kappa_y) = a_R \sqrt{\Phi_s(\kappa_x, \kappa_y)}, \quad (4)$$

$$a_R = (A_R + iB_R)/\sqrt{2}, \quad (5)$$

式中  $A_R, B_R$  为实、虚部均值为 0、方差为 1 的随机数。对此二维复随机场进行傅里叶逆变换即可获得一个二维的随机相位场见(6)式及湍流相位屏, 如图 1 所示。

$$s(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int \tilde{s}(\kappa_x, \kappa_y) e^{i \kappa \cdot r} d\kappa. \quad (6)$$

对于伪部分相干高斯-谢尔模型光束大气传播的数值模拟, 关键是如何建立表征光源部分相干性的数值模型。设相干光源的光场为  $E_0(x, y, z=0)$ , 部分相干光源的光场为  $E(x, y, z=0; t)$ , 按照伪部分相干光的常规产生过程, 两者满足如下方程:

$$E(x, y, z=0; t) = E_0(x, y, z=0) \cdot \exp[i\phi(x, y; t)], \quad (7)$$

其中  $\phi(x, y; t)$  为表征光场部分相干性的随机相位调制。对于高斯-谢尔模型光束, 有

$$\phi(x, y; t) = r(x, y; t) \otimes g(x, y), \quad (8)$$

$r(x, y; t)$  是均值为零方差为  $\sigma_r^2$  的随机数,  $g(x, y)$  为方差为  $\sigma_g^2$  的高斯函数:

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_g^2} \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_g^2} \right). \quad (9)$$

于是, 光场的相干度可用相干长度  $l_c$  来表示<sup>[26]</sup>:

$$l_c^2 = \frac{16\pi\sigma_g^4}{\sigma_r^2}, \quad (10)$$

$l_c$  越小相干性越差, 反之相干性越好, 对完全相干光,  $l_c = \infty$ 。

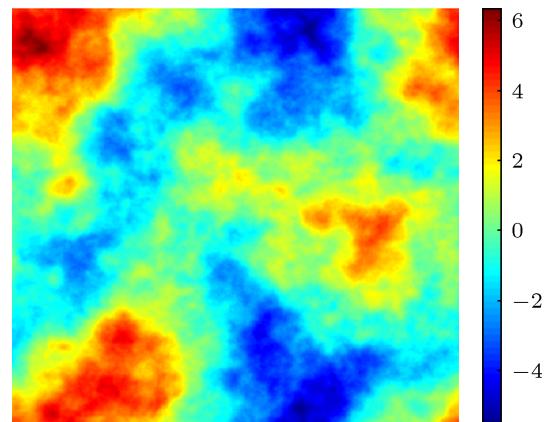


图 1 典型的湍流相位屏

在数值模拟中, 按照(7)式构造出部分相干高斯-谢尔模型光束。值得关注的是,  $\phi(x, y; t)$  并非固定不变, 而是随时间不断变化, 其变化频率为湍流变化频率的数倍至数十倍(对于充分发展的部分相干光, 其变化频率理论上为无限大)。因此, 在一次数值模拟过程中, 湍流相位屏  $s$  变化一次,  $\phi(x, y; t)$  变化数次至数十次。

### 3 闪烁的孔径平滑效应

根据数值模拟得到的光强分布  $I(x, y, z=L) = |E(x, y, z=L)|^2$ , 对于一定的接收孔径  $D$ , 通过对直径为  $D$  的圆盘内光强的积分, 计算该孔径内所包含的光束能量  $I(D)$ , 对 10000 次数值模拟结果进行统计平均, 按照下式计算得到孔径平滑闪烁指数  $\sigma_I^2(D)$ :

$$\sigma_I^2(D) = \frac{\langle I^2(D) \rangle - \langle I(D) \rangle^2}{\langle I(D) \rangle^2}, \quad (11)$$

其中  $\langle \rangle$  为系综平均.

选择激光波长  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ , 伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束的初始半径为  $W_0 = 30 \text{ mm}$ , 光束传播路径为水平均匀路径  $L = 10 \text{ km}$ , 大气湍流折射率结构常数为  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 传播路径上均匀分布 200 个湍流相位屏, 相位屏间距  $\Delta z$  为 50 m. 引用相对变化频率  $K$  来表示相位调制屏  $\phi(x, y; t)$  的变化频率, 即其变化频率为大气湍流的  $K$  倍.

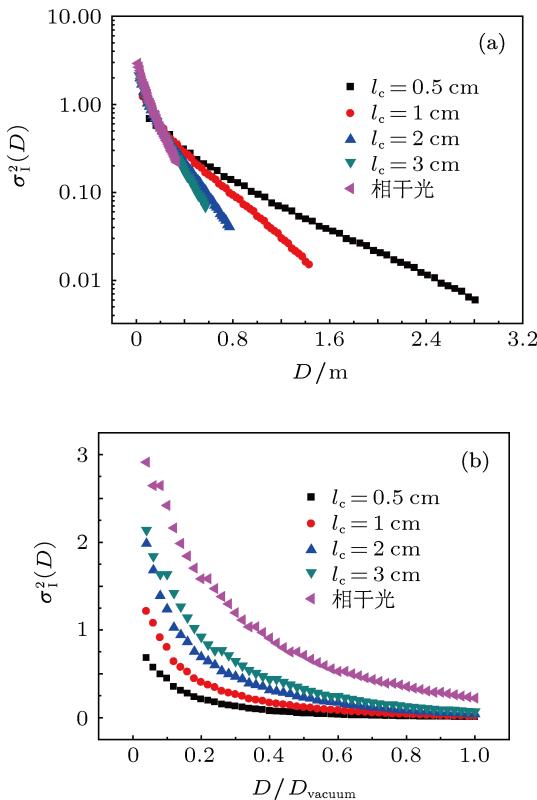


图 2 闪烁指数随接收孔径和光束相干长度的变化

分别选择光束相干长度  $l_c = 0.5, 1, 2, 3 \text{ cm}$ , 并令相位屏调制屏的相对变化频率为  $K = 5$ . 对每一种光束相干长度情况下伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束在湍流大气中的传播过程进行数值模拟, 模拟次数为 1000 次, 并基于接收面上的光强分布, 统计分析不同接收孔径的闪烁指数. 图 2(a) 给出了闪烁指数随接收孔径  $D$  和光束相干长度  $l_c$  的变化情况, 图 2(b) 为闪烁指数随归一化孔径  $D / D_{\text{vacuum}}$  的变化关系, 并给出了完全相干光的结果以做比较. 其中  $D_{\text{vacuum}}$  为光束真空传输的光束直径, 对相干长度  $l_c = 0.5, 1, 2, 3 \text{ cm}$ ,  $D_{\text{vacuum}}$  分别为 2.81, 1.43, 0.77, 0.57 m, 而对完全相干光,  $D_{\text{vacuum}} = 0.33 \text{ m}$ . 从图 2 中可以看到, 随着光束相干长度的减小, 光束相干程度降低, 同等接收孔径 ( $D < 0.2 \text{ m}$ ) 下的闪烁

指数明显降低, 验证了降低光源相干性, 可在一定程度上减小光强起伏, 体现出伪部分相干光较完全相干光的优越性. 同时还会发现, 随着光束相干性的变差, 闪烁指数随接收口径增大而降低的速度变得缓慢.

将一定接收孔径的闪烁指数  $\sigma_f^2(D)$  与点接收的闪烁指数  $\sigma_f^2(0)$  相比, 得到孔径平滑因子  $A(D) = \sigma_f^2(D) / \sigma_f^2(0)$ ,  $A(D)$  越小, 表示闪烁指数的孔径平滑效果越好. 图 3 给出了孔径平滑因子随接收孔径和光束相干长度的变化情况. 可见, 在相同的接收孔径情况下, 相干性好的光束孔径平滑因子要比相干性差的小, 尤其是当  $l_c$  从 0.5 cm 增大到 1 cm 时. 这表明了尽管光束相干性的变差可大幅度减小闪烁指数, 但是闪烁指数的孔径平滑效应变弱了, 对伪部分相干光而言, 增大接收孔径其闪烁指数降低的速度要比完全相干光慢.

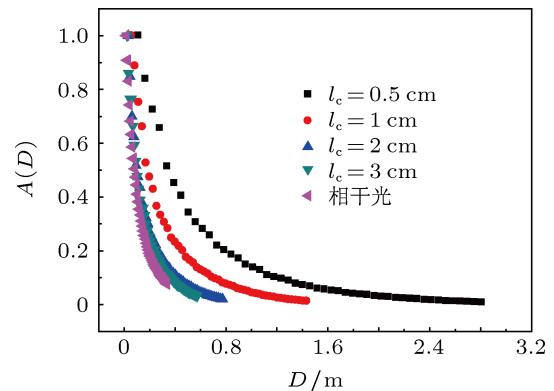


图 3 闪烁指数的孔径平滑因子随接收孔径和光束相干长度的变化

#### 4 孔径平滑闪烁指数随 $K$ 的变化

调制相位屏  $\phi(x, y; t)$  的变化频率是产生伪部分相干光的重要参数, 前面取其相对于大气湍流的变化频率为  $K = 5$ . 现仍令激光波长  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ , 伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束的初始半径为  $W_0 = 30 \text{ mm}$ , 光束传播路径为水平均匀路径  $L = 10 \text{ km}$ , 大气湍流折射率结构常数为  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 并设定光束相干长度为  $l_c = 1 \text{ cm}$ , 分别对  $K = 1, 5, 10, 20$  情况下的伪部分相干光在湍流大气中的传播进行数值模拟, 统计不同接收孔径的闪烁指数, 得到闪烁指数随接收孔径和  $K$  的变化关系如图 4 所示. 图 4 中显示, 随着  $K$  的增大, 闪烁指数呈下降趋势, 当  $K$  从 1 增大到 5 时, 闪烁指数迅速降低, 而当  $K$  从 5 增大到 20 时, 闪烁指数降低幅度减小, 尤其是当  $K$  从 10 增大到 20 时, 闪烁指数减小甚微. 因

此,对于伪部分相干光,为降低闪烁指数,除了增大接收孔径外,在能力范围内可适当增大调制相位屏的变化频率.

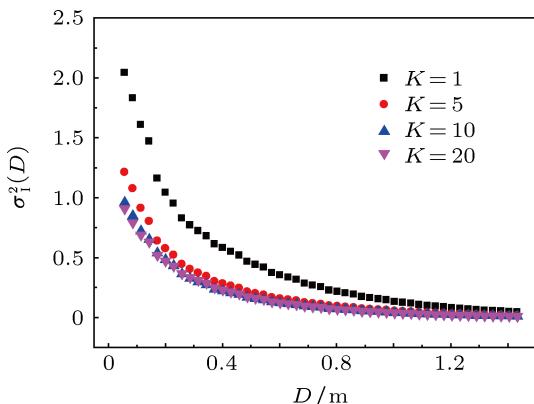


图 4 闪烁指数随接收孔径和  $K$  的变化

图 5 给出了不同  $K$  情况下孔径平滑因子的变化情况. 从图 5 中可以看到, 不同  $K$  时的孔径平滑因子基本相同, 这表明虽然变化调制相位屏的变化频率造成了孔径平滑闪烁指数的变化, 但基本上没有改变孔径平滑因子, 对闪烁指数的孔径平滑效果几乎没有影响, 这是因为改变  $K$  后, 点闪烁指数和孔径平滑闪烁指数均将发生同幅度的变化, 如图 4 所示.

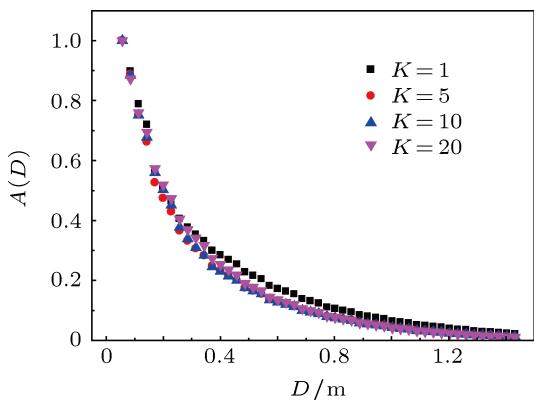


图 5 孔径平滑因子随接收孔径和  $K$  的变化

由图 4 可知, 伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束的闪烁指数与  $K$  有关, 因此不能完全用充分发展的

部分相干高斯 - 谢尔模型光束来描述其大气传播特性. 将伪部分相干光的孔径平滑闪烁指数与部分相干光的理论结果进行比较, 如图 6 所示, 伪部分相干光的闪烁指数要比部分相干光的略大, 两者的差异是因为伪部分相干光的调制相位屏的不完全随机性导致的. 并且, 随着  $K$  的增大, 伪部分相干光的结果越来越接近于部分相干光的结果, 由此可以预计, 当  $K$  增大到足够大时, 两者应趋于一致.

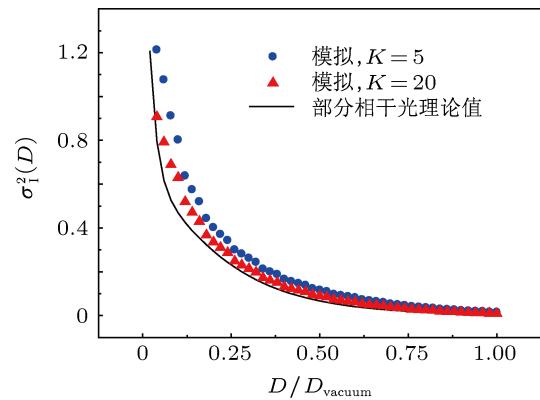


图 6 伪部分相干光和部分相干光的孔径平滑闪烁指数的比较

## 5 结 论

本文采用多层相位屏傅里叶变换的光传播数值模拟方法, 对不同相干程度的伪部分相干高斯 - 谢尔模型光束在湍流大气中的传播过程进行数值模拟, 研究了不同接收孔径下的闪烁指数孔径平滑效应, 并将其结果与完全相干光的对比. 结果表明, 降低光源相干性可大幅度降低闪烁指数, 但同时其闪烁指数的孔径平滑效应减弱, 在相同接收孔径下, 伪部分相干光闪烁指数的孔径平滑效果要比完全相干光差. 讨论了调制相位屏的相对变化频率  $K$  对孔径平滑闪烁指数的影响, 并将其结果与充分发展的部分相干高斯 - 谢尔模型光束进行对比. 结果表明, 增大  $K$  可在一定程度上降低闪烁指数, 随着  $K$  的增大, 伪部分相干光的结果与部分相干光的结果趋于一致. 该研究结果可为部分相干光在自由空间光通信中的应用提供理论基础.

- [1] Khmelevtsov S S 1973 *Appl. Opt.* **12** 2421
- [2] Flatte S M, Wang G Y 1993 *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 2363
- [3] Shelton J D 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 2172
- [4] Andrews L C, Phillips R L, Sasiela R J, Parenti R 2005 *Proc. SPIE*

- 5793 28**
- [5] Leader J C 1976 *J. Opt. Soc. Am. A* **66** 536
- [6] Leader J C 1978 *J. Opt. Soc. Am. A* **68** 175
- [7] Leader J C 1979 *J. Opt. Soc. Am. A* **69** 73

- [8] Gbur G, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1592  
[9] Ricklin J C, Davidson F M 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1794  
[10] Shirai T, Dogariu A, Wolf E 2003 *J. Opt. Soc. Am. A* **20** 1094  
[11] Dogariu A, Amarande S 2003 *Opt. Lett.* **28** 10  
[12] Korotkova O, Andrews L C, Phillips R L 2004 *Opt. Eng.* **43** 330  
[13] Polejaev V I, Ricklin J C 1998 *Proc. SPIE* **3432** 103  
[14] Ricklin J C, Davidson F D, Weyrauch T 2001 *Proc. SPIE* **4538** 13  
[15] Dogariu A, Amarande S 2003 *Opt. Lett.* **28** 10  
[16] Ji X L, Huang T X, Lü B D 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 978 (in Chinese)  
[季小玲, 黄太星, 吕百达 2006 物理学报 **55** 978]  
[17] Zhang J Z, Li Y K 2005 *High Power Laser and Particle Beams* **17** 197  
(in Chinese) [张建柱, 李有宽 2005 强激光与粒子束 **17** 197]  
[18] Liu W H, Wu J 2004 *Opt. Optoelectron. Technol.* **2** 30 (in Chinese)  
[刘维慧, 吴健 2004 光学与光电子技术 **2** 30]  
[19] Ji X L, Xiao X, Lü B D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3996 (in Chinese) [季  
小玲, 肖希, 吕百达 2004 物理学报 **53** 3996]  
[20] Cai Y J, Lin Q 2002 *Acta Opt. Sin.* **22** 542 (in Chinese) [蔡阳健, 林  
强 2002 光学学报 **22** 542]  
[21] Zhou P, Liu Z J, Xu X J, Chen Z L 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 730 (in  
Chinese) [周朴, 刘泽金, 许晓军, 陈子伦 2008 光学学报 **28** 730]  
[22] Voelz D, Fitzhenry K 2004 *Proc. SPIE* **5550** 218  
[23] Xiao X, Voelz D 2006 *Proc. SPIE* **6304** 63040L-1  
[24] Qian X M, Zhu W Y, Rao R Z 2009 *Opt. Express* **17** 3782  
[25] Coles W A, Filice J P, Frehlich R G, Yadlowsky M 1995 *Appl. Opt.* **34**  
208  
[26] Xiao X F, Voelz D 2006 *Opt. Express* **14** 6986

# The aperture averaging effect of scintillation of pseudo-partially Gaussian-Schell model beam propagation in turbulent atmosphere\*

Qian Xian-Mei<sup>†</sup> Zhu Wen-Yue Rao Rui-Zhong

(Key Laboratory of Atmospheric Compositions and Optical Radiation of Chinese Academy of Sciences, Hefei Institutes of Physics of Chinese Academy of Sciences, Anhui Institutes of Optics and Fine Mechanics, Hefei 230031, China)

(Received 10 April 2012; revised manuscript received 18 September 2012)

## Abstract

By using numerical simulation, the propagation of pseudo-partially coherent Gaussian-Schell model beam in atmospheric turbulence is simulated. The properties of intensity fluctuation of different receiving aperture and aperture averaging factors are statistically analyzed. And the influence of relative changing frequency of the modulating phase which models the partial coherence of beam source on scintillation index is also discussed. The simulation results of pseudo-partially coherent beam are compared with those of the well-developed partially coherent beam and fully coherent Gaussian beam. It is found that the reduction of coherence degree may cause scintillation index to decrease. However, the aperture averaging effect is weakened at the same time. At the same receiving aperture diameter, the aperture averaging factor of pseudo-partially coherent beam is greater than that of the fully coherent beam. The increase of relative changing frequency of modulating phase may cause a reduction of scintillation index to some degree. And with the increase of relative changing frequency, the scintillation index of pseudo-partially coherent beam tends to be coincident with that of the partially coherent beam.

**Keywords:** pseudo-partially coherent Gaussian-Schell model beam, turbulent atmosphere, aperture averaging scintillation index, numerical simulation

**PACS:** 42.25.Bs, 42.25.Kb, 92.60.Ta, 92.60.hk

**DOI:** 10.7498/aps.62.044203

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61107066).

† Corresponding author. E-mail: qianxianmei@iofm.ac.cn