磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导结中的约瑟夫森效应*

金霞[1)] 董正超[2)†] 梁志鹏[2)] 仲崇贵[2)]

1) (苏州大学物理科学与技术学院, 苏州 215006)

2) (南通大学理学院, 南通 226019)

(2012年4月6日收到; 2012年9月17日收到修改稿)

通过求解磁性 d 波超导中的能隙和磁交换能的自洽方程, 研究磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导结中的约瑟夫森电流. 计算结果表明: 1) 临界电流随中间的铁磁层厚度呈现出两种不同周期的振荡混合, 通过增强铁磁层中的磁交换能 q_0 和铁磁/磁性 d 波超导界面处的势垒强度 z_0, 短周期分量可从长周期中分离出来, 反之, 通过降低 q_0 和 z_0, 长周期分量可从短周期中分离出来; 2) 在两边磁性 d 波超导的磁化方向取平行时, 在取一些特定的铁磁层厚度下, 磁性 d 波超导中的磁交换能可增强系统的临界电流.

关键词: 磁性 d 波超导体, 铁磁体, 约瑟夫森电流

PACS: 74.50.+r, 74.78.−w **DOI:** 10.7498/aps.62.047401

1 引 言

随着超导电子学的研究及应用的发展, 超导/铁磁/超导及其多层隧道结中的自旋极化准粒子输运过程的研究已成为很热门的研究领域. 这是因为这类隧道结系统是一个最为基本的记忆存储器件单元, 并具有良好的应用前景, 可以作为研究铁磁性和超导电性相互作用与影响的良好载体, 蕴含了丰富的物理内容. 该系统中一个有兴趣的现象是: 临界电流随中间铁磁层厚度呈现周期性振荡衰减现象 [1], 这种振荡衰减行为起因于两块超导体通过中间不同厚度的铁磁层达到 0 态与 π 态的耦合. 由约瑟夫森电流 $I_S = I_C \sin\phi$ 关系式, 这里 ϕ 为两超导体间的宏观相位差, I_C 是临界电流. 临界电流 I_C 从 0 态到 π 态的转变, 意味着 I_C 从正值变成负值, 这一结果由于铁磁层中交换能而感应额外的相位差. Ryazanov 等 [2] 通过测量 $Nb/Cu_xNi_{1-x}/Nb$ 结中的直流约瑟夫森电流随着温度的变化关系, 发现中间稀铁磁合金层 Cu_xNi_{1-x} 的厚度为某定值时, 临界电流将先随温度的增加而下降为零, 然后又上升, 于是他们认为这个结发生了 0 态到 π 态的转变. 随后, 又有很多的理论和实验研究了各类超导/铁磁/超导隧道结, 发现临界电流会随中间铁磁层厚度的变化呈现出周期性振荡衰减行为 [3−12].

另外, 有关铁磁性与超导电性共存的研究目前亦是一个很活跃的课题, 主要有以下两种类型的铁磁性与超导性共存受到人们关注: 一种是出现在铁磁/超导结界面处, 由邻近效应而引发的铁磁性与超导性的共存态; 另一种是人们在大块 $CeCoIn_5$ [13], UGe_2 [14], URhGe[15] 等磁性材料中观测到了超导电性. 进一步的研究发现, $CeCoIn_5$ [16−24] 具有单态的 d 波超导特性, 然而有关 UGe_2, URhGe 电子配对的对称性问题目前还没有比较统一的说法. 本文依据这些新型的磁性超导材料, 通过建立磁性 d 波超导中自洽的能隙方程, 研究磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导结中的约瑟夫森效应, 讨论两边磁性超导、铁磁体中的交换能、界面的势垒散射强度等在两边磁性超导体的磁化方向处于平行和反平行时对

* 国家自然科学基金 (批准号: 10974104) 和江苏省自然科学基金 (批准号: BK2012655) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: dzc@ntu.edu.cn

约瑟夫森电流的影响.

2 磁性 d 波超导的自洽能隙方程

对一有限质心动量为 $\boldsymbol{q}$ 的磁性 d 波超导体, 在自洽场和平均场近似下, 其哈密顿量可表为

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{H}}=&\sum_{\boldsymbol{k}}\Big[\left(\varepsilon_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}}+h_0\right)\boldsymbol{C}^{+}_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\uparrow}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\uparrow}\\&+\left(\varepsilon_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}}-h_0\right)\boldsymbol{C}^{+}_{-\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\downarrow}\boldsymbol{C}_{-\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\downarrow}\Big]\\&-\sum_{\boldsymbol{k}}\Big[\Delta_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}}\boldsymbol{C}^{+}_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\uparrow}\boldsymbol{C}^{+}_{-\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\downarrow}\\&+\Delta^{*}_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}}\boldsymbol{C}_{-\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\downarrow}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\uparrow}\Big]\cdots,\end{aligned}\tag{1}$$

这里的 $\varepsilon_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}}$ 是动量为 $\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}$ 且相对于费米能 E_{F} 的单粒子动能, h_0 是磁性超导体中的磁交换能, $\Delta_{\boldsymbol{kq}}$ 是配对势, 满足自洽方程

$$\Delta_{\boldsymbol{kq}}=-\sum_{\boldsymbol{k}'}V_{\boldsymbol{kk}'}\left\langle\boldsymbol{C}_{-\boldsymbol{k}'+\boldsymbol{q}_\downarrow}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{k}'+\boldsymbol{q}_\uparrow}\right\rangle,\tag{2}$$

$V_{\boldsymbol{kk}'}$ 是传导电子间的吸引势:

$$V_{\boldsymbol{kk}'}=-2V_0\cos\left[2\left(\phi_{\boldsymbol{k}}-\phi_{\boldsymbol{k}'}\right)\right],\tag{3}$$

其中, V_0 表示传导电子间有效吸引势强度, $\phi_{\boldsymbol{k}}$ 表示动量为 $\boldsymbol{k}$ 的准粒子传输方位角, $\phi_{\boldsymbol{k}}=\arctan(\widehat{k_x}/\widehat{k_y})$. 通过 Bogoliubov 变换

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\uparrow}=u^{*}_{\boldsymbol{k}}\alpha_{\boldsymbol{k}}+v_{\boldsymbol{k}}\beta^{\dagger}_{\boldsymbol{k}},\tag{4a}$$

$$\boldsymbol{C}_{-\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}_\downarrow}=-v^{*}_{\boldsymbol{k}}\alpha_{\boldsymbol{k}}+u_{\boldsymbol{k}}\beta^{\dagger}_{\boldsymbol{k}},\tag{4b}$$

其中选择

$$\frac{u_{\boldsymbol{k}}}{v_{\boldsymbol{k}}}=\frac{\varepsilon_{\boldsymbol{kq}}+\sqrt{\Delta^2_{\boldsymbol{kq}}+\varepsilon^2_{\boldsymbol{kq}}}}{\Delta_{\boldsymbol{kq}}},\tag{5}$$

$$\varepsilon_{\boldsymbol{kq}}=\hbar^2k^2/(2m)+q^2/(2m)-E_{\mathrm{F}},\tag{6}$$

$$\xi_{\boldsymbol{kq}}=\sqrt{\Delta^2_{\boldsymbol{kq}}+\varepsilon^2_{\boldsymbol{kq}}},\tag{7}$$

得到对角化的哈密顿量为

$$\overline{\boldsymbol{H}}=\sum_{\boldsymbol{k}}\left(E_{\boldsymbol{kq}_\uparrow}\alpha^{\dagger}_{\boldsymbol{k}}\alpha_{\boldsymbol{k}}+E_{\boldsymbol{kq}_\downarrow}\beta^{\dagger}_{\boldsymbol{k}}\beta_{\boldsymbol{k}}\right),\tag{8}$$

这里的

$$E_{\boldsymbol{kq}\sigma}=\xi_{\boldsymbol{kq}}+\sigma\left(h_0+Q\right).\tag{9}$$

当 $\sigma=\uparrow$ 时, 取正值; $\sigma=\downarrow$ 时, 取负值.

$$Q=\left(v_{\mathrm{F}}q\right)\cos\left(\phi_{\boldsymbol{k}}-\phi_{\boldsymbol{q}}\right)/2,\tag{10}$$

$\phi_{\boldsymbol{q}}$ 是质心动量的极角. 则在质心动量为 $\boldsymbol{q}$ 的磁性 d 波超导体的能隙方程和热力学势分别为 [25]

$$\begin{aligned}1=&\frac{N(0)V_0}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi_{\boldsymbol{k}}\int_0^{\varepsilon_c}\mathrm{d}\varepsilon_{\boldsymbol{k}}\frac{\cos^2(2\phi_{\boldsymbol{k}})}{\xi_{\boldsymbol{kq}}}\\&\times\left\{\tanh\left[\frac{\xi_{\boldsymbol{kq}}+h_0+Q}{2k_{\mathrm{B}}T}\right]\right.\\&\left.+\tanh\left[\frac{\xi_{\boldsymbol{kq}}-h_0-Q}{2k_{\mathrm{B}}T}\right]\right\}\cdots,\end{aligned}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}&\Omega_{\mathrm{s}}(T,h_0,\boldsymbol{q})\\=&-\frac{1}{4}N(0)\Delta^2_{\boldsymbol{kq}}\left(1+2\ln\frac{\Delta_0}{\Delta_{\boldsymbol{kq}}}\right)\\&-\frac{N(0)k_{\mathrm{B}}T}{\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi_{\boldsymbol{k}}\int_0^{\varepsilon_c}\mathrm{d}\varepsilon_{\boldsymbol{k}}\\&\times\ln\left[\left(1+\mathrm{e}^{-(\xi_{\boldsymbol{kq}}+h_0+Q)/k_{\mathrm{B}}T}\right)\right.\\&\left.\times\left(1+\mathrm{e}^{-(\xi_{\boldsymbol{kq}}-h_0-Q)/k_{\mathrm{B}}T}\right)\right]\cdots,\end{aligned}\tag{12}$$

这里的 ε_{c} 是德拜能量. 计算表明 $\phi_{\boldsymbol{q}}=0$ 或 $\pi/4$ 时, 系统有最低的热力学势 [26]. 下面将利用这些条件及 (11) 和 (12) 式来研究磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导结中的约瑟夫森效应.

3 磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导结中的约瑟夫森电流计算

考虑如图 1 所示的结构, 在 $x=0$ 和 $x=L$ 的左右两侧分别是宏观相位为 ϕ_{L} 和 ϕ_{R} 的两块半无限大磁性 d 波超导体, 中间所夹铁磁层厚度为 L, 两界面的势垒散射强度可模拟为 δ 函数势

$$U=U_0\left[\delta(x)+\delta(x-L)\right],\tag{13}$$

U_0 表示势垒散射强度. 假设有一电子以入射角 θ 入射到以上的隧道结中, 结果如图 1 所示: 实线代表电子型准粒子, 虚线代表空穴型准粒子, 其中 $a_{\overline{\sigma}}$ 是 Andreev 反射系数 [27], b_σ 是正常反射系数, c_σ 是穿透电子型准粒子, $d_{\overline{\sigma}}$ 是穿透空穴型准粒子. 这些系数可通过求解 Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程 [28] 得到. 若不考虑自旋反转, 自旋所依赖的四分量的 BdG 方程可分解成两个独立的二分量方程, 它们分别描述 Cooper 对中的电子型与空穴型准粒子不一样的自旋取向, 形式为 $(u_\uparrow,v_\downarrow)$ 和 $(u_\downarrow,v_\uparrow)$, BdG 方程可表示为

$$\begin{bmatrix}H(\boldsymbol{r})-\eta_\sigma h_0 & \Delta(T,h_0)\\ \Delta^*(T,h_0) & -H^*(\boldsymbol{r})+\eta_{\overline{\sigma}}h_0\end{bmatrix}$$

$$\times\begin{bmatrix} u_\sigma(x,\theta) \\ v_{\bar\sigma}(x,\theta) \end{bmatrix} = E\begin{bmatrix} u_\sigma(x,\theta) \\ v_{\bar\sigma}(x,\theta) \end{bmatrix}, \tag{14}$$

其中 $H(\boldsymbol{r}) = -\hbar^2\boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{r}}^2/2m + U - E_\mathrm{F}$, $\sigma=\uparrow$ 时, $\eta_\sigma = 1$, $\sigma=\downarrow$, $\eta_{\bar\sigma}=-1$. 通过求解 (14) 式可得准粒子的空间波函数.

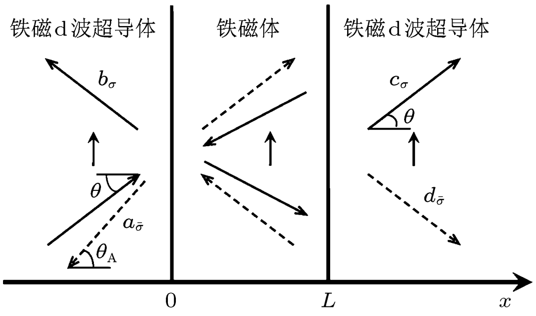

图 1　磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导隧道结准粒子传播示意图

当 $x<0$ 时,

$$\begin{aligned}\psi_\mathrm{L}(x) = & \begin{pmatrix} u_+^\mathrm{L}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_+^\mathrm{L}} \\ v_+^\mathrm{L} \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_+^{\mathrm{Le}}x\cos\theta} \\ & + a_{\bar\sigma}\begin{pmatrix} v_+^\mathrm{L}\,\mathrm{e}^{i\phi_+^\mathrm{L}} \\ u_+^\mathrm{L} \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\bar{k}_-^{\mathrm{Lh}}x\cos\theta_A} \\ & + b_\sigma\begin{pmatrix} u_-^\mathrm{L}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_-^\mathrm{L}} \\ v_-^\mathrm{L} \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{k}_-^{\mathrm{Le}}x\cos\theta}, \end{aligned} \tag{15}$$

当 $0<x<L$ 时,

$$\begin{aligned}\psi_\mathrm{F}(x) & \\ = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} [e_\sigma\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_\mathrm{e}x\cos\theta_\mathrm{e}} + f_\sigma\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_\mathrm{e}x\cos\theta_\mathrm{e}}] \\ & + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} [g_{\bar\sigma}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_\mathrm{h}x\cos\theta_\mathrm{h}} + h_{\bar\sigma}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_\mathrm{h}x\cos\theta_\mathrm{h}}], \end{aligned} \tag{16}$$

当 $L<x$ 时,

$$\begin{aligned}\psi_\mathrm{R}(x) = & c_\sigma\begin{pmatrix} u_+^\mathrm{R}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_+^\mathrm{R}} \\ v_+^\mathrm{R} \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_+^{\mathrm{Re}}x\cos\theta} \\ & + d_{\bar\sigma}\begin{pmatrix} v_-^\mathrm{R}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_-^\mathrm{R}} \\ u_-^\mathrm{R} \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_-^{\mathrm{Rh}}x\cos\theta}. \end{aligned} \tag{17}$$

以上各式中的超导相干因子为

$$(u_\pm^\mathrm{L})^2 = \frac{1}{2}\left\{1+\sqrt{1-\left|\Delta_\pm^\mathrm{L}\right|^2/(E+\eta_\sigma h_0)^2}\right\}, \tag{18a}$$

$$(u_\pm^\mathrm{R})^2 = \frac{1}{2}\left\{1+\sqrt{1-\left|\Delta_\pm^\mathrm{R}\right|^2/(E+\eta_\sigma h_0)^2}\right\}, \tag{18b}$$

$$(v_\pm^\mathrm{L})^2 = \frac{1}{2}\left\{1-\sqrt{1-\left|\Delta_\pm^\mathrm{L}\right|^2/(E+\eta_\sigma h_0)^2}\right\}, \tag{18c}$$

$$(v_\pm^\mathrm{R})^2 = \frac{1}{2}\left\{1-\sqrt{1-\left|\Delta_\pm^\mathrm{R}\right|^2/(E+\eta_\sigma h_0)^2}\right\}, \tag{18d}$$

其中左右两边超导的能隙

$$\Delta_\pm^\mathrm{L} = \Delta(T,h_0)\cos(2\theta\mp 2\alpha)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_\mathrm{L}}, \tag{19a}$$

$$\Delta_\pm^\mathrm{R} = \Delta(T,h_0)\cos(2\theta\mp 2\beta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_\mathrm{R}}, \tag{19b}$$

α, β 分别表示左右两边超导的晶轴方向与 x 方向的夹角,

$$\phi_\pm^\mathrm{L} = \phi_\mathrm{L} + \varphi_\pm^\mathrm{L}, \tag{20a}$$

$$\phi_\pm^\mathrm{R} = \phi_\mathrm{R} + \varphi_\pm^\mathrm{R}, \tag{20b}$$

$$\varphi_\pm^\mathrm{L} = \cos^{-1}\left(\cos(2\theta\mp 2\alpha)/|\cos(2\theta\mp 2\alpha)|\right), \tag{20c}$$

$$\varphi_\pm^\mathrm{R} = \cos^{-1}\left(\cos(2\theta\mp 2\beta)/|\cos(2\theta\mp 2\beta)|\right). \tag{20d}$$

另外, (15)—(17) 式中的各波矢值分别为

$$q_\mathrm{e} = \sqrt{2m(E_\mathrm{F}+E+\eta_\sigma q_0)}/\hbar, \tag{21a}$$

$$q_\mathrm{h} = \sqrt{2m(E_\mathrm{F}-E-\eta_\sigma q_0)}/\hbar, \tag{21b}$$

这里的 q_0 是中间铁磁层中的磁交换能. 磁性 d 波超导体中电子型准粒子和空穴型准粒子的波数为

$$k_+^\mathrm{e} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left[E_\mathrm{F}+\sqrt{(E+\eta_\sigma h_0)^2-|\Delta_+(T,h_0)|^2}\right]}, \tag{22a}$$

$$\bar{k}_-^\mathrm{e} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left[E_\mathrm{F}+\sqrt{(E+\eta_\sigma h_0)^2-|\Delta_-(T,h_0)|^2}\right]}, \tag{22b}$$

$$k_-^\mathrm{h} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left[E_\mathrm{F}-\sqrt{(E-\eta_{\bar\sigma} h_0)^2-|\Delta_-(T,h_0)|^2}\right]}, \tag{22c}$$

$$\bar{k}_+^\mathrm{h} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left[E_\mathrm{F}-\sqrt{(E-\eta_{\bar\sigma} h_0)^2-|\Delta_+(T,h_0)|^2}\right]}. \tag{22d}$$

利用边界条件

$$\psi_\mathrm{L}(0) = \psi_\mathrm{F}(0), \tag{23a}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\psi_\mathrm{F}}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\mathrm{d}\psi_\mathrm{L}}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0} + 2mU_0\psi_\mathrm{L}(0)/\hbar^2, \tag{23b}$$

$$\psi_{\mathrm{F}}(L)=\psi_{\mathrm{R}}(L), \tag{23c}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{R}}}{\mathrm{d}x}\right|_{x=L}=\left.\frac{\mathrm{d}\psi_{\mathrm{F}}}{\mathrm{d}x}\right|_{x=L}+2mU\psi_{\mathrm{F}}(L)/\hbar^2, \tag{23d}$$

解得 Andreev 系数为

$$a_{\overline{\sigma}}(E,\theta,\phi)=-B/C, \tag{24a}$$

$$\begin{aligned}B=&D_1D_2u_+^{\mathrm{L}}v_-^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{R}}v_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_+^{\mathrm{L}}+\phi_-^{\mathrm{R}})}\\&+D_3D_4u_+^{\mathrm{L}}v_-^{\mathrm{L}}u_+^{\mathrm{R}}u_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_+^{\mathrm{L}}+\phi_+^{\mathrm{R}})}\\&+D_5D_6u_-^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{R}}v_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{L}}+\phi_-^{\mathrm{R}})}\\&+D_7D_8u_-^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{L}}u_+^{\mathrm{R}}u_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{L}}+\phi_+^{\mathrm{R}})}\\&-16r_1r_2\Big[u_+^{\mathrm{L}}u_-^{\mathrm{L}}u_-^{\mathrm{R}}v_+^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{L}}+\phi_+^{\mathrm{L}})}\\&+v_+^{\mathrm{L}}v_-^{\mathrm{L}}u_+^{\mathrm{R}}v_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{R}}+\phi_+^{\mathrm{R}})}\Big],\end{aligned} \tag{24b}$$

$$\begin{aligned}C=&D_1D_2v_+^{\mathrm{L}}v_-^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{R}}v_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_+^{\mathrm{L}}+\phi_-^{\mathrm{R}})}\\&+D_3D_4v_+^{\mathrm{L}}v_-^{\mathrm{L}}u_+^{\mathrm{R}}u_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_+^{\mathrm{L}}+\phi_+^{\mathrm{R}})}\\&+D_5D_6u_+^{\mathrm{L}}u_-^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{R}}v_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{L}}+\phi_-^{\mathrm{R}})}\\&+D_7D_8u_+^{\mathrm{L}}u_-^{\mathrm{L}}u_+^{\mathrm{R}}u_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{L}}+\phi_+^{\mathrm{R}})}\\&-16r_1r_2\Big[u_-^{\mathrm{L}}v_+^{\mathrm{L}}u_-^{\mathrm{R}}v_+^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{L}}+\phi_+^{\mathrm{L}})}\\&+u_+^{\mathrm{L}}v_-^{\mathrm{L}}u_+^{\mathrm{R}}v_-^{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\phi_-^{\mathrm{R}}+\phi_+^{\mathrm{R}})}\Big],\end{aligned} \tag{24c}$$

式中的参数分别为

$$\begin{aligned}D_1=&(\mathrm{i}z+r_1-1)^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_{\mathrm{e}}L\cos\theta_{\mathrm{e}}}\\&-(\mathrm{i}z-r_1-1)^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_{\mathrm{e}}L\cos\theta_{\mathrm{e}}},\end{aligned} \tag{25a}$$

$$\begin{aligned}D_2=&(\mathrm{i}z-r_2+1)^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_{\mathrm{h}}L\cos\theta_{\mathrm{h}}}\\&-(\mathrm{i}z+r_2+1)^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_{\mathrm{h}}L\cos\theta_{\mathrm{h}}},\end{aligned} \tag{25b}$$

$$\begin{aligned}D_3=&(\mathrm{i}z+r_1+1)(\mathrm{i}z+r_1-1)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_{\mathrm{e}}L\cos\theta_{\mathrm{e}}}\\&-(\mathrm{i}z-r_1+1)(\mathrm{i}z-r_1-1)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_{\mathrm{e}}L\cos\theta_{\mathrm{e}}}\\=&D_5,\end{aligned} \tag{25c}$$

$$\begin{aligned}D_4=&(\mathrm{i}z+r_2-1)(\mathrm{i}z+r_2+1)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_{\mathrm{h}}L\cos\theta_{\mathrm{h}}}\\&-(\mathrm{i}z-r_2+1)(\mathrm{i}z-r_2-1)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_{\mathrm{h}}L\cos\theta_{\mathrm{h}}}\\=&D_6,\end{aligned} \tag{25d}$$

$$\begin{aligned}D_7=&(\mathrm{i}z+r_1+1)^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_{\mathrm{e}}L\cos\theta_{\mathrm{e}}}\\&-(\mathrm{i}z-r_1+1)^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_{\mathrm{e}}L\cos\theta_{\mathrm{e}}},\end{aligned} \tag{25e}$$

$$\begin{aligned}D_8=&(\mathrm{i}z-r_2-1)^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}q_{\mathrm{h}}L\cos\theta_{\mathrm{h}}}\\&-(\mathrm{i}z+r_2-1)^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q_{\mathrm{h}}L\cos\theta_{\mathrm{h}}}.\end{aligned} \tag{25f}$$

在以上的推导中已做近似: $\theta\approx\theta_{\mathrm{A}}$, $k_{\mathrm{L(R)}\pm}^{\mathrm{e}}\approx k_{\mathrm{L(R)}\pm}^{\mathrm{h}}\approx k_{\mathrm{F}}$, 式中的 $r_1=q_{\mathrm{e}}\cos\theta_{\mathrm{e}}/k_{\mathrm{F}}\cos\theta$, $r_2=q_{\mathrm{h}}\cos\theta_{\mathrm{h}}/k_{\mathrm{F}}\cos\theta$, $z=z_0/\cos\theta$, $z_0=mU_0/(\hbar^2k_{\mathrm{F}})$, z 是表征界面势垒散射强度的无量纲实数, k_{F} 表示费米波矢, $\phi=\phi_{\mathrm{R}}-\phi_{\mathrm{L}}$ 表示两块超导体之间的宏观相位差.

利用求得的 Andreev 系数, 根据 Furusaki 和 Tsukada[29] 的理论方法得到直流约瑟夫森电流公式为

$$\begin{aligned}I_{\mathrm{d}}=&\frac{e\Delta_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{B}}T}{2\hbar}\mathrm{Re}\sum_{w_n}\sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{1}{\Omega_{n\sigma}}\Big[a_\sigma(\mathrm{i}w_n,\phi,\theta)\\&-a_\sigma(\mathrm{i}w_n,-\phi,\pi-\theta)\Big]\cos\theta\,\mathrm{d}\theta,\end{aligned} \tag{26}$$

式中 a_σ 是将 (24) 式中能量做 $E\to\mathrm{i}\omega_n$ 的变换而得到, $\omega_n=(2n+1)\pi k_{\mathrm{B}}T$ 是松原频率, $n=0,\pm1,\pm2,\cdots$, $\Omega_{n\uparrow(\downarrow)}=\sqrt{(\omega_n\mp\mathrm{i}h_0)^2+\Delta^2(T,h_0)}$. 利用 (26) 式可以数值计算在不同的参数下隧道结中的约瑟夫森电流.

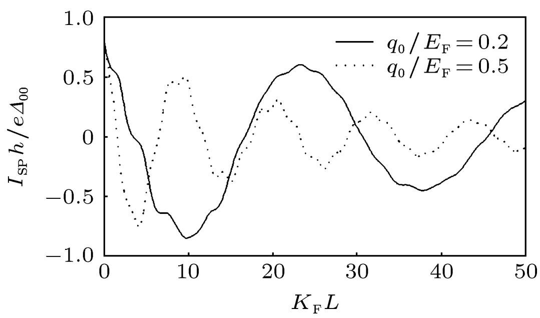

图 2　两端铁磁超导体中的磁化方向平行时, 在取不同的铁磁体交换能下, 约瑟夫森临界电流 I_{SP} 随着中间铁磁层的厚度变化, $\alpha=\beta=\pi/4$, $z_0=1$, $T/T_{\mathrm{C}}=0.2$, $h_0/\Delta_{00}=0.2$, 此处 Δ_{00} 表示超导能隙的幅值

从图 2 可以看出, 在铁磁层交换能取不同的值时, 约瑟夫森电流随着中间铁磁层厚度的变化关系. 在以上计算中, 取 $\boldsymbol{q}$ 的方向平行于 x 的方向. 计算发现约瑟夫森电流 I_{SP} 随着铁磁层厚度的增加表现出振荡衰减的行为, 其振荡周期均等于 $2\pi\xi_{\mathrm{F}}$, 其中 ξ_{F}($\xi_{\mathrm{F}}=\hbar v_{\mathrm{F}}/2q_0$, v_{F} 为费米速度) 表示铁磁层的相干长度. 可以看出若铁磁层的交换能 q_0 越大, 那么相干长度就越短, 振荡周期也就会越短. 在超导体/绝缘层/超导体结中, 约瑟夫森电流和相位的关系满足 $I_{\mathrm{S}}=I_{\mathrm{C}}\sin\phi$ (ϕ 为两边超导层的宏观相位差). 在超导体/铁磁层/超导体结中, 中间铁磁层中存在铁磁交换能 q_0, 并且相关的电子与空穴的自旋相反, 其有限的质心动量为 $Q=1/\xi_{\mathrm{F}}$, 这就导致铁磁层中出现了空间不均匀的超导序参量, 与铁磁超导体里的铁磁超导共存态 (FFLO 态)[30,31] 有着相似关系. 但在铁磁层中不存在对势, 经过计算观察到铁磁层中的电子及空穴波函数发生的干涉效

应会产生 $\exp(\mathrm{i}x/\xi_F)$ 这样的振荡因子, 在电子对从一边超导体经过铁磁层传输进另一边的超导体时, $\exp(\mathrm{i}x/\xi_F)$ 振荡因子会产生相位差 $\phi' = L/\xi_F$, 所以临界电流可近似为 $I_C(\phi') = I_C \cos\phi'$, 直流约瑟夫森电流随着 $\cos\phi'$ 周期性地发生正负变化, 正值对应系统的 0 态, 负值对应于 π 态, 即系统在 0 态与 π 态之间周期性相互转换. 从图 2 还可以看出, 约瑟夫森电流的曲线还包含了一些振幅较小的快振荡, 这是由于中间铁磁层中的入射准粒子和反射准粒子发生了相干效应.

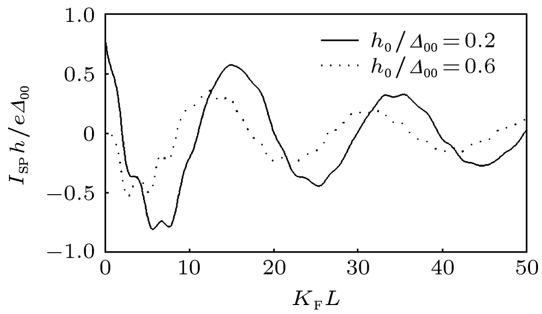

图 3 两端铁磁超导体中的磁化方向平行时, 在不同的磁性 d 波超导体交换能下, 约瑟夫森临界电流 I_{SP} 随着中间铁磁层的厚度变化, $\alpha=\beta=\pi/4$, $z_0=1$, $T/T_C=0.2$, $q_0/E_F=0.3$

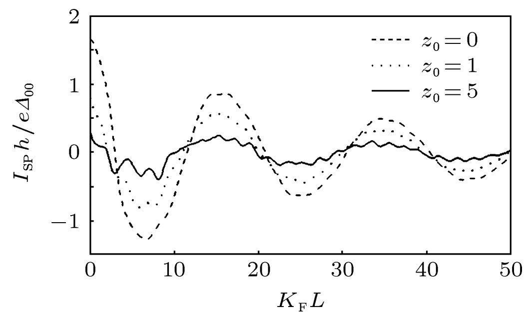

图 4 两端铁磁超导体中的磁化方向平行时, 在不同的界面势垒强度下约瑟夫森临界电流 I_{SP} 随中间铁磁层的厚度变化, $\alpha=\beta=\pi/4$, $T/T_C=0.2$, $q_0/E_F=0.3$, $h_0/\Delta_{00}=0.2$

从图 3 可以看出, 在 $L=0$ 处, 约瑟夫森临界电流 I_{SP} 随着 h_0 的变大而变小, 而当 $L\neq 0$ 时, 临界电流随着 h_0 的变大有可能变大也有可能变小, 这依赖于中间铁磁层的厚度, 即对于取一些特定的中间铁磁层厚度, 临界电流会随磁性超导体中的交换能增大而变大. 另外, 对于两侧铁磁超导体中的磁化方向平行耦合下, 随 h_0 变大其振荡峰向左滑移. 在图 4 中, 随着 z_0 的增大, 一方面它的振荡幅值在变小; 另一方面, 随着 z_0 变大, 长周期分量逐渐被抑制, 但短周期分量逐渐增强. 这是因为随着 z_0 的增强, Andreev 反射减弱了, 正常反射增强了. 还可以看出, 取比较大的 z_0 值时, 长周期振荡分量逐渐消失, 说明入射电子与 Andreev 反射空穴的量子干涉效应可忽略不计. 通过比较图 3 和图 4 可得出一个结论: 增强 q_0 和 z_0 值可以抑制 Andreev 反射, 并可以把约瑟夫森临界电流中的短周期分量分离出长周期分量; 反之, 降低 q_0 和 z_0 值时, 长周期分量又可以从短周期分量中分离出来. 该结果清晰地表明了约瑟夫森临界电流中的长、短周期振荡分量分别来自于入射电子和界面上的 Andreev 反射与正常粒子的量子干涉效应.

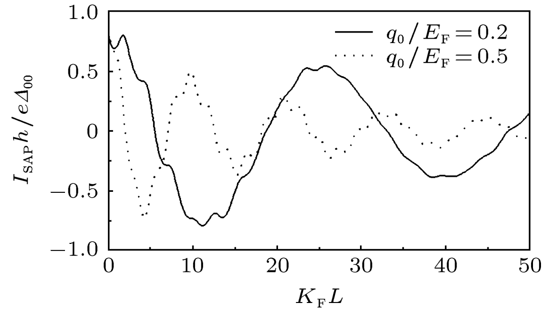

图 5 两端铁磁超导体中的磁化方向反平行时, 在取不同的铁磁体中的交换能下约瑟夫森临界电流 I_{SAP} 随着中间铁磁层厚度变化, 参数取值同图 2

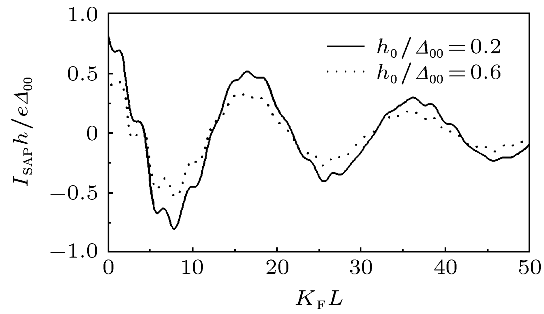

图 6 两端铁磁超导体中的磁化方向反平行时, 取不同的磁性 d 波超导体中的交换能时约瑟夫森临界电流 I_{SAP} 随中间铁磁层厚度变化, 参数取值同图 3

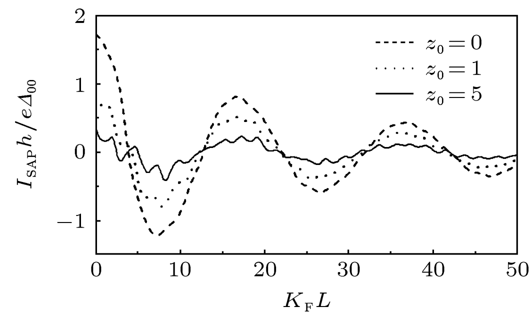

图 7 两端铁磁超导体中的磁化方向反平行时, 在取不同的界面势垒强度时约瑟夫森临界电流 I_{SAP} 随中间铁磁层的厚度变化, 参数取值同图 4

图 5, 图 6 和图 7 表示在两边的铁磁超导体磁化方向反平行时, 约瑟夫森临界电流 I_{SAP} 随着不同

的铁磁交换能、磁性超导体中的交换能及界面势垒强度的变化曲线. 与平行条件下的结果进行比较, 发现在两侧磁性超导磁化方向反平行下, 对于取任意的铁磁层厚度, 临界电流的数值随磁性超导体中的磁交换能的增大而变小, 也不存在临界电流随着磁性超导体中的交换能变化出现滑移现象.

4 结 论

本文通过求解磁性 d 波超导中的能隙和磁交换能的自洽方程, 研究磁性 d 波超导/铁磁/磁性 d 波超导双隧道结中的约瑟夫森电流, 并讨论铁磁层中的磁交换能、磁性 d 波超导中的磁交换能、界面散射效应以及量子干涉效应对临界电流的影响. 研究表明, 临界电流随着中间铁磁层厚度的变化而做周期性振荡, 并且存在两种不同周期的振荡相混合, 该振荡行为起源于准粒子处于中间铁磁层里的量子干涉效应, 且长周期与短周期振荡分别源于入射电子和在铁磁/超导界面上的 Andreev 反射空穴与正常反射中电子的量子干涉效应; 同时, 增加铁磁层中的交换能 q_0 和界面散射强度 z_0 可抑制 Andreev 反射, 所以通过增加 q_0 和 z_0, 短周期分量可以从长周期中分离出来; 反之, 通过取 $z_0 = 0$ 和减少 q_0 值, 长周期分量可以从短周期分量中分离出来; 另外, 发现磁性超导中的磁交换能, 在取两磁性超导体的磁化方向平行下, 取特定铁磁层厚度, 可增加临界电流; 而在反平行下, 对于取任何铁磁层厚度都会抑制临界电流.

[1] Aprili M, Kontos T, Lesueur J, Stephanidis B, Genêt F, Boursier R 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 137007

[2] Ryazanov V V, Rusanov A Y, Oboznov V A, Golubov A A, Veretennikov A V, Aarts J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 2427

[3] Born F, Siegel M, Hollmann E K, Braak H, Golubov A A, Gusakova D Y, Kupriyanov M Y 2006 *Phys. Rev.* B **74** 140501(R)

[4] Bolginov V V, Oboznov V A, Feofanov A K, Buzdin A I, Ryazanov V V 2006 *Phys. Rev. Lett*. **96** 197003

[5] Robinson J W A, Burnell G, Piano S, Blamire M G, Bell C 2006 *Phys. Rev. Lett*. **97** 177003

[6] Robinson J W A, Barber Z H, Blamire M G 2009 *Appl. Phys. Lett*. **95** 192509

[7] Khaire T S, Pratt W P, Birge N O 2009 *Phys. Rev.* B **79** 094523

[8] Bannykh A A, Pfeiffer J, Stolyarov V S, Batov I E, Ryazanov V V, Weides M 2009 *Phys. Rev.* B **79** 054501

[9] Karminskaya T Y, Golubov A A, Kupriyanov M Y, Sidorenko A S 2010 *Phys. Rev*. B **81** 214518

[10] Kawabata S, Asano Y, Tanaka Y, Golubov A A, Kashiwaya S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 117002

[11] Halász G B, Robinson J W A, Blamire M G, Buzdin A I 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 207001

[12] Wu Y H, Wang Z Y, Shen R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8591 (in Chinese) [吴义华, 王振彦, 沈瑞 2009 物理学报 **58** 8591]

[13] Fortune N A, Radovan H, Murphy T P, Palm E C, Hannahs S T, Hall D, Tozer S W 2003 *Nature* **425** 51

[14] Saxena S S, Ahilan K, Agarwal P, Grosche F M, Haselwimmer R K W, Steiner M J, Pugh E, Braithwaite D, Julian S R, Flouquet J, Huxley A, Lonzarich G G, Sheikin I, Walker I R, Monthoux P 2000 *Nature* **406** 587

[15] Aoki D, Huxley A, Braithwaite D, Ressouche E, Brison J P, Flouquet J, Paulsen C, Lhotel E 2001 *Nature* **413** 613

[16] Rourke P M C, Turel C S, Tanatar M A, Berdeklis J, Wei J Y T, Petrovic C 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 107005

[17] Park W K, Greene L H, Sarrao J L, Thompson J D 2005 *Phys. Rev.* B **72** 052509

[18] Cui Q H, Hu C R, Wei J Y T, Yang K 2006 *Phys. Rev.* B **73** 214514

[19] Wang Q, Hu C R, Ting C S 2006 *Phys. Rev.* B **74** 214501

[20] Tanaka Y, Asano Y, Ichioka M, Kashiwaya S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 077001

[21] Spehling J, Heffner R H, Sonier J E, Curro N 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 237003

[22] Park W K, Greene L H 2009 *J. Phys.*: *Condens. Matter* **21** 103203

[23] White J S, Das P, Eskildsen M R, Petrovic C 2010 *New J. Phys.* **12** 23026

[24] Liang Z P, Dong Z C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1288 (in Chinese) [梁志鹏, 董正超 2010 物理学报 **59** 1288]

[25] Yang K, Sondhi S L 1988 *Phys. Rev.* B **57** 8566

[26] Jin B, Su G, Zheng Q R 2006 *Phys. Rev.* B **73** 64518

[27] Andree A F 1964 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **46** 1823

[28] De Gennes P G 1965 *Superconductivity of Metals and Aollys* (New York: Benjamin)

[29] Furusaki A, Tsukada M 1991 *Solid State Commun.* **78** 299

[30] Fulde P, Ferrell R A 1964 *Phys. Rev.* A **135** 550

[31] Larkin A I, Ovchinnikov Y N 1964 *Zh. Eksp. Tero. Fiz.* **47** 1136

Josephson effect in ferromagnetic d-wave superconductor/ferromagnet/ ferromagnetic d-wave superconductor junctions*

Jin Xia[1)] Dong Zheng-Chao[2)†] Liang Zhi-Peng[2)] Zhong Chong-Gui[2)]

1) (*School of Physical Science and Technology, Suzhou University, Suzhou* 215006*, China*)

2) (*School of Science, Nantong University, Nantong* 226019*, China*)

(Received 6 April 2012; revised manuscript received 17 September 2012)

Abstract

By solving a self-consistent equation for the ferromagnetic d-wave superconducting gap and the exchange energy, we study the Josephson current in the ferromagnetic d-wave superconductor /ferromagnet/ ferromagnetic d-wave superconductor junctions. In the Josephson critical current, there are two oscillation components with different periods. It is found that the short-period component can be separated from the long-period one by increasing the exchange energy in ferromagnet and the barrier strength at the ferromagnet/ferromagnetic d-wave superconductor interface, and vice versa. Under a certain thickness for the ferromagnet, exchange energy for the ferromagnetic d-wave superconductor may increase the critical current in the case of a parallel alignment of the magnetization in the ferromagnetic d-wave superconductor.

Keywords: ferromagnetic d-wave superconductor, ferromagnet, Josephson current

PACS: 74.50.+r, 74.78.−w **DOI:** 10.7498/aps.62.047401

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10974104) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2012655).

† Corresponding author. E-mail: dzc@ntu.edu.cn